

532.542 : 532.55

連続曲管内の流れと損失*

(主として3個の90°エルボによる曲管の場合)

村上光清**, 清水幸丸**

1. ま え が き

工業上用いられる管路系には複雑な曲り部が多く、曲りが空間的であれば、ここを流体が通過する際一方方向旋回流が発生する。前報⁽¹⁾では市販90°エルボを1個ないし2個用いた曲管路における二次流れと流動損失の関係を明らかにしたが、実用の管路系には3個以上のエルボを用いることがあり、その損失と流れ状態は前報の結果からは予想しがたい部分がある。3個ないしはそれ以上の曲りによる損失の研究は、すでに伊藤⁽²⁾、C. S. Lee⁽³⁾により行なわれているが、その曲り状態はある特定の場合に限られており、また曲りで発生する二次流れと損失の関係は明らかにされていない。ゆえに本報告では市販の90°エルボを3個用いて、管路を種々に曲げた場合の流れ状態と損失を実験的に詳しく調べた。そしてその結果を前報の結果と比較検討し、4個以上のエルボを管路に用いた場合に生じる流れの状態と損失の関係を、ある程度まで推定する手がかりを得た。

2. 記 号

d : 管内径
 g : 重力加速度
 H : 測定区間の全損失水頭
 L_d : 最下流端エルボ出口から下流側測定断面までの距離
 L_{m1} : 第1, 第2エルボ間の直管長
 L_{m2} : 第2, 第3エルボ間の直管長
 L_u : 第1エルボ入口から上流側測定断面までの距離
 L : 測定部の全直管長 $= L_d + \sum_{i=1}^n L_{mi} + L_u$
 r : 半径位置
 R : 管の半径 ($d/2$)
 p_1 : 上流側測定断面の静圧 (断面は曲りの影響をさけるため第1エルボ入口より $5d$ 上流にある)
 p_2 : 下流側測定断面の静圧 (断面は曲りの影響をさ

けるため最下流端エルボ出口より $300d$ 下流にある)

p_s : エルボ下流の任意断面における壁面圧力

v_z : 軸速度

v_z' : v_z の無次元量 ($v_z' = v_z/V_m$)

v_θ : 旋回速度

v_θ' : v_θ の無次元量 ($v_\theta' = v_\theta/V_m$)

V_m : 計量用オリフィス流量から求めた管内の平均軸速度

S : 旋回流による壁圧の上昇量 [式 (10)]

γ : 比重量

ρ : 密度

ζ_n : n 個のエルボを管路に連続的に設置した場合の全エルボ損失係数

ζ_{ns} : 式 (1) の p_2 の代わりに p_s を用いて求めた見かけの全エルボ損失係数

λ : 管摩擦係数

ψ : 第1と第2エルボのなす角度 (図2)

ϕ : 第2と第3エルボのなす角度 (図2)

M : 流体の角運動量

M' : M の無次元量

M_u' : エルボ入口の上流断面で流体が持つ無次元角運動量

M_d' : エルボ出口の下流断面で流体が持つ無次元角運動量

M'' : 軸速度のかたよりのため曲り部で生じる流体の角運動量

\bar{p}_u/γ : エルボ入口の上流断面の平均圧力水頭の無次元量

\bar{p}_d/γ : エルボ出口の下流断面の平均圧力水頭の無次元量

$\bar{v}_u^2/2g$: エルボ入口の上流断面の平均速度水頭の無次元量

$\bar{v}_d^2/2g$: エルボ出口の下流断面の平均速度水頭の無次元量

3. 実験の装置および方法

実験には前報と同様の装置、図1を使用した。3個

* 昭和45年4月2日 第47期通常総会講演会において講演、原稿受付 昭和45年10月8日。

** 正員、名古屋大学工学部 (名古屋千種区不老町)。

の市販エルボ(JIS B 2301)で曲げられた管路(直線部は水力学的になめらかな面をもつ引抜き黄銅管, $d=53.84\text{ mm}$)の角度 ψ , ϕ は図2のように定義する. 管断面の速度は図3(a), (b)に示す N , P 方向と NP , PN 方向に測定し, その断面位置は状況に応じて適当に選んだ. そして二次流れの発生状態は透明管を併用して観察した. エルボ間距離 L_{m1} , L_{m2} は前報の結果を考慮して表1のように選び, 全エルボ損失係数 ζ_n は次式によって求めた.

$$H=(p_1-p_2)/\gamma=\lambda(L/d)(V_m^2/2g)+\zeta_n(V_m^2/2g) \quad \dots\dots\dots(1)$$

(エルボ3個の場合は $\zeta_n=\zeta_3$ である)

係数 ζ_n はエルボ接合部のねじ込量によっても変化する

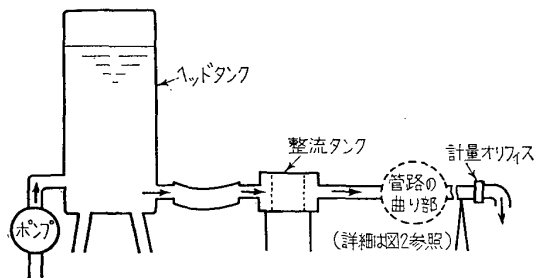


図 1 実験装置の略図

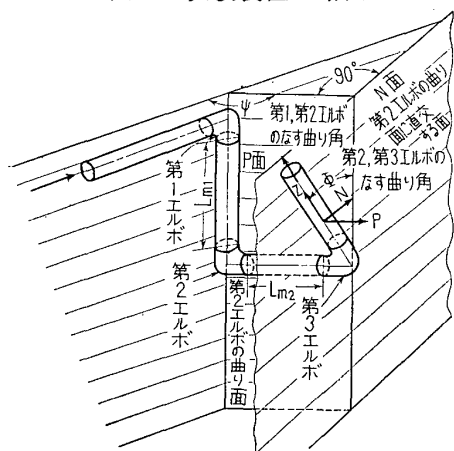


図 2 管路の曲り角 ψ , ϕ の定義

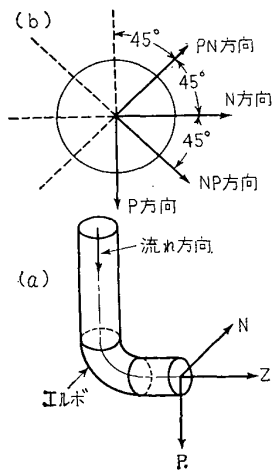


図 3 P , N 方向の定義

る⁽¹⁾. ねじ込みが浅いほど係数 ζ_n が小さい. たとえば3個のエルボのすべてのねじ部を半分程度にねじ込むと, すべてのねじ部をいっばいにねじ込んだ場合より $\zeta_n(=\zeta_3)$ がつねに約 15% 減少し, この量は管路曲げ角 ψ , ϕ によりほとんど変化しない. 以下に示す ζ_n の値は, すべてのねじ部を完全にねじ込んだ場合に対するものである. なお実用上の観点からレイノルズ数 (Re) が約 10^4 から 2×10^5 程度の範囲で実験を行ったが, この範囲では Re 数による損失係数の変化は最大約 10% 程度で, 比較的少なかった. ゆえに以下に述べる実験結果は $Re=10^5$ におけるものである.

4. 実験結果と考察

4.1 曲り損失とエルボ干渉 90° エルボ2個を連続通過した流れには大きな速度分布のかたよがりが見られ, その損失も単独エルボ損失の2倍とは異なる⁽¹⁾. このかたよがり流れの下流に第3のエルボを置くと, その損失は上流の損失とは相当異なる.

このようなエルボごとの損失変化を論ずるため, つぎのようなエルボ間の干渉を考える. 一般に管路に n 個のエルボがあるとき, 全曲り損失係数を ζ_n とする. もし各エルボが完全に独立していれば全損失係数は単独エルボの曲り損失係数 ζ_1 の n 倍になる.

ゆえに

$$\Delta\zeta_n=\zeta_n-n\zeta_1 \quad \dots\dots\dots(2)$$

はエルボ群の干渉による損失係数の増加量を表わす. ここで最下流端のエルボのみを除去し, $(n-1)$ 個のエルボ群による全損失係数を ζ_{n-1} とすれば, この場合干渉による損失係数の増加量は

$$\Delta\zeta_{n-1}=\zeta_{n-1}-(n-1)\zeta_1 \quad \dots\dots\dots(3)$$

ゆえに $\Delta\zeta_n$, $\Delta\zeta_{n-1}$ の ζ_1 に対する比を取れば*

$$I_n=\Delta\zeta_n/\zeta_1=\zeta_n/\zeta_1-n \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$I_{n-1}=\Delta\zeta_{n-1}/\zeta_1=\zeta_{n-1}/\zeta_1-(n-1) \quad \dots\dots\dots(5)$$

いま $\Delta\zeta_n$ と $\Delta\zeta_{n-1}$ の差を便宜上 n 番めと $(n-1)$ 番めのエルボの間で生じるものと考えたと, その値は

$$\Delta\Delta\zeta_n \equiv \Delta\zeta_n - \Delta\zeta_{n-1} = (\zeta_n - \zeta_{n-1}) - \zeta_1 \quad \dots\dots\dots(6)$$

あるいは ζ_1 に対する比を取ると

$$\begin{aligned} \Delta I_n &\equiv \Delta\Delta\zeta_n/\zeta_1 = (\Delta\zeta_n - \Delta\zeta_{n-1})/\zeta_1 \\ &= (\zeta_n - \zeta_{n-1})/\zeta_1 - 1 \quad \dots\dots\dots(7) \end{aligned}$$

このように定義された ΔI_n をエルボ3個を用いた

表 1

$L_{m1}/d, L_{m2}/d$	0	1	3.55	7.1	10.1
ψ	$0^\circ \sim 180^\circ$ (測定は 22.5° あるいは 45° 間隔)				
ϕ	$0^\circ \sim 180^\circ \sim 360^\circ$ (測定は 22.5° あるいは 45° 間隔)				

* 伊藤は別の方法で干渉係数を定義している⁽²⁾.

流れに対し求めると図4のごとくなる。図は $L_{m1} = L_{m2} = 0$ で、かつ $\psi = 0^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$ のときの角度 ϕ による ΔI_3 の変化を示すが、参考のためエルボ2個で $L_{m1} = 0$ の場合の ΔI_2 も角度 ψ に対して示してある。エルボ3個の場合、上流側2個の関係位置が $\psi = 0^\circ$ であれば $\Delta I_3 < 0$ で、 ΔI_3 は ϕ の影響をほとんど受けない。ゆえにこの場合は第3エルボの損失は単独エルボ1個の損失よりも小さい。 ϕ が増すと ΔI_3 も増す傾向があり、第2、第3エルボの間の損失の割合が増す。 $\psi \geq 90^\circ$ では曲り損失に対し ϕ の影響はかなり大きく、干渉のため第2、第3エルボの間の損失が

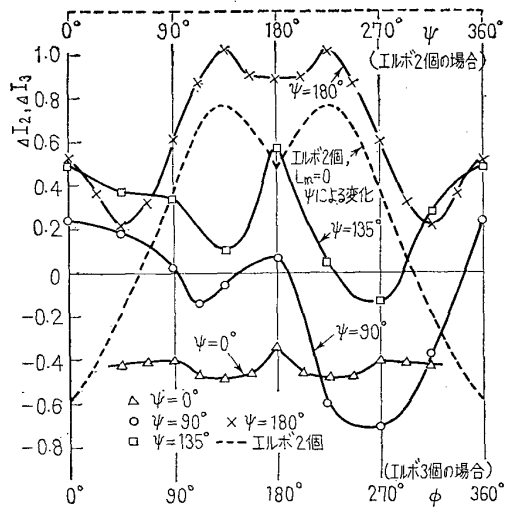
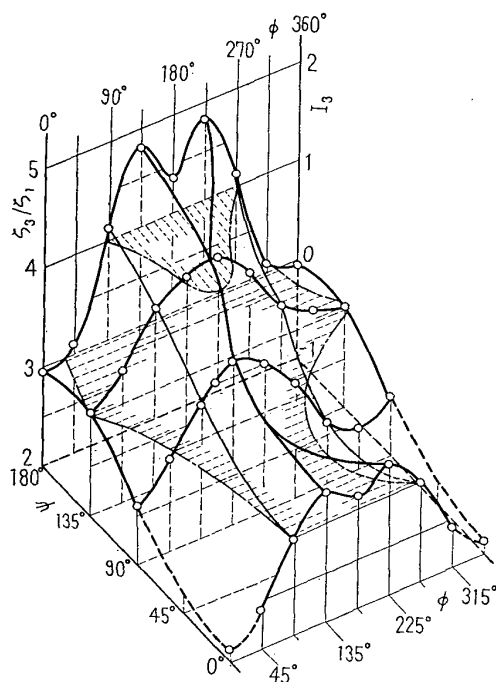


図4 エルボ2個, $L_{m1}=0$ の ΔI_2 (点線) およびエルボ3個, $L_{m1}=L_{m2}=0$ の ΔI_3 (実線)

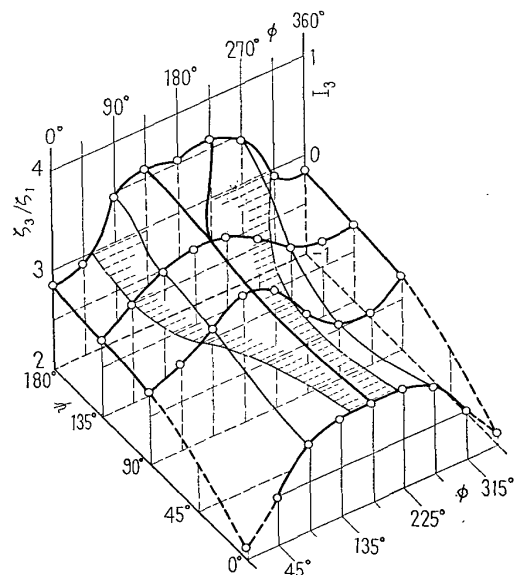


(a) $L_{m1}=L_{m2}=0$

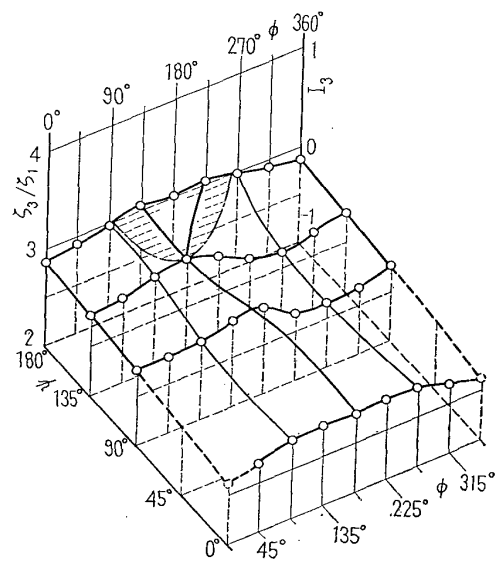
最大になるのは $\psi = 180^\circ$ で $\phi = 135^\circ, 225^\circ$ の場合である。

以上のようにエルボの干渉はエルボ設置角 ψ , ϕ の影響を強く受けるが、またエルボ間距離 L_{m1}, L_{m2} によっても大きく変わる。したがってエルボ全損失の値も変化する。図5(a), (b), (c) はそれぞれ $L_{m1}=L_{m2}=0$, $L_{m1}=L_{m2}=1d$, $L_{m1}=L_{m2}=3.55d$ の場合の例で、縦軸には ζ_3/ζ_1 および I_3 , 横軸には ψ, ϕ を取っている。図中の斜線は単独エルボ3個分および4個分の損失領域を表す。

図5(a), $L_{m1}=L_{m2}=0$ では $\psi = 180^\circ$ でかつ $\phi = 135^\circ$ と 225° のとき ζ_3/ζ_1 は最大で約4.8となり、これがエルボ3個の全組合せ中の最大損失である。 ζ_3/ζ_1 の



(b) $L_{m1}=L_{m2}=1d$



(c) $L_{m1}=L_{m2}=3.55d$

図5 エルボの損失係数 ζ_3/ζ_1 , 干渉率 I とエルボ設置角 ψ, ϕ の関係

最小値は $\psi=0^\circ$, $\phi=0^\circ(360^\circ)$ にあり 2.15 と推定される. また $\psi=90^\circ$, $\phi=315^\circ$ にも ζ_3/ζ_1 が小さい領域がある. このように局部的に ζ_3 が減少する理由は後述する流速分布から説明される. 一般に ψ が 180° から 0° へ減少するとき損失も減少すると考えてよい.

図 5 (b), $L_{m1}=L_{m2}=1d$ では損失の大きな領域は急激にせばまり, 単独エルボ 4 個分以上の領域はなくなる. しかし ζ_3/ζ_1 の最大値はやはり $\psi=180^\circ$, $\phi=135^\circ$ と 225° にある.

図 5 (c), $L_{m1}=L_{m2}=3.55d$ のエルボ間距離の大きい場合には, 損失の大きな領域が急減少し ζ_3/ζ_1 は均一化する. そして単独エルボ 3 個分以上の損失領域は $\psi=\phi=180^\circ$ あたりに限られ, その最大値も小さい. このようにエルボ間距離を増すと損失が均一化する理由は, 上流側曲りで生ずる速度分布のかたよりが下流の曲り部に流入する以前にほぼ回復するため, 曲り損失はエルボ設置角度 ψ, ϕ にあまり影響されなくなるためである.

前報⁽¹⁾ および伊藤⁽²⁾ の研究から推察されるように $L_{m1}=L_{m2}\geq(7\sim10)d$ であれば, 下流側の曲り前で軸速度はほぼ軸対称となり, ζ_3/ζ_1 は ψ, ϕ にほとんど関係なくほぼ一定になる.

4.2 速度分布と損失

4.2.1 旋回強さと速度のかたより中心の定義 複数列のエルボで管路を空間的に曲げると, 曲り後には軸速度に大きなかたよりが生ずるとともに, 一方向の旋回流ができ大きな損失を生じる. まずこの旋回流について考えると, その旋回量と損失は必ずしも比例しない [図 6, 図 19 (a), (b) 参照]. この関係を見るため, つぎのような断面内で流水の有する管軸まわりの角運動量 M を考える.

$$M = \rho \int_0^{2\pi} \int_0^R v_{\theta} v_{\theta} r^2 dr d\theta \quad \dots\dots\dots (8)$$

(図 7 参照)

いま $r=Rr'$, $v_z=V_m v_z'$, $v_{\theta}=V_m v_{\theta}'$ とおき式 (8) を無次元化すれば

$$M' = M / \rho V_m^2 R^3 = \int_0^{2\pi} \int_0^1 v_z' v_{\theta}' r'^2 dr' d\theta \quad \dots\dots\dots (9)$$

断面内に局部的に旋回が存在する場合でも, これが 1 個のエルボ (平面曲り) 後の二次流れのように正負の強さの等しい対のうずであれば, 断面全体で考えた旋回は零, すなわち $M'=0$ である. したがって正負うずの強度が異なる場合にのみ $M' \neq 0$ である. 曲りで生ずる対称のうずは普通曲り後方管径 d の約 20 倍で消滅するが⁽¹⁾, 非対称のうずの場合は正負うずが統合されて一方向の旋回うずとなり, 曲りの後方 $20d$ よりはるかに下流まで存続する.

つぎに旋回流と壁面圧力の関係を調べるため曲り後方十分な距離の壁圧を p_2 , $20d$ 下流の壁圧を p とし, これらを式 (1) の p_2 の代わりに用いて, それぞれの係数 $\zeta_{n=3}$, $\zeta_{n=3}$ を求め, その差を取ると

$$S = \zeta_{n=3} - \zeta_{n=3} = \left(\frac{p - p_2}{\gamma} \right) \frac{V_m^2}{2g} - \lambda \left(\frac{L}{d} \right) \quad \dots\dots\dots (10)$$

(L は p_2 と p の測定断面間の距離) この S は曲り後方に生じた旋回流にもとづく壁圧の上昇量を表わし, 旋回の強度を示す一つの量とも考えられる. 一例として図 6 には 2 個のエルボの組合せで生じる流れの S と曲り後方 $20d$ 断面における M' の値すなわち M_d' の比較を示す. ただしこの S と M_d' の縦座標の尺度は $M_d' = 2\pi \times 0.3 S = 1.884 S$ の関係をもつ. $\psi=0^\circ, 180^\circ$ 近傍を除いて両者の傾向はきわめてよく一致する. したがってエルボ後方 $L_d \geq 20d$ の断面における旋回量 M' が必要な場合には M' を直接求める代わりに状況に応じて S を測定し, 曲り後方の旋回量 (M_d') を推定する方法を併用した. 図には損失係数 ζ_2/ζ_1 も示してあるが, これは旋回量 (M_d') の傾向と一致しないところがある.

つぎに軸速度分布のかたより量を考える. 曲管出口直後では曲りのため軸速度分布が著しく不均一になるが, この不均一が先に述べた旋回速度成分の影響を受けて, 下流方向にねじれつつしだいに均一に回復する. この回復途中の流れが再び曲管にはいると, 不均一速度のため曲り部の流れはいちだんと複雑になる. この関係を検討するため軸速度のかたより中心を求める. すなわち図 7 のように曲り面に直角方向の軸 $N-N$ と曲り面方向の軸 $P-P$ に関し, 断面内を単位時間に流れる軸速度の運動量モーメント M_N, M_P を求めると

$$M_N = \rho \int_0^{2\pi} \int_0^R v_z v_z r_P r dr d\theta \quad \dots\dots\dots (11)$$

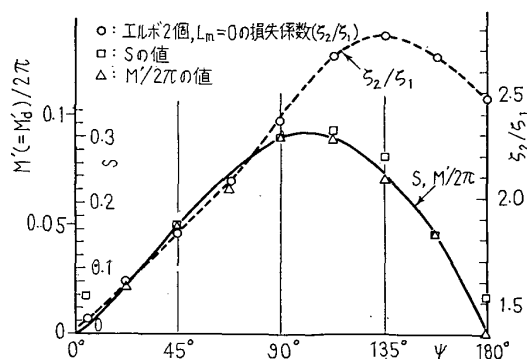


図 6 損失係数 ζ_2/ζ_1 , 壁圧上昇量 S と角運動量 M' ($L_d=20d$ における) の比較 (エルボ 2 個, $L_{m1}=0$ の場合)

$$M_P = \rho \int_0^{2\pi} \int_0^R v_z v_r r N r dr d\theta \quad \dots\dots\dots(12)$$

ここで $r = Rr'$, $r_N = r \cos\theta$, $r_P = r \sin\theta$,
 $v_z = V_m v_z'$ $\dots\dots\dots(13)$

とおき式 (11), (12) を書きなおすと

$$M_N = \rho V_m^2 R^3 \int_0^{2\pi} \int_0^1 v_z'^2 r'^2 \sin\theta dr' d\theta \quad \dots\dots(11)'$$

$$M_P = \rho V_m^2 R^3 \int_0^{2\pi} \int_0^1 v_z'^2 r'^2 \cos\theta dr' d\theta \quad \dots\dots(12)'$$

一方, 上記の運動量中心が断面内で軸 N-N, P-P からそれぞれ r_{0P} , r_{0N} の距離にあるものとする

$$M_N \equiv \rho \pi R^2 V_m V_m r_{0P}, \quad M_P \equiv \rho \pi R^2 V_m V_m r_{0N}$$

ゆえにこの関係と式 (11)', (12)' より

$$r_{0P}/R = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 v_z'^2 r'^2 \sin\theta dr' d\theta \quad \dots\dots(14)$$

$$r_{0N}/R = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 v_z'^2 r'^2 \cos\theta dr' d\theta \quad \dots\dots(15)$$

したがって軸速度に関する運動量中心の管中心からの
 かたより量を r_0 とすると

$$(r_0/R)^2 = (r_{0N}/R)^2 + (r_{0P}/R)^2 \quad \dots\dots\dots(16)$$

4.2.2 速度分布 すでに前報で述べたように2個
 のエルボにより管路を空間的に曲げると, 曲り後には
 一方向旋回流が生じ, 軸速度分布もかたよる. このか
 たより中心(運動量中心)は旋回流のため図8の例のよ
 うに管に沿ってコイル状にねじれながら, しだいに管

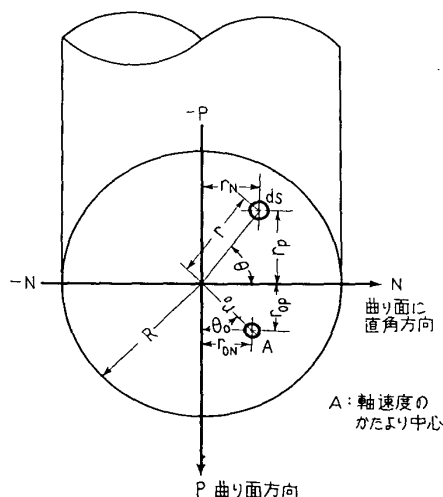


図7 記号の説明

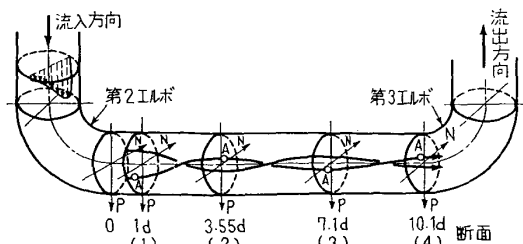


図8 $\phi=90^\circ$, $L_{m1}=0$, 第2エルボ下流の軸速度か
 たより状態 (A点のかたより中心を示す)

中心に復帰し速度分布が均一になる. 図の断面(1)
 ~ (4) に相当する軸速度分布を図9に示す. これは
 2個のエルボの組合せで強い旋回が発生するエルボ間
 距離 $L_{m1}=0$ で, 管路曲げ角 $\phi=90^\circ$ の場合である.

図10には $L_{m1}=0$ の場合に対し, エルボ設置角 ϕ と
 曲りのため発生する旋回流の大きさ M_d' および軸速
 度のかたより r_0/R の関係を示す (第2エルボ出口後
 1d 下流の断面の値). 図で見られるように, 管路を空
 間性が強い状態 [$\phi=90^\circ$ (270°)] に曲げると, 強い旋
 回流が生じ軸速度のかたよりが小さくなる. この ϕ と
 r_0/R , M_d' の関係は管下流方向に変化する. 一例とし
 て $\phi=45^\circ$, 90° の場合に対し, 第2エルボ下流に見
 られるかたより中心の断面内の角度位置および偏心率
 r_0/R の下流方向への変化をそれぞれ図11 (a), (b)
 に示す. 図11 (a) で q は下流方向に距離 1d 進むこ

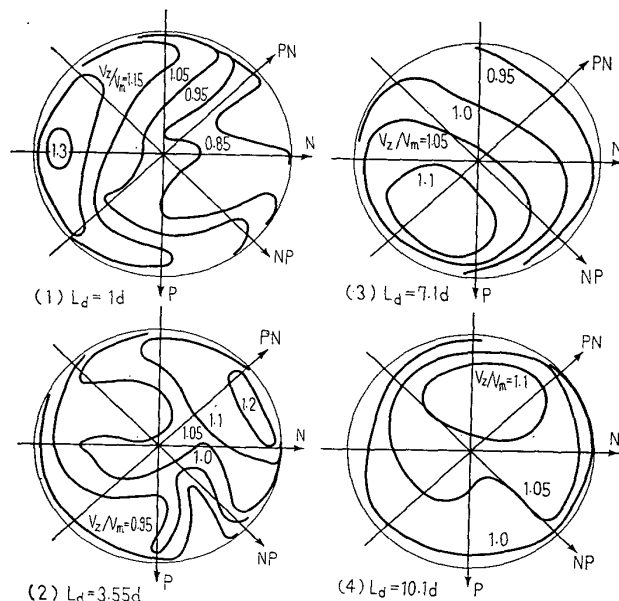


図9 $\phi=90^\circ$, $L_{m1}=0$ の場合, 第2エルボ下流断
 面の軸速度分布

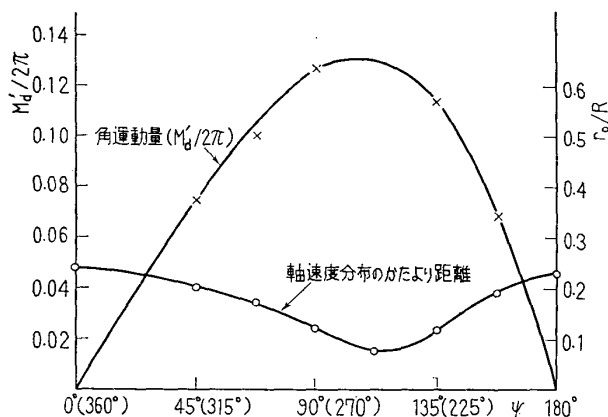


図10 2個のエルボの組合せ ($L_{m1}=0$) により生
 じる旋回流 (M_d') と軸速度のかたより
 (r_0/R) (第2エルボ出口の下流 1d 断面
 の値)

とに生ずる角度変位, ω_0 はエルボ出口後 $L_d=1d$ 断面における偏心の角度位置を表わす。かたよりが下流方向にうず巻状に減少し, 偏心量 r_0/R はエルボ下流約 $10d$ において非常に小さくなる。

図12には $L_{m1}=0$ なる2個のエルボの組合せ曲管

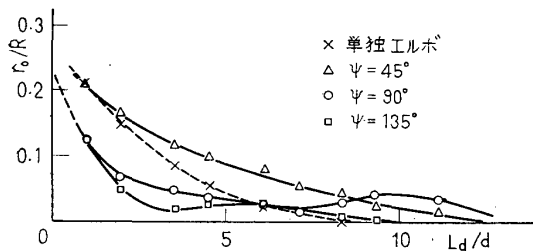
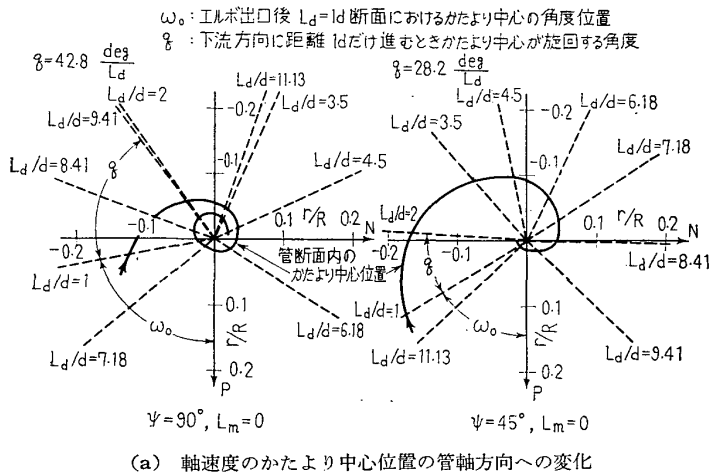


図 11

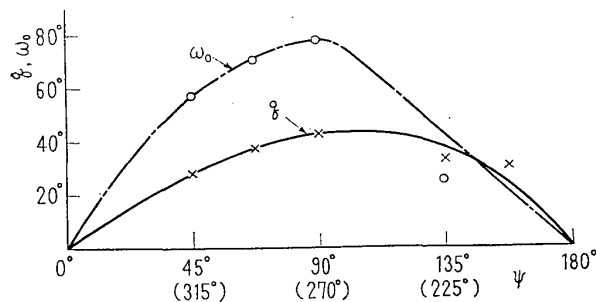
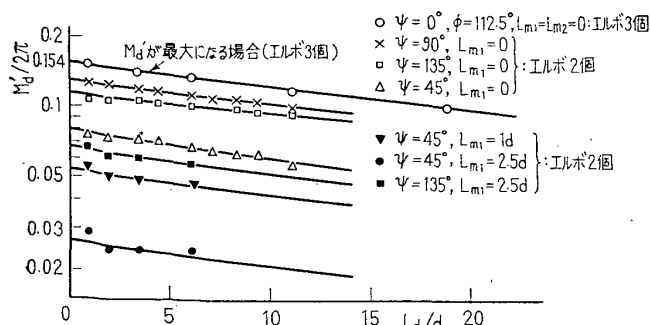
図 12 2個のエルボ ($L_{m1}=0$) の下流に発生する旋回を伴うかたより流れに対する q と ω_0 の値

図 13 第2エルボ下流の旋回流の減衰経過

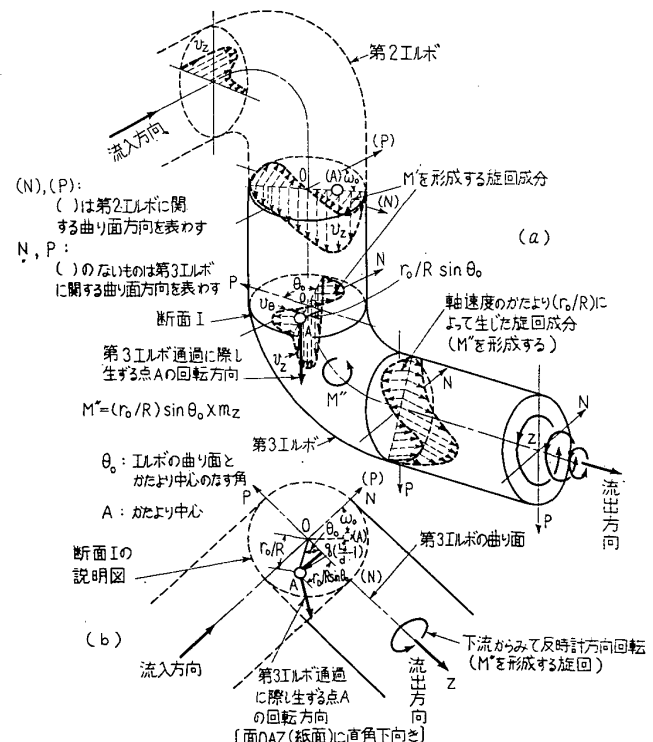
に対し, q , ω_0 とエルボ設置角 ψ の関係を示す。 q , ω_0 とともに $\psi=90^\circ(270^\circ)$ において最大で, $\psi=0^\circ, 180^\circ$ で0である。

以上の関係はエルボ間距離 L_{m1} によっても多少変わるが, その詳細は別に報告する。図13はエルボの組合せにより生ずる旋回流の強さ M_d' の下流方向への変化である。 M_d' は L_{m1}, ψ により異なるが, それぞれの値はほぼ平行で一様に下流方向に減衰する。図にはエルボを3個用いた場合に最大の旋回値を示すときの $M_d'/2\pi$ も併記してあるが, その最大値はエルボ出口 $L_d/d=0$ において0.154である。

以上で2個のエルボによる曲管に対し, エルボ下流の流れ状態が知られるので, いま図14に示すように軸速度の偏心中心が点Aにある状態で第3番めのエルボに流入する場合を考える。図(a)の断面Iはエルボ入口直前を示し, 図(b)はこの断面の詳細図である。第3エルボの曲り方向がOAに対して θ_0 であれば, この曲り部では第3エルボの曲り面に対して軸速度中心は $(r_0/R) \sin \theta_0$ のかたより量を持つ。ただしこの θ_0 は第3エルボの設置角 ϕ と前述の q , ω_0 の間に次の関係を持つ。

$$\theta_0 = \pi + q \left(\frac{L_d}{d} - 1 \right) + \omega_0 - \phi \quad (17)$$

このかたよりのため第3エルボで新たに旋回流が生ずるが, その大きさを見積るため, 便宜上

図 14 軸速度のかたより (r_0/R) によって生ずる旋回 (M'') の説明

$$M'' = \pi(r_0/R)(\sin\theta_0)m_z \dots \dots \dots (18)$$

(ここで $m_z = \rho \int_0^{2\pi} \int_0^R v_z^2 r dr d\theta / \rho \pi R^2 V_m^2$ である) な

る角運動量 M'' (無次元化されたもの) を考えてみる. 管断面上で v_z 分布がもっとも不均一な場合 (エルボ 2 個, $\psi=180^\circ$, $L_{m1}=0$) においても, $m_z=1.13$ であるので, 結果は $m_z \approx 1$ として求めた.

一方第 3 エルボ前にある旋回流 (第 1, 第 2 エルボの組合せにより生じたもの) のための角運動量 M_u' はこのエルボ通過に際し変化を受けエルボ後は $\alpha M_u'$ (α は係数) になる. したがって第 3 エルボ下流に生じる旋回は上記の M'' と $\alpha M_u'$ の代数和

$$M_d' = M'' + \alpha M_u' \dots \dots \dots (19)$$

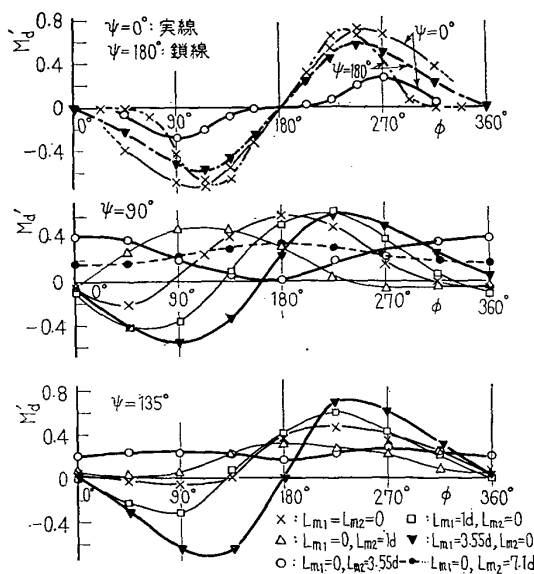
によってほぼ決定されるものとすれば, 3 個のエルボを通過後に生じる二次流れに対し次の 3 種の分類が考えられる.

(1) 曲り前の軸速度のかたよりが大きく曲り部で生じる旋回 M'' が支配的な流れ ($|M''| > \alpha |M_u'|$, 第 2, 第 3 のエルボが空間的配列で近接して置かれ, 第 3 エルボ前で軸速度のかたより r_0/R が大きい場合)

(2) 曲り前に存在していた旋回流 M_u' が曲り通過後も残存し, この旋回流 $\alpha M_u'$ が支配的な流れ ($|M''| < \alpha |M_u'|$, 第 1, 第 2 エルボが接近して空間的におかれ, かつ第 2, 第 3 エルボの間隔が比較的大きく, 第 3 エルボ前で軸速度のかたよりが少ない場合)

(3) 曲り前に存在していた旋回流 M_u' による $\alpha M_u'$ と曲り部で軸速度のかたよりのため生ずる旋回流 M'' とがほぼ等しい場合 ($|M''| \approx \alpha |M_u'|$).

(1) の例を図 15 に示す. この値は第 3 エルボ下流



$M_d' > 0$: 下流方向からみて時計方向旋回, $M_d' < 0$: 下流方向からみて反時計方向旋回

図 15 第 3 エルボ下流 ($L_d=20d$) の旋回大きさ (M_d')

で測定した旋回量 M_d' [式(9)] である. 第 1, 第 2 エルボが空間的に配列された $\psi=90^\circ$, 135° では, 第 2 エルボ下流, すなわち第 3 エルボ入口には相当強い一方方向の旋回流 M_u' が発生しているはずである⁽¹⁾.

しかし図で見られるように $\psi=90^\circ$ では $L_{m1}=0$, $L_{m2} \geq 3.55d$ の範囲, $\psi=135^\circ$ では $L_{m1}=0$, $L_{m2} > 1d$ の範囲を除き, エルボの設置角 ψ を変えると第 3 エルボ下流の M_d' の方向が反転する. すなわち旋回流の方向が変わる. たとえば $\psi=90^\circ$, $L_{m1}=0$, $L_{m2}=1d$ の場合は ϕ が約 15° と 235° において, また $\psi=135^\circ$, $L_{m1}=L_{m2}=0$ の場合は ϕ が約 22° と 130° において M_d' の符号が変わる. 図 14 で説明したように, 第 2, 第 3 エルボの組合せのみから予想される旋回方向の変化は θ あるいは ϕ の 180° 間隔で生ずるはずであるが, 実際には上のように M_d' の方向変化は 180° ごとには生じない. ゆえに第 1, 第 2 エルボの組合せにより生じる第 3 エルボ上流側の旋回量 M_u' が M'' に影響を持つことがわかる.

第 2 エルボ下流で軸速度が最大のかたより (r_0/R) を示す $L_{m1}=0$ の場合にも, 第 2 エルボの設置角 $\psi=90^\circ$ では, 第 2 エルボ下流 $3.55d$ 以上の距離 ($L_{m2} > 3.55d$) に, また $\psi=135^\circ$ では下流 $1d$ 以上の距離 ($L_{m2} > 1d$) に第 3 エルボを置けば, 第 3 エルボ設置角 ϕ には関係なくその下流の二次流れの旋回方向が一定である.

第 1, 第 2 エルボが平面曲り状態, すなわち $\psi=0^\circ$, 180° では第 3 エルボ下流の M_d' の符号変化は図 15 のようにほぼ正しく $\phi=0^\circ$ と 180° で生じる. この場合 M_d' が反転するエルボ間距離は, 図には記入していないが, $L_{m1}=0$ の場合は, $\psi=0^\circ$ では $L_{m2} < 10d$, $\psi=180^\circ$ では $L_{m2} < 5d$ である. また $L_{m1} \geq 3.55d$ で $L_{m2} < 10d$ ならば, 角 ϕ を変えると第 3 エルボ下流で旋回方向 (M_d') が反転する.

一般に第 1, 第 2 エルボ間距離が $L_{m1} \geq 10d$ であれば角 ϕ に関係なく, 第 2 エルボの下流には旋回 M_d' は生じない. ゆえにこの場合第 2 エルボ出口後に第 3 エルボを設けると, その後の旋回流は軸速度のかたよりに基づくもの (M'') のみである.

(2) の例を図 16 に示すが, これは第 3 エルボ前にあった旋回流 M_u' の方向がエルボの設置角度 ψ に関係なく, エルボ下流にまで保持されるため第 3 エルボ下流で実測された旋回流 M_d' が一定符号を取る [図 16 (1) は例外]. これは (1) の場合にもみたように, $L_{m1}=0$ の場合, $\psi=90^\circ$ では, $L_{m2}/d \geq 3.55$ のとき, $\psi=135^\circ$ では $L_{m2}/d \geq 1$ のときに生じる. すなわち第 2 エルボ通過後軸速度のかたより r_0/R が下

流方向に急減少し速度分布が均一化するため、第3エルボを第2エルボよりある程度離して置くと、第3エルボで $\alpha M_u'$ を打負かすほどの軸速度のかたよりによる旋回 M'' が生じないためである。

図16の実線は第3エルボ下流の実測の旋回量 M_d' 、点線はこのエルボ入口の軸速度のかたより r_0/R を知り、図14のようにして算出した旋回量 M'' である。 ϕ のすべての範囲で M_d' はつねに正であるが、 M'' は負の値も取る。この場合 M_d' の大きさは M'' の影響を受け、 M'' の方向がエルボ前の旋回 M_u' と一致する場合 ($M_u' > 0$) は大きく、反対の場合は小さい。すなわち図中の点線 (M'') が負になれば M_d' の値は小さくなり正であれば大きくなる。

第1、第2エルボを空間的に配した場合、第2エルボ下流の一方旋回流は既報のようにエルボ下流 $L_d = 180d$ まで存続する。一方軸速度は $L_d = 10d$ においてほぼ軸対称になる。したがってこの場合、第2エルボ下流 $10d$ 以遠に第3エルボを設置すれば、旋回を伴った軸対称流れが第3エルボにはいると考えてよい。

図17(a)にはこのような旋回流の強度が、エルボ通過により、いかに変化するかを示す。横座標 M_u' はエルボ入口前 $1d$ 断面の流体の旋回強さ、縦座標 M_d' はエルボ出口後 $1d$ 断面の旋回強さである。図中斜線部分は先に述べたように、管路にエルボを3個まで使用した際に生ずる可能性のある旋回流の強度範囲である。エルボ通過により旋回流の強度が著しく弱められる。なお先に述べたエルボ前の旋回量とエルボ後の旋

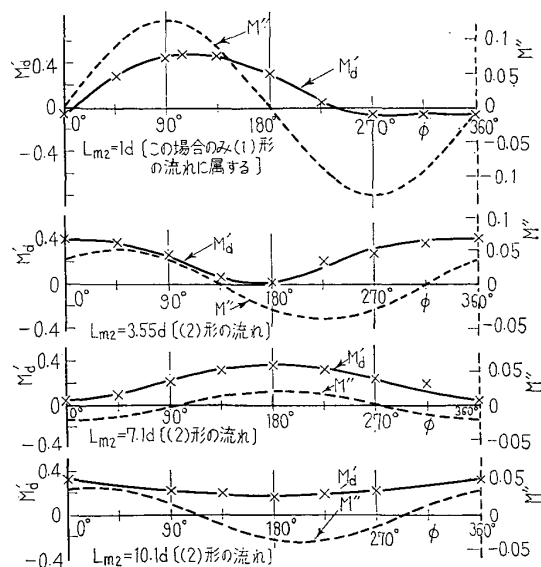


図16 $\phi = 90^\circ$, $L_{m1} = 0$ の場合、 L_{m2} を変化した場合に第3エルボで生ずる M'' と第3エルボ下流の M_d' の関係 ($M_u' > 0$ の場合、 M_d' は $L_d/d = 20$ の値)

回量の関係を表わす係数 α の値は、図17(a)よりほぼ推定することができる。

(3) の形式の $|M''| \approx \alpha |M_u'|$ の流れも理論的には存在するはずであるが、これはある特定の曲り状態にある管路に限られ、実験的に確かめることは困難である。普通は形式(1)か(2)のいずれかの流れが生ずる。

以上述べたことを要約すると、エルボ前の断面で有する流体の旋回量 M_u' と軸速度分布のかたより量 (r_0/R) が既知であれば、次の手順で曲り後の旋回流の強度の概略値を知ることができる。

(1) 図14において、流入するエルボの方向から見た軸速度のかたより中心の距離 $(r_0/R) \sin \theta_0$ を見出し、式(18)を用い軸速度分布の非対称のため曲り

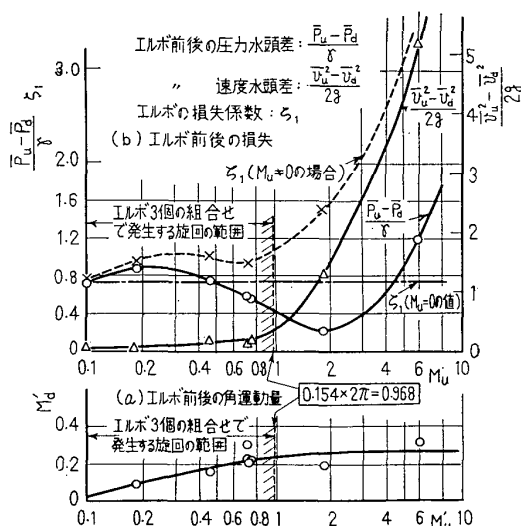


図17 軸対称の旋回流が1個のエルボに流入した場合のエルボ前後のおおの $1d$ 断面における状態変化

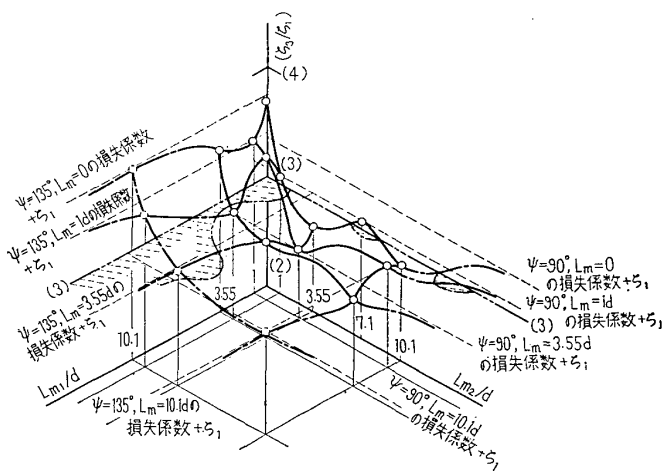


図18 エルボ間距離 ($L_{m1}/d, L_{m2}/d$) を変化した場合の全エルボ損失係数 (ζ_3/ζ_1)、エルボ3個、 $\phi = 90^\circ$, $\phi = 135^\circ$ の場合 [形式(2)の流れ]

部で生ずる旋回量 M'' を求める。

(2) 図 17 (a) を用いて, エルボ前の断面における旋回量 M_u' を知り, エルボ後の旋回量すなわち式 (19) における $\alpha M_u'$ を推定する。

(3) $(M'' + \alpha M_u')$ がエルボ後の旋回強さを与える。なおエルボ直後の軸速度のかたより量 r_0/R は, 単独エルボ直後のかたより量にはほぼ等しいが, r_0/R の下流方向への変化状態は旋回量 $M'' + \alpha M_u'$ により異なる [図 10, 11(b) 参照]。

4.2.3 損失 3 個のエルボによる 4.2.2 項で述べた形式 (2) の流動損失はエルボ下流の二次旋回流の強度とよく一致する。図 18 はエルボ 3 個を用いた $\phi = 90^\circ$, $\phi = 135^\circ$ の場合の損失係数 ζ_3/ζ_1 を示す。 $L_{m1} = 0$ のまま L_{m2} を増すと, ζ_3/ζ_1 は $L_{m2} = 0$ における極大値から減少し $L_{m2} = 3.55d$ で極小値を取り, 再び増して $L_{m2} = 7.1d$ で極大となり, その後も ζ_3/ζ_1 はゆるやかな増減をくり返しつつ一定値 (エルボ 2 個を $L_{m1} = 0$, $\phi = 90^\circ$ の状態に設置した場合の損失係数 ζ_2 と, 単独エルボの係数 ζ_1 の合計値) に近づく。

図 8 の断面 (2) ~ (4) ($L_d = 3.55d$, $7.1d$, $10.1d$) に第 3 エルボを $\phi = 135^\circ$ の状態で設置した場合, その下流で測定された旋回流の強度 M_d' と M'' の回転方向および全エルボ損失の関係を調べると表 2 のようになり, 曲り前の旋回 M_u' と曲り部で生じた旋回 M'' が一致するとき曲り後の旋回 M_d' が大きく, M_d' と損失の傾向がよく一致する。図 18 の例においても $L_{m1} = 0$, $L_{m2} \geq 10d$ の条件にエルボを設置すると, 先に述べたように第 3 (最下流端) エルボに流入する流れの軸速度分布はほぼ軸対称となり, 一方向の旋回流を伴う。図 17 (b) にはこのような場合に

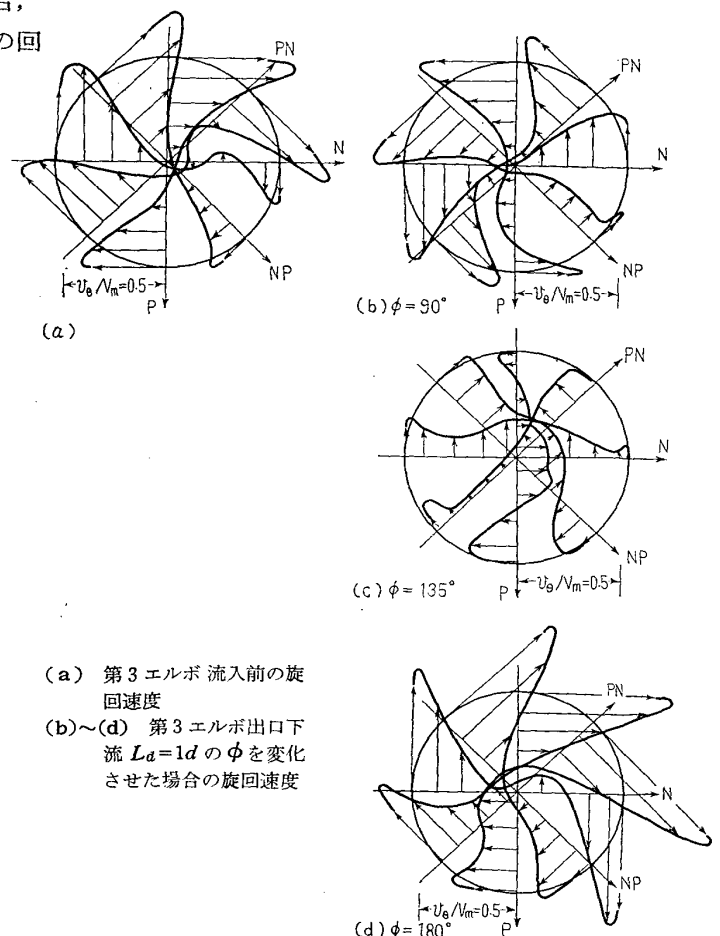
対するエルボ損失の一例を示す。縦座標は曲りの損失係数 ζ_1 ならびにエルボ前 $1d$ 断面, およびエルボ後 $1d$ 断面で測定したそれぞれの断面上の平均の速度水頭の差 $[(\bar{v}_u^2 - \bar{v}_d^2)/2g]$, 圧力水頭の差 $[(\bar{p}_u - \bar{p}_d)/\gamma]$ を示してある。図中 $\zeta_1(M_u' = 0)$ は旋回のない場合のエルボ損失, $\zeta_1(M_u' \neq 0)$ は旋回がある場合の損失係数である。 $\zeta_1, (\bar{v}_u^2 - \bar{v}_d^2)/2g$ はともに強い旋回流においては著しく大きくなる。これは図 17 (a) の結果からも知られるように曲りで旋回流の強度が著しく弱められこれが損失になるためと考えられる。

これと異なり形式 (1) の流れでは旋回強さと損失

表 2

$L_{m2}/d + 0.5d/d$	流入前の M_u' の 回転方向	軸速度のかたより による旋回(M'') の回転方向	旋回量の大小 (旋回量 M_d')	損失の 大小
(1+0.5)	(時計方向)	(時計方向)	大 (0.48)	大
3.55+0.5	時計方向	反時計方向	小 (0.08)	小
7.1 + 0.5	時計方向	弱い時計方向	大 (0.33)	大
10.1 + 0.5	時計方向	反時計方向	小 (0.24)	小

市販エルボはその入口から曲り部へいたるまで $0.5d$ 程度の直線部がある。この距離を流れる間に回転するかたより中心点の角度変化は約 $\pi/8$ である。



(a) 第 3 エルボ 流入前の旋回速度
(b) ~ (d) 第 3 エルボ 出口下流 $L_d = 1d$ の ϕ を変化させた場合の旋回速度

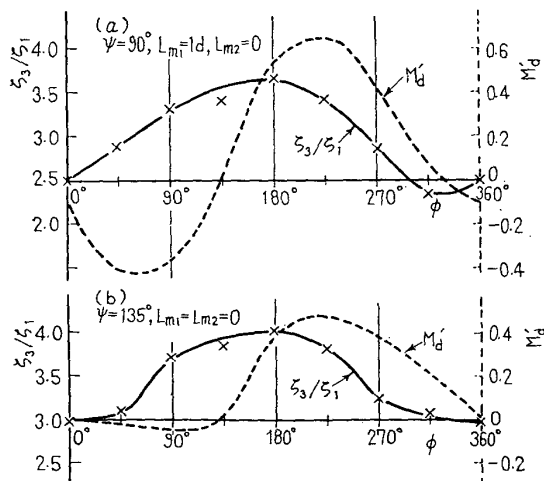


図 19 損失と旋回強さの比較 [形式 (1) の流れ, M_d' は $L_d/d = 20$ の値]

図 20 $\phi = 90^\circ$, $L_{m1} = 1d$, $L_{m2} = 0$ の場合の第 3 エルボ下流の旋回方向の反転状態

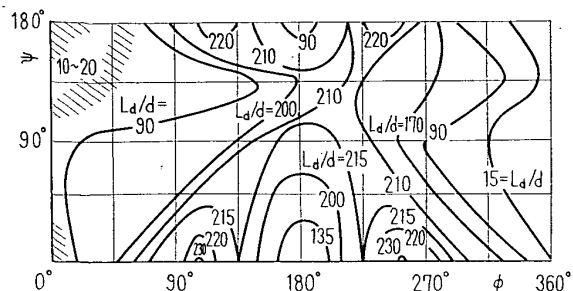


図 21 曲りのため発生した旋回の影響が消えるに要する管長 (L_d/d) と曲り角度 ϕ の関係 ($L_{m1}=L_{m2}=0$ の場合)

とは必ずしも同傾向にない。図 19 (a), (b) にその一例を示す。図 (a) では $\phi=135^\circ$ 、図 (b) では $\phi=50^\circ \sim 135^\circ$ 近傍で損失係数 ζ_3/ζ_1 が大きいが旋回 M_d' の絶対値は小さい。 $\phi=90^\circ$ の場合の第 3 エルボの入口と出口の速度分布状態を図 20 (a)~(d) に示す。同図 (b)~(d) のように $\phi=135^\circ$ を境にして第 3 エルボ下流の旋回方向が反転している。この近傍では M'' と $\alpha M_u'$ による旋回作用が打消し合い、大きな損失を生じるため旋回は弱いが損失係数 ζ_3/ζ_1 は大きい。

4.2.4 曲りによる旋回の影響が及ぶ長さ 図 21 は 3 個のエルボの配列でもっとも強い旋回が生じる場

合、 $L_{m1}=L_{m2}=0$ 、旋回の影響が消失するための管長を表わす線図である。既述の結果からも予想されるようにエルボ設置角度 ϕ , ϕ によって旋回の及ぶ長さが多様に変化するのが見られる。

5. 結 論

(1) 一つの管路に 3 個のエルボを連続的に設置した場合、曲り損失係数 ζ_3/ζ_1 は図 5 のように管路の曲り角度 ϕ , ϕ により複雑に変化する。

(2) 管路の曲り角度 ϕ , ϕ およびエルボ間距離 L_{m1} , L_{m2} を変え、曲りで生じる二次旋回流の大きさと方向を測定し、この旋回流の発生機構を明らかにした。そして曲り損失と旋回流の関連についてもある程度解明する手がかりを得た。この結果は、エルボを 4 個以上含む連続した曲り管路の流動状態を推定するのに応用することができる。

文 献

- (1) 村上・ほか 2 名, 機論, 35-272 (昭 44-4), 763.
- (2) 伊藤, 東北大学高速力学研究所報告, 15-142 (昭 34/35), 37.
- (3) Lee, C.S., *Gesundh Ingr.*, 12-89 (1968), 367.

討 論

〔質問〕 白石 直(三菱重工業会社神戸研究所)

(1) エルボ上流での Z, N, P 方向の量にそれぞれ Z_u, N_u, P_u を、下流でのそれらにそれぞれ Z_d, N_d, P_d を添字として付ける。エルボ上流のある断面の角運動量ベクトル $\omega_u (= \omega_{Zu} + \omega_{Nu} + \omega_{Pu})$ と下流のある断面のそれ $\omega_d (= \omega_{Zd} + \omega_{Nd} + \omega_{Pd})$ とには、その間の管壁から流体が与えられるモーメントベクトルを $T (= T_Z + T_N + T_P)$ として、角運動量の保存則から次の関係が成り立つと思う。

$$\omega_u + T = \omega_d \quad \dots\dots\dots (i)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} |\omega_Z| &= M \\ |\omega_N| &= M_N - \rho V_m \int_0^{2\pi} \int_0^R v_Z r_P r dr d\theta \\ |\omega_P| &= M_P - \rho V_m \int_0^{2\pi} \int_0^R v_Z r_N r dr d\theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (ii)$$

で、 T_Z, T_N および T_P はそれぞれ T の Z_u, N_u および P_u 方向成分とする。

第 3 エルボの前後で考えると式 (i) からその成分

$$|\omega_{Pu}| + |T_P| = |\omega_{Zd}| \quad \dots\dots\dots (iii)$$

が求まる。さらに

$$M'' = \frac{M_{Pu}}{\rho V_m^2 R^3} m_Z \quad \dots\dots\dots (iv)$$

となるから、式 (ii)~(iv) から

$$M_d' = \frac{M''}{m_Z} - \int_0^{2\pi} \int_0^R v_Z' r_{Nu}' r' dr' d\theta + \frac{|T_P|}{\rho V_m^2 R^3} \quad \dots\dots\dots (v)$$

となり、 M_d' は M'' の影響を受けることがわかる。しかし、式 (v) を見ると貴文中の式 (19) を仮定してしまうのは納得がゆかない。

(2) エルボの数が十分多くなると、 n 番めのエルボの損失には $n-m$ 番め以前のエルボの影響が無視できるように思うが、その限度 m はいくつくらいか。

(3) 管とエルボの接合の仕方の損失に対する影響は 3 個の場合も 2 個の場合と同じなのか。

〔回答〕 (1) ご指摘のように式 (19) はエルボ前後の旋回流強さの関係を表わす式としては適当でない点があるかと思う。しかし本研究のようにねじ込式エルボで、しかもその曲率半径比 ($R/d=1$) が小さい場合には曲り部の流れは非常に複雑になり、その部分で管壁が流体に及ぼすモーメント T を定量的に表わす

ことに困難がある。したがってここでは曲り部旋回流れを支配する主要な物理量として、曲り前の軸速度の不均一度を表わす量 v_0/R [式 (16)] を用いて、曲り通過時に生ずる旋回量 M'' と曲り前にあった旋回量 M_u' の影響を表わす量 $\alpha M_u'$ [α は図 17 (a) の係数] の二つを取上げた。そして式 (16) のようにこの二つの量の代数和として曲り後に生ずる旋回量を表わし、その妥当性を実験的に調べたわけである。

(2) 現在引き続き実験中で、現段階では正確なことは不明である。しかし付図 1 の結果などから推定してエルボ個数の限度 m はおそらく 4~5 でないかと考えている。付図 1 には、すべてのエルボ間隔を零にして曲り後に見られる最大旋回量 M_d' (エルボ設置角は場合により異なる) を示してある。エルボ 4 個あたりで M_d' の値が飽和し、これ以上曲げ数を増しても M_d' が増大しない。また同図にはこの最大旋回発生時における曲りの全損失係数 ($\zeta_{n \max}$) を単独エルボの損失係数の n 倍すなわち $n\zeta_1$ で割った値を示してあるが、やはりその値はエルボ個数が 4 あたりで 1 以下となる。したがって任意のエルボには、これより 4~5 個ぐらいから上流側のエルボ群の影響はあまりないと考えら

れる。

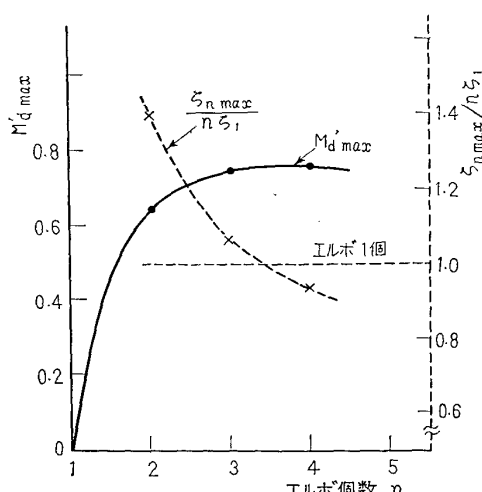
(3) エルボ接合部のねじ込量による損失係数の変化割合は、3 個の場合と 2 個の場合とはほとんど同じである (付図 2)。半分程度ねじ込むとねじいっぱいの場合より損失は約 15% 減少する。

〔質問〕 伊藤英覚 (東北大学高速力学研究所)

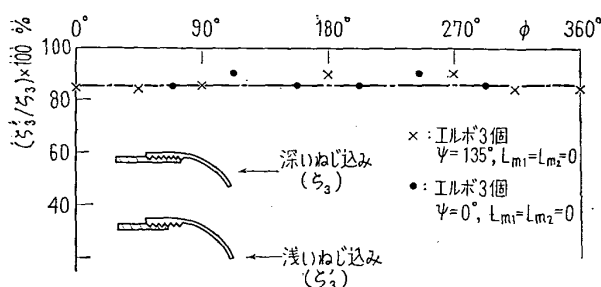
(1) 実験は呼び 2 のねじ込形エルボについてなされたようだが、ねじ込形エルボは断面積の拡大・縮小およびねじ部の影響があり、フランジを付した内径が直管のそれに等しい曲り管と水力学的にかなり相違する (付 1)。たとえば、単独に配置された 90° 曲り管の下流側各位置で測定される曲り管の損失係数 ζ_c を、十分下流で測定されたそれぞれの曲り管の全損失係数 ζ_t との比で表わすと、付図 3 (付 2) のようになり (図中エルボとあるのが呼び $1\frac{1}{4}$ のねじ込形エルボ、 R は曲り管の曲率半径、 $a=d/2$ は曲り管の内半径)、下流側への影響はねじ込形エルボの場合少なくとも損失に関する限り相対的な意味で比較的小さいことがわかる。したがってフランジを付した内径が直管のそれに等しい曲り管では、半径比に応じて、ねじ込形エルボとは定量的に相違した結果が得られるのではなからうかと思う。またねじ込形エルボの断面積の拡大・縮小の割合は呼びによってかなり相違 (付 1) するから、呼びが違えばこの場合にも定量的な相違が生じてくるのではないかと思う。

(2) 著者のひとりの別論文に対する討論でお知らせしたように、本文中で取扱われたような二次流れの理論には、Hawthorne (付 3) および Horlock (付 4) の理論がある。一応注目に値すると思われるので、ご検討いただくことを希望する。たとえば貴理論によれば、曲りに基づく遠心力の影響はどのように処理されているのか。

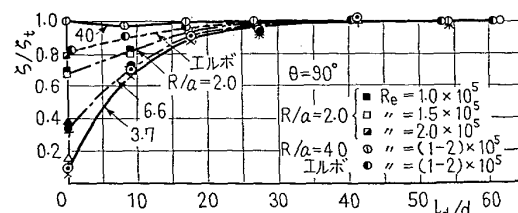
〔回答〕 (1) ご指摘のようにエルボの呼び径により、曲りの損失係数が多少異なる。ここで用いた程



付図 1



付図 2 ねじ込深さによる損失係数の変化



付図 3

(付 1) 伊藤・今井, 機誌, 69-568 (昭 41-5), 560.

(付 2) Itô, H., *Trans. ASME, Ser. D*, 82-1 (1960-3), 131.

(付 3) Hawthorne, W.R., *Proc. Roy. Soc. Lond., Ser. A*, 206-1086 (1951-5), 374.

(付 4) Horlock, J.H., *Proc. Roy. Soc. Lond., Ser. A*, 234-1198 (1956-2), 335.

度の比較的小さい口径 (2 in) のエルボにおいては、別々のエルボどうしを比較した場合にも曲り部の形状通路断面積の拡大縮小などの不同が比較的大きく (約 1~2%), また貴実験結果が示すように通路の拡大、縮小による損失係数への影響も呼び径により相当変化すると考える。したがって工業上使用される曲り管については、呼び径の相違による損失および流れ状態の変化などを今後明らかにする必要があると思う。

(2) 本実験のエルボは曲率半径比 ($R/d=1$) が小さく、かつねじ込式で通路断面に比較的大きな量の急

激な拡大と縮小を持っているので、その内部の流れ状態は非常に複雑である。したがって、ここでは、まず実験的にこの流れ状態と損失の関係を明らかにすることを目的とした。この場合、曲り部における遠心力を軸速度のかたより量 (r_0/R) に関係づけて、曲りにより生ずる一方向旋回流の大きさのみに注目した。貴研究結果などを比較した結果、本実験値はフランジ接合のなめらかな曲りにも近似的に適用できるようなので、今後従来の理論的研究をもとに、本研究をさらに進めたいと思っている。