

金属薄板の降伏特性とプレス成形性*

(第4報, 深絞り成形の検討)

黒 崎 靖*¹

Studies on Anisotropic Yield Characteristics and Press Formability of Metal Sheets (4th Report, Investigation into Deep-Drawing)

Yasushi KUROSAKI

Based on Bassani yield function, a numerical analysis of axisymmetrical shrink-flanging is attempted, and the effect of anisotropic properties on the stress and strain distributions and the drawing force is examined. The Bassani function is found to be more useful to predict the strain distribution than Hill's conventional yield criterion. A parameter for estimating the formability of metal sheets in deep-drawing is proposed and its validity is confirmed experimentally.

Key Words: Forming, Deep-Drawing, Shrink-Flanging, Numerical Analysis, Sheet Metals, Normal Anisotropy, Bassani Yield Function

1. 緒 言

金属薄板の異方性を降伏関数あるいは構成式においてどのように表現すべきかについて、以前から多くの研究がなされてきた。滑らかな異方性降伏関数としては、Hillの二次形式の関数⁽¹⁾(以下、Hillの旧降伏関数と呼ぶ)の矛盾点がAnomalyとしてWoodthorpe-Pearce⁽²⁾により指摘されて以来、Hillの新降伏関数⁽³⁾、Bassaniの関数⁽⁴⁾、後藤の四次形式の関数⁽⁵⁾、Hosfordの関数⁽⁶⁾などが提案されている。著者はこれまで、幅広く降伏特性を表現できる点からBassaniの関数に注目し、二軸応力下での降伏応力の予測⁽⁷⁾、穴広げ成形⁽⁸⁾ならびに純粋張出し成形⁽⁹⁾の変形シミュレーションなどに関して、この関数が有用であることを報告してきた。これらの研究では主応力 σ_r, σ_θ ともに正の領域が検討対象にされたが、本報ではBassaniの関数を用いて $\sigma_\theta < 0$ の領域を含む深絞り成形について検討を行う。

2. 縮みフランジの解析

これまでのところ、Bassaniの関数を用いて縮みフランジ部を解析した報告はない。そこで本節では、この関数を用い、膜理論に基づいて軸対称縮みフランジの塑性変形解析を行い、応力およびひずみの分布、深絞り力などに及ぼす降伏特性の影響を調べる。以下では、平面応力および面内等方性を仮定する。採用した計算モデルを図1に示す。計算では平面縮みフランジ変形を対象とし、しわ押え力は外縁に集中するとした。

2・1 基礎式 使用した基礎式は次のとおりである。Bassaniの降伏関数⁽⁴⁾：

$$|S_1|^n + \alpha |S_2|^m = 1 + \alpha \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $S_1 = (\sigma_r + \sigma_\theta) / \sigma_{eq}$, $S_2 = (\sigma_r - \sigma_\theta) / \sigma_{eq}$, σ_r, σ_θ は

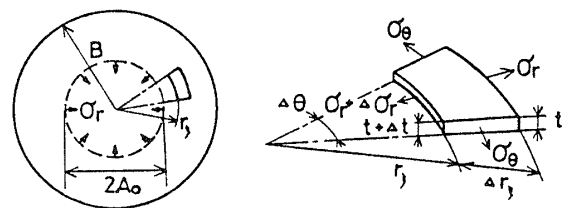


図1 縮みフランジ部の計算モデル

* 昭和62年10月6日 第38回塑性加工連合講演会において講演、原稿受付 昭和63年4月1日。

*¹ 正員、三重大学工学部 (〒514 津市上浜町1515)。

半径方向および円周方向の応力, σ_{eq} は相当応力である。また, $\alpha=(n/m)(1+2r)$ であり, m, n および r は異方性を特徴づける材料パラメータである。 $m=n$ のとき, 式(1)は Hill の新降伏関数⁽³⁾と一致する。これはまた, $m=n=2$ のとき Hill の旧降伏関数と一致する。さらに, $m=n=1, r=0$ あるいは ∞ とすれば, 式(1)は Tresca の条件とも一致する。式(1)を σ_θ - σ_r 平面に描いた例 ($r=1.0$) を図2に示す。図2には参考のため, 四次および Tresca の降伏曲面も示してある。応力-ひずみ増分関係式:

$$\begin{aligned} & \frac{d\varepsilon_\theta}{|S_1|^n/S_1 - (1+2r)|S_2|^m/S_2} \\ &= \frac{d\varepsilon_r}{|S_1|^n/S_1 + (1+2r)|S_2|^m/S_2} \\ &= \frac{d\varepsilon_t}{-2|S_1|^n/S_1} = \frac{d\varepsilon_{eq}}{1 + \alpha + \alpha(m/n-1)|S_2|^m} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに, $\varepsilon_\theta, \varepsilon_r, \varepsilon_t$ はそれぞれ円周方向, 半径方向および板厚方向の対数ひずみ, ε_{eq} は相当ひずみであり, $d\varepsilon_\theta, d\varepsilon_r, d\varepsilon_t$ および $d\varepsilon_{eq}$ はそれらの増分である。
N 乗硬化式:

$$\sigma_{eq} = F \left(\int d\varepsilon_{eq} \right)^N \quad \dots\dots\dots (3)$$

半径方向の釣合い方程式:

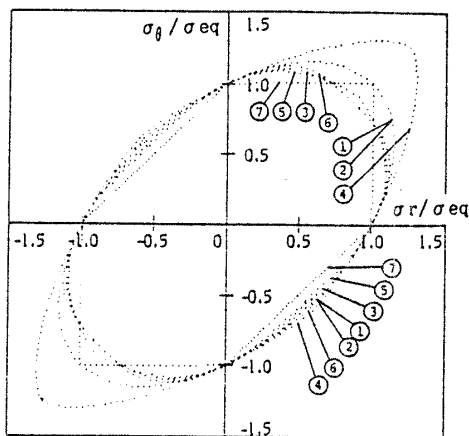
$$d(\sigma_r)/dr_\xi = t(\sigma_\theta - \sigma_r)/r_\xi \quad \dots\dots\dots (4)$$

体積一定則:

$$dr_\xi/dS = t_0 S / (tr_\xi) \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに, S, r_ξ は初期および変形後の半径位置, t_0, t は初期および変形後の板厚である。

2.2. 解法および計算条件 境界条件としては,



- ① Biquadratic, $X=1.0$
- ② Old Hill, $m=n=2.0$
- ③ New Hill, $m=n=2.5$
- ④ " , $m=n=1.5$
- ⑤ Bassani, $m=1.5, n=3.5$
- ⑥ " , $m=3.5, n=1.5$
- ⑦ Tresca

図2 各種関数に基づく降伏曲面 ($r=1.0$)

各変形段階において外縁に $d\varepsilon_\theta = -0.01$ を与え, 次式を満足するように他の変数を定めた。

$$2\pi(r_\xi t \sigma_r)_e = 2\mu H \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに, H はしわ押え力, μ は摩擦係数, 添字 e は外縁を表す。採用した解法は, 著者がこれまで用いてきた軸対称成形の解法⁽⁸⁾⁽⁹⁾と基本的に同じで Woo⁽¹⁰⁾の流儀に近い。

計算対象とした幾何寸法としては, ダイス穴径 $2A_0 = 42.5$ mm, 素板の直径 $D_0 = 80$ mm, 素板の板厚 $t_0 = 0.8$ mm とした。半径方向の要素刻み幅は 0.1 mm とした。材料定数としては, モデル材料の場合 $r=0.5 \sim 1.5, m, n=1.5 \sim 3.5, N=0.2, F=490.5$ MPa (≈ 50 kgf/mm²) とした。使用した計算機は, 名古屋大学大型計算機センタの FACOM M-382 である。

2.3 計算結果 計算精度については, Mises

タイプの材料について本計算値と山田の数値解⁽¹¹⁾とを比較し, 両者がほぼ一致することを確認した。摩擦係数 μ およびしわ押え力 H が零で, $r=1.0$ の場合に対して得られた応力およびひずみ分布の例を図3(a)~(d)に示す。いずれも, 外縁部の円周ひずみ $\varepsilon_{\theta e} = -0.12$ の場合である。図3には参考のため, 四次の降伏関数 ($X=1.0$) および Tresca の条件による計算結果も付記してある。図2との比較より次のことがわかる。降伏特性による σ_r の差異は小さい。しかし, $\sigma_\theta, \varepsilon_\theta$ および ε_t の分布と降伏曲面のタイプとの間には対応関係が明りように認められる。すなわち, 図2の第2, 4象限において降伏曲面が内側にくる材料ほど, $|\sigma_\theta|$ は小さく, $|\varepsilon_\theta|$ は大きく, ε_t は小さくなっている。ただし, 四次の降伏曲面①の場合の ε_t は例外的にやや大きくなっている。ここには示さないが, r 値を変更しても同様の対応関係が認められた。

深絞り力 P を $2\pi A_0 t_0 S_T$ に対する無次元量で表し, $|\varepsilon_{\theta e}|$ に対して変化する様子を図4(a), (b)に示す(曲線の説明は図3に同じ)。ここに, S_T は引張強さである。図4(b)の $r=1.0$ の場合, P の大小は, 前述と同様に, 図2の降伏曲面と密接な対応関係があり, 第2, 4象限で内側にプロットされる降伏曲面ほど P が小さく, 加工力の面から有利と言える。既報⁽⁸⁾によれば, 通常の板では $m < 2, n > 2$ であるから, 曲線②と⑤の比較より, Hill の旧降伏関数を採用すると P を過大評価すると考えられる。また, 図4(a), (b)より, 従来から言われているように, r が大きいほど P が小さくなることもわかる。なお, 図4(b)中の⑧は四次の降伏関数で $X=1.5$ の場合である。①と⑧の比較より, X が大きい場合に P は増大することが知られる。

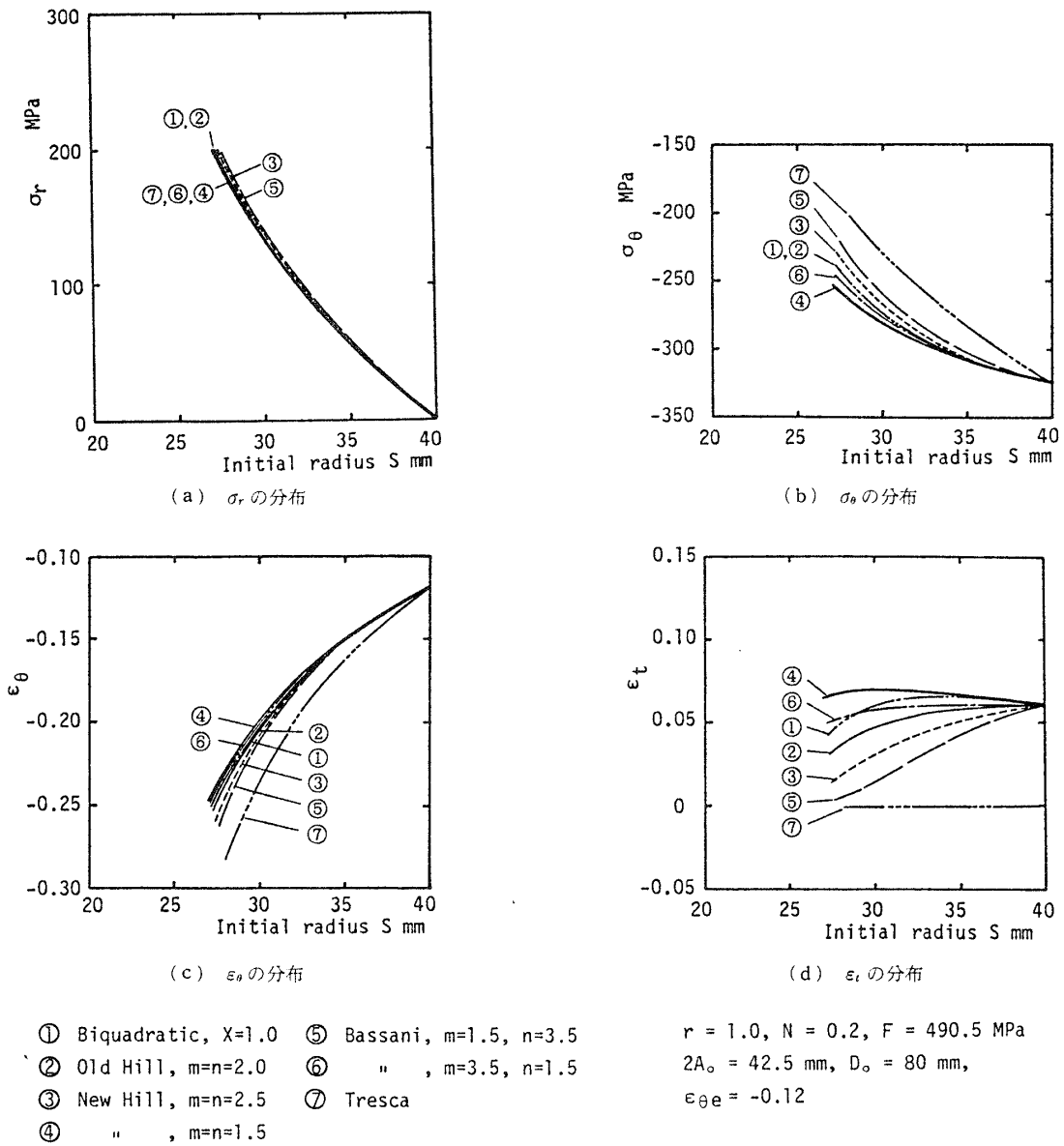


図3 応力分布およびひずみ分布の理論値

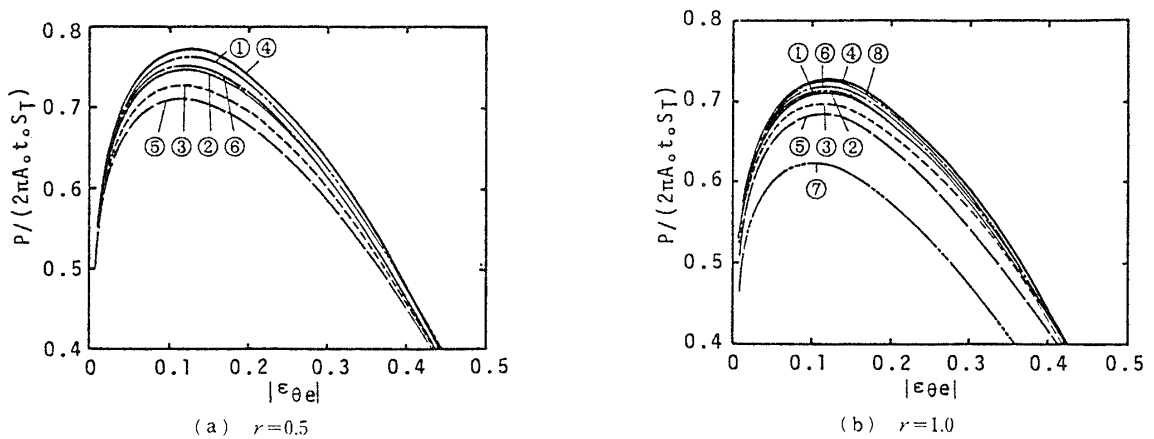


図4 深絞り力の理論値 (曲線の説明は図3と同じ)

表1 供試材の単軸引張試験値および Bassani のインデックス

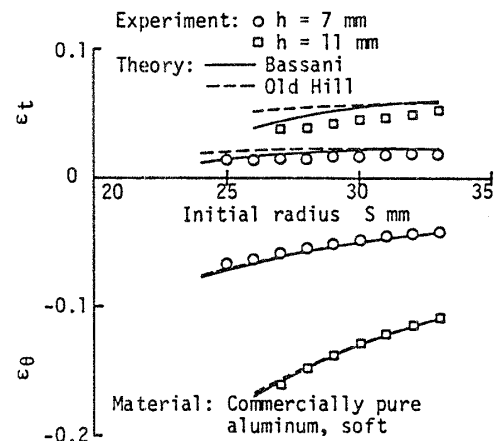
Materials	Direction	*		F MPa	Tensile strength MPa	Total elongation %	Bassani indices	
		N-value	r-value				m	n
Killed steel	0°	0.24	1.74	543	305	37.9	1.20	2.90
	45°	0.22	1.33	549	316	34.5		
	90°	0.23	2.10	531	301	37.6		
	Mean	0.23	1.63	543	310	36.1		
Rimmed steel	0°	0.21	1.09	555	294	36.1	1.20	2.90
	45°	0.20	0.76	566	334	34.3		
	90°	0.21	1.65	553	325	38.1		
	Mean	0.21	1.07	560	322	35.7		
Commercially pure aluminum, soft	0°	0.25	0.70	159	88	30.5	1.10	2.80
	45°	0.26	1.00	154	84	37.2		
	90°	0.28	0.82	161	86	39.5		
	Mean	0.26	0.88	157	86	36.1		
OFHC, soft	0°	0.44	0.90	513	221	44.4	1.10	2.80
	45°	0.44	0.98	501	218	47.6		
	90°	0.45	1.00	509	219	48.3		
	Mean	0.44	0.97	506	219	47.0		

* : $\sigma = F \epsilon^N$

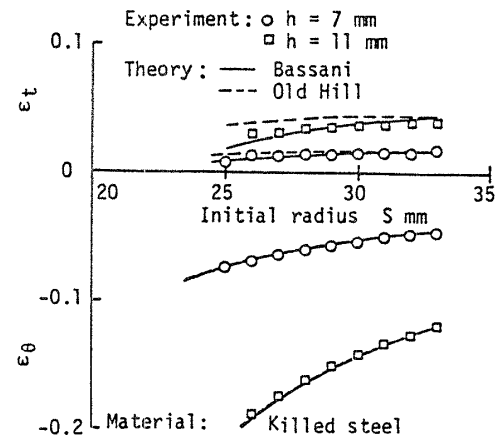
2.4 ひずみ分布の理論値と実験値の比較 表1に示す4種類の材料(公称板厚0.8mm)に対して, ひずみ分布の理論値と実験値の比較を試みた. 深絞り実験には市販のエリクセン式深絞り試験機を用いた. 工具寸法としては, ポンチ直径33mm, ポンチプロフィール半径4mm, ダイス穴径35.3mm, ダイス肩半径5mmとし, 素板直径を66mmとした. 潤滑剤としては, ポンチ面, ダイス面ともにグラファイトグリースを塗布した. しわ押え力は Siebel の公式による計算値の2倍の値を採用した. 理論計算における Bassani のインデックスは穴広げ試験⁽⁹⁾により定めた. 摩擦係数 μ は前報⁽⁹⁾の結果より0.02とした. 工業用純アルミニウム(A1100)軟質板およびキルド鋼板に対して, ϵ_0 および ϵ_t の半径方向分布の理論値と実験値(h はポンチ行程)を比較した結果を図5に示す. 図5には, Hill の旧降伏関数による理論値も示してある. 図5より次のことがわかる.

- (1) ϵ_0 の理論値は実験値と良好な一致を示すが, ϵ_t の理論値は実験値より若干大きい.
- (2) 既報⁽⁸⁾⁽⁹⁾の張出しおよび穴広げ成形の結果と比べると, 理論値の降伏関数による差異は小さい.
- (3) 詳細に見れば, ϵ_t 分布の予測能力は Bassani の関数のほうが優れている. 例えば, A1100の軟質板, $h=7$ mmの場合, ダイス穴近傍における ϵ_t の計算値の実験値に対する誤差は, Hill の旧降伏関数のとき0.015(相対誤差 $\delta \approx 40\%$), Bassani の関数のとき0.006($\delta \approx 16\%$)となっている.

上記(1)は r 値のひずみ履歴依存性⁽¹²⁾, すなわち, 縮みフランジ変形を受けると r 値が増加することに起因すると考えられる. (2)の結果は応力状態の違い



(a) 工業用純アルミニウム



(b) キルド鋼

図5 ひずみ分布の理論値と実験値の比較

よると考える。図6(a)は、A1100板について降伏曲面の1/4を描いたものである。また、対応する応力比 σ_θ/σ_r とひずみ増分比 $d\varepsilon_\theta/d\varepsilon_r$ との関係を図6(b)に示す。図6によれば、降伏応力およびひずみ増分比の降伏関数による差異は、 $\sigma_r > 0, \sigma_\theta > 0$ の領域よりも $\sigma_r > 0, \sigma_\theta < 0$ の領域においてより小さくなっている。これが、縮みフランジ変形において降伏特性の差異がより鈍感に現れる理由と言える。

3. 深絞り性評価因子

山田⁽¹³⁾は、Hillの旧降伏関数を用いて、深絞り性に及ぼす異方性の影響を詳細に調べ、深絞り性評価因子を解析的に導いている。本章では、同様の考え方に基づいて Bassani の関数の場合の評価因子を導出し、その有効性を検討する。

3.1 破断ポンチ力および評価因子の導出 平頭ポンチによる深絞りを想定し、まず破断ポンチ力を求める。ポンチ角部が破断予定部であり、そこが平面ひずみ状態 ($d\varepsilon_\theta = 0$) にあると仮定する。 $S_1 > 0, S_2 > 0$ であるから式(2)より

$$S_1 = (1+2r)^{1/(n-1)} S_2^{(m-1)/(n-1)} \dots\dots\dots (7)$$

を得る。式(7)を式(1)に代入すれば

$$(1+2r)^{n/(n-1)} S_2^{n(m-1)/(n-1)} + \alpha S_2^m = 1 + \alpha \dots\dots\dots (8)$$

となる。平面ひずみ状態における σ_r を $(\sigma_r)_p$ と置くと、 S_1, S_2 の定義より

$$(\sigma_r)_p = (1/2)(S_1 + S_2)\sigma_{eq} = K_1\sigma_{eq} \dots\dots\dots (9)$$

となる。ここに、

$$K_1 = (1/2)(S_1 + S_2) \dots\dots\dots (10)$$

である。塑性仕事増分は $dW = \sigma_{eq}d\varepsilon_{eq} = (\sigma_r)_p d\varepsilon_r = -(\sigma_r)_p d\varepsilon_t$ であるから、式(9)より $d\varepsilon_t = -d\varepsilon_{eq}/K_1$ となる。これを積分して

$$\varepsilon_t = -\varepsilon_{eq}/K_1 \dots\dots\dots (11)$$

を得る。ポンチ角の負担荷重 T は、式(3)、(9)および式(11)より次のように表される。

$$T = 2\pi r_1 t_0 F K_1 e^{-\varepsilon_{eq}/K_1} \varepsilon_{eq}^N \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 r_1 はポンチ半径である。荷重最大条件 $dT = 0$ を採用すると、式(12)より $\varepsilon_{eq} = K_1 N$ を得る。よって、破断力 T_{cr} は次のように表される。

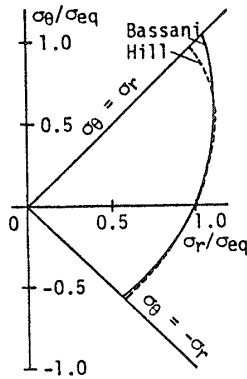
$$T_{cr} = 2\pi r_1 t_0 F K_1^{N+1} (N/e)^N \dots\dots\dots (13)$$

あるいは相対荷重負担能力として表現すれば、

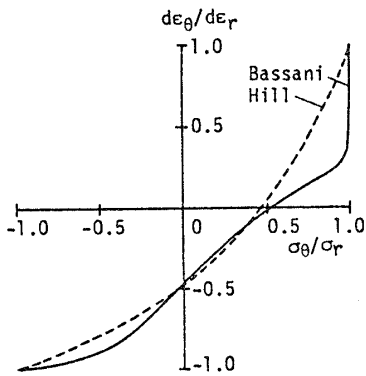
$$T_{cr}/(A_0^* S_T) = K_1^{N+1} \dots\dots\dots (14)$$

となる。ここに、 $A_0^* = 2\pi r_1 t_0$ である。 $m = n = 2$ のとき、 K_1^{N+1} は山田の式⁽¹³⁾ $[(1+r)/\sqrt{1+2r}]^{N+1}$ と一致する。しかし、一般には K_1 を解析的に表せないの、次のようにして数値的に定めねばならない。まず、 S_2 を未知数とする関数方程式(8)を、例えばニュートン法により解く。次いで、式(7)より S_1 を算定した後、式(10)より K_1 をもとめる。 $N = 0.2$ の場合について、 $T_{cr}/(A_0^* S_T)$ を計算した結果を図7に示す。

深絞り性は破断力 T_{cr} と深絞り力 P_d のかねあい



(a) 降伏曲面



(b) 応力比とひずみ増分比の関係

図6 工業純アルミニウム軟質板の降伏曲面および応力比とひずみ増分比の関係

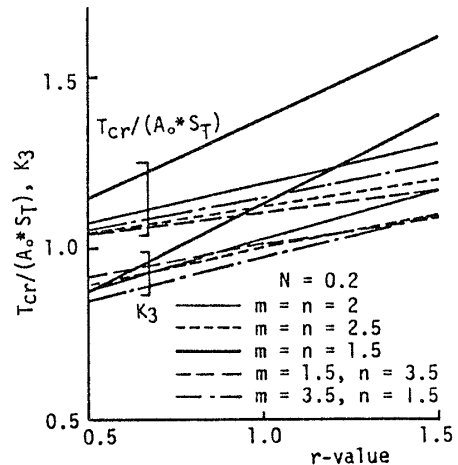
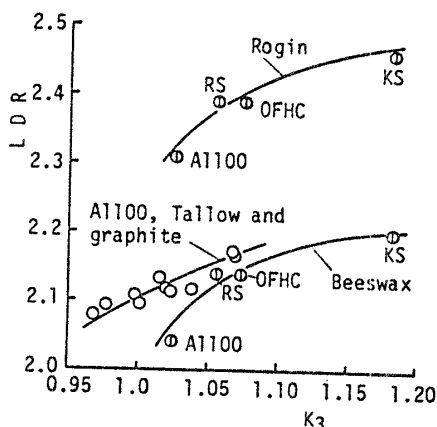


図7 $T_{cr}/(A_0^* S_T)$ および K_3 の理論値

図8 LDRと K_3 の関係

定まる。 T_{cr} に及ぼす異方性因子については、式(14)より $T_{cr} \propto K_1^{n+1}$ となる。一方、深絞り応力 $(\sigma_r)_d$ については、フランジ部に対して $d\varepsilon_t = 0$ を仮定すると $S_1 = 0$ であるから、式(1)より

$$(\sigma_r)_d = (1/2)(1+1/\alpha)^{1/m} \sigma_{eq} = (1/2)K_2 \sigma_{eq}$$

となる。ここに、

$$K_2 = (1+1/\alpha)^{1/m} \dots \dots \dots (15)$$

である。よって深絞り力 P_d は、 $P_d = 2\pi A_0 t_0 (\sigma_r)_d = \pi A_0 t_0 K_2 \sigma_{eq}$ となる。よって、 P_d に及ぼす異方性因子に着目すると、 $P_d \propto K_2$ である。したがって、深絞り性表示尺度 LDR は次のように表される。

$$LDR \propto T_{cr}/P_d \propto K_3 = K_1^{n+1}/K_2 \dots \dots \dots (16)$$

$m=n=2$ のとき、 K_3 は限界絞り比の向上係数⁽¹³⁾と一致する。 K_3 の計算値を図7に付記する。図7より、 m 、 n が小さく、 r が大きいほど、すなわち、Texture hardening が顕著な降伏特性ほど(図2) K_3 が大きく、深絞り性が向上すると考えられる。

3.2 K_3 と LDR の関係 表1に示す4種類の材料の LDR を実験により求め、 K_3 と比較した結果を図8に示す。ただし、深絞り試験には、直径40 mm、プロフィール半径4 mmの平頭ポンチと穴径42.5 mm、肩半径6 mmのダイスが用いられた。フランジ面は牛脂黒鉛にて潤滑され、ポンチ頭部は松やにもしくはみつろうにて潤滑された。また、軽金属学会研究委員会金属成形部会による共同研究報告書⁽¹⁴⁾より10種類のA1100板のLDRを引用し(ポンチ面牛脂黒鉛潤滑)、 K_3 との関係をプロットした結果を図8に付記する。この場合の r は同報告書より引用し、 m および n は、前述材料の場合と同様に、穴広げ試験⁽⁸⁾により定めた。後2者は $m=1.0\sim 1.1$ 、 $n=2.7\sim 2.9$ の範囲の値で

あった。

図8によれば、 K_3 と LDR との間にポンチ面潤滑剤別に明りょうな正相関関係が認められ、よって、 K_3 が深絞り性評価に有効なことが結論される。両者が必ずしも直線関係にならない原因として、破断位置の変動に伴う荷重負担能力の変化が考えられる。

4. 結 言

Bassani の降伏関数に基づいて縮みフランジの数値解析を行い、応力分布、ひずみ分布および深絞り力に及ぼす降伏曲面の影響を明らかにした。また、ひずみ分布の理論値と実験値を比較した結果、穴広げ成形や張出し成形の場合ほど顕著でないが、Hill の旧降伏関数より Bassani の関数を用いたほうが変形シミュレーション精度を改善する兆候が認められた。さらに、破断力および深絞り力に及ぼす異方性因子を調べることにより、深絞り性評価因子 K_3 を導き、その有効性を確かめた。深絞り性評価に関しては、従来、特にアルミニウム板に Hill の旧降伏関数が適用できないことから r 値の有用性が疑問視されている。しかし、本研究結果からは、 m 、 n の材料差が大きくなければ(実際の材料ではそのような場合が多いと思われる)、依然として有用なパラメータになりうると考えられる。以上の結果は結局、深絞り成形においても降伏曲面の形状が重要な役割を果たすことを示すものと言え、これに対する詳細な観察と理解が成形性の議論に不可欠と考える。

文 献

- (1) Hill, R., *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, **193** (1948), 281.
- (2) Woodthorpe, J. and Pearce, R., *Int. J. Mech. Sci.*, **12-4** (1970), 341.
- (3) Parmar, A. and Mellor, P. B., *Int. J. Mech. Sci.*, **20-6** (1978), 385.
- (4) Bassani, J. L., *Int. J. Mech. Sci.*, **19-11** (1977), 651.
- (5) 後藤, 塑性と加工, **19-208** (昭53), 377.
- (6) Vial, C., Hosford, W. F. and Cadell, R. M., *Int. J. Mech. Sci.*, **25-12** (1983), 899.
- (7) 黒崎・ほか2名, 機論, **52-473, C** (昭61), 380.
- (8) Kurosaki, Y. and Matsumoto, M., *Advanced Technology of Plasticity*, **2** (1987), 689, Springer-Verlag.
- (9) 黒崎・ほか2名, 機論, **53-494, C** (昭62), 2161.
- (10) Woo, D. M., *J. Mech. Eng. Sci.*, **6-2** (1964), 116.
- (11) 山田, 東大生研報告, **11-5** (昭36), 240.
- (12) 吉田・ほか2名, 鉄と鋼, **55-1** (昭44), 26.
- (13) 山田, 塑性と加工, **5-38** (昭39), 183.
- (14) 軽金属学会研究委員会金属成形部会, A1100板の成形性, (昭57), 21, 軽金属学会.