

532.542 : 621.6.04

# 水平管内の砂水混合流れに関する実験\*

(第2報, しゅう動流れについての一考察)

葛 原 定 郎\*\*

## 1. 緒 言

水平管路で粒体を水力輸送するとき, 流速が大きいと粒は水に浮遊して送られるが, 流速が小さくなると粒は管の下部に集中し, 管底をしゅう動しながら送られ, さらに流速が小さくなると, 粒はしだいに管底に沈でんたい積するようになる. 同様のことが, 空気による粉粒体輸送においても見られる<sup>(1)</sup>.

筆者は先に, 供試体として表 1 に示す粒径の砂れき\*\*\*を用いて首題の実験を行ない, 粒が浮遊して流れる流速の範囲において考察した結果, ほぼ 3 mm くらいの粒径を境にして, 損失が増加することを第 1 報<sup>(2)</sup>として報告した.

続いて, 砂れきが管の底部をしゅう動する流れについて改めて実験し, 流れを解析するために, 固液二相が二つの層を形成して流れる場合の損失を表わす計算式を導き, 計算値と実測値を比較した. また, 写真によって流れを観察した.

## 2. 記 号

図 4 を参照して, 第 1 報に記したもののほかに次の記号を使用する. 添字の  $m$  は水と砂れきを混合したもの,  $w$  は水,  $s$  は砂れき,  $ws$  は水と砂れきの境界面についての値であることを示す.

- $A$ : 供試管断面積
- $A_w, A_s$ : 水および砂れきの占める面積
- $D_s$ : 直径上のしゅう動層の厚さ
- $p_w, p_s$ : ぬれぶち
- $p_{ws}$ : 水と砂れきの境界長さ
- $\theta$ : 砂れき層が管中心に対して張る角
- $p_1, p_2$ : 測圧点 I, II における圧力
- $\tau_w, \tau_{ws}$ : 表面せん断応力
- $f_w, f_{ws}$ : 表面摩擦係数
- $\mu$ : 砂れきと管壁の間の運動摩擦係数

\* 昭和 39 年 3 月 18 日 東海支部第 13 期総会講演会において講演, 原稿受付 昭和 39 年 6 月 10 日.

\*\* 正員, 三重大学農学部 (津市上浜町).

\*\*\* 第 1 報脚注参照.

$V_w, V_s, V_m$ : 吐出し容積

$\gamma_w, \gamma_s$ : 比重量

$p_0$ : 静止時の砂れきの間げき率

$p$ : しゅう動時の砂れきの間げき率

$\phi, \kappa$ : 係数

$R_s$ : レイノルズ数

$r$ : 相関係数

$\Delta h_{mm}$ : 損失水頭の実測値

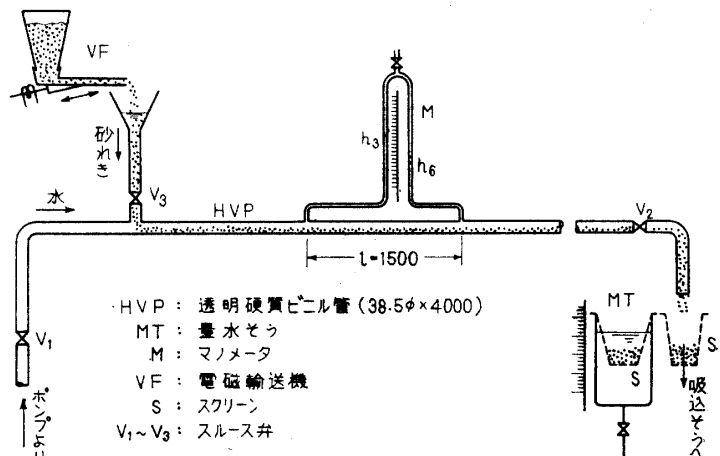
$\Delta h_{mc}$ : 損失水頭の計算値

## 3. 実験方法および結果

3.1 供試砂れき 供試砂れきの粒径および特性については, 第 1 報に詳しく記してあるが, 本報において計算に必要な間げき率を付け加えて, 再び表 1 に示す.

表 1 供 試 砂 れ き

No.	種 類	粒 径 $d_s$ mm	平均径 $d_{sm}$ mm	比 重 $S$	沈降速度 $v_t$ cm/s	間げき率 $p_0$
1	海岸砂	0.29~0.59	0.44	2.67	7.2	0.441
2	"	0.84~1.19	1.02	2.64	12.4	0.454
3	川 砂	1.90~2.46	2.18	2.63	21.9	0.456
4	川れき	2.46~4.04	3.25	2.64	29.8	0.423
5	"	4.04~5.16	4.60	2.64	31.3	0.481
平均	—	—	—	2.64	—	0.450



HVP: 透明硬質ビニル管 (38.5φ×4000)

MT: 量水そう

M: マノメータ

VF: 電磁輸送機

S: スクリーン

V1~V3: スルース弁

図 1 実 験 装 置

**3.2 装置および実験方法** 実験装置も第1報図5に示したものと大差ないが、本実験の場合には管内流速が小さいためにポンプの吐出し側に新たに砂れきの供給口を設け、電磁輸送機を使って、任意の一定量を連続的に供給するようにした。図1に装置の要部を示

す。損失水頭を測定する部分の水平管は、内径38.5φの透明硬質ビニル管で、その特性も第1報に述べたとおりである。

完全なしゅう動流れにおける損失を調べるために、流れは、しゅう動層の上面が著しく波をうったり、底部に部分的なたい積を生じたりすることなく、水と砂れきが明らかに二つの層に分かれて流動するように、弁 $V_1$ ,  $V_2$ で流速を調節した。

実験における平均流速はほぼ0.9~2.1 m/sで、重量混合比はほとんどが15%までであった。また、水温は試料No. 1, 2については平均約29°C ( $\nu = 0.0106 \text{ cm}^2/\text{s}$ ), No. 3~5. では約20°C ( $\nu = 0.0101 \text{ cm}^2/\text{s}$ )であった。圧力水頭の測定は第1報図5の圧力タップ③と⑤の間で行ない、 $l=1.5 \text{ m}$ であった。

**3.3 実験結果** 図2にシルエットとして撮影したしゅう動流れの写真を示す。また第1報と同じように、混合流れの平均流速に対する損失水頭を、粒径別と混合比別に示して図3に示す。図には実験時の二つの平均水温において、平均流速と同じ流速で水だけが流れた場合の供試滑管に対する損失が、実線と破線で記入されている。

損失は粒径と混合比によって変わるので、図の(I)だけから粒径の影響を、また、(II)だけから混合比の影響を直ちに知ることはむずかしいが、(II)から、混合比が増すことによって損失が増すことがうかがわれる。

このような流れを次のように解析し考察してみよう。

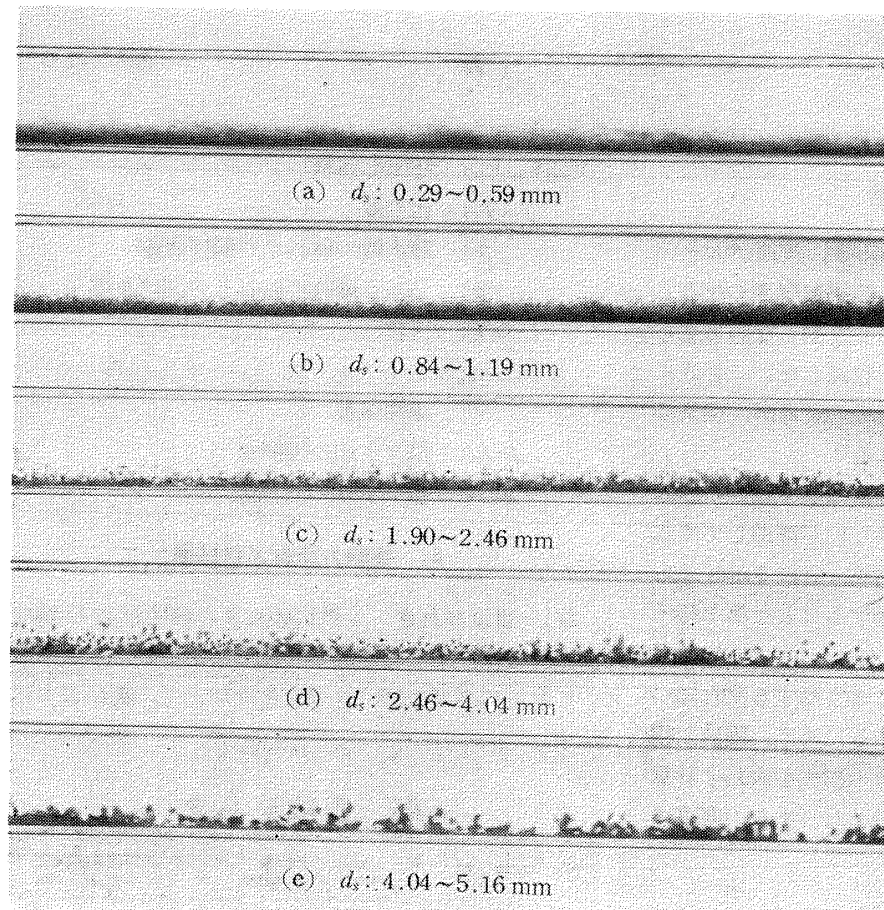


図2 しゅう動流れ

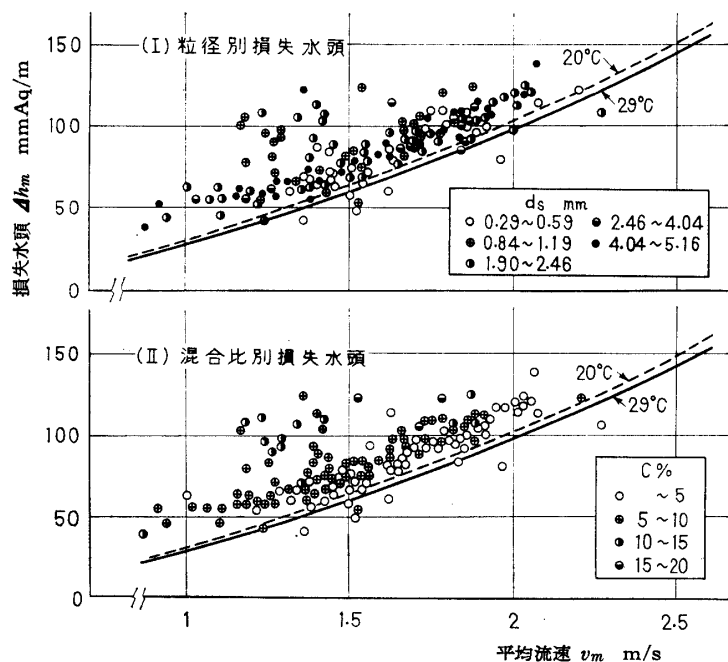


図3 平均流速と損失水頭

#### 4. 考察のための計算式

しゅう動流れにおいては、管路の損失は管壁と砂れきの摩擦による損失と、水による管摩擦損失の二つから成り立つとの考えから、一つの計算式を導いて計算し実測値と比較してみる。

**4.1 計算式** 図 4 に示すように、砂れき層が乱れることなく、水の部分とはっきりした境界を作って整然としゅう動する場合を考える。また、管内の流速分布は断面 II に示すようになるであろうが、これを断面 I に示すような平均流速に置換えて計算を進めることにする。なお、しゅう動層内の水は砂れきと一体になって流動するものとする。

砂れきの層が管中心に対して張る角を  $\theta$  とすれば、次の関係がある。

$$A = \pi D^2/4 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$A_s = (\theta - \sin \theta) D^2/8 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$A_w = (2\pi - \theta + \sin \theta) D^2/8 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$D_s = (1 - \cos \theta/2) D/2 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$p_s = \theta D/2 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$p_w = (\pi - \theta/2) D \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$p_{ws} = (\sin \theta/2) D \quad \dots\dots\dots (7)$$

さらに、あとの計算\*のために、次の六つの比を定める。

$$\xi_D = D_s/D = (1 - \cos \theta/2)/2 \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\xi_{A1} = A_w/A = (2\pi - \theta + \sin \theta)/2\pi \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\xi_{A2} = A_s/A = (\theta - \sin \theta)/2\pi \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\xi_p = p_{ws}/p_w = (\sin \theta/2)/(\pi - \theta/2) \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$m_1 = A/p_w = \pi D/4(\pi - \theta/2) = K_1 D \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$m_2 = A/p_w = (2\pi - \theta + \sin \theta) D / 8(\pi - \theta/2) = K_2 D \quad \dots\dots\dots (13)$$

図 5 に  $\theta$  に対するこれらの値の変化を示す。

図 4 の測圧点 I-II 間において、水だけの部分  $A_w$  のつりあいを考えると

$$A_w(p_1 - p_2) = \tau_w p_w l + \tau_{ws} p_{ws} l \quad \dots\dots\dots (14)$$

しゅう動層  $A_s$  では、層に働く力が層と管の間の摩擦力とつりあうものと考えれば

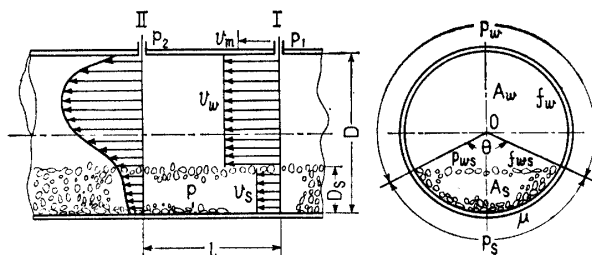


図 4 しゅう動流れ

$$A_s(p_1 - p_2) + \tau_{ws} p_{ws} l = A_s l (1 - p) \gamma_w (S - 1) \mu \quad \dots\dots\dots (15)$$

式 (14), (15) を辺々加えると

$$(A_w + A_s)(p_1 - p_2) = \tau_w p_w l + A_s l (1 - p) \gamma_w (S - 1) \mu \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここで

$$\tau_w = f_w \gamma_w v_w^2 / 2g \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$f_w = \lambda_w / 4 \quad \dots\dots\dots (18)$$

と置き、かつ、

$$A = A_w + A_s \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$\Delta h_m = \frac{1}{l} \frac{p_1 - p_2}{\gamma_w} \quad \dots\dots\dots (20)$$

と置くと式 (16) は

$$\Delta h_m = \frac{p_w}{4A} \lambda_w \frac{v_w^2}{2g} + \frac{A_s}{A} (1 - p) (S - 1) \mu \quad \dots\dots\dots (21)$$

実験では水と砂れきの吐出し量から、混合流れの平均流速  $v_m$  および重量混合比  $C$  を求めるから、式 (21) の中にこれらの値がはいってくるようにするために、次の計算を行なう。

$$W_s = A_s v_s (1 - p) \gamma_s \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$W_w = (A_w v_w + A_s v_s p) \gamma_w \quad \dots\dots\dots (23)$$

式 (22) から  $v_s$  を求めて式 (23) に代入すると

$$v_s = \frac{1}{A_s} \frac{W_s}{\gamma_s} \frac{1}{1 - p} \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$v_w = \frac{1}{A_w} \left( \frac{W_w}{\gamma_w} - A_s v_s p \right) = \frac{1}{A_w} \left( \frac{W_w}{\gamma_w} - \frac{W_s}{\gamma_s} \frac{p}{1 - p} \right) = \frac{1}{A_w} \frac{W_w}{\gamma_w} \left( 1 - \frac{C}{S} \frac{p}{1 - p} \right) \quad \dots\dots\dots (25)$$

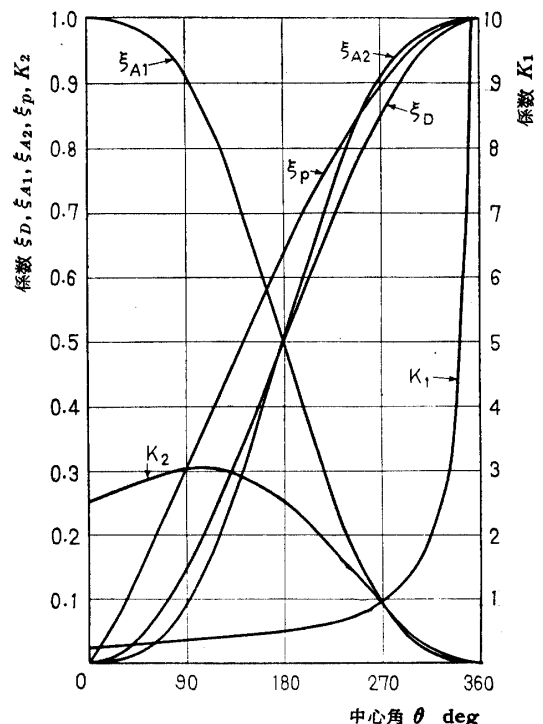


図 5  $\theta$  と式 (8)~(13) の関係

\* 第 3 報において使用するものも含む。

ここで

$$C = W_s / W_w \dots\dots\dots (26)$$

$$S = \gamma_s / \gamma_w \dots\dots\dots (27)$$

一方,  $v_m$  については

$$\begin{aligned} v_m &= \frac{V_m}{A} = \frac{V_w + V_s}{A} = \frac{1}{A} \left( \frac{W_w}{\gamma_w} + \frac{W_s}{\gamma_s} \right) \\ &= \frac{1}{A} \frac{W_w}{\gamma_w} \left( 1 + \frac{C}{S} \right) \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

式 (25), (28) から

$$\begin{aligned} v_w &= \frac{A}{A_w} \frac{1 - Cp/S(1-p)}{1 + C/S} v_m \\ &= \frac{A}{A_w} \frac{S - C\phi}{S + C} v_m \dots\dots\dots (29) \end{aligned}$$

ただし,

$$\phi = p/(1-p) = \text{間げき/粒体} \dots\dots\dots (30)$$

式 (21) に式 (29) を代入し, かつ, 式 (9), (10), (12) を使うと

$$\begin{aligned} \Delta h_m &= \frac{p_w}{4A} \lambda_w \left( \frac{A}{A_w} \right)^2 \left( \frac{S - C\phi}{S + C} \right)^2 \frac{v_m^2}{2g} + \frac{A_s}{A} (1-p)(S-1)\mu \\ &= \frac{\lambda_w}{4K_1} \left( \frac{1}{\xi_{A1}} \right)^2 \left( \frac{S - C\phi}{S + C} \right)^2 \frac{1}{D} \frac{v_m^2}{2g} \\ &\quad + \xi_{A2} (1-p)(S-1)\mu \dots\dots\dots (31) \end{aligned}$$

式 (31) は水と粒が二つの層を形成して平均流速  $v_m$ ,

混合比  $C$  で流れる場合の損失を表わす式であり, 水だけが流れる場合には  $C=0$ ,  $\xi_{A1}=1$ ,  $\xi_{A2}=0$ ,  $K_1=1/4$  となって, 右辺の第1項は Darcy の式となり, 第2

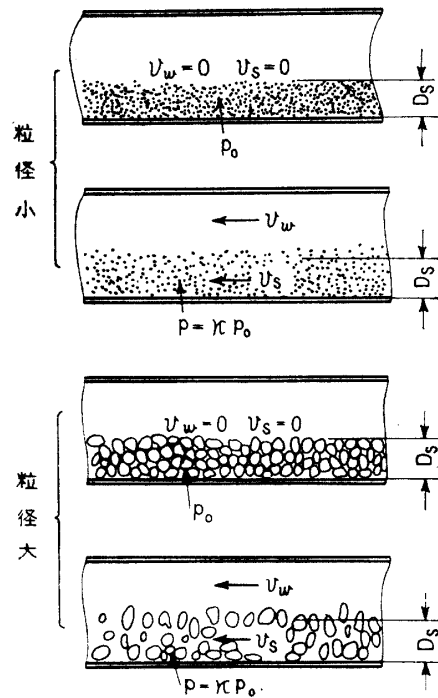


図6 間げき率

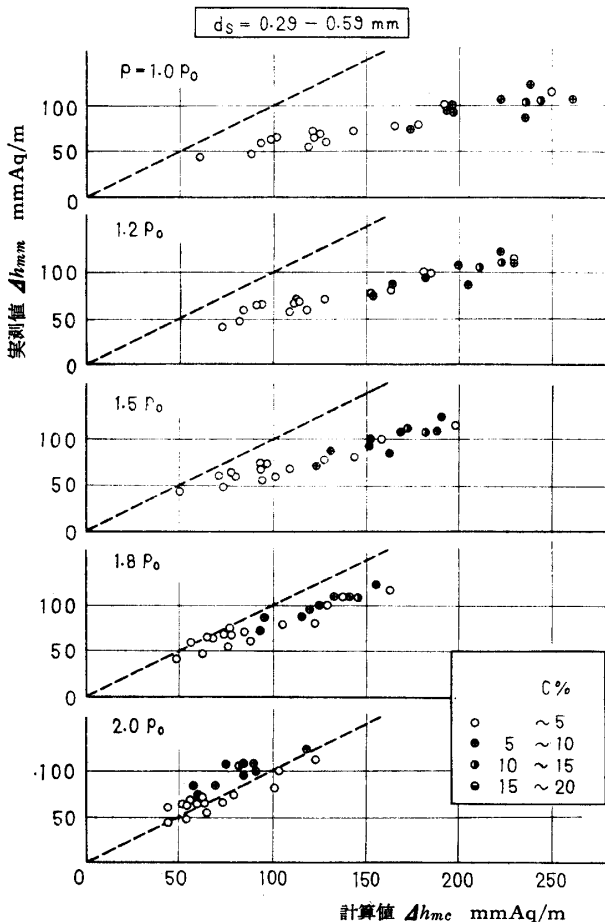


図7 計算値と実測値 (1)

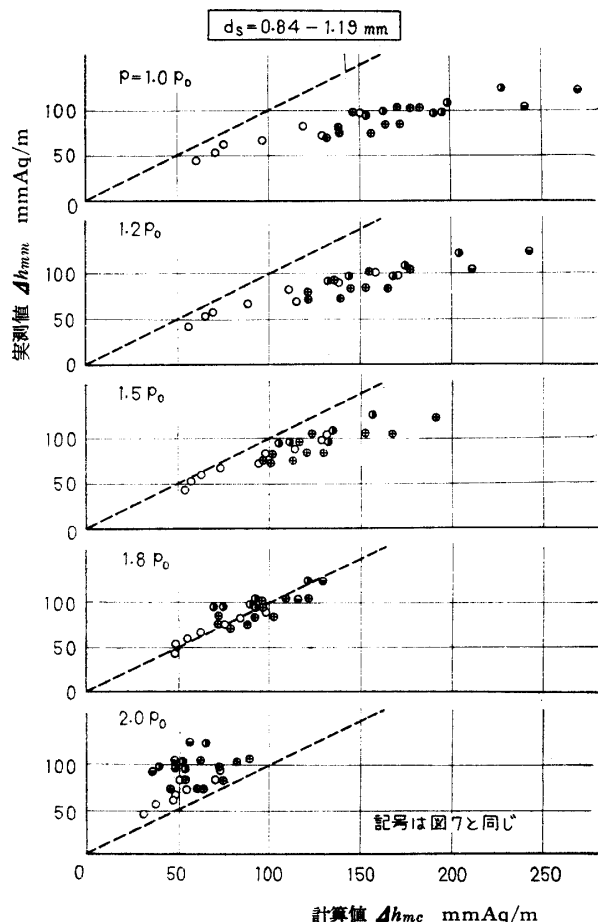


図8 計算値と実測値 (2)

項の摩擦項は 0 となる。

**4.2 計算** 式(31)の計算は次のように進める。まず、3.2 節に述べた方法で、表1の粒径別に種々のしゅう動層の厚さ  $D_s$  で流したときの損失水頭  $\Delta h_m$ 、平均流速  $v_m$ 、重量混合比  $C$  を求め、次に、図5を使って式(8)の  $\xi_D$  に対する  $\xi_{A1}$ ,  $\xi_{A2}$ ,  $K_1$  を  $\theta$  を媒介にして求める。

$\lambda_w$  については、水の部分の水力水深  $m_2$  と平均流速  $v_w$  に対する  $R_e$  数を計算し、Moody の線図<sup>(3)</sup>から、滑管に対する摩擦損失係数として求めることにする。

第2項の摩擦係数  $\mu$  は正確にはつかみ得ないが、しゅう動層の底部は管壁の上をすべっている場合が多いので、筆者が先に求めた水中における砂れきと滑管の間の運動摩擦係数のうちのすべり摩擦係数  $\mu=0.31$ <sup>(4)</sup> を用いることにする。

## 5. 考 察

しゅう動層は図2の写真に示すように、小さい粒径(砂)では層の内部でも粒が容易に浮揚し、大きい粒径(れき)では粒と粒が衝突したり、ころがったりして、層内に粗密が生じる。式(31)中の  $p$  はしゅう動時の間げき率であって、これは実測することができないの

で、図6に示すように流速0の状態で粒がたい積したときの間げき率  $p_0$  の  $\kappa$  倍であるとして

$$p = \kappa p_0 \dots\dots\dots (32)$$

と表わし、 $\kappa=1.0, 1.2, 1.5, 1.8, 2.0$  の五つの場合について式(31)から損失を計算し、実測値と比較することにする。 $p_0$  は表1に示すように、供試粒については平均0.45であって、 $p < 1$  であるから、 $\kappa p_0 < 1$ ,  $\kappa < 2.22$  である。

以上のようにして求めた計算結果を、横軸に計算値  $\Delta h_{mc}$ 、縦軸に実測値  $\Delta h_{mm}$  をとって粒径別に示したのが図7~11である。破線は  $\Delta h_{mm} = \Delta h_{mc}$  を表わす直線である。

これらの図を見ると、五つの粒径ともに  $p$  が小さいときには計算値のほうが大きく、 $p$  が大きくなると実測値のほうが大きくなり、その中間に両者が最もよく合う所があることがわかる。両者の偏差が最も小さくなる時の間げき率を求めるために、両者の相関係数  $r$  を求めてみると表2のようになる。この結果を1 mm 方眼紙にプロットし、かつ図7~11を参照して間げき率の変化に対する相関係数の変化を曲線で表わすと図12を得、図12から相関係数の最大値とそれに対する間げき率を求めると、表2の最右端に示したよ

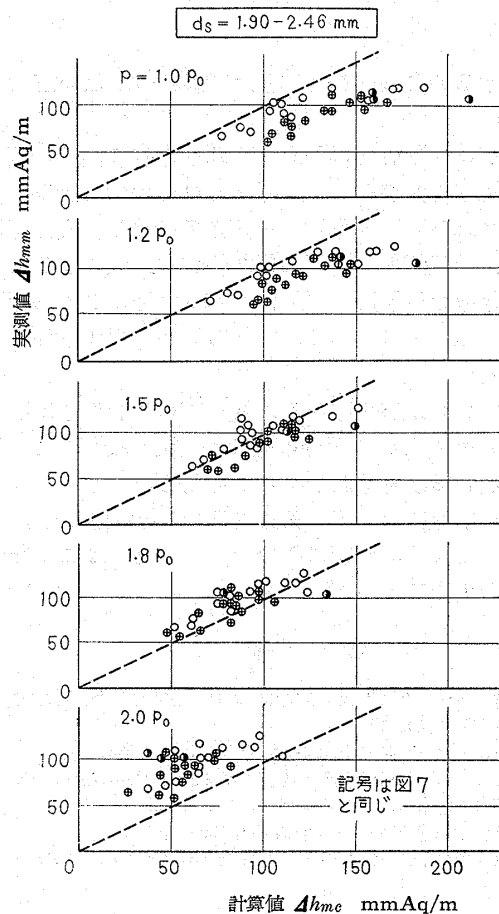


図9 計算値と実測値(3)

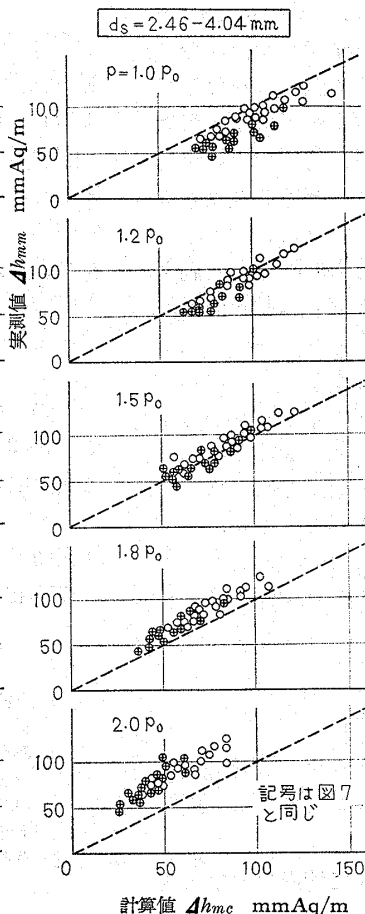


図10 計算値と実測値(4)

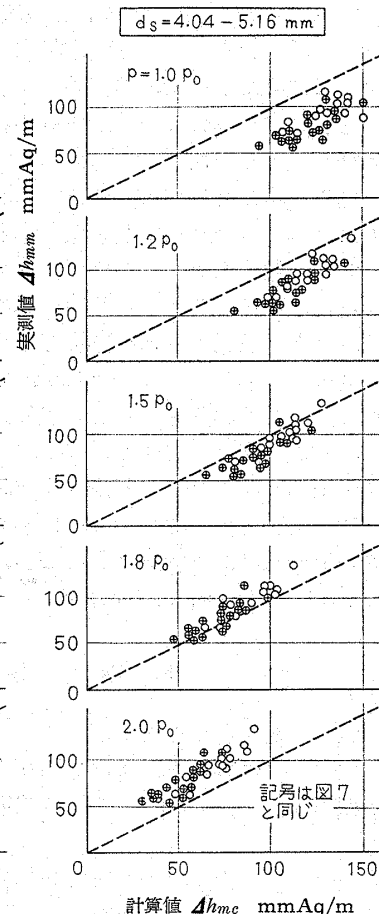


図11 計算値と実測値(5)

表 2 相関係数の計算結果

No.	$d_s$ mm	$p = \kappa p_0$					$r_{\max}$	$p$
		$1.0p_0$	$1.2p_0$	$1.5p_0$	$1.8p_0$	$2.0p_0$		
1	0.29~0.59	0.93	0.94	0.96	0.96	0.83	0.97	0.83
2	0.84~1.19	91	90	92	87	38	0.93	0.74
3	1.90~2.46	73	79	84	76	66	0.85	0.72
4	2.46~4.04	86	93	92	98	90	0.98	0.77
5	4.04~5.16	77	85	89	91	93	0.93	0.86

うな値を得る。

図 13 はこの結果を粒径を横軸にとって示したもので、No. 1 から No. 3 の粒径では間げき率は小さくなるが、No. 4 から No. 5 にかけて再び大きくなることわかる。既述のように、No. 1 のように砂と呼ばれる細かい粒径では、しゅう動層の内部においても粒が浮揚して間げき率が大きくなるが、粒径が大きくなって管底部に集中するようになると間げき率は減ってくる。しかし、さらに粒径が大きくなると、層をなして平滑にしゅう動することがむずかしくなるために、間げき率は再び大きくなるといえる。

以上の結果から、式 (31) を使用する際に、粒径によって表 2 または図 13 に示すような間げき率を使用すれば、85~98% の相関で損失水頭を計算することができる。

粒と管壁の間の摩擦係数としては 4.2 節に述べたように  $\mu = 0.31$  を用いたが、この値は粒径が約 1~4.6 mm の単粒を水をみたした滑管内ですべらせた場合について求めたもので、本実験のように粒が層をなしてしゅう動する場合には、最下層の粒は粒径によっては跳躍や転動を行なうものもあるので、特に粒径の小さい丸みを帯びた粒では、管壁との間の摩擦係数はもう少し小さくみなければならないかも知れない。

なお、粒と水を二つの層に分けて完全にしゅう動させるためには、おのずから層の厚さ  $D_s$  に制限が加わる。小さい粒径では水に浮揚しやすいから  $D_s$  をある程度大きくすることができるが、あまり大きくなると層の上面が波をうって水との境界がはっきりしなくなる。また、大きい粒径では  $D_s$  が大きくなると下部の粒が上部の粒のために円滑にすべらなくなり、部分たい積や脈動を生ずるので  $D_s$  は小さくとどまる。本実験の場合には、各実験回数の  $\xi_D$  の平均値は、試料 No. 1, 2 では約 0.33, No. 3~5 では約 0.23 であった。

## 6. 結 論

以上の結果をまとめると

(1) 供試砂れきが管底をしゅう動する場合の損失水頭を測定し、同時に粒の流動状態を観察した(図2, 3)。

(2) 粒と水が二つの層に分かれて管内を異なる速

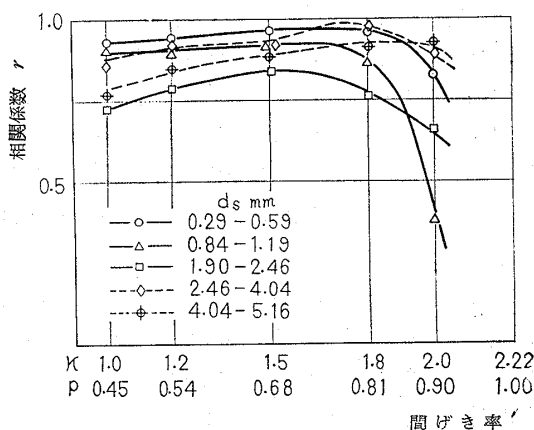


図 12 間げき率と相関係数

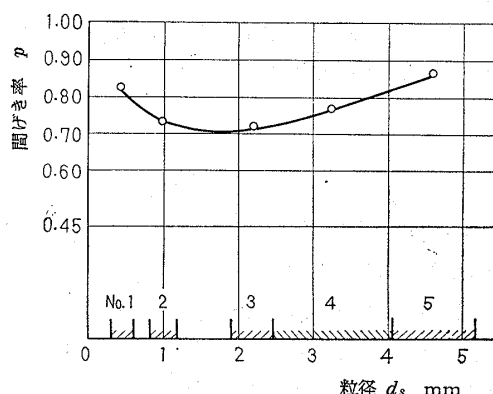


図 13 相関係数が最大になるときの間げき率

度で流動する場合の、損失を表わす計算式を導いた[式 (31)]。

(3) しゅう動層内の砂れきの間げき率は、静止状態のそれよりも大きいことが考えられるので、計算式の中に含まれる間げき率の値を変えて計算し、実測値と比較し、計算値と実測値の相関係数が最大になるときの間げき率を粒径別に求めた(図13)。逆にこの間げき率を用いることによって、式 (31) から損失水頭が計算できる。

(4) 計算および視察から、試料 No. 3 を中心にして、1~3 mm くらいの粒径のものが、粒の最もつまった典型的なしゅう動流れをするといえる。

最後に、本報においては編集理事のご指摘により、講演前刷<sup>(5)</sup>における考察の部分を訂正した。ここに記して謝意を表する。

## 文 献

- (1) 上滝・ほか 4 名, 機械学会第 40 期通常総会講演会前刷集, No. 86, (昭 38-4), 129.
- (2) 葛原, 機械学会論文集, 29-204 (昭 38-8), 1 263.
- (3) たとえば F. Herning, *Stoffströme in Rohrleitungen*, (1961), 付図 I, VDI-Verlag, Düsseldorf.
- (4) 葛原, 機械学会論文集, 30-213 (昭 39-5), 594.
- (5) 葛原, 機械学会東海支部第 13 期総会講演会前刷集, (昭 39-3), 5.