

## 単軸引張り変形下における金属薄板自由表面 プロファイルのフラクタル解析\*

黒崎 靖\*<sup>1</sup>, 松井 正仁\*<sup>1</sup>  
鬼頭 匠\*<sup>2</sup>, 高山 智幸\*<sup>3</sup>

### Fractal Analysis of Free Surface Profile of Sheet Metals under Uniaxial Tension

Yasushi KUROSAKI, Masahito MATSUI,  
Takumi KITŌH and Tomoyuki TAKAYAMA

Characteristics of the free surface profile of aluminum sheets under uniaxial tension are examined by employing fractal analysis. As a fractal analysis method applicable to a self-affine surface, a zeroset method for generating intersections of the surface profile in a base plane is presented. It is found that the fractal dimension of a surface resulting from plastic deformation tends to be constant (2.35), and each asperity has a uniform fractal structure. Other fractal analysis methods, the box-counting method, power spectrum method and zeroset method were applied to surface profile curves obtained using a stylus profilometer, and the characteristics of various fractal dimensions are discussed. From these results, the geometry of surface profiles under uniaxial tension is clarified.

**Key Words:** Plastic Forming, Surface Roughness, Fractal, Self-Affinity, Zeroset, Sheet Metal, Free Surface, Uniaxial Tension

#### 1. 緒 言

金属薄板に塑性変形を与えると自由表面粗さが増加する現象は古くから知られており、不安定ひずみ<sup>(1)</sup>や塗装性に影響し、また、はだ荒れ<sup>(2)</sup>として実際上の成形限界を律するとされている。しかし、表面マイクロプロフィールに着目するとき、塑性変形に伴ってどのような幾何構造の表面が生ずるかについての詳細はほとんど明らかでない。近年、プレス成形品の高精度・高品位化への要請はますます高まっており、そのためにも表面マイクロプロフィールに関する情報を系統的に蓄積する必要がある。表面プロフィールの定量的評価法としては、従来から表面粗さによる方法が慣用されてきたが、得られる情報は限られており、よりの確に特徴化できる手法を確立することが上記問題究明の前提になる。表面プロフィールの評価が難しい理由は、表面プロフィールがいろいろなランダム性を持ち、数学的な扱いが困難なためである。そこで本研究ではフラクタル解析の導入をはかることにした。

最近になって、固体表面に対してフラクタル解析が適用されるようになり、フラクタル次元を求める方法としては、自己相似を前提とする粗視化の度合いを変える手法が比較的良好に用いられている<sup>(3)(4)</sup>。しかし、一般に固体表面は自己アフィンであり、この種の方法から得られるフラクタル次元は拡大倍率に依存して変化することが指摘されている<sup>(5)</sup>。ここに、自己アフィンとは、方向により異なる倍率の拡大変換に対して図形が不変になる性質を言う。自己アフィンに対するフラクタル次元の測定法として、伊藤らはパワースペクトル法<sup>(6)</sup>および等高線法<sup>(7)</sup>(本報で提示する零点集合法に相当する)を採用したが、なお一般的に適用できる手法の確立までには至っていない。

よって、本報では自己アフィンフラクタルの視点から零点集合法および従来法を用いて、アルミニウム薄板の単軸引張り変形下における自由表面プロフィールを対象に解析し、そのフラクタル構造を明らかにするとともに、解析手法の特性について比較検討する。

#### 2. フラクタル次元の決定法

フラクタル性の表示量として、通常フラクタル次元が採用されるが、本研究では以下に示す4種類の方法により求めた。表面のフラクタル次元は、一般的には

\* 原稿受付 1995年12月26日。

\*<sup>1</sup> 正員, 三重大学工学部(〒514 津市上浜町1515)。

\*<sup>2</sup> 日本ガイシ(株)(〒467 名古屋瑞穂区須田町2-56)。

\*<sup>3</sup> 准員, 三重大学大学院。

表面を曲面として見たときの幾何学的複雑さ(ランダム性)や表面積の大きさを評価できる尺度と考えられる。しかし、結果的には後述のように、フラクタル次元の種類によりその特性は異なる。

**2.1 零点集合法** 零点集合とは、曲面  $V(x, y)$  に対して  $V(x, y) - V_0 = 0$  となるすべての点の集合、すなわち、ある物体の表面を基準平面で切ったときの切り口の輪郭を指す。その表面が自己アフィンであっても面内等方性であるとき、得られる零点集合は自己相似となり、フラクタル次元は表面の次元より1小さくなる<sup>(6)</sup>。実際の材料は多少とも面内異方性をもつと考えられるが、ここでは板面内の平均的特性を把握することを主目的としたので、面内等方性を仮定した。零点集合を求める方法として、伊藤らは触針式表面粗さ計によるプロファイルの三次元デジタル情報より、等高線を求める手法を採用した<sup>(7)</sup>。しかし、本研究では将来的に一層ミクロな領域まで検討できる可能性のある方法という観点から、零点集合面を創成し、直接観察する手法を新たに試みることにした。この方法の説明を図1に示す。表面プロファイルに対して板面と平行にカット面を創成し、各零点集合要素の面積と周囲長から測度の関係<sup>(9)</sup>によりフラクタル次元  $D_z$  を求めた。一般に、 $L$  を長さ、 $A$  を面積、 $V$  を体積とし、 $D$  次元測度を持つ物理量を  $X$  とするとき、次式の関係が成り立つ。

$$L \propto A^{1/2} \propto V^{1/3} \propto X^{1/D} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、零点集合要素の面積を  $A_z$ 、周囲長を  $L_z$  とし、 $L_z$  が  $D_z$  次元測度をもつとき次式を得る。

$$A_z^{1/2} \propto L_z^{D_z} \dots\dots\dots (2)$$

$L_z$  と  $A_z$  を両対数グラフ上にプロットしたときの直線のこう配を  $\alpha_z$  とすると、フラクタル次元  $D_z$  は次式より定まる。

$$D_z = 2\alpha_z \dots\dots\dots (3)$$

同様の考えを触針式表面粗さ計より得られた表面断面曲線に適用して、もう一つのフラクタル次元を求めてみた。すなわち、表面断面曲線と中心線との交点から零点集合を求め、後述のボックスカウンティング法と同様の考え方をを用いて分割区間に含まれる交点の数

と分割幅の関係を両対数グラフ上にプロットした。このときの直線のこう配を  $\alpha_{zB}$  とすると、フラクタル次元  $D_{zB}$  は次式より定まる。

$$D_{zB} = 1 - \alpha_{zB} \dots\dots\dots (4)$$

**2.2 パワースペクトル法** 表面断面曲線に対して伊藤ら<sup>(6)</sup>と同様の方法により、FFT スペクトル解析を行った。パワースペクトル  $S_P$  と波長  $\lambda$  の関係を両対数グラフ上にプロットしたときの直線のこう配を  $\beta$  とすると、フラクタル次元  $D_{PS}$  は次式より定まる<sup>(10)</sup>。

$$\left. \begin{aligned} D_{PS} &= 2, & 0 \leq \beta < 1 \\ D_{PS} &= E + (3 - \beta)/2, & 1 \leq \beta \leq 3 \\ D_{PS} &= 1, & 3 < \beta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

ただし、 $E$  はユークリッド次元を表し、ここでは1とした。

この方法はいうまでもなくパワースペクトルの波長依存性に基づくものであるが、見方を変えると、対象曲線がべき乗則で異方的にスケールリングすることを考慮したボックスカウンティング法とみなすこともできる<sup>(11)</sup>。

**2.3 ボックスカウンティング法** 表面断面曲線に対して、粗視化の度合いを変化させる従来法<sup>(12)</sup>によりフラクタル次元  $D_B$  を決定した。ここに粗視化とは、有限サイズの基本的図形(ボックス)によりフラクタル図形(表面断面曲線)を近似することをいう。前述のように、この方法は自己アフィン表面に対して適用することに問題があるとされているが<sup>(5)</sup>、ここでは  $D_B$  が少なくとも定性的な比較尺度としての意義を持つと考え、検討対象とした。  $D_B$  を求めるために、断面曲線を定められた寸法形状のボックスにより無駄なく被覆した。ボックスの寸法は粗視化の度合いに応じて変化させるが、形状は相似とした。  $D_B$  はボックスの形状の影響を受けるので、ボックスの縦横比を記録画面上で1:1(正方形)と1:2.36(長方形)の2種類について検討することにした。断面曲線を被覆するボックスの数  $N$  とボックスの横幅の関係を両対数グラフ上にプロットしたときの直線のこう配を  $\alpha_B$  とすると、フラクタル次元  $D_B$  は次式より定まる。

$$D_B = -\alpha_B \dots\dots\dots (6)$$

### 3. 実験方法

**3.1 供試材および単軸引張り試験法** 供試材には市販の工業用純アルミニウム板(A 1100-O材、公称板厚0.8mm、結晶粒径17 $\mu$ m)を用いた。材料の単軸引張り特性値を表1に示す。試験片は200 $\times$ 20mmの帯板とし、圧延方向に平行に採取し、万能試験機によ

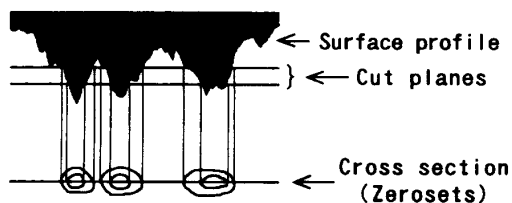


Fig. 1 Principle of zero set method

Table 1 Uniaxial properties of A 1100

Direction	Tensile strength MPa	N-value	F-value MPa	r-value	Total elongation %
0°	103	0.27	193	0.66	27.1
45°	95	0.27	176	1.18	32.8
90°	99	0.28	187	0.66	33.1
Mean	99	0.27	185	0.92	31.5

$$*: \sigma = F \epsilon^N$$

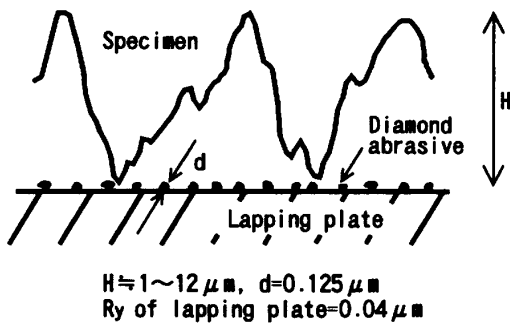
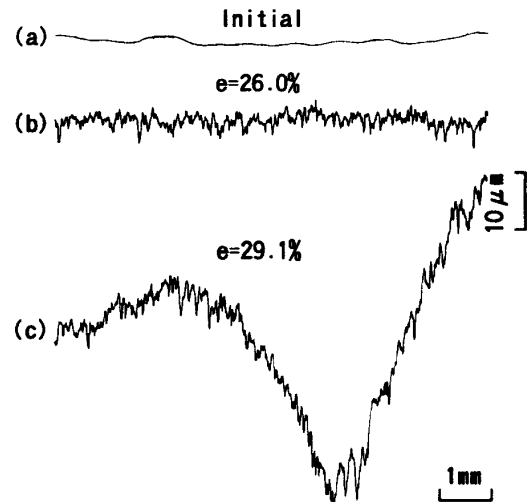
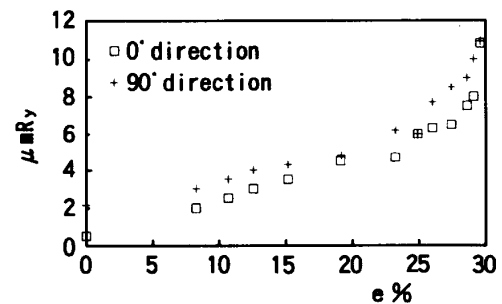


Fig. 2 Method for generating zero-set plane

り 0.17 mm/s の引張り速度で伸びひずみを与えた。試験片の初期表面粗さ(最大高さ粗さ  $R_y$ )は  $0.53 \mu\text{m}$  (圧延方向), および  $2.13 \mu\text{m}$  (圧延方向と直角の方向)であった。

**3.2 零点集合カット面の創成法**  $D_z$  を求めるために採用した零点集合カット面の創成法を図2に示す。試験片から  $15 \times 20 \text{ mm}$  の小片を切り出し、試料台に接着した後、精密定盤 ( $0.04 \mu\text{m}$   $R_y$ ) 上で粒径  $0.125 \mu\text{m}$  のダイヤモンドによるラッピングを行い、零点集合カット面を創成した。この際、谷部がラッピングされないよう十分注意を払った。次に、顕微鏡と CCD カメラによるカット面拡大像の信号を画像処理装置 (1 画素は  $2.33 \times 2.33 \mu\text{m}$ ) に取込み、2 値化を行った後、各零点集合要素の周囲長  $L_z$  と面積  $A_z$  を測定した。

**3.3 表面断面曲線の測定法** フラクタル次元  $D_{zB}$ ,  $D_{PS}$  および  $D_B$  を求めるために、触針式表面粗さ計 (Talysurf 10) からの信号をコンピュータに取込むシステムを製作した。触針の端面は、一辺の長さ  $2.5 \mu\text{m}$  の正方形 (フラット) である。得られた表面断面曲線をアナログ信号により記録紙上に記録されたものと比較し、両者が十分一致することを確認した。本装置の分解能は試験片の厚さ方向 (縦方向)  $0.0174 \mu\text{m}$ , 送り方向 (横方向)  $2.054 \mu\text{m}$  である。この場合の粗さ計の倍率は縦方向で 1000 倍, 横方向で 20 倍に固定してあり, 圧延方向 ( $0^\circ$  方向) およびこれと直角の方向 ( $90^\circ$  方向) においてそれぞれ 3 回ずつ表面断面曲線の測定を行った。

Fig. 3 Examples of recorded surface profiles ( $0^\circ$  direction)Fig. 4 Relationship between surface roughness  $R_y$  and strain  $e$ 

#### 4. 実験結果および考察

**4.1 表面荒れの挙動** 図3に圧延方向で測定した表面断面曲線の例を示す。本実験では伸びひずみがおよそ  $e=28\%$  を超えると、大きな波長の谷間が生ずることが認められたので、このひずみ値を局所くびれ発生点とした。また、最大高さ粗さ  $R_y$  と公称伸びひずみ  $e$  の関係を図4に示す。これより、表面粗さは、一樣伸びの範囲までは直線的に増加し、その後急増することがわかる。この直線関係が生ずる現象はすでに報告されている<sup>(1)(13)</sup>。

**4.2 零点集合法** 零点集合カット面の画像の例を図5に示す。図中の白色部分がカットされた要素である。また、カット面の表面断面曲線の例を図6に示す。なお、カット量の相対値  $\delta$  は  $(R_{y0} - R_{yc})/R_{y0} \times 100$  (%)により算定した。ここに、 $R_{y0}$ ,  $R_{yc}$  は、それぞれカット前後の最大高さ粗さである。このようにして、谷部が初期状態を保ったまま、カット面を創成できることを確認した。零点集合要素の周囲長  $L_z$  と面積  $A_z$  の関係を両対数グラフ上にプロットした結果の例を図7に示す。図より直線関係が認められ、フラクタル性

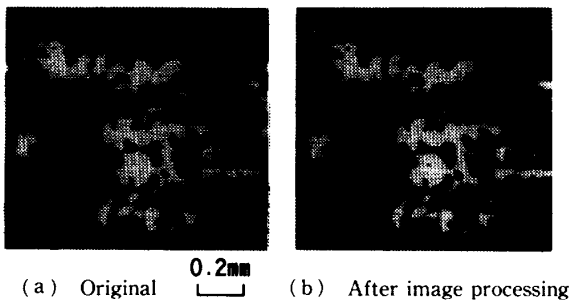


Fig. 5 Example of image of zero-set plane ( $e=20\%$ ,  $\delta=39.1\%$ )

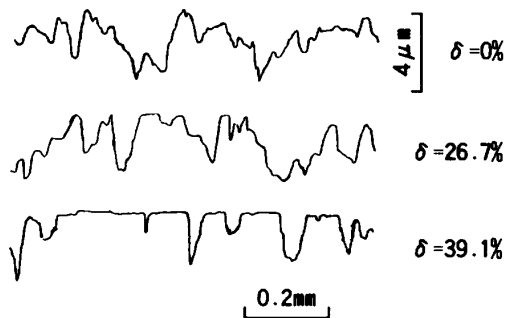


Fig. 6 Variation of surface profiles with  $\delta$  ( $e=20\%$ )

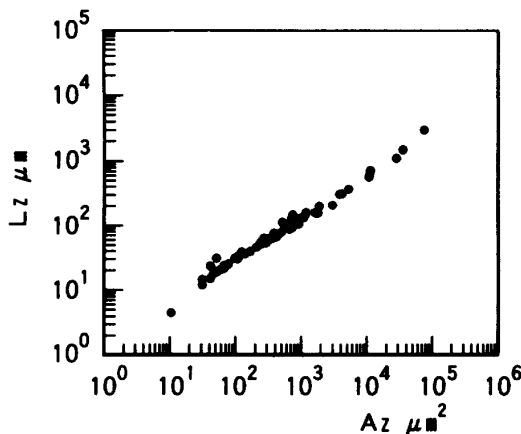


Fig. 7 Relationship between periphery length  $L_z$  and area of zero-set elements  $A_z$  ( $e=20\%$ ,  $\delta=39.1\%$ )

が存在することがわかる。本実験では、画素の分解能を考慮して、 $A_z \geq 20 \mu\text{m}^2$  の範囲でフラクタル次元  $D_z$  を算定した。 $D_z$  と相対カット量  $\delta$  の関係を図8に示す。これより、 $D_z$  は  $\delta$  の値によらずほぼ一定の値をとり、表面の凸部はほぼ一様なフラクタル構造をもつことが結論される。図9は6~10種類の  $\delta$  で求めた  $D_z$  の平均値  $\bar{D}_z$  と伸びひずみ  $e$  の関係を示したものであるが、 $e=10\%$  を超えると、 $\bar{D}_z$  はほぼ一定の値(1.35)となることがわかる。

表面断面曲線に対して零点集合法を適用した場合の分割区間に含まれる交点の数  $N$  と分割幅  $r$  の関係を両対数グラフ上にプロットした結果を図10に示す。図より  $r=100 \mu\text{m}$  近傍で、折れ点をもつ直線関係が認められる。この場合に、 $r=100 \mu\text{m}$  以上では常に  $a_{zB}$

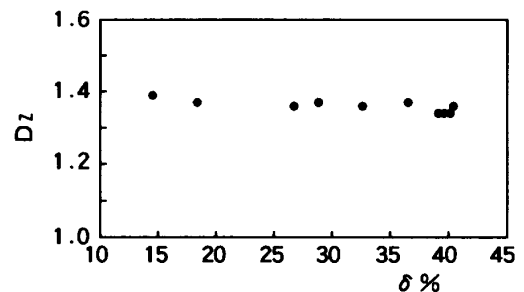


Fig. 8 Relationship between  $D_z$  and relative cutting height  $\delta$  ( $e=20\%$ )

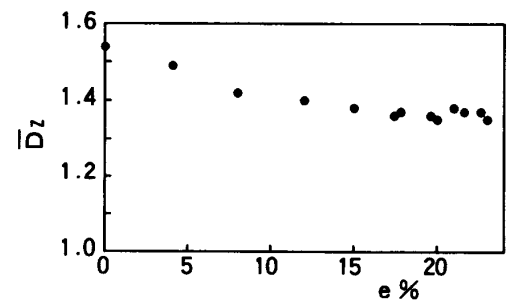


Fig. 9 Relationship between  $\bar{D}_z$  and strain  $e$

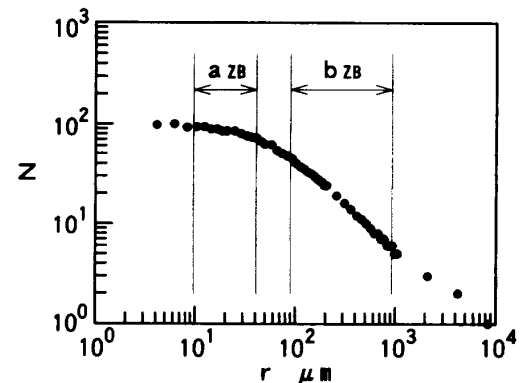


Fig. 10 Relationship between  $N$  and  $r$  in zero-set method for surface profile curve ( $0^\circ$ ,  $e=26\%$ )

はほぼ  $-1(D_{ZB}=2)$  になったので、これ以下の  $r$  で  $D_{ZB}$  を定めることにした。また、触針の先端形状による誤差を考慮して、 $r$  は  $10\ \mu\text{m}$  以上とし、折れ点までの範囲  $a_{ZB}$  領域でフラクタル次元  $D_{ZB}$  を定めた。

図 11 に  $D_{ZB}$  と伸びひずみ  $e$  の関係を示す。 $D_{ZB}$  は、 $e$  に対して方向別に弱い減少傾向を呈している。

**4.3 パワースペクトル法** パワースペクトル  $S_P$  と波長  $\lambda$  の関係を両対数グラフ上にプロットした結果の一例を図 12 に示す。ここに、 $S_P$  は得られたスペクトルを測定時間 (53.2 s) で除した値を用いている。この場合にも折れ曲がりをもつ直線関係が得られ、2重のフラクタル構造が存在することがわかる。折れ曲がり点での波長は常に  $\lambda \approx 100\ \mu\text{m}$  であった。この値を超える  $\lambda$  の領域  $b_{PS}$  では常に  $\beta \leq 1(D_{PS}=2)$  となり、 $D_{PS}$  に  $\beta$  の違いが反映しなくなるので、フラクタル次元  $D_{PS}$  は  $100\ \mu\text{m}$  以下の  $\lambda$  で測定した。また、短波長の範囲については、前述と同様に触針の先端形状に起因する誤差を考慮して  $\lambda$  を  $10\ \mu\text{m}$  以上とした。図 13 に  $D_{PS}$  と伸びひずみ  $e$  の関係を示す。これより、 $D_{PS}$  の値はばらつきがあるが、 $0^\circ$  方向では  $e \leq 28\%$  においてやや減少傾向を示し、 $90^\circ$  方向では大きく減少する

傾向が見られる。

**4.4 ボックスカウンティング法** 表面断面曲線に対して被覆したボックスの数  $N$  とボックスの横幅 (触針の送り方向の幅)  $r$  の関係を両対数グラフ上にプロットした結果の一例を図 14 に示す。図中に示す折れ曲がり点  $B.P.$  点以下の  $r$  の領域  $a_B$  では、良好な直線関係が認められ、表面プロファイルがフラクタル性をもつことがわかる。また、 $r$  が  $B.P.$  点を超える  $b_B$  領域では  $a_B$  領域と異なったこう配の直線が得られている。このような現象は、ボックスの形状、測定方向、ひずみを変えても常に起った。 $b_B$  領域における直線のこう配は常にほぼ  $-1$ 、すなわち  $N \propto 1/r (D_B \approx 1)$  であり、これは  $r$  が一定の限界を超えると相対的にプロフィールの複雑さが反映しなくなり、滑らかな曲線ととらえられるためである。なお、触針の先端形状に起因する誤差を考慮して、 $a_B$  の範囲を  $10\ \mu\text{m}$  から  $B.P.$  点までとし、この  $a_B$  に対してフラクタル次元  $D_B$  を定めた。

図 15 に  $D_B$  と伸びひずみ  $e$  の関係を示す。これより、ボックス形状にかかわらず、 $0^\circ$  方向では  $e$  に対し

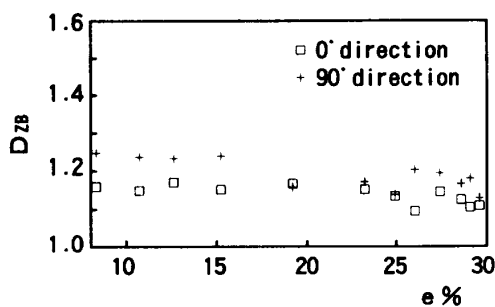


Fig. 11 Relationship between  $D_{ZB}$  and strain  $e$

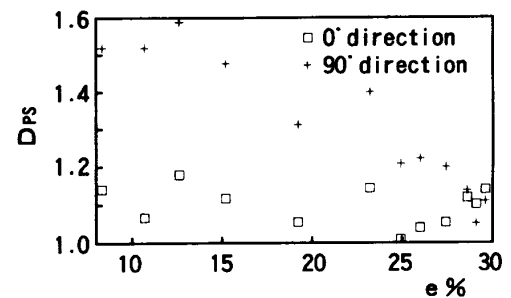


Fig. 13 Relationship between  $D_{PS}$  and strain  $e$

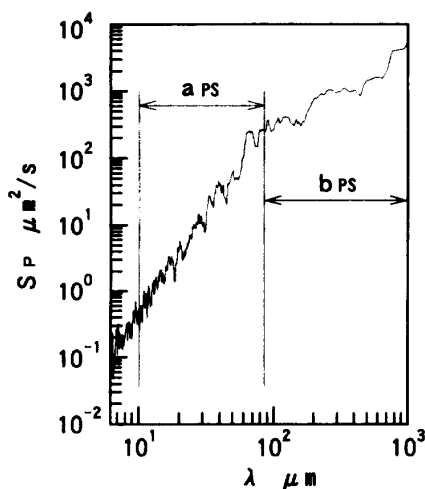


Fig. 12 Relationship between power spectrum  $S_P$  and wave length  $\lambda$  ( $0^\circ$ ,  $e=26\%$ )

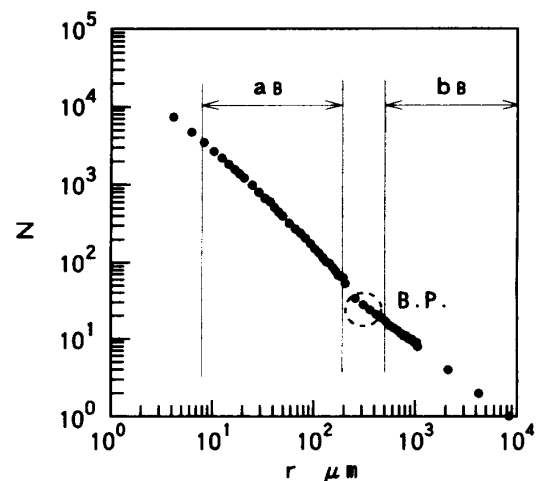
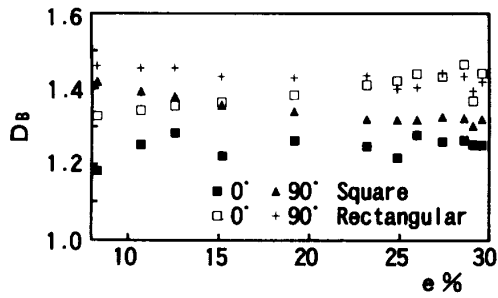
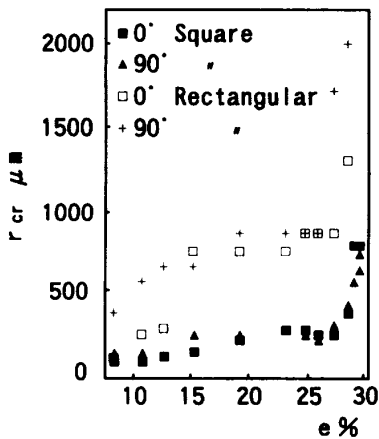


Fig. 14 Relationship between box number  $N$  and box width  $r$  in box counting method ( $0^\circ$ ,  $e=26\%$ , square)

Fig. 15 Variation of  $D_B$  with strain  $e$ Fig. 16 Variation of critical box width  $r_{cr}$  with strain  $e$ 

増加傾向を、 $90^\circ$  方向では減少傾向を示した後、ほぼ一定値になっている。また、長方形ボックスのほうが正方形ボックスよりも高い  $D_B$  値を示している。 $D_B$  の値は、 $90^\circ$  方向の値が  $0^\circ$  方向の値より大きくなっているが、表面断面曲線との比較より、 $90^\circ$  方向のほうがより複雑になっていることと対応することが認められた。したがって、 $D_B$  は少なくとも表面プロファイルの複雑さの定性的比較には有用と考えられる。

前述の折れ曲がり臨界点におけるボックスの横幅を  $r_{cr}$  とし、伸びひずみ  $e$  に対してプロットした結果を図 16 に示す。これより、ボックス形状および試験片の採取方向にかかわらず、 $r_{cr}$  は  $e$  に対して徐々に増加した後、急増している。このときの伸びひずみはいずれの場合も  $e \approx 28\%$  で、局所くびれ発生時の伸びひずみとほぼ一致することがわかる。この理由を検討した結果、 $r_{cr}$  の急変は、局所くびれ発生により表面に大きなうねり(図 3 参照)が生じるときに起こることがわかった。

**4.5 各種フラクタル次元の考察** 4.4 節までに述べた結果から、いずれの解析手法によっても試験片自由表面プロファイルがフラクタル性をもつことが確かめられた。しかし、得られた各種フラクタル次元相互

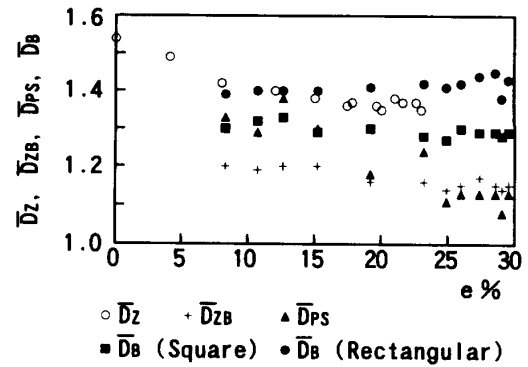


Fig. 17 Comparison among various fractal dimensions

の理論的關係は現在のところ明らかでない。そこで、本節ではそれぞれのフラクタル次元および解析手法の特性について定性的に論ずることとした。本研究で得られた各種フラクタル次元をまとめて図 17 に示す。ここに、 $\bar{D}_{zB}$ 、 $\bar{D}_{PS}$ 、 $\bar{D}_B$  は  $0^\circ$  方向と  $90^\circ$  方向の平均値である。これらおよび  $\bar{D}_z$  は表面プロファイルの板面内平均特性を表すものと考え、以下に比較検討する。

まず  $\bar{D}_z$  については、 $e \approx 10\%$  を超えるとほぼ一定 (1.35) となり、また 4.2 節においてそれぞれの山もほぼ一様な値をもつことを示した。したがって、これらの結果から、伸びひずみ  $e$  に伴う表面粗化、すなわち表面の幾何構造の変化には新生面の影響がしだいに強く反映するようになり、 $e \approx 10\%$  を超えるとフラクタル構造が一定になること、および本実験に用いた材料表面を曲面として見たときのフラクタル次元は定義により  $\bar{D}_z$  より 1 大きく (2.1 節参照)、約 2.35 であること、を結論できる。 $D_z$  は表面プロファイルの複雑さを表す尺度であり、したがって上記のように、自己アフィン表面であっても自己相似に変換してフラクタル次元を唯一に決定でき、表面マイクロ幾何形状を直接的に評価できる点で、零点集合法は有用と考えられる。ただし、表面が大きくなるとり試験片が湾曲する場合には、試料作成および測定上の理由からこの方法の適用は困難である。

$\bar{D}_{PS}$  の値および変化傾向は  $\bar{D}_z$  の場合と異なり、約 1.4 から 1.1 へと伸びひずみ  $e$  に伴って減少している。このように  $\bar{D}_{PS}$  が  $\bar{D}_z$  と定量的に異なるのは両者の持つ物理的意味の違いに起因すると考えられる。すなわち、 $\bar{D}_z$  は前述のように幾何形状の複雑さを直接的に表す尺度であるのに対して、 $D_{PS}$  はスペクトルとして見たときの波長依存性を表す尺度であるからである。また、 $D_{PS}$  が  $e$  に対して低下する現象は、ひずみに伴って表面積が増すにつれて長波長のスペクトルが強

くなることを示している。パワースペクトル法では表面プロファイルの変化を感度よくとらえることができるが、 $1 \leq \beta \leq 3$  の範囲外のとき  $D_{PS}$  は一定となり、スペクトル分布の違いが  $\bar{D}_{PS}$  に反映しなくなる欠点がある。

$\bar{D}_{ZB}$  も同様の減少傾向にあり、その値も  $\bar{D}_{PS}$  に比較的近く、したがって、 $\bar{D}_{PS}$  と類似の特性をもつと考えられる。これは、 $\bar{D}_{ZB}$  が表面凹凸の波の間隔の分布、換言すれば一種の波長分布を評価する尺度であるためと思われる。

$D_B$  は伸びひずみ  $e$  に対して方向別に異なる変化を呈したが(図15)、その平均値である  $\bar{D}_B$  は  $e$  に対してほぼ一定となり、その値も比較的  $\bar{D}_Z$  に近い(図17)。この理由は、 $D_B$  が元来自己相似の幾何形状に対して複雑さを表す尺度であるためと考えられる。前述のように、ボックスカウンティング法には自己アフィン曲線に対して唯一のフラクタル次元を与えない欠点がある。しかしながら、一方において Mandelbrot は局所次元として曲線の複雑さの定性的な評価法として利用価値があるとも指摘している<sup>(5)</sup>。したがって、本研究結果からは、拡大率を指定し、被覆するボックスの縦横比を適切に選択すれば、ボックスカウンティング法は簡便で有効な評価手段となりうると考えられる。

表面の粗化現象に結晶粒径が強く影響することは古くから知られている<sup>(14)</sup>。本研究でフラクタル次元  $D_{ZB}$ 、 $D_{PS}$ 、 $D_B$  を決定する際に採用した波長や粗視化の幅は、結果的に約 10~100  $\mu\text{m}$  となり、これは結晶粒 1~6 個程度の大きさに相当する。したがって、これらの次元の値は、結晶粒の滑り変形および回転に伴う表面プロファイル変化が密接に反映した結果と考えられる。一方、 $D_Z$  では、その値を決定する際の零点集合要素のサイズは直径にして約 4~300  $\mu\text{m}$  程度であり、他の次元と比較して、よりマクロな範囲までの情報が含まれていることになる。

以上の結果から表面プロファイルの挙動をまとめると、伸びひずみに伴う表面粗化過程において、一定のフラクタル構造をもつ表面がしだいに増大するとともに、全体的には長波長の凹凸が発達するといえる。

## 5. 結 論

本研究で得られた結果を要約すると次のとおりであ

る。

(1) 本研究で新たに零点集合を求める実験的方法を提示し、フラクタル次元を調べた結果、表面のフラクタル構造は伸びひずみがおよそ 10% を超えるとはほぼ一定となった。また、それぞれのひずみにおける凸部のフラクタル構造はほぼ一様であると結論された。

(2) パワースペクトル法は波長分布特性を評価するものであり、求められたフラクタル次元の変化から、表面プロファイルがひずみに伴って長波長成分が支配的になることがわかった。

(3) ボックスカウンティング法は、原理的に自己アフィン表面に対して不相当とされているが、拡大率を指定すれば、表面プロファイルの複雑さの定性的比較には有用な手法と考えられた。また、被覆ボックス数とボックス幅との関係において折れ曲がりの直線関係が得られた。この折れ曲がり点におけるボックス幅の急激な上昇が局所くびれ発生と対応していることがわかった。

(4) 本研究結果より、表面積が増大するにつれて表面凹凸の長波長成分が強くなるが、表面は局所的にも、全体的にも同じ複雑さ、すなわち、一定のフラクタル構造をもつことがわかった。

## 文 献

- (1) 山口克彦・ほか 3 名, 塑性と加工, 21-237(1980), 909-916.
- (2) 小林徳夫・石垣秀生, 塑性と加工, 15-158(1974), 197-205.
- (3) 渋谷陽二・ほか 2 名, 材料, 41-470(1992), 1611-1615.
- (4) 清水一郎・阿部武治, 機論, 59-588, A(1993), 367-374.
- (5) Mandelbrot, B. B., *Physica Scripta*, 32(1985), 257-260.
- (6) 伊藤憲朗・ほか 2 名, 精密工学会誌, 58-10(1992), 1735-1740.
- (7) 伊藤憲朗・塚田忠夫, 精密工学会誌, 58-7(1992), 1179-1184.
- (8) Peitgen, H. O. and Saupe, D. (山口昌哉・ほか 6 名訳), フラクタルイメージ, (1990), 40, シュプリンガー東京.
- (9) 高安秀樹, フラクタル, (1986), 18, 朝倉書店.
- (10) Peitgen, H. O. and Saupe, D. (山口昌哉・ほか 6 名訳), フラクタルイメージ, (1990), 57, シュプリンガー東京.
- (11) 文献(10)の 56 ページ.
- (12) 文献(10)の 54 ページ.
- (13) Kienzle, O. and Mietzner, K., *Atlas Umgeformter Metallischer Oberflächen*, (1967), 19, Springer-Verlag.
- (14) 福田正成・ほか 3 名, 塑性と加工, 15-167(1974), 994-1002.