

621.6.04:531.441.45

滑管内静水中における砂れきの沈降, 転動および滑動*

葛 原 定 郎**

Falling, Rolling or Sliding of Gravel in Rest Water
in a Vertical or Inclined Smooth Pipe

by Sadao KUZUHARA

Falling, rolling or sliding motion and the descending velocity of a grain of gravel in rest water in a vertical or inclined smooth pipe were investigated.

The diameter of the grain was about 1~5 mm, and the pipe was of a transparent hard vinyl, 38.5 mm in inner diameter.

The formula which expressed the descending velocity considering the shape of the grain was theoretically established. From this formula and the experimental results, the kinetic coefficient of friction between the pipe wall and grain in the case of rolling or sliding was calculated.

The static coefficient of friction was also measured and compared with the kinetic one.

As a result, it was found that the frictional character of the pipe wall was similar to that of brass, and the sliding or rolling coefficient of friction showed respectively about one half or one third of the static coefficient.

1. 緒 言

著者はさきに水平管における砂れき***と水の混合流れに関する実験⁽¹⁾を行なったが, 続いてこれに関する若干の計算を進めるために, 砂れきと供試透明硬質ビニル管との間の運動摩擦係数が必要になった. 砂たとえば金属面との間の静止摩擦係数については, 植松らによって測定されている⁽²⁾が, 運動中の摩擦係数については報告がない.

著者は, 供試透明管に水をみだし, その傾斜角を変えて砂れきの単粒を降下させ, その降下姿勢(沈降, 転動, 滑動)を観察しながら降下速度を測定し, 久宝が粗管内でじりについて行なった実験⁽³⁾と同様に, 粒の形状を考慮に入れて降下速度を表わす式を求め, この式から砂れきと管の間の運動摩擦係数を求めた. また, 静水中および空気中の静止摩擦係数も求めて比較した.

2. 記 号

付記の単位は計算に使用したものである.

d_s : 個々の砂れきの粒径 mm

d_{sm} : 平均粒径(二つのふるい目の平均値) mm

* 昭和 38 年 9 月 8 日 第 13 回応用力学連合講演会において講演, 原稿受付 昭和 38 年 10 月 7 日.

** 正員, 三重大学農学部(津市上浜町).

*** 粒径が 2 mm 以下を砂, 2 mm 以上をじりという(JIS)が, ここではこれらをいっしょにして「砂れき」と呼ぶことにする.

b, h, l : 個々の粒の幅, 高さ, 長さ

V : 粒の体積

A : 粒の降下方向への投影面積

W : 粒の水中における重さ

γ, γ_s : 水および粒の比重

v_s : 粒の降下速度 cm/s

ζ : 粒の抵抗係数

μ : 粒と管壁との間の摩擦係数

θ : 管壁の傾斜角

N : W の管壁に垂直な成分

P : W の管壁に平行な成分

R : 粒に働く抵抗力

F : 粒と管壁との間の摩擦力

R_0 : レイノルズ数

g : 重力の加速度 cm/s²

3. 粒の降下姿勢

静水中を粒が降下する場合, 粒の形状と管壁の傾斜角によって, 粒はいろいろな姿勢をとり, 降下速度も異なる. 第 4 章において理論式を導くのに必要であるので, 観察結果から降下姿勢をまとめると次のようになる. ただし, 個々の粒を第 1 図に示すように x, y, z を軸とし, b, h, l をそれぞれ幅, 高さ, 長さとするだ円体と考え, h/b で粒のへん平度を表わすことにする. 第 2 図は傾斜角 θ と降下姿勢の関係を示すものであるが, 図において

沈降： 管を鉛直 ($\theta=90^\circ$) にした場合に，円柱状の細長い粒は y 軸を水平にし，球に近い粒は回転しながらほぼ鉛直に降下し (1)， h/b が小さいものすなわちへん平な粒は y 軸を水平にして，抵抗が最大になる姿勢 (2) で沈降する。粒体が水送される場合にも，粒は抵抗が最大になる姿勢をとることが報告されている⁽⁴⁾。

中間： θ が 90° より少し小さくなると， h/b の大きい粒は y 軸を水平にして跳躍しながら転動する (3) が， h/b の小さいものは木の葉が舞うような形 (4) で降下する。これを中間の姿勢と呼ぶことにする。

転動： h/b の大きい粒が y 軸を水平にして，壁面上をころがる場合 (5) であるが，(3) の場合とは異なって，粒は壁面から大きく離れない。

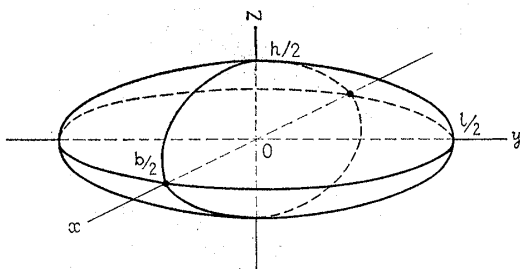
滑動： 丸みを帯びた粒も細長い粒も，ともに y 軸が管軸と一致する姿勢でころがることなく滑降する場合 (6, 7) と， θ がある程度大きくなる時，へん平な粒が一端を壁に接触させ， y 軸が水平に近い姿勢すなわち抵抗が最大になる姿勢 (8) で静かに滑降する場合とがある。

静止： θ が静止摩擦角に等しくなると粒は静止する (9, 10)。

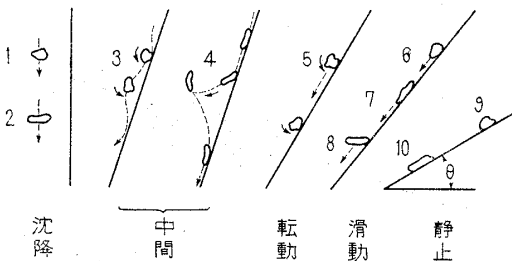
粒の形状によって，同じ傾斜角でも，転動するもの滑動するもの，あるいは，転動と滑動を交互に繰返すものがある。また傾斜角が小さくなると途中で停止する場合がある。

4. 理論式

第3図は，粒が壁面を転動または滑動によって速度



第1図 粒の座標



第2図 粒の降下姿勢

v_s で降下する状態を示す。第2章の記号を参照して，粒に働く力は次のようになる。ただし粒が静止した水から受ける抵抗は，粒の姿勢によって変化するが，一般的に (5) 式で表わされるものとする。

$$W = (\gamma_s - \gamma) V \dots\dots\dots (1)$$

$$N = W \cos \theta = (\gamma_s - \gamma) V \cos \theta \dots\dots\dots (2)$$

$$P = W \sin \theta = (\gamma_s - \gamma) V \sin \theta \dots\dots\dots (3)$$

$$F = \mu N = \mu (\gamma_s - \gamma) V \cos \theta \dots\dots\dots (4)$$

$$R = \zeta \gamma A v_s^2 / 2g \dots\dots\dots (5)$$

力のつりあいを考えると

$$\zeta \gamma A v_s^2 / 2g = (\gamma_s - \gamma) V \sin \theta - \mu (\gamma_s - \gamma) V \cos \theta \dots\dots\dots (6)$$

これから

$$v_s = \left\{ \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} (\sin \theta - \mu \cos \theta) \frac{2gV}{\zeta A} \right\}^{1/2} \dots\dots (7)$$

(7) 式で γ_s, γ は一定で，同じ傾斜角 θ では μ も一定と考えられるので，円板または円柱に対して $\zeta = \text{const.}$ と考えられる $Re > 1 \times 10^2$ の範囲⁽⁵⁾ で実験すれば

$$v_s = K'' (V/A)^{1/2} \dots\dots\dots (8)$$

ここに

$$K'' = \left\{ \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} (\sin \theta - \mu \cos \theta) \frac{2g}{\zeta} \right\}^{1/2} \dots\dots (9)$$

とおくことができる。

(7) 式において $\theta=90^\circ$ とすれば v_s は沈降速度を表わし

$$v_s = \left\{ \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} \frac{2gV}{\zeta A} \right\}^{1/2} \dots\dots\dots (10)$$

$$K'' = \left\{ \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} \frac{2g}{\zeta} \right\}^{1/2} \dots\dots\dots (11)$$

となって K'' は μ に無関係になる。

また， $v_s=0$ になるときには

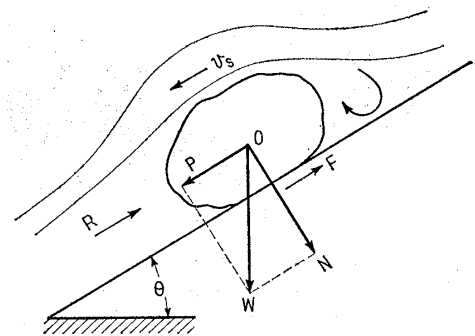
$$\sin \theta - \mu \cos \theta = 0 \dots\dots\dots (12)$$

$$\mu = \tan \theta \dots\dots\dots (13)$$

$$K'' = 0 \dots\dots\dots (14)$$

となり， μ は静止摩擦係数となる。

(8) 式または (10) 式における V/A の値は，第3



第3図 粒に働く力

章に考察した降下姿勢から、降下速度が個々の粒の粒径 d_s とへん平度 h/b に関係するものとし、さらに、実用的には粒径は二つのふるい目の平均値で表わすから、 d_s の代りに d_{sm} を用いて

$$V/A = kd_{sm}(h/b)^n \dots\dots\dots(15)$$

と表わす。したがって

$$v_s = K'd_{sm}^{1/2}(h/b)^m \dots\dots\dots(16)$$

ここに $m=n/2$, $K'=K''k$ である。

実験結果から m はほぼ 0.5 となるので $m=0.5$ とし、 K' を K と書くと降下速度は次式で示される。

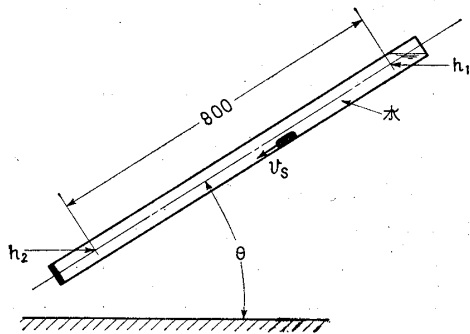
$$v_s = Kd_{sm}^{1/2}(h/b)^{1/2} \dots\dots\dots(17)$$

5. 実験方法

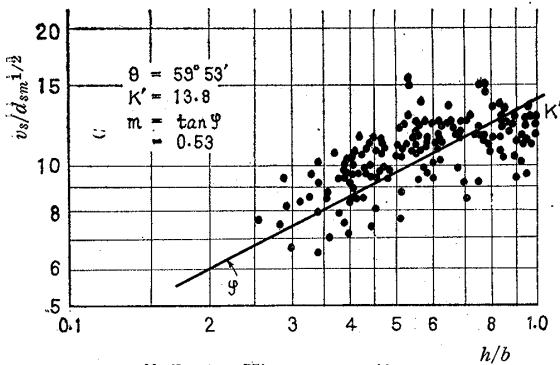
供試材料は第1表に示すように、川砂をふるい分けしたものである。管は砂水混合流れの実験⁽¹⁾に用いたものと同じもの、すなわち、内径が 38.5φ の透明硬質ビニル管で、これに水をみまして第4図のように傾斜させ、 θ を 5 とおりに変えて粒を降下させ、降下姿

第1表 供試砂れき

d_s mm	d_{sm} mm	$\bar{\gamma}_s$ (平均)
0.84~1.19	1.02	2.64
1.19~1.90	1.55	
1.90~2.46	2.18	
2.46~4.04	3.25	
4.04~5.16	4.60	



第4図 実験方法



第5図 K' と m の値の一例

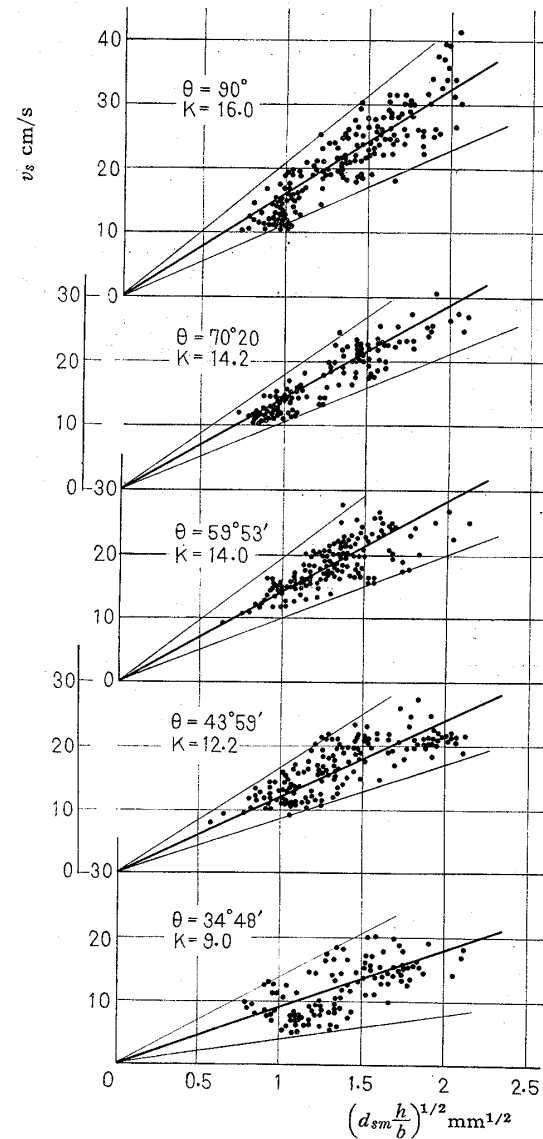
勢を観察しながら速度を測った。また、静止摩擦係数を求めるために、水をみつけた場合とみたさない場合について、粒が降下を始める角度 θ を求めた。 θ は測定区間の上端 h_1 と下端 h_2 をカセットメータで読んで算出した。

6. 実験結果と整理

実験ならびに計算結果は第2表にまとめて示してあるが、数多い測定のうち、第4章に述べた理由により $R_0 < 1 \times 10^2$ のものは計算から除外した。

6.1 理論式の係数の決定

まず、(16)式における係数 K' と指数 m を求めるために、両対数方眼紙に実験値をプロットした。第5図に一例として $\theta = 59^\circ 53'$ の場合を示す。このようにして5とおりの角度について K' と m を求めた結果、第2表のように m は 0.5 前後の値となった。したがって $m=0.5$ と



第6図 K の値

して (17) 式を得た。次に (17) 式の K を求めるために第 6 図のように実験値をプロットし、原点を通る直線を引いてそのこう配を求めた。 K の値も第 2 表に示してある。

以上の係数の値は降下速度に cm/s を、粒径に mm の単位を使って算出したものである。実験値が広い範囲に散らばっているのは、計算に使用した平均粒径 d_{sm} は個々の粒径 d_s と異なること、また、粒の種類(比重)も形状もそれぞれ異なることなどの理由によるものであろう。

6.2 運動摩擦係数の推定 傾斜角 θ_1 と θ_2 における粒の運動摩擦係数を μ_1, μ_2 、(17) 式の係数を K_1, K_2 として K_1/K_2 を求めると、式の誘導過程からこれは (9) 式の K' の比、すなわち、右辺の比にほぼ等しい。 $\zeta = \text{const.}$ と考えれば

$$\frac{K_1}{K_2} = \left\{ \frac{\sin \theta_1 - \mu_1 \cos \theta_1}{\sin \theta_2 - \mu_2 \cos \theta_2} \right\}^{1/2} \dots\dots\dots(18)$$

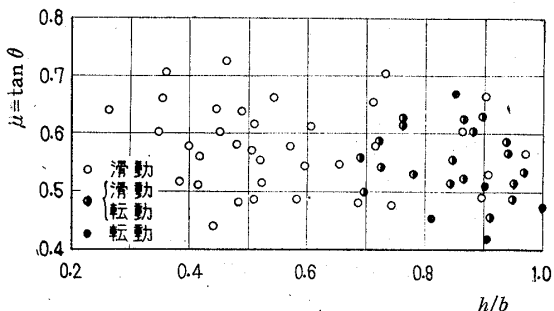
上式で $\theta_2 = 90^\circ$ とすれば

$$\sin \theta_1 - \mu_1 \cos \theta_1 = (K_1/K_2)^2 \dots\dots\dots(19)$$

となって、傾斜角 θ_1 に対する μ_1 を求めることができる。このようにして求めた μ の値が第 2 表に示してあるが、降下姿勢を考えると $\theta = 60^\circ$ と $\theta = 44^\circ$ ではころがり摩擦係数を、 $\theta = 35^\circ$ ではすべり摩擦係数を表わすことになる。なお、 $\theta = 70^\circ$ では不安定な中間姿勢をとるので省いた。

6.3 静水中および空気中における静止摩擦係数

6.2 節で求めた粒と管壁の間の運動摩擦係数と比較するために、粒が動き始める時の傾斜角を測って (13)



第 7 図 静水中の静止摩擦係数

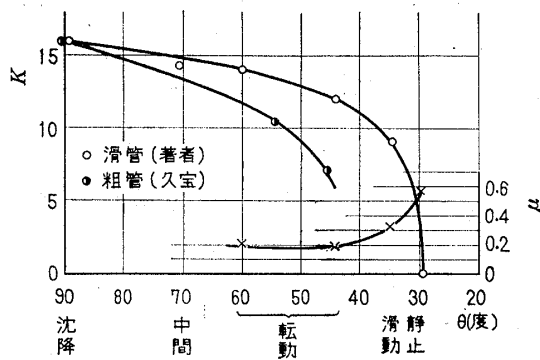
式から静止摩擦係数を求めた。第 7 図に静水中での μ の値を h/b に対して示してある。

粒を静水中に静止させて θ を増して行く場合、粒の形と大きさおよび最初の姿勢によって、すべり始める場合ところがり始める場合とがある。すべり摩擦係数は粒の種類により、ころがり摩擦係数は形と姿勢によって大きく変る。図で、○印はすべり始めてから最後まですべって降下する場合、□印はすべり始めてからしばらくして転動に移る場合、●印は最初からころがる場合であるが、いずれも形状に大きく支配される。

同様にして水をみたくない場合の静止摩擦係数も測定した。第 2 表に水と空気の場合の実測値の平均を示す。水中においても空気中においても降下状態および静止摩擦係数の値はほとんど変らない。

7. 考 察

第 8 図は傾斜角 θ に対する K と μ を示し、これに粒の降下姿勢を付記したものである。実験番号 3 と 4 において、 h/b の非常に小さい粒では第 2 図における (8) の姿勢をとるものもあるが、ほとんど大部分は転動を行なう。第 8 図を見ると、(17) 式で求めた係数 K は、 $\theta = 40^\circ$ くらいまでは徐々に小さくなっているが、このあたりから急に減少している。換言すれば、粒の降下速度は急に小さくなる。 $\theta = 70^\circ$ における K が曲線からはずれているのは、この傾斜角では粒がよろめきながら長いみちを降下する [第 2 図, (3), (4)] ので、見掛けの速度が小さくなるためであろう。



第 8 図 傾斜角と K, μ の値の変化

第 2 表 実験のまとめ

実験番号	θ	降下姿勢 (第 2 図)	Re	K'	m	K	μ	備 考
1	90°	1 2	$1.2 \sim 14.0 \times 10^2$	16.8	0.53	16.0	—	沈 降 中 間
2	$70^\circ 20'$	3 4	$1.9 \sim 11.0$	13.8	0.49	14.2	—	
3	$59^\circ 53'$	5 8	$2.2 \sim 10.5$	13.8	0.53	14.0	0.197	
4	$43^\circ 59'$	5 8	$1.8 \sim 9.5$	11.5	0.40	12.2	0.182	転 動
5	$34^\circ 48'$	6 7	$1.3 \sim 7.5$	8.6	0.54	9.0	0.314	
6	$29^\circ 33'$	9 10	—	—	—	0	0.567	滑 動 静 止 (水)
7	$29^\circ 41'$	9 10	—	—	—	0	0.570	