

平成18年度修士学位論文

ハイブリッド除振装置の
ロバスト振動制御に関する研究

指導教官 水谷一樹 教授

三重大学大学院工学研究科
博士前期過程 機械工学専攻
渡辺 貴仁



目次

| | |
|------------------------------|----|
| 第1章 緒言 | 1 |
| 第2章 ハイブリッド除振装置 | 2 |
| 2.1 除振装置の構成 | 2 |
| 2.2 除振装置のモデル化 | 6 |
| 2.2.1 モデル化における仮定 | 6 |
| 2.2.2 荷台の運動方程式 | 6 |
| 2.2.3 荷台の状態方程式, 出力方程式 | 10 |
| 第3章 制御理論 | 13 |
| 3.1 ロバスト性とは | 13 |
| 3.1.1 相補感度関数: $T(s)$ | 14 |
| 3.1.2 感度関数: $S(s)$ | 14 |
| 3.2 プラントの表現 | 15 |
| 3.2.1 ノミナルプラント: $P_0(s)$ | 15 |
| 3.2.2 摂動プラント: $\tilde{P}(s)$ | 18 |
| 3.2.3 プラント集合: $P(s)$ | 21 |
| 3.3.3 一般化プラント: $G(s)$ | 23 |
| 3.3 制御系設計条件 | 23 |
| 3.4 感度低減化問題 | 24 |
| 3.4.1 一般化プラントの作成 | 24 |
| 3.4.2 制御系設計 | 25 |
| 3.5 混合感度低減化問題 | 32 |
| 3.5.1 一般化プラントの作成 | 32 |
| 3.5.2 制御系設計 | 33 |
| 第4章 実験装置への実装 | 36 |
| 4.1 擬似逆行列による分配 | 36 |
| 4.2 装置への実装の結果 | 39 |
| 第5章 結言 | 40 |
| 参考文献 | 41 |
| 謝辞 | 42 |

第1章

緒言

近年、精密機器の製造がクリーンルーム内で行われる事が多くなっている。工業用のクリーンルームでは室内の微粒子を除去するために空気を循環させている。このため、室内にグリーチングと呼ばれる格子状の穴が空いた床板を敷く事になる。この室内で製品、半製品を搬送する際に搬送台車を用いると、このグリーチングの上を走行する事になり、車輪からグリーチングを乗り越える時の振動が荷台部分へと加えられる。これにより振動に弱い精密部品が破損し、生産効率を悪化させる事になる。

これに対して従来は荷台支持部に受動要素を配して除振を行うがこれでは低振動数領域での除振性能の悪さや共振現象を避ける事が出来ない。本研究では従来搬送台車の車体支持部分に用いられるばね、ダンパのような受動要素に加え、アクチュエータを並列に配し、ハイブリッド除振装置とする。これによって低振動数領域や共振周波数付近の応答特性の改善を試み、振動の伝達を低減する事を目的とする。これらのことは、観測対象が変位の場合に起こることだが、観測対象が加速度になった場合での挙動の変化についても考察する。

搬送台車のモデルとして四点支持の除振装置を想定し除振装置の荷台部分重心の並進運動（バウンシング）及び重心の回転運動（ピッチング、ローリング）を制御対象の自由度とする。また、重心回りの並進運動及び回転運動へ直接制御力を加える事ができるとした3自由度系としてモデル化を行う。このため荷台部分の運動を特徴付けるバウンシング、ピッチング、ローリングに対して直接有効な制御器を設計することを目指す。

制御系の設計は実システムへの適用に優れるロバスト制御理論の中で近年広く実用化されている H_{∞} 制御理論を用いて行う。搬送台車の様な自走式の制御対象では絶対変位や絶対速度などを得る事が困難であるため状態フィードバックを用いるには状態量推定が必要となる。ロバスト制御理論では出力フィードバックによる制御系設計が容易であるため検出しやすい加速度などからの出力のみで制御が行えるという利点もある。

前年、実験装置を作成した。これにより、実プラントの計測および、物性値が定まった。この物性値を用いシミュレーションおよび制御器の作成を行う。

また、実験装置とシミュレーションの比較検討を行い、モデルの妥当性、実装するためのコントローラの作成を行う。

第2章

ハイブリッド除振装置

この章では本研究の対象となるハイブリッド除振装置について述べる。

一般的に用いられる除振装置では、ばね、ダンパなどの受動要素のみにより荷台部分は支持されている。これらの受動要素に並列にアクチュエータを配した物をハイブリッド除振装置と呼ぶ。本研究では四点の支持部分全てにアクチュエータを配した。

また、制御系の設計に用いる制御モデルについてもこの章で述べる事とする。

2.1 除振装置の構成

既に述べたように本研究の対象とする除振装置は四点支持の除振装置であり、各支持点全てにアクチュエータを有するハイブリッド除振装置である。各支持部のばね、ダンパ、アクチュエータは同軸上に設置され、荷台上の同じ場所から力が加えられるとする。除振装置の概略図を Fig. 2.1 に、実際の装置を Fig. 2.2 に示す。

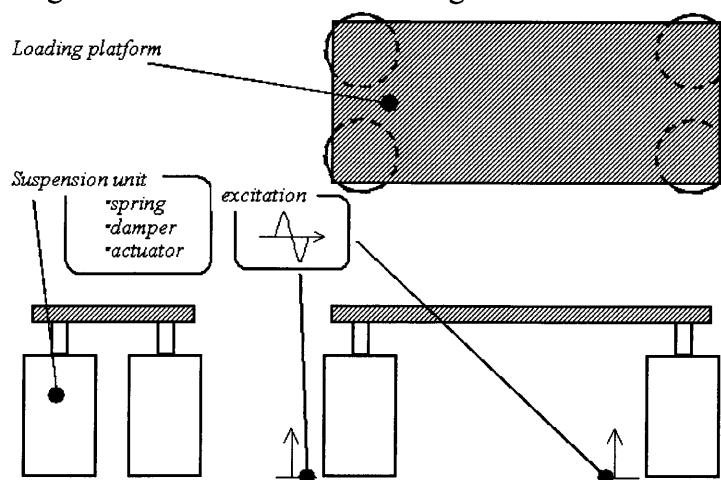


Fig. 2.1 Hybrid insulation system

荷台部分の概寸および重量を Table. 2.1 に示す。ここで荷台部分の四隅に配した支持部分および、それらを繋ぐ板部分はアルミニウム合金製である。また、荷台部分のピッチング、ローリング各方向についての重心回りの慣性モーメントは荷台の幾何学的な特性から示す値とし、長い辺を縦、短い辺を横とする。支持部のばね定数、減衰係数は Table. 2.2 に示す。これは、荷台をはずし、仮の錘を設置し、各支持点におけるインパルス応答から固有振動数や振幅を測り算出した。なお、支持部のばね定数、減衰係数は

制御用ボイスコイルモータ(以降 VCM)に設置した変位センサの計測値を微分回路, 積分回路を通しフィードバックすることにより任意に変更可能なように作成されている. 制御時にはこのフィードバック回路により発生された力と, 制御器により発生された力を加算回路により, 足し合わせ制御用 VCM を稼動する. このブロック線図とあわせ装置全体のブロック線図を Fig. 2.3 に示す. なお, 装置自体の設計図, およびフィードバック回路の回路図, 装置の機構等は今年の卒業論文を参照していただきたい. ⁽²⁾

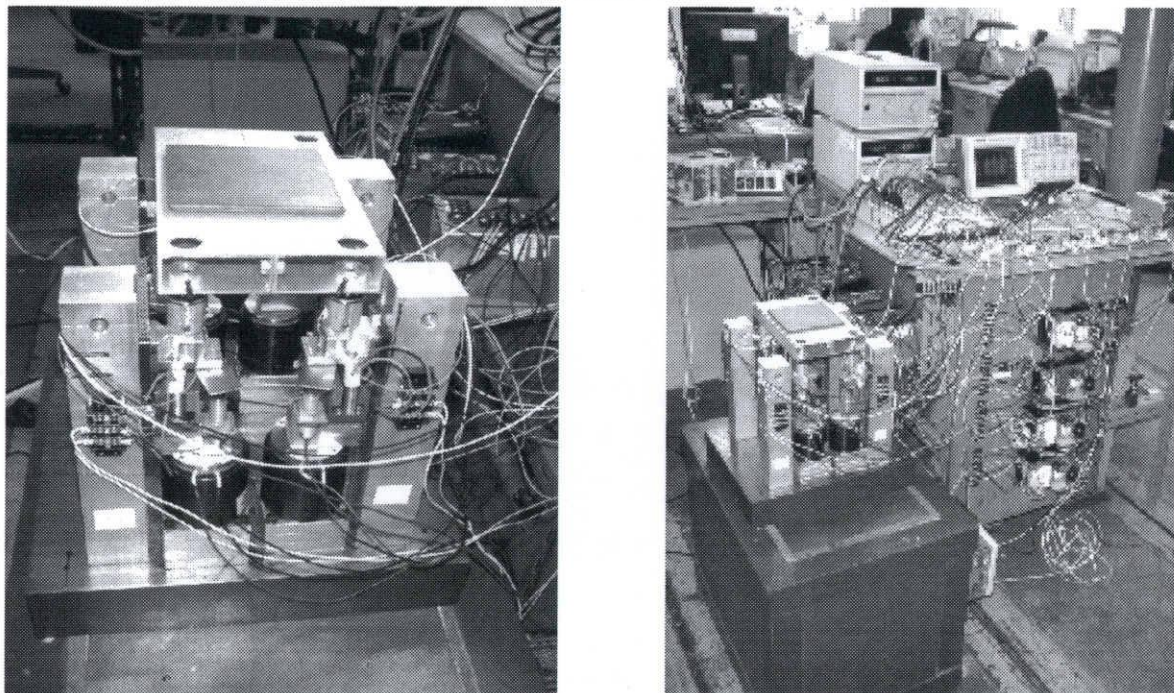


Fig. 2.2 The photo of device

Table. 2.1 Value of bed

| | |
|--------------------------|----------------------------|
| weight | $m = 0.8 [g]$ |
| height | $a = 200 [mm]$ |
| width | $b = 120 [mm]$ |
| Inertia moment(pitching) | $J_p = 9.6 \times 10^{-4}$ |
| Inertia moment(rolling) | $J_R = 2.7 \times 10^{-3}$ |

Table. 2.2 Response of device

| | Spring constant[Nm] | Damping coefficient[Nm/s ²] |
|------------------|---------------------|---|
| Front-Right (FL) | $k_{FL} = 964$ | $C_{FL} = 0.983$ |
| Front-Left (FR) | $k_{FR} = 964$ | $C_{FR} = 0.980$ |
| Rear-Right (RL) | $k_{RL} = 964$ | $C_{RL} = 0.930$ |
| Rear-Left (FL) | $k_{RR} = 964$ | $C_{FL} = 0.983$ |

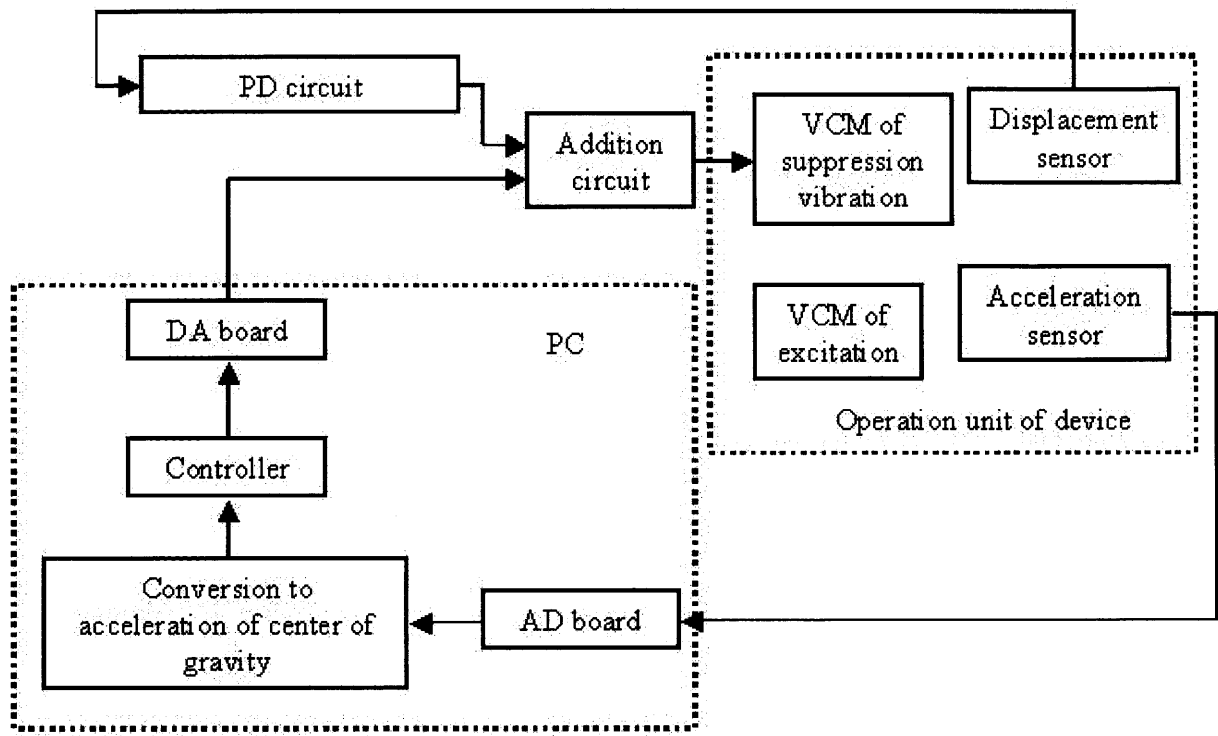


Fig. 2.3 Block dialog of device

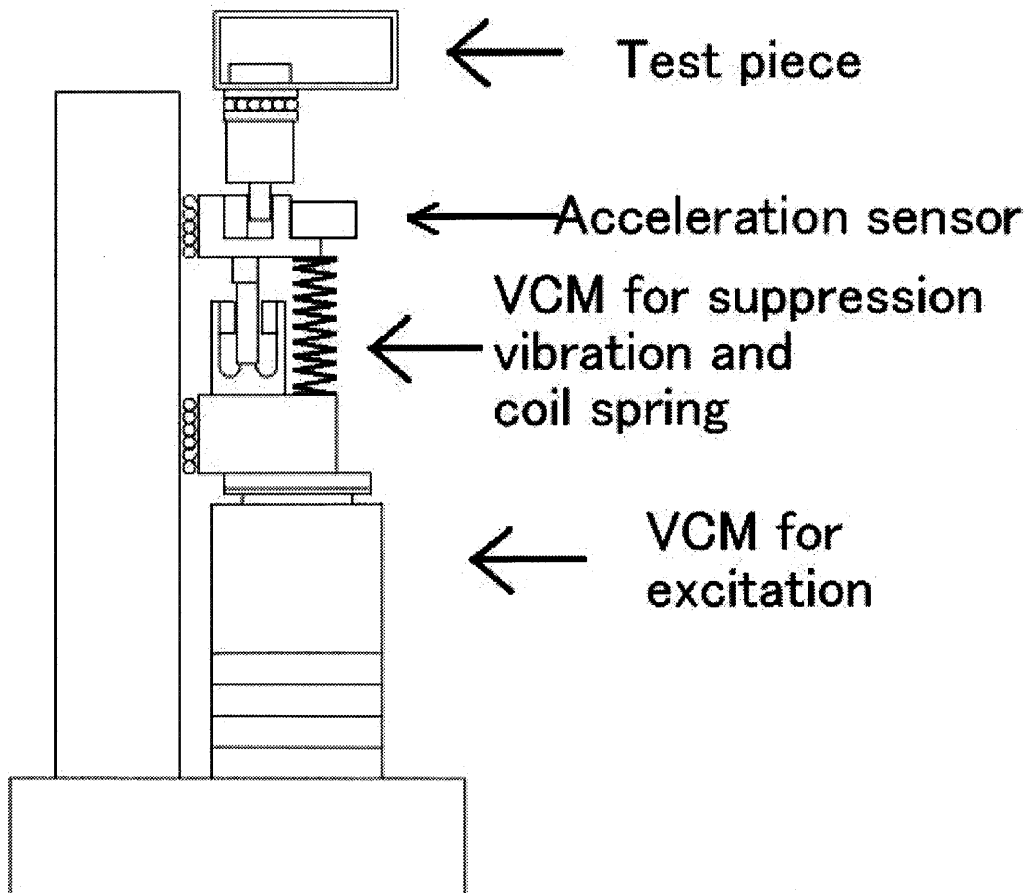


Fig. 2.4 supporting section

Fig. 2.4 に実験装置のブロック線図を示す。また, Fig. 2.4 には実験装置の支持部の略図を示す。ここで, PC に入力された加速度は各支持点におけるものである。よって, PC 内で重心周りの加速度に変換している。変換式は, 2.2.3 節において述べる。また, 実験装置の各足部の略図を Fig. 2.5 に示す。

2.2.1 節において詳しく述べるがこの装置の荷台は剛体であり, 水平方向の運動は無視できると仮定している。そのため, 荷台と支持部の間にボールベアリングをはさむことにより, 荷台だけは水平方向へも動くようにし, 自由度を増やすことによって, 想定外の動きにもある程度は対応できるようにしてある。また, 支持部では水平方向へは動かないように固定された支柱をガイドとし, その間の動きをスムーズにするためにボールベアリングを使用している。そして, 加速度の計測位置をこの部位にすることで, 垂直方向のみの加速度を観測できるようにしている。しかし, ここで起こる摩擦力はどんなに調整してもなくすることはできない。そのため, ばね定数を大きくすることで摩擦力の影響を少なくしている。

今回, 制御対象として加速度を用いるので, 加速度センサを用いた。この加速度センサの特性について Table. 2.3 に示す。

Table. 2.3 Response of acceleration sensor

| | |
|-----------------------|-------------------|
| name | Ics-3000 3145-005 |
| range | ± 5 [G] |
| sensitivity | 400[mV] |
| response of frequency | 0-500[Hz] |
| offset voltage | 2.5[V] |

このセンサのオフセット電圧を消すために, 電源電圧との加算回路を通すことで, オフセット電圧を 0[V]としている。

また, 加振, 制御用 VCM についての性能と, VCM に入れているばねのばね定数を Table. 2.4 に示す。PC からの出力信号はオペアンプによって増幅され VCM に入力される。そのため, 意図した出力になる用に実際には PC 内でそれらを考慮に入れ出力されるようなプログラムを組んでいる。また, 加速度センサの出力も実際には電圧で出力されているので, これを感度にあわせ加速度になるような変換をしている。

Table. 2.4 Response of VCM

| | Suppression vibration | Excitation |
|----------------------------------|-----------------------|-----------------|
| Constant of thrust | 2.4[N/A] | 9.4[N/A] |
| Impedance | 7.5[Ω] | 9.7[Ω] |
| Specification constant of spring | 0.423[N/mm] | 0.41[N/mm] |

2.2 除振装置のモデル化

前節で述べた除振装置についてのモデル化を行う。この際に2.2.1項に述べる仮定を用いる。このためモデル化した除振装置は想定した物と厳密には異なる物となる。また、このモデル化には積載物は考慮されていないので制御系設計時には配慮が必要である。

2.2.1 モデル化における仮定

物理モデルを厳密に数式化することは大変困難であり、もし数式化しても非線形項を含むためこれに対し制御系を設計する事も大変困難であるといえる。そのため除振装置を制御系設計上取り扱いやすい線形系へとモデル化する。ここでモデル化時に必要となる仮定を以下に挙げる。

S 1 : 荷台は剛体である。

2.1節で述べた荷台部分は十分な強度を持つ物と考えられ弾性モードの振動は発生しないとする。

S 2 : 荷台の傾き角は微小であるとし、 $\sin \theta = \theta$ で近似される。

運動方程式を線形化するための仮定であるが、振動が大きくなると線形性を失い制御性能を悪化させる恐れがある。

S 3 : 荷台の水平方向への運動は無視できる物とする。

取り付けたアクチュエータは系の重心、上下並進（バウンス）方向、前後、左右回転（ピッチング、ローリング）方向にしか有効でない。また、荷台の水平方向への運動は微小であり、無視できるものとする。

S 4 : 制御力は各自由度の運動方向へ直接作用する物とする。

制御対象とする除振装置ではアクチュエータは各支持点に設置されているので荷台四隅、4ヶ所から入力されるのだが、制御系設計を重心のバウンス方向、ピッチング方向、ローリング方向の3自由度に対して行うため、制御力もこの3自由度に直接作用する物を想定してモデル化を行う。

2.2.2 荷台の運動方程式

Fig. 2.1に示した除振装置を Fig. 2.5の様にモデル化し、重心回りの上下並進（バウンス）方向及び前後、左右の回転（ピッチング、ローリング）方向の運動について以下のように運動方程式を立てる。（強制変位を外乱として受ける四輪車体系と考える）

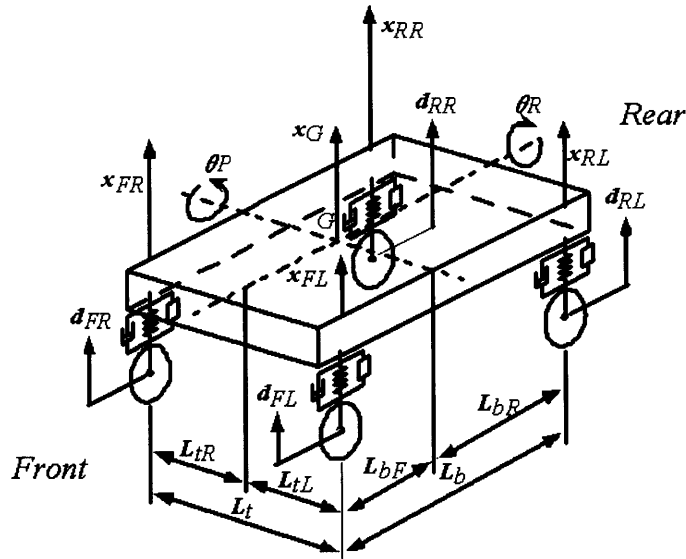


Fig. 2.5 Dynamic model

上下並進 (バウンシング)

$$\begin{aligned}
 m\ddot{x}_G = & -k_{FL}(x_{FL} - d_{FL}) - k_{FR}(x_{FR} - d_{FR}) - k_{RL}(x_{RL} - d_{RL}) - k_{RR}(x_{RR} - d_{RR}) \\
 & -c_{FL}(\dot{x}_{FL} - \dot{d}_{FL}) - c_{FR}(\dot{x}_{FR} - \dot{d}_{FR}) - c_{RL}(\dot{x}_{RL} - \dot{d}_{RL}) - c_{RR}(\dot{x}_{RR} - \dot{d}_{RR}) \\
 & + u_{FL} + u_{FR} + u_{RL} + u_{RR}
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

前後回転 (ピッチング)

$$\begin{aligned}
 J_P\ddot{\theta}_P = & k_{FL}L_{bF}(x_{FL} - d_{FL}) + k_{FR}L_{bF}(x_{FR} - d_{FR}) - k_{RL}L_{bR}(x_{RL} - d_{RL}) - k_{RR}L_{bR}(x_{RR} - d_{RR}) \\
 & + c_{FL}L_{bF}(\dot{x}_{FL} - \dot{d}_{FL}) + c_{FR}L_{bF}(\dot{x}_{FR} - \dot{d}_{FR}) - c_{RL}L_{bR}(\dot{x}_{RL} - \dot{d}_{RL}) - c_{RR}L_{bR}(\dot{x}_{RR} - \dot{d}_{RR}) \\
 & - L_{bF}u_{FL} - L_{bF}u_{FR} + L_{bR}u_{RL} + L_{bR}u_{RR}
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

左右回転 (ローリング)

$$\begin{aligned}
 J_R\ddot{\theta}_R = & k_{FL}L_{iL}(x_{FL} - d_{FL}) - k_{FR}L_{iR}(x_{FR} - d_{FR}) + k_{RL}L_{iL}(x_{RL} - d_{RL}) - k_{RR}L_{iR}(x_{RR} - d_{RR}) \\
 & + c_{FL}L_{iL}(\dot{x}_{FL} - \dot{d}_{FL}) - c_{FR}L_{iR}(\dot{x}_{FR} - \dot{d}_{FR}) + c_{RL}L_{iL}(\dot{x}_{RL} - \dot{d}_{RL}) - c_{RR}L_{iR}(\dot{x}_{RR} - \dot{d}_{RR}) \\
 & - L_{iL}u_{FL} + L_{iL}u_{FR} - L_{iR}u_{RL} + L_{iR}u_{RR}
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

ここで簡単のために式中的変数を重心回り3自由度についての物へ変換する。このため各支持点の変位を重心の上下方向の変位 x_G 、前後回転方向の角変位 θ_P 、左右方向の角変位 θ_R によって表す関係式を導出する。

まずは各支持点の変位を重心回りの傾き角へと変換する式を求める。この変数変換は仮定 S 1 に基づいて得られる Fig. 2.6 の関係により導かれる。またこの式に仮定 S 2 を用いて線形化を行う。これによって得られる変数の関係式を式(2.4), (2.5)に示す。

$$\theta_P \approx \sin \theta_P = \frac{x_{RL} - x_{FL}}{L_{bF} + L_{bR}} = \frac{x_{RR} - x_{FR}}{L_{bF} + L_{bR}} \tag{2.4}$$

$$\theta_R \approx \sin \theta_R = \frac{x_{FR} - x_{FL}}{L_{iL} + L_{iR}} = \frac{x_{RR} - x_{RL}}{L_{iL} + L_{iR}} \quad (2.5)$$

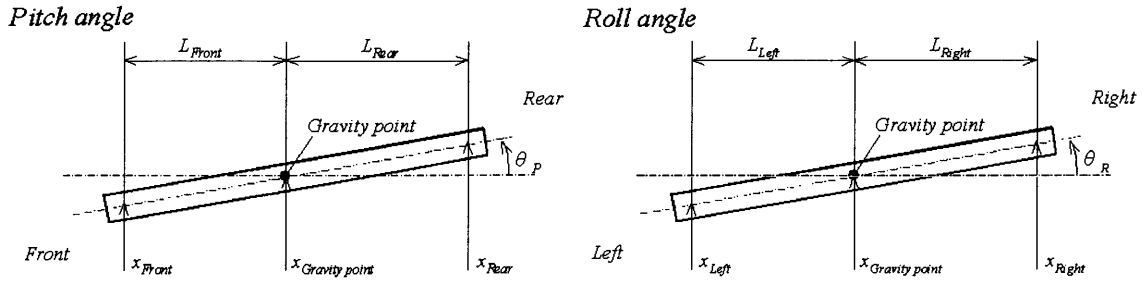


Fig. 2.6 Relation of variables

また, Fig. 2.7 に示す様な左前方支持点の変位と重心の変位, 変位角の関係などから, 重心の上下方向変位を各支持点の変位, 重心回りのピッチ及びロール方向の傾き角を表す式を求める。

まず Fig. 2.6 の様に左前方支持点を基準に考えると仮定 S 2 の条件の下で以下のような関係が成り立つ。

$$x_{FG} = x_{FL} + L_{iL} \sin \theta_R \approx x_{FL} + L_{iL} \theta_R$$

$$x_G = x_{FG} + L_{bF} \sin \theta_P \approx x_{FG} + L_{bF} \theta_P$$

これらより重心の変位は左前方支持点の変位, 重心の傾き角により次式のように表される。

$$x_G = x_{FL} + L_{bF} \theta_P + L_{iL} \theta_R \quad (2.6)$$

これと同様に他の支持点を基準に考えると以下の様な関係が得られる。

$$x_G = x_{FR} + L_{bF} \theta_P - L_{iR} \theta_R$$

$$x_G = x_{RL} - L_{bR} \theta_P + L_{iL} \theta_R \quad (2.7)$$

$$x_G = x_{RR} - L_{bR} \theta_P - L_{iR} \theta_R$$

式(2.7)と(2.8)から各支持点の変位を重心の変位, 変位角で表し, 次のようにする。

$$x_{FL} = x_G - L_{bF} \theta_P - L_{iL} \theta_R$$

$$x_{FR} = x_G - L_{bF} \theta_P + L_{iR} \theta_R \quad (2.8)$$

$$x_{RL} = x_G + L_{bR} \theta_P - L_{iL} \theta_R$$

$$x_{RR} = x_G + L_{bR} \theta_P + L_{iR} \theta_R$$

また, 各支持点の速度, 加速度についての関係は式(2.8)を微分する事により得られ, これと同様の関係となる事が解る。

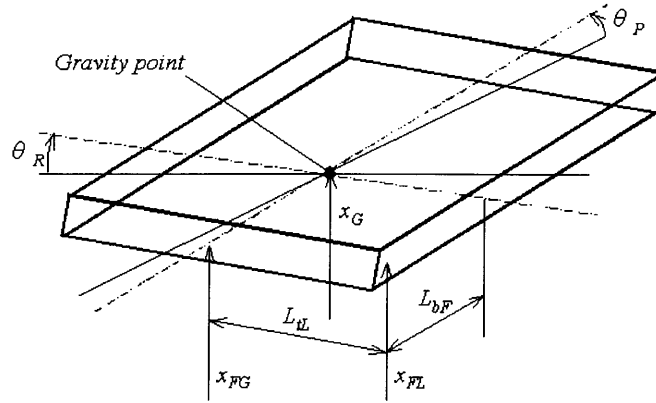


Fig. 2.7 Relation of supporting point - gravity point displacement

ここで仮定 S 4 より制御力は各自由度の運動方向へ直接加えられる物とし、式(2.8)を用いて式(2.1)~(2.3)を変形すると以下の式が得られる。

$$\begin{aligned} \ddot{x}_G = & -\frac{k_G}{m} x_G - \frac{k_{GP}}{m} \theta_P - \frac{k_{GR}}{m} \theta_R - \frac{c_G}{m} \dot{x}_G - \frac{c_{GP}}{m} \dot{\theta}_P - \frac{c_{GR}}{m} \dot{\theta}_R + \frac{u_G}{m} \\ & + \frac{k_{FL}}{m} d_{FL} + \frac{k_{FR}}{m} d_{FR} + \frac{k_{RL}}{m} d_{RL} + \frac{k_{RR}}{m} d_{RR} \\ & + \frac{c_{FL}}{m} \dot{d}_{FL} + \frac{c_{FR}}{m} \dot{d}_{FR} + \frac{c_{RL}}{m} \dot{d}_{RL} + \frac{c_{RR}}{m} \dot{d}_{RR} \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_P = & -\frac{k_{GP}}{J_P} x_G - \frac{k_P}{J_P} \theta_P - \frac{k_{PR}}{J_P} \theta_R - \frac{c_{GP}}{J_P} \dot{x}_G - \frac{c_P}{J_P} \dot{\theta}_P - \frac{c_{PR}}{J_P} \dot{\theta}_R + \frac{u_P}{J_P} \\ & - \frac{k_{FL} L_{bF}}{J_P} d_{FL} - \frac{k_{FR} L_{bF}}{J_P} d_{FR} + \frac{k_{RL} L_{bR}}{J_P} d_{RL} + \frac{k_{RR} L_{bR}}{J_P} d_{RR} \\ & - \frac{c_{FL} L_{bF}}{J_P} \dot{d}_{FL} - \frac{c_{FR} L_{bF}}{J_P} \dot{d}_{FR} + \frac{c_{RL} L_{bR}}{J_P} \dot{d}_{RL} + \frac{c_{RR} L_{bR}}{J_P} \dot{d}_{RR} \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_R = & -\frac{k_{GR}}{J_R} x_G - \frac{k_{PR}}{J_R} \theta_P - \frac{k_R}{J_R} \theta_R - \frac{c_{GR}}{J_R} \dot{x}_G - \frac{c_{PR}}{J_R} \dot{\theta}_P - \frac{c_R}{J_R} \dot{\theta}_R + \frac{u_R}{J_R} \\ & - \frac{k_{FL} L_{iL}}{J_R} d_{FL} + \frac{k_{FR} L_{iR}}{J_R} d_{FR} - \frac{k_{RL} L_{iL}}{J_R} d_{RL} + \frac{k_{RR} L_{iR}}{J_R} d_{RR} \\ & - \frac{c_{FL} L_{iL}}{J_R} \dot{d}_{FL} + \frac{c_{FR} L_{iR}}{J_R} \dot{d}_{FR} - \frac{c_{RL} L_{iL}}{J_R} \dot{d}_{RL} + \frac{c_{RR} L_{iR}}{J_R} \dot{d}_{RR} \end{aligned} \quad (2.11)$$

この式を使用し、2.1節において説明した、各支持点における加速度を重心周りの加速度に変換している。

ここで式中に用いた連成ばね定数、減衰係数を Table. 2.5 に示す。

Table 2.5 Coupled coefficient

| | Spring constant | Damping coefficient |
|-------------------|--|--|
| Bouncing | $k_G = k_{FL} + k_{FR} + k_{RL} + k_{RR}$ | $c_G = c_{FL} + c_{FR} + c_{RL} + c_{RR}$ |
| Pitching | $k_P = k_{FL}L_{bF}^2 + k_{FR}L_{bF}^2 + k_{RL}L_{bR}^2 + k_{RR}L_{bR}^2$ | $c_P = c_{FL}L_{bF}^2 + c_{FR}L_{bF}^2 + c_{RL}L_{bR}^2 + c_{RR}L_{bR}^2$ |
| Rolling | $k_R = k_{FL}L_{iL}^2 + k_{FR}L_{iR}^2 + k_{RL}L_{iL}^2 + k_{RR}L_{iR}^2$ | $c_R = c_{FL}L_{iL}^2 + c_{FR}L_{iR}^2 + c_{RL}L_{iL}^2 + c_{RR}L_{iR}^2$ |
| Bouncing-Pitching | $k_{GP} = -k_{FL}L_{bF} - k_{FR}L_{bF} + k_{RL}L_{bR} + k_{RR}L_{bR}$ | $c_{GP} = -c_{FL}L_{bF} - c_{FR}L_{bF} + c_{RL}L_{bR} + c_{RR}L_{bR}$ |
| Bouncing-Rolling | $k_{GR} = -k_{FL}L_{iL} + k_{FR}L_{iR} - k_{RL}L_{iL} + k_{RR}L_{iR}$ | $c_{GR} = -c_{FL}L_{iL} - c_{FR}L_{iR} + c_{RL}L_{iL} + c_{RR}L_{iR}$ |
| Pitching-Rolling | $k_{PR} = k_{FL}L_{bF}L_{iL} - k_{FR}L_{bF}L_{iR}$ $-k_{RL}L_{bR}L_{iL} + k_{RR}L_{bR}L_{iR}$ | $c_{PR} = c_{FL}L_{bF}L_{iL} - c_{FR}L_{bF}L_{iR}$ $-c_{RL}L_{bR}L_{iL} + c_{RR}L_{bR}L_{iR}$ |

2.2.3 荷台の状態方程式，出力方程式

式(2.9), (2.10), (2.11)によって表された荷台重心回りの運動方程式を制御系設計上で用いられる状態方程式，出力方程式へと変形する。

想定する除振装置では，出力として得られる信号は各支持部分の加速度のみである。制御目的とするのは荷台重心のバウンス方向，ピッチング方向，ローリング方向の加速度，角加速度であり，これを出力， $y = [\ddot{x}_G \ \ddot{\theta}_P \ \ddot{\theta}_R]^T$ とする。この変換は2.2.2節にて求めた式(2.4), (2.5)及び(2.6), (2.7)を二回微分する事によって得られる関係式によって記述される。

これらの式では一つの自由度について複数の記述が存在する。仮定S1が厳密に成り立っていればこれらの記述は全て同一の値を示すはずであるが，実験の際には荷台部分の微小なたわみや計測誤差などによる差が生じる可能性がある。これに対し記述可能な全ての式の平均値を取る事により誤差の影響を小さくする事が可能であると考えられる。

$$\ddot{x}_G = \frac{1}{4} \left\{ (\ddot{x}_{FL} + \ddot{x}_{FR} + \ddot{x}_{RL} + \ddot{x}_{RR}) + \frac{(L_{bF} - L_{bR})}{(L_{bF} + L_{bR})} (-\ddot{x}_{FL} - \ddot{x}_{FR} + \ddot{x}_{RL} + \ddot{x}_{RR}) + \frac{(L_{iL} - L_{iR})}{(L_{iL} + L_{iR})} (-\ddot{x}_{FL} + \ddot{x}_{FR} - \ddot{x}_{RL} + \ddot{x}_{RR}) \right\} \quad (2.11)$$

$$\ddot{\theta}_P = \frac{1}{2(L_{bF} + L_{bR})} (-\ddot{x}_{FL} - \ddot{x}_{FR} + \ddot{x}_{RL} + \ddot{x}_{RR}) \quad (2.12)$$

$$\ddot{\theta}_R = \frac{1}{2(L_{iL} + L_{iR})} (-\ddot{x}_{FL} + \ddot{x}_{FR} - \ddot{x}_{RL} + \ddot{x}_{RR}) \quad (2.13)$$

またこれを行列形式で次のように表す。

$$\begin{pmatrix} \ddot{x}_G \\ \ddot{\theta}_P \\ \ddot{\theta}_R \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} \frac{(1-A-B)}{2} & \frac{(1-A+B)}{2} & \frac{(1+A-B)}{2} & \frac{(1+A+B)}{2} \\ \frac{L_{bF}+L_{bR}}{2} & \frac{L_{bF}+L_{bR}}{2} & \frac{L_{bF}+L_{bR}}{2} & \frac{L_{bF}+L_{bR}}{2} \\ \frac{L_{iL}+L_{iR}}{2} & \frac{L_{iL}+L_{iR}}{2} & \frac{L_{iL}+L_{iR}}{2} & \frac{L_{iL}+L_{iR}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_{FL} \\ \ddot{x}_{FR} \\ \ddot{x}_{RL} \\ \ddot{x}_{RR} \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

$$A = \frac{L_{bF} - L_{bR}}{L_{bF} + L_{bR}} \quad B = \frac{L_{iL} - L_{iR}}{L_{iL} + L_{iR}}$$

仮定S4より制御力は重心についての3自由度へ作用するとし、 $u = [u_G \ u_P \ u_R]^T$ と置く。システム外乱は支持装置下部から入力される絶対変位，絶対速度であるので制御入力と分離して考える。このため外乱を $d = [\dot{d}_{FL} \ \dot{d}_{FR} \ \dot{d}_{RL} \ \dot{d}_{RR} \ d_{FL} \ d_{FR} \ d_{RL} \ d_{RR}]^T$ と置く。また状態変数は重心のバウンス方向の速度，変位，ピッチング，ローリング方向の角速度，変位角より $x = [\dot{x}_G \ \theta_P \ \theta_R \ x_G \ \theta_P \ \theta_R]^T$ とする。これらより状態方程式，出力方程式は以下のようなになる。

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + Ed \\ y &= Cx + Du + Fd \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$A = \begin{pmatrix} \frac{c_G}{m} & \frac{c_{GP}}{m} & \frac{c_{GR}}{m} & \frac{k_G}{m} & \frac{k_{GP}}{m} & \frac{k_{GR}}{m} \\ \frac{c_{GP}}{J_P} & \frac{c_P}{J_P} & \frac{c_{PR}}{J_P} & \frac{k_{GP}}{J_P} & \frac{k_P}{J_P} & \frac{k_{PR}}{J_P} \\ \frac{c_{GR}}{J_R} & \frac{c_{PR}}{J_R} & \frac{c_R}{J_R} & \frac{k_{GR}}{J_R} & \frac{k_{PR}}{J_R} & \frac{k_R}{J_R} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_P} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_R} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} \frac{c_G}{m} & \frac{c_{GP}}{m} & \frac{c_{GR}}{m} & \frac{k_G}{m} & \frac{k_{GP}}{m} & \frac{k_{GR}}{m} \\ \frac{c_G}{J_P} & \frac{c_{GP}}{J_P} & \frac{c_{GR}}{J_P} & \frac{k_G}{J_P} & \frac{k_{GP}}{J_P} & \frac{k_{GR}}{J_P} \\ \frac{c_G}{J_R} & \frac{c_{GP}}{J_R} & \frac{c_{GR}}{J_R} & \frac{k_G}{J_R} & \frac{k_{GP}}{J_R} & \frac{k_{GR}}{J_R} \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_P} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_R} \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} \frac{c_{FL}}{m} & \frac{c_{FR}}{m} & \frac{c_{RL}}{m} & \frac{c_{RR}}{m} & \frac{k_{FL}}{m} & \frac{k_{FR}}{m} & \frac{k_{RL}}{m} & \frac{k_{RR}}{m} \\ \frac{c_{FL}}{J_P} L_{bF} & \frac{c_{FR}}{J_P} L_{bF} & \frac{c_{RL}}{J_P} L_{bR} & \frac{c_{RR}}{J_P} L_{bR} & \frac{k_{FL}}{J_P} L_{bF} & \frac{k_{FR}}{J_P} L_{bF} & \frac{k_{RL}}{J_P} L_{bR} & \frac{k_{RR}}{J_P} L_{bR} \\ \frac{c_{FL}}{J_R} L_{iL} & \frac{c_{FR}}{J_R} L_{iR} & \frac{c_{RL}}{J_R} L_{iL} & \frac{c_{RR}}{J_R} L_{iR} & \frac{k_{FL}}{J_R} L_{iL} & \frac{k_{FR}}{J_R} L_{iR} & \frac{k_{RL}}{J_R} L_{iL} & \frac{k_{RR}}{J_R} L_{iR} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \frac{c_{FL}}{m} & \frac{c_{FR}}{m} & \frac{c_{RL}}{m} & \frac{c_{RR}}{m} & \frac{k_{FL}}{m} & \frac{k_{FR}}{m} & \frac{k_{RL}}{m} & \frac{k_{RR}}{m} \\ \frac{c_{FL}L_{bF}}{J_P} & \frac{c_{FR}L_{bF}}{J_P} & -\frac{c_{RL}L_{bR}}{J_P} & -\frac{c_{RR}L_{bR}}{J_P} & \frac{k_{FL}L_{bF}}{J_P} & \frac{k_{FR}L_{bF}}{J_P} & -\frac{k_{RL}L_{bR}}{J_P} & -\frac{k_{RR}L_{bR}}{J_P} \\ \frac{c_{FL}L_{tL}}{J_R} & -\frac{c_{FR}L_{tR}}{J_R} & \frac{c_{RL}L_{tL}}{J_R} & -\frac{c_{RR}L_{tR}}{J_R} & \frac{k_{FL}L_{tL}}{J_R} & -\frac{k_{FR}L_{tR}}{J_R} & \frac{k_{RL}L_{tL}}{J_R} & \frac{k_{RR}L_{tR}}{J_R} \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

以降このモデルを用いて制御系の設計を行う。

第3章 制御理論

受動要素のみの除振装置ではどうしても低振動数領域の制振性の悪さや共振現象が起こることなどの問題がある。これらの問題に対して受動要素に並列に能動要素（アクチュエータ）を配し、ハイブリッド除振装置とすることにより制振性能の向上を図る。この際にアクチュエータをどのように制御し、駆動するかが制振性能を左右する。この章では前章で設定した除振装置のモデルに対しての制御系設計について述べる。制御理論としてロバスト制御理論の H_∞ 制御を用いる。

本稿では制御理論自体ではなく制御系設計を行うにあたっての考え方に重点を置いて説明をする。なおこの章ではロバスト制御理論に対する筆者独自の解釈が多く含まれるため正確さに欠く表現が使われている可能性がある。制御理論自体やその証明、また本文中の説明などに疑問を感じる部分については参考文献を参照して頂きたい。

3.1 ロバスト性とは

前章では除振装置のモデル（以降、ノミナルプラントと呼ぶ： P_0 ）を求める際に幾つかの仮定を用いた。S 1, S 2 は除振装置を線形モデルにするための仮定であり、これらの仮定により実際の除振装置（以降、実プラントと呼ぶ： P_{real} ）とノミナルプラントの間には差異があると言える。また S 3 の仮定により実際には荷台部分の水平方向の運動が発生するのだがこれは微小であるので無視できるとした。これらの仮定によりモデル化した時点で無視してしまう運動が実プラントにはあるということが言える。また、除振装置の使用目的より、荷台部分へ運搬物を積載することになる。これにより荷台部分の質量、慣性モーメントが変化する。また、支持部分のばね定数や減衰係数も設計値や同定実験による値と実プラントの値との間に差があることも考えられる。これらのパラメータの違いは共振周波数や減衰率など振動の形態自体の違いを生じる。

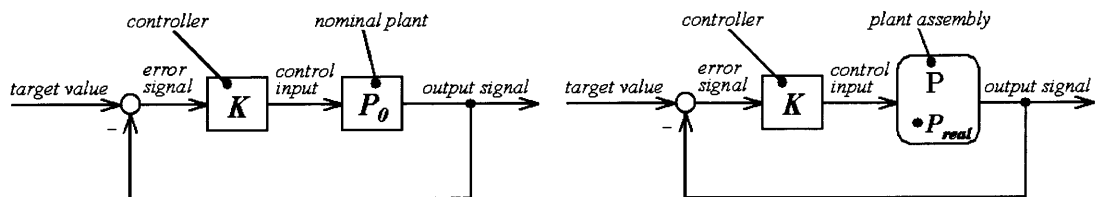


Fig. 3.1 Robust control concept

古典制御理論や現代制御理論ではここまでに挙げたような非モデル化要素やパラメー

タ変動などの制御対象モデルの変動が制御系に与える影響を考慮しておらず、これにより系が不安定になる、応答特性が極端に悪化するなどの可能性がある。これに対しロバスト制御理論ではこれらのモデルの変動を含むプラント集合 P を考えその集合に属する全ての制御対象に対して有効な制御器 K を設計する。このため想定した範囲内であれば変動を含んだプラントに対しても良好な制御性能が得られる。

制御系のロバスト性とはプラントや制御器などの制御要素に変動があっても所望の安定性や応答特性などの制御効果を保証することである。

以下に制御器の評価基準となるロバスト安定度を表す相補感度関数、外乱の出力への伝達度合いを示す感度関数を記す。

3.1.1 相補感度関数： $T(s)$

相補感度関数とは制御系の閉ループ伝達関数に等しく、系の安定性を示すものである。またこれを評価入力 w から評価出力 z への伝達関数として Fig. 3.2 (a) のブロック線図を得る。これを Fig. 3.2 (b) のように変形することができる。これより相補感度関数は後に述べる乗法的変動が出力に及ぼす影響を示すといえる。これはどの程度の大きさの変動が加わっても安定性を保てるかという基準となる。よって相補感度関数はロバスト安定度を測る基準となる。相補感度関数： $T(s)$ を以下に示す。

$$T(s) = \frac{P_o(s)K(s)}{1 + P_o(s)K(s)} \tag{3.1}$$

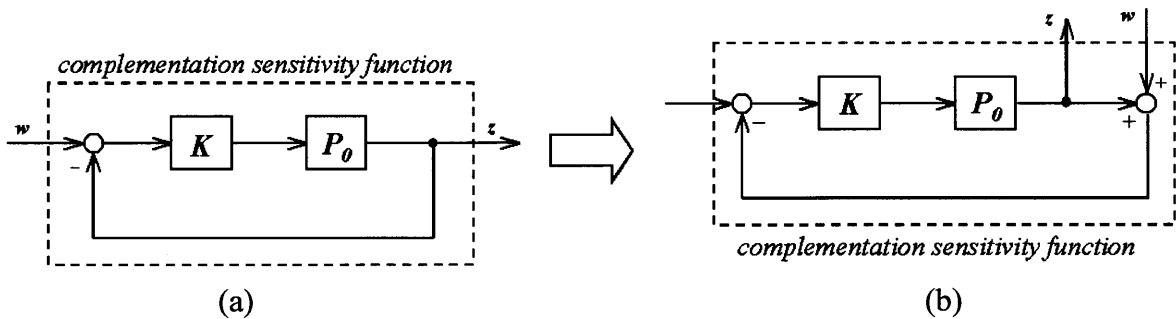


Fig. 3.2 Complementation sensitivity function

3.1.2 感度関数： $S(s)$

感度関数とはパラメータ変動が目標値応答に与える影響を示すものだが、これは出力へ加わる外乱から出力への伝達関数と一致する。そのため感度関数が外乱抑制の指標となる。感度関数： $S(s)$ を以下に示す。また感度関数を前項と同様に評価入力 w から評価出力 z への伝達関数として Fig. 3.3 (a) にそのブロック線図を示す。またここでシステム外乱 w と観測外乱 v を分けて考えるには Fig. 3.3 (b) のようなブロック線図として考えれば良い。

$$S(s) = \frac{1}{1 + P_0(s)K(s)} \quad (3.2)$$

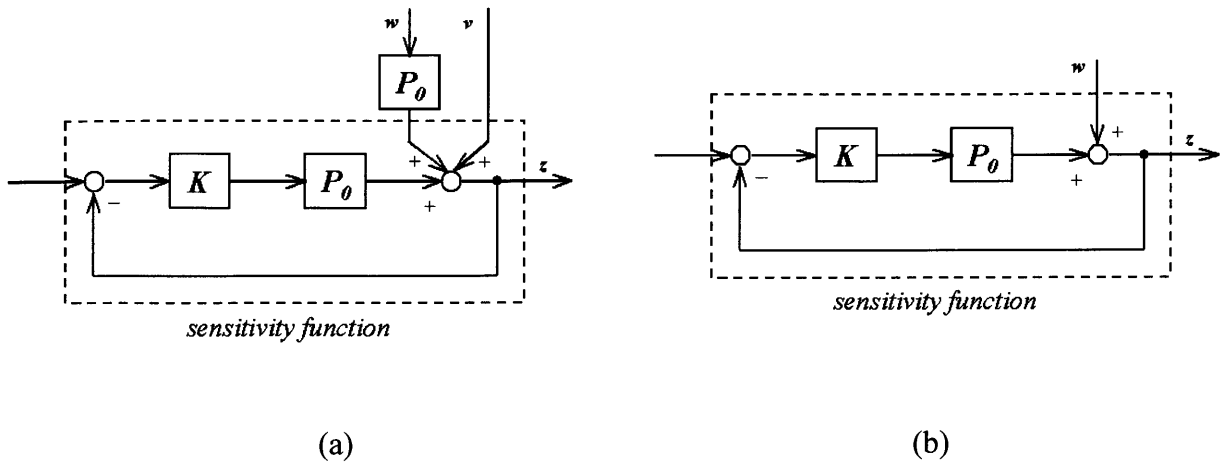


Fig. 3.3 Sensitivity function

3.2 プラントの表現

ロバスト制御理論ではモデル化によって得られた理論上の制御対象のみでなく、モデル化時に考慮されなかった特性や外部からの影響で特性が変化する制御対象などに対しても有効な制御系を設計することを目的としている。この節では制御系設計及びシミュレーションに用いるプラント（制御対象モデル）の表現方法について述べる。

3.2.1 ノミナルプラント： $P_0(s)$

前章でモデル化した除振装置をブロック線図によって表し、これをノミナルプラント P_0 とする。(Fig. 3.4) 現代制御理論と同様にロバスト制御理論ではこの状態空間表現で表されるノミナルプラントを基に制御系の設計を行うことができる。また古典制御理論のように伝達関数を用いて設計する事もできるが多入出力系では力学モデルから直接伝達関数へとモデル化することが困難なため状態空間表現を用いることとする。ここでシステム外乱 d は路面からの入力であり、これはシミュレーション上で系が路面から外乱を受けることを想定するための物である。

ここで Fig. 3.4 で表されるノミナルプラント各自由度全ての入出力間のゲイン線図を Fig. 3.5 に示す。図中の対角要素がそれぞれの自由度の主となる伝達特性を表し、その他の部分は他の自由度との連成を表す。対角要素のゲインに対しその他のゲインは小さく、また共振点を見ればそれぞれ、入力・出力に対応する振動の共振点で現れているので、対角要素のゲインを抑えることができれば、対角要素以外のゲインも抑えることができると考えられる。

これ以降 Fig. 3.5 のような 3×3 のグラフの中で個々のグラフを指す場合、行列の要素を示すのと同様に示すとする。例えば入力をバウンシング、出力をピッチングとすると $[2, 1]$ と表すことにする。

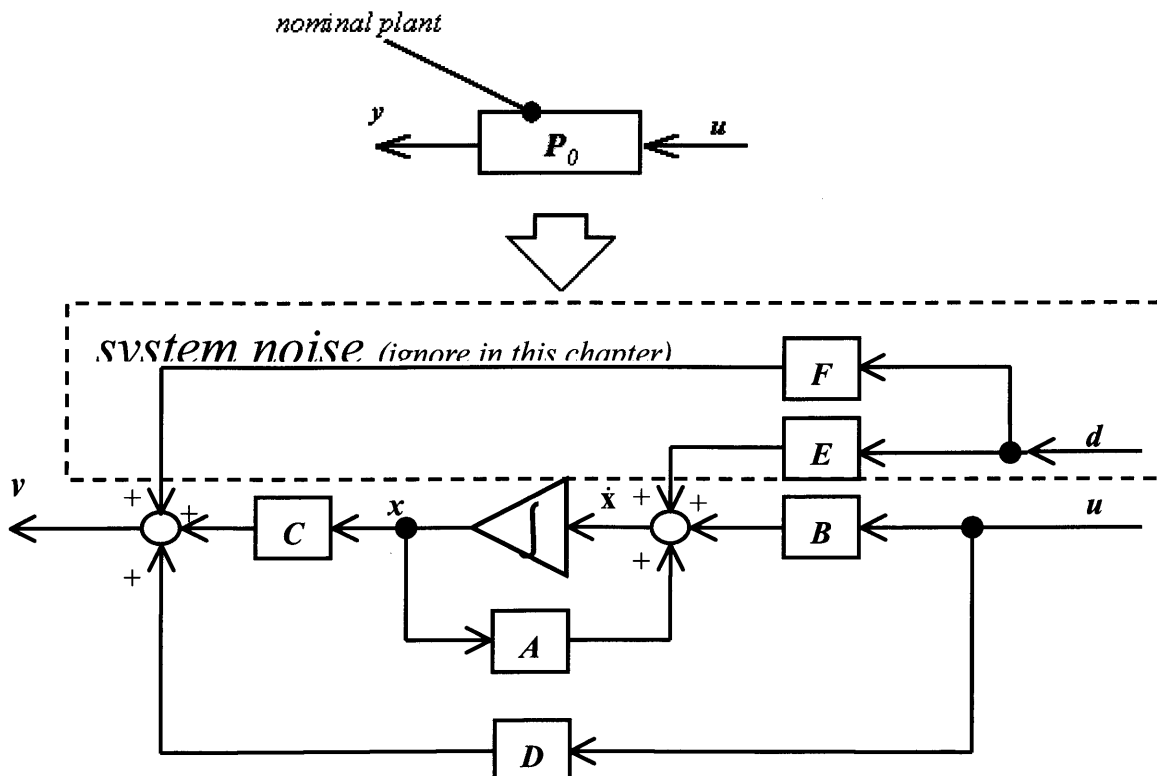


Fig. 3.4 Block diagram of nominal plant

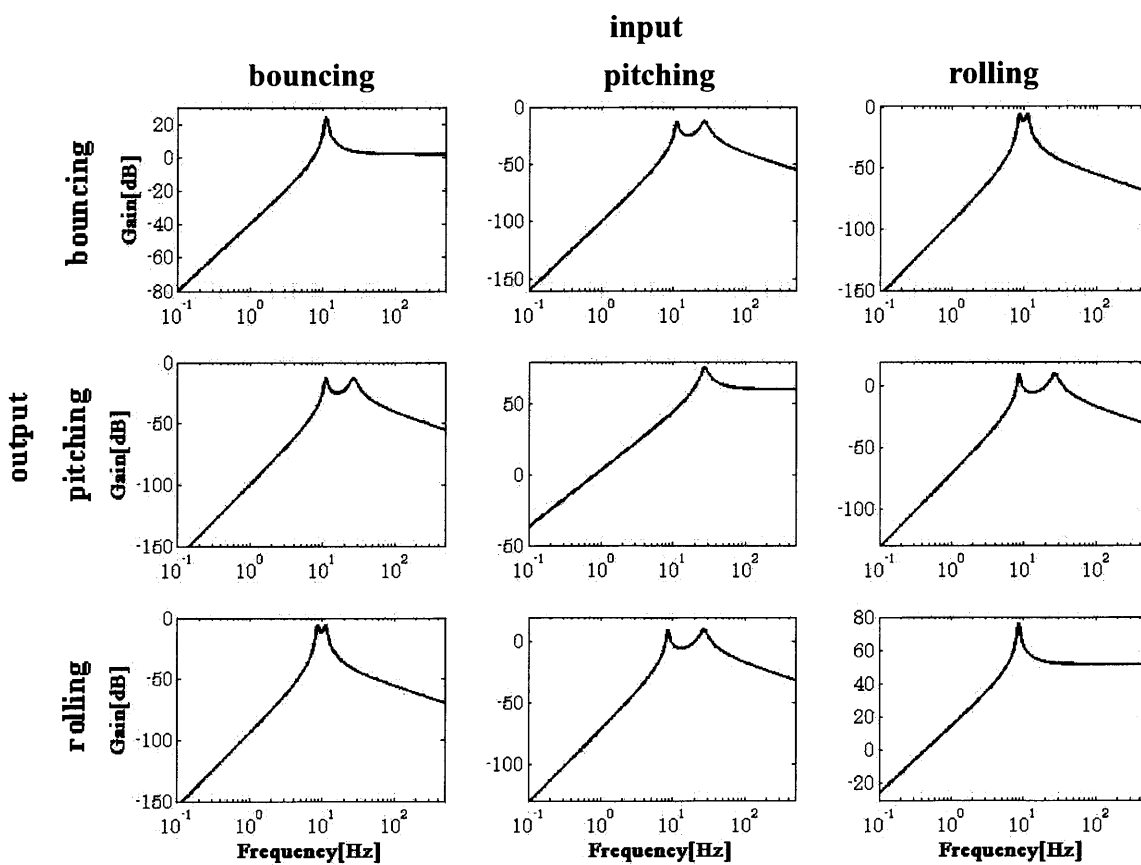


Fig. 3.5 Frequency response (nominal plant)

また、同条件での観測目標を変位にした場合のグラフを Fig. 3.6 に示す。また、このときの状態方程式を式(3.3)に示す。この式で記述していない項に関しては式(2.15)と同じである。

$$\dot{x} = Ax + Bu + Ed$$

$$y = Cx$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(3.3)

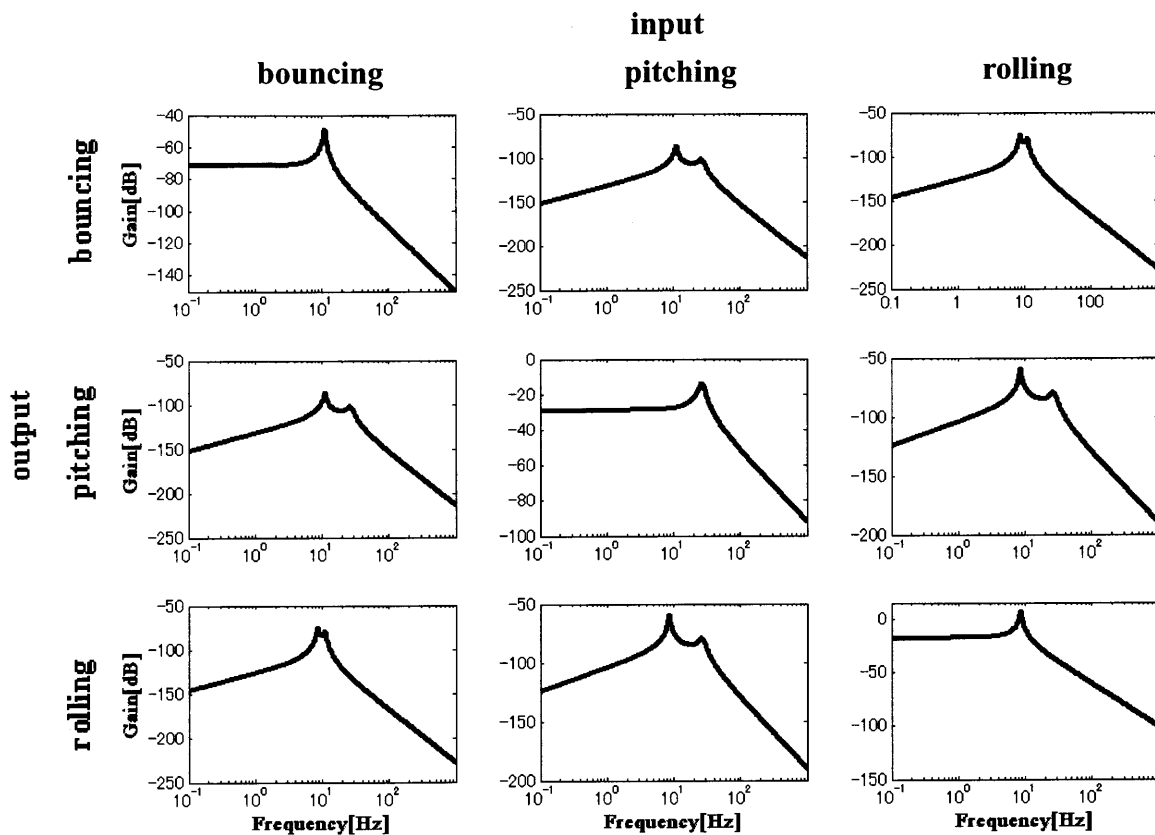


Fig. 3.6 Frequency response (nominal plant of displacement)

Fig. 3.5 と Fig. 3.6 を比べてみるとわかるが、変位では低周波数域に一定の変化が現れているが、加速度では高周波数域で表れている。つまり、今まで低周波数域に対して感度が低減化されるような制御器の設計を行っていたが、加速度を扱うにあたって、低周波数よりも高周波数域のほうが重要であることを意味している。このことについての影響への詳しい考察は3.5節で行う。

加速度を観測目標としたノミナルプラントに外乱として振幅0.5 [mm]の正弦波を、FL に対する FR の位相差45°、RL の位相差90°、RR の位相差135° とし入力して、シミュレーションを行った。その結果を Fig. 3.7 に示す。Fig. 3.5、3.6 より、

バウニングの共振点は約 11 [Hz], ピッチングの共振点は約 27 [Hz], ローリングの共振点は約 9 [Hz]だということがわかる.

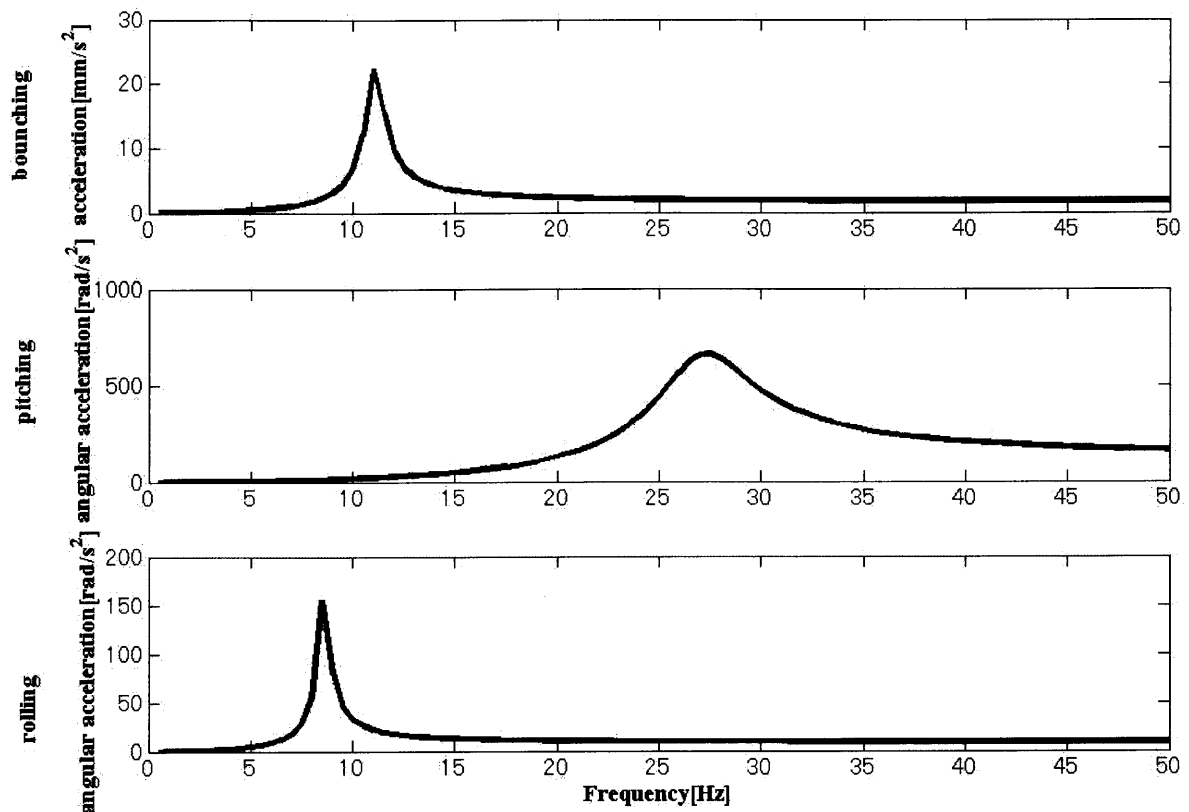


Fig. 3.7 Simulation results(nominal plant)

3.2.2 摂動プラント: $\tilde{P}(s)$

既に述べたようにノミナルプラントは厳密には実プラントを表現できていない. そこでノミナルプラントにある変動を考慮することで実プラントと同様のプラントが表現できるとする. こうして表されたプラントを摂動プラントとし, 本論文での数値計算上ではこれを実プラント (実際の制御対象) として扱う. 即ちノミナルプラントを基に設計した制御器を使い摂動プラントの制御を行い, 制御性能を評価することになる. この際の変動の決め方で様々な実プラントを想定することができる.

ここでは式(3.4)で表される加法的変動による摂動プラントの表現方法 (Fig. 3.8 を用いて摂動プラントが表されるとする. また, この他にも乗法的変動による表現や既約分解的表現などの表現方法がある.⁽³⁾

$$\tilde{P}(s) = P_0(s) + \Delta_a(s) \quad (3.4)$$

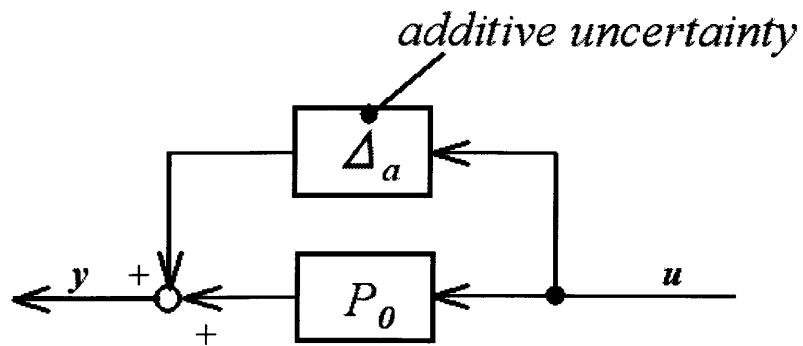


Fig. 3.8 Perturbed plant (additive uncertainty)

ここで用いる $\Delta a(s)$ を加法的な不確かさという。 Δ_a は全周波数中の最大値を表す H_∞ ノルムによって与えられる以下の条件を満たすものとする。

$$\|\Delta a(s)T(s)\|_\infty < 1 \tag{3.5}$$

加法的変動ではノミナルプラントからの変化率として Δa が影響してくる。実プラントとなる実験装置による実験結果を Fig. 3.9 にしめす。また、この結果と Fig. 3.6, 式(3.4)より、 Δ_a を計算した結果を, Fig. 3.10 に示す。

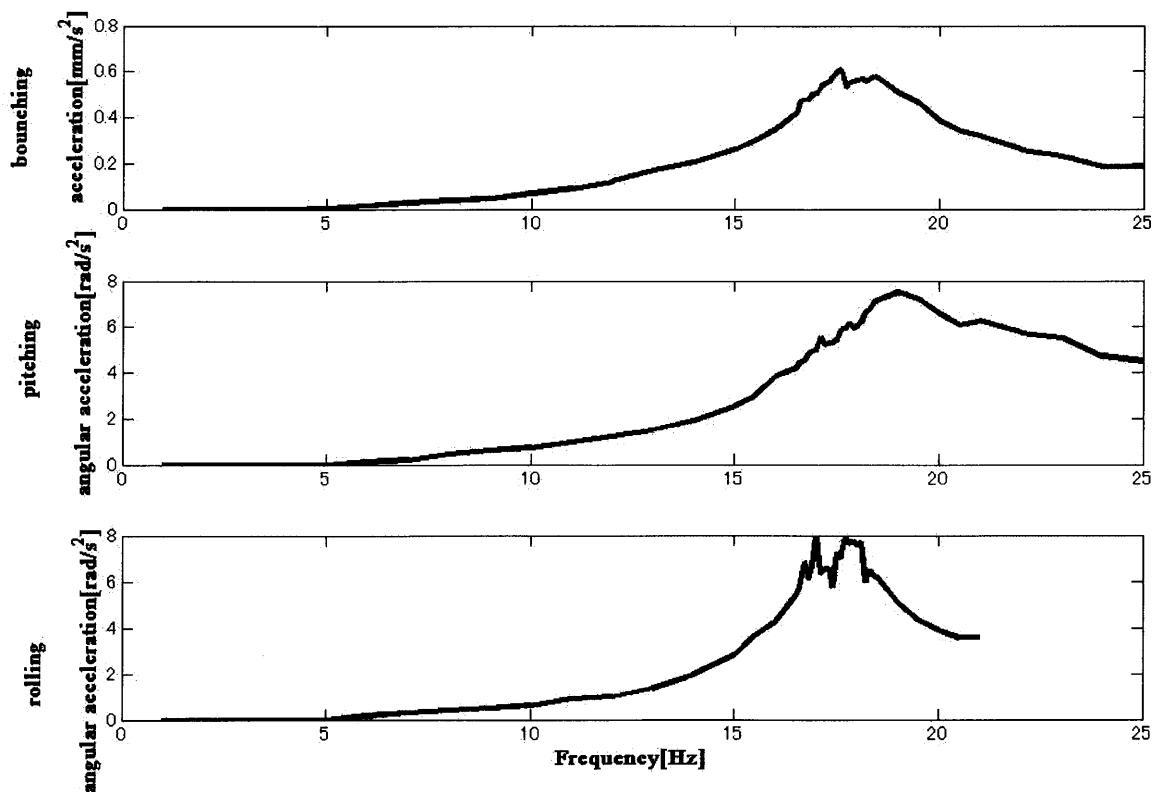


Fig. 3.9 experimental results

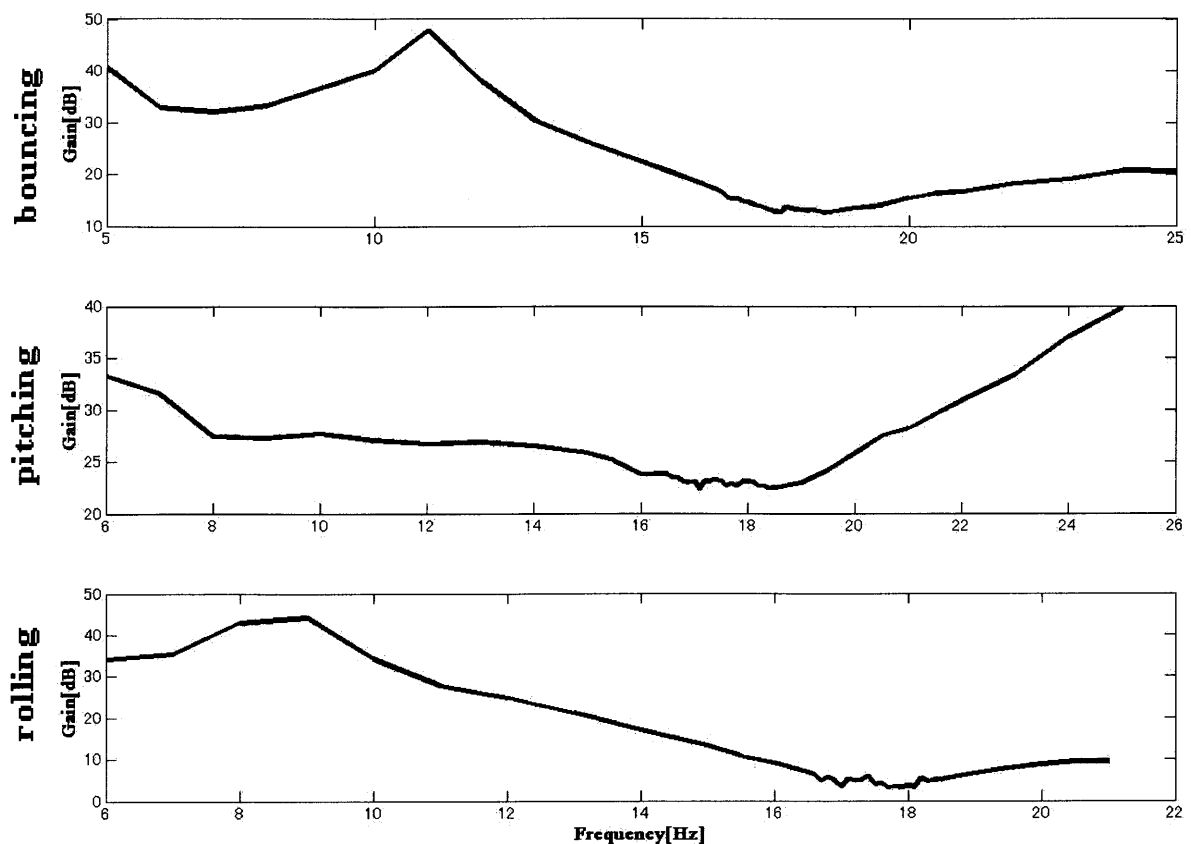


Fig. 3.10 Frequency response (perturbed plant)

実プラントと、ノミナルプラントでは、すべての周波数で実プラントのほうが下回った、これは装置で発生する摩擦の影響と考えられるが、摩擦を完全に消すことは構造上不可能に近く、本研究では、これも外乱として考えることにする。また、実験装置ではすべての自由度の共振点が16～18 [Hz]の間にあり、ノミナルプラントの共振点とではすべての自由度で違いが出た。これは、4つの支持部がそれぞれ違う減衰係数を持ち、それが連動して動いているため、回転中心が一点に定まらず、絶えず動いているため、重心(ここでは荷台の中心にあると考える)に固定されていないためだと考えられる。これが、制御器を通したときにどのような影響を与えるかは、第4章で考察する。

ここで、5 [Hz]以下のデータがすべて0となっているのは低周波数域では発生する加速度自体が微小で現在使用している加速度センサでは拾いきれなかった。これを解消するために加振振幅を大きくすれば、加振用 VCM や制御用 VCM のストロークを限界を超えてしまう。そのため、実験装置の共振点だと思われるものの発生も確認できており、ノミナルプラントの共振点も5 [Hz]以上なので、ここでは5 [Hz]以下のデータは実験においては使用しないとする。また、個々の自由度のデータの最大値がバウンスング、ピッチングでは25 [Hz]、ローリングでは21 [Hz]と、違っているが、これは観測している加速

度センサのデータにノイズが乗ってしまっており、信頼し得るデータが得られなかったためである。これは、加速度センサの構造上、上下方向の加速度だけでなく横方向の加速度も拾ってしまい、それが足しあわされてしまった結果と考えられる。これを解決するには支柱と稼動部との間に設置してあるボールベアリングのクリアランスをなくしてしまえばある程度は抑えられるとかんがえられるが、それをしてしまうとこの部分で起こる摩擦が大きくなってしまい、他への影響のほうが大きくなってしまう。そのため、この方法は使用せず、今回はこの値を実験装置から得られる最大周波数と定め実験を試みた。

3.2.3 プラント集合：P(s)

制御対象となる全てのプラントを含むプラント集合は加法的変動の表現を用いて次のように表すことができる。またプラント集合のブロック線図を Fig. 3.1 1 に示す。

$$P(s) = P_0(s) + \Delta(s)W(s) \tag{3.6}$$

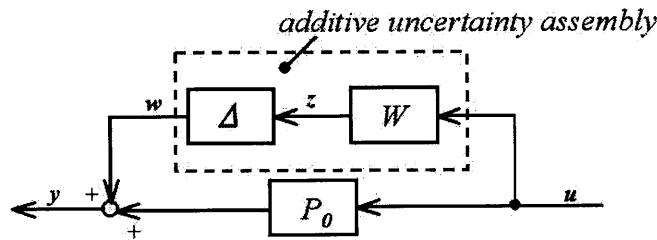


Fig. 3.1 1 Plant assembly

ここで W は変動の最大値を示す周波数関数、 Δ は $\|\Delta(j\hat{\omega})\|_\infty \leq 1$ の周波数関数で周波数毎に $W\Delta_{max} \sim W\Delta_{min}$ の範囲に含まれる全ての変動を表すために用いている。また周波数 ω と $\hat{\omega}$ は独立に変化し各周波数においてプラント集合は以下の領域を持つ。

$$P(j\omega) = (P_0(j\omega) + W(j\omega)\|\Delta(j\hat{\omega})\|_\infty) \sim (P_0(j\omega) - W(j\omega)\|\Delta(j\hat{\omega})\|_\infty) \tag{3.7}$$

前項で用いた Δ_a とここで用いる Δ は異なった意味を持つ事に注意する必要がある。ここではこの Δ_a と Δ が次のような関係を満たす W を設定する必要がある。

$$|\Delta_a(j\omega)| \in |W(j\omega)\Delta(j\hat{\omega})| \quad \forall \omega \tag{3.8}$$

ここで加法的不確かさのプラント集合を考えてみる。

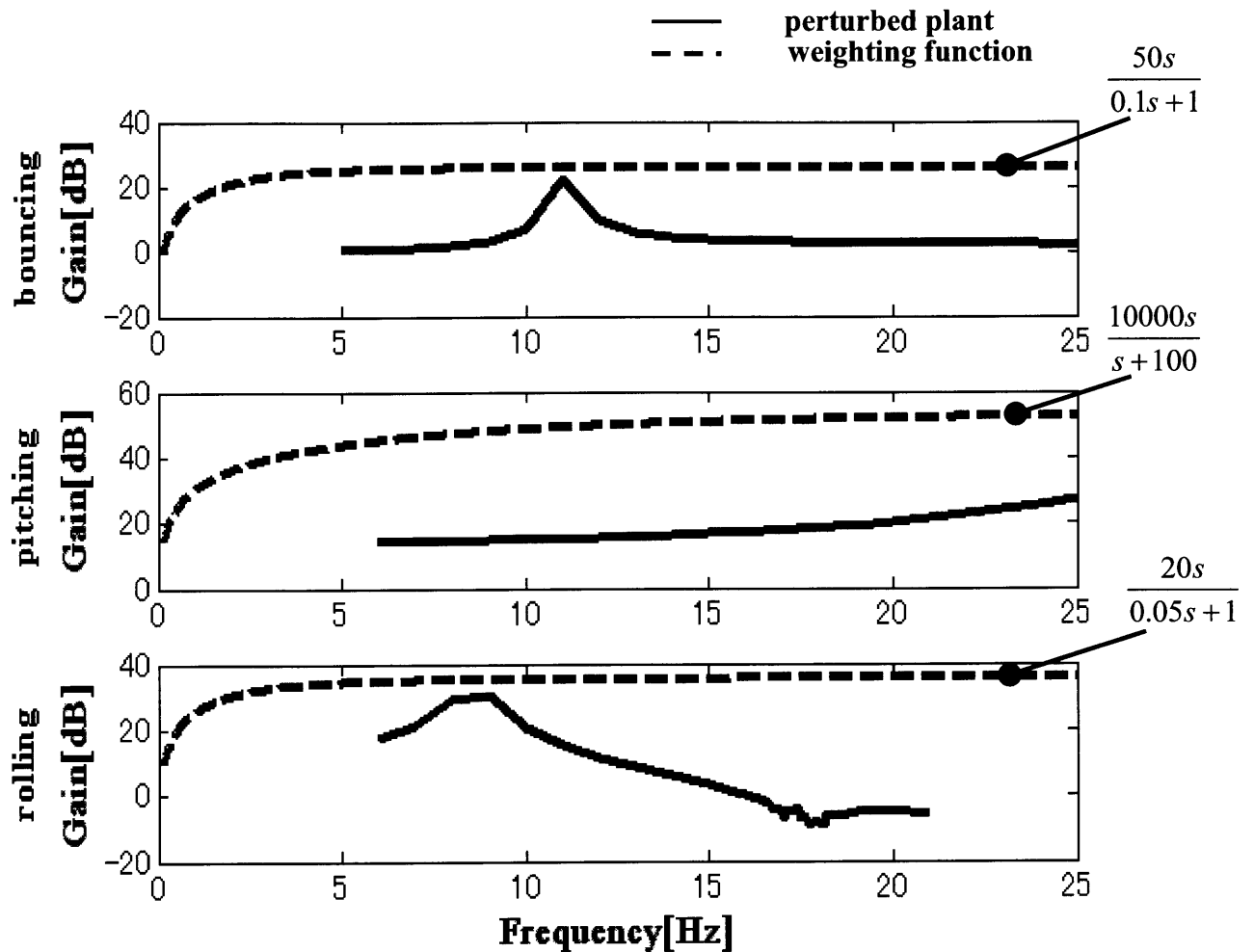


Fig. 3.1 2 Plant assembly (diagonal element)

Fig. 3.1 2 に示したように全ての変動を上から覆う形で W (weighting function)を設定する. これを式(3.6)に代入することでこの W よりも小さい変動全てを含んだプラント集合を表す. これにより摂動プラント (又は実プラント) 全てがプラント集合に属しているということがいえる. またここで設定した W を変動 Δ_a として含んだ摂動プラントを設定すると想定するプラント集合の中で最も大きな変動を持つプラントとなる.

プラント集合がロバスト安定であるための十分条件は制御器 K がこのプラント集合を内部安定化することである. 内部安定とはプラント集合中の u を制御入力, y を出力, w を評価入力, z を評価出力として全ての入出力関係が安定であることである. この内部安定性の十分条件は小ゲイン定理によって与えられる. これは一巡伝達関数の H_∞ ノルムが 1 未満であればその伝達関数は安定であるという定理である. (ナイキストの安定条件により小ゲイン定理が安定であることは明らかである. また小ゲイン定理では全周波数でゲインが 1 未満でなくてはならないのでナイキストの安定条件よりも厳しい条件となっ

ていることが解る。) プラント集合を作るときの条件として Δ の H_∞ ノルムは1未満であるとしたのでそれぞれの入力から全ての出力までの全伝達関数の H_∞ ノルムが1未満であればそのプラント集合は内部安定であるといえ、ロバスト安定性が保証される。これを満たす制御器 K は複数個存在する。この小ゲイン定理はロバスト安定であるための十分条件であるのでこれを満たさなくても系をロバスト安定化する制御器は存在する可能性があることに注意しなくてはならない。

3.2.4 一般化プラント : $G(s)$

制御系設計時には摂動プラントや実プラントは厳密には解っておらず、ノミナルプラントしか用いることができない。そこでノミナルプラントに評価入出力を加え、所要の性能を得るための条件を含む形である一般化プラントを考える。例えば評価関数を相補感度関数とするのであれば Fig. 3.2 (b)を Fig. 3.1 3(a)のように変形して u を制御入力、 y を測定出力、 w を評価入力(外乱)、 z を評価出力とする。これを Fig. 3.1 3(b)のようにまとめて一般化プラントと呼ぶ。

ここでは評価関数を相補感度関数とするため評価入力、評価出力間の伝達関数が相補感度関数となるようにしているが制御の目的に合わせて任意に評価関数を設定し評価入出力を作ることができる。(例えば低感度化を目的とすると感度関数となる入出力を用いる。) ある評価関数を用いた場合、プラント集合の範囲を表していた W は評価関数を所要の伝達特性に整形するための重み関数となる。

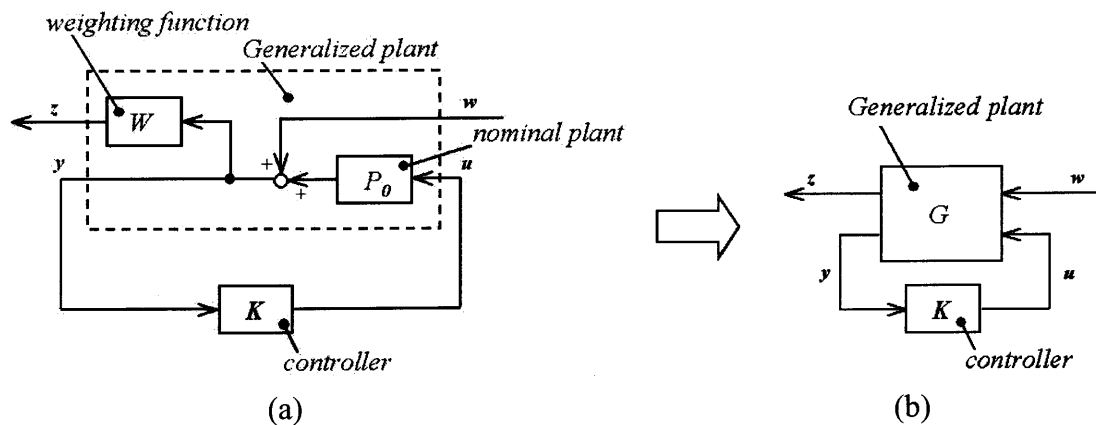


Fig. 3.1 3 Generalized plant

3.3 制御系設計条件

制御系の設計は Matlab を用いて行う。 H_∞ 制御問題では一般化プラントを内部安定化し、一般化プラントに含まれる評価入出力間の全伝達関数(一般化プラント内に設定した評価入力(外乱) w から評価出力 z への伝達関数でありこれらが評価関数である。)の H_∞ ノルムを設定した目標値、 γ 以下にする制御器を導出する。 H_∞ 制御問題を用い制御系設計を行うには制御対象のノミナルプラントに評価関数を整形するための重み関数、評価

入出力を加えた一般化プラントを設定する必要がある。

この他にも H_∞ 制御問題には可解条件があるが Matlab を用いて設計する際にはこれを陽に意識することなく制御器を得ることができるためここでは省略する。(2)

次節以降、設計時に用いる性能目標の与え方などについて述べる。性能目標として一般にロバスト安定化、低感度化などが挙げられる。これらの制御目標を達成する為の条件を一般化プラントの構造によって与える。 H_∞ 制御ではこの一般化プラントの選び方及び γ の値によって制御器の性能が決まることになる。

3.4 感度低減問題

除振装置の目的は路面から荷台へ伝わる振動の低減である。Fig. 3.4 を見ると外乱 d は係数行列 E, F を経てそれぞれ状態量の微分値 \dot{x} 、測定出力 y に加わっている。このため外乱から出力への伝達関数である感度関数を評価関数として感度関数の低減を図る。

3.4.1 一般化プラントの作成

評価関数に感度関数を用いる一般化プラントを Fig. 3.14 に示す。

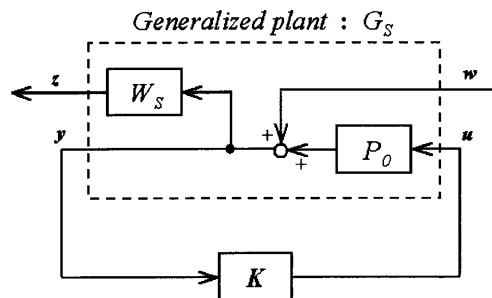


Fig. 3.14 Generalized plant of sensitivity reduction problem

この一般化プラントを用いて制御系を設計すると式 0 の条件を満たす制御器 $K(s)$ を得る。これにより感度関数は式(3.10)のように整形される。

$$\|W_s S\|_\infty = \left\| \frac{W_s}{1 + P_0 K} \right\|_\infty \leq \gamma \tag{3.9}$$

$$S \leq \frac{\gamma}{W_s} \quad \forall \omega \tag{3.10}$$

これより、重み関数 W_s を大きく取るほど感度関数が小さくなるのが解る。また重み関数は周波数関数であるので周波数毎に感度関数を所要の特性に整形することが可能である。また、 γ は小さければ小さいほど感度関数を低減できるが小さすぎると制御器を設計できなくなる。これは要求性能が高すぎるとそれを達成することのできる制御器が存在しなくなるからである。通常 γ の値は設計時のパラメータとして与えるのだが、Matlab により制御器を設計し得る最小の γ を求めることができる。このときの γ を γ_{opt} とする。この γ_{opt} を求める手法を γ -イタレーションという。

一般に制御対象となるモデルが安定系であるならばそのモデルは非制御時では共振周波数以上の周波数ではゲインがかなり小さくなる。しかし、今回は Fig. 3.5 をみてもわかるように制御対象には入力や外乱から直接出力へ影響講が存在する。よって制御系設計時には低い周波数域だけでなく高い周波数域でも感度関数を低く抑えるように重み関数を設定する必要がある。

3.4.2 制御系設計

Fig. 3.1 4 に示したようにノミナルプラントの測定出力に重み関数を乗じて評価出力とする。このため重み関数は出力の数だけ必要となる。今回用いるプラントでは測定出力は各自由度の加速度、角加速度の3つの要素であるのでそれぞれの自由度に重み関数を設定する。

Fig. 3.9 を見るとバウンシング、ピッチング、ローリングがそれぞれ違う共振周波数を持っている。そのためそれぞれ違う重み関数を設定する。式(3.10)で示したように任意の値 γ によって感度関数の最大値は整形されることになるので重み関数は周波数特性のみを設定する。制御器の設計時に重み関数として Table. 3.1 に示す伝達関数を用いる。また、周波数応答のグラフを Fig. 3.1 2 にしめす。

Table. 3.1 Weighting function

| | $W_s \text{ function } 1$ | $W_s \text{ function } 2$ |
|----------|-------------------------------|-----------------------------------|
| Bouncing | $\frac{0.05s + 5}{100s + 1}$ | $\frac{0.5s + 15}{s + 1}$ |
| Pitching | $\frac{10s + 1000}{100s + 1}$ | $\frac{0.1s + 10}{s + 1}$ |
| Rolling | $\frac{10s + 1000}{100s + 1}$ | $\frac{0.0001s + 0.01}{0.1s + 1}$ |

バウンシングの重み関数に対して、 $W_s \text{ function } 1$ は折点周波数が 2.1 Hz の 2 次遅れ系でありノミナルプラントの共振周波数が約 1.5 Hz であるのに対して少し高く設定してあるが、共振点自体は十分に抑えられるように設定してある。 $W_s \text{ function } 2$ は折点周波数が 1.0 Hz でありノミナルプラントの共振周波数付近から上の周波数域に対しても十分な感度化が行われるように設定してある。

ピッチングの重み関数に対して $W_s \text{ function } 1$, $W_s \text{ function } 2$ の第 2 折点周波数を同じにし、第 1 折点周波数の周波数を変化させることで制御器に与える影響を確認した。なおノミナルプラントの共振周波数は約 2.7 Hz であり、重み関数の第 2 接点周波数は 3.7

Hzであるが、共振点では十分な感度低減が行われるように設定してある。

ローリングの重み関数に対して W_s function 1, W_s function 2 に関してはノミナルプラントの共振周波数約 9 Hz に対して第2接点周波数を 1.8 Hz とし、ピッチングと同様に共振点の感度低減化は十分に行われるように設定してある。

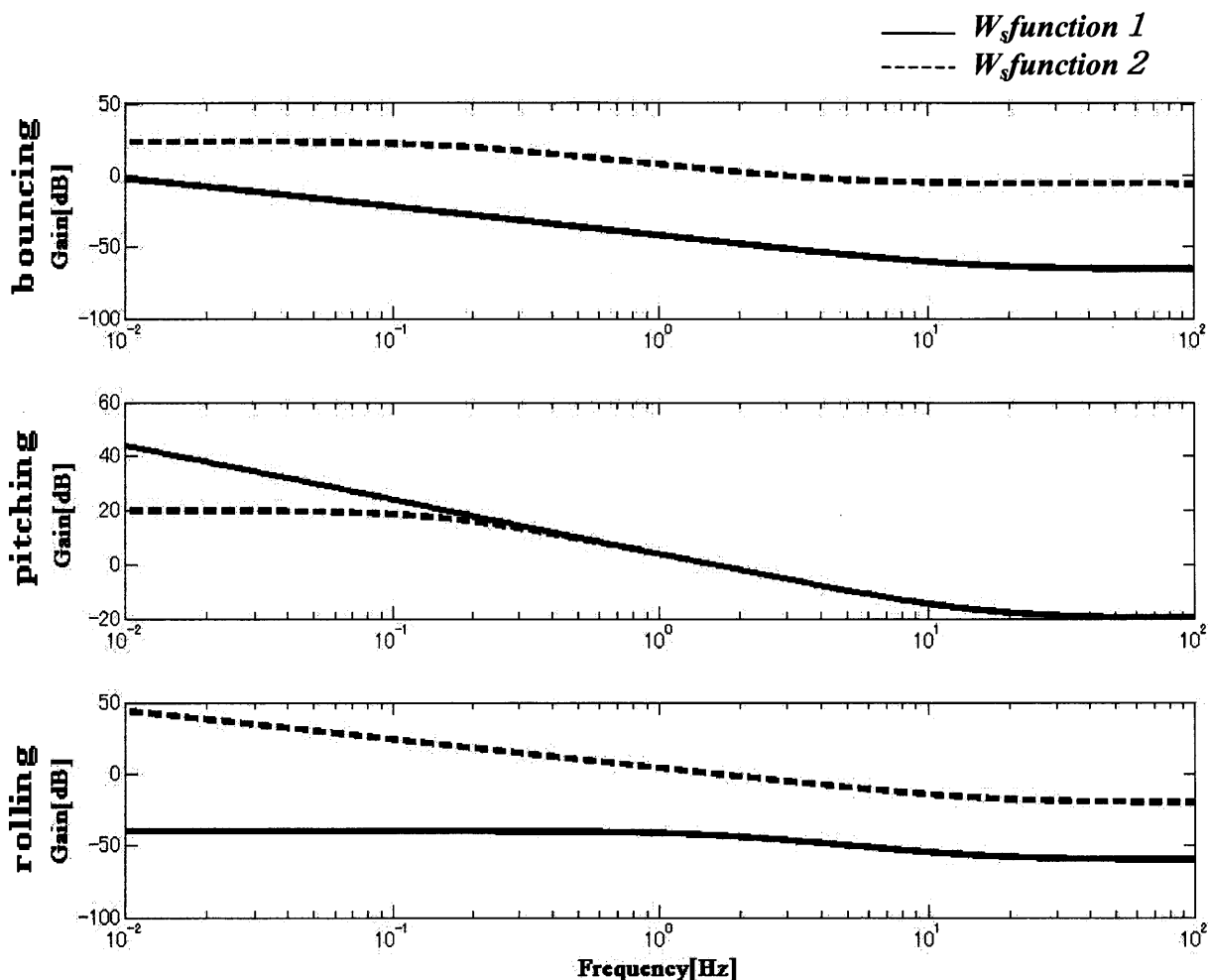


Fig. 3.15 Weighting function of sensitivity reduction problem

これらの重み関数を Fig. 3.11 の一般化プラントに適用して H_∞ 制御理論により一般化プラントを内部安定化する制御器を求める。この際に得られる γ_{opt} の値をバウンシングに対する重み関数 W_s function 1, W_s function 2 それぞれに対して Table. 3.2, 3.3 にそれぞれ示す。なお、グラフの行はピッチングに、列はローリングに対応している。

また、入力外乱が $[8 \times 1]$ の行列なので、 $[3 \times 3]$ の入力に対する出力を見るために、評価入力はノミナルプラントの出力のところにすることにより得た感度関数、相補感度関数をそれぞれ Fig. 3.16, 3.17 に示し、ノミナルプラントと同様の値を用いたシミュレーションの結果を Fig. 3.18 に示す。なお、グラフの凡例には、Table. 3.2, 3.3 に示す行列に対応している。

感度低減問題では式 3.8 に示したように重み関数の逆数に γ を乗じた値以下に感度を

整形する。重み関数は一般化プラントの評価出力部分に接続されているので Fig. に示した重み関数の一段目(bouncing)はバウンシングの応答(Fig. 3.1 4, 3.1 5の上段の感度関数: $[1, 1]$, $[1, 2]$, $[1, 3]$) 全てに同じ低感度化の条件を与える。同様に重み関数の二段目(pitching)はピッチングの応答, 三段目(rolling)はローリングの応答全てに同じ低感度化の条件を与える。 H_∞ 制御では評価入出力間全ての伝達関数の H_∞ ノルムを γ 以下に抑える制御器を設計するためこの感度低減問題では 3×3 の感度関数全てにそれぞれに影響する重み関数を掛けた評価関数 (3×3) の中で最大の H_∞ ノルムが評価の対象となる。

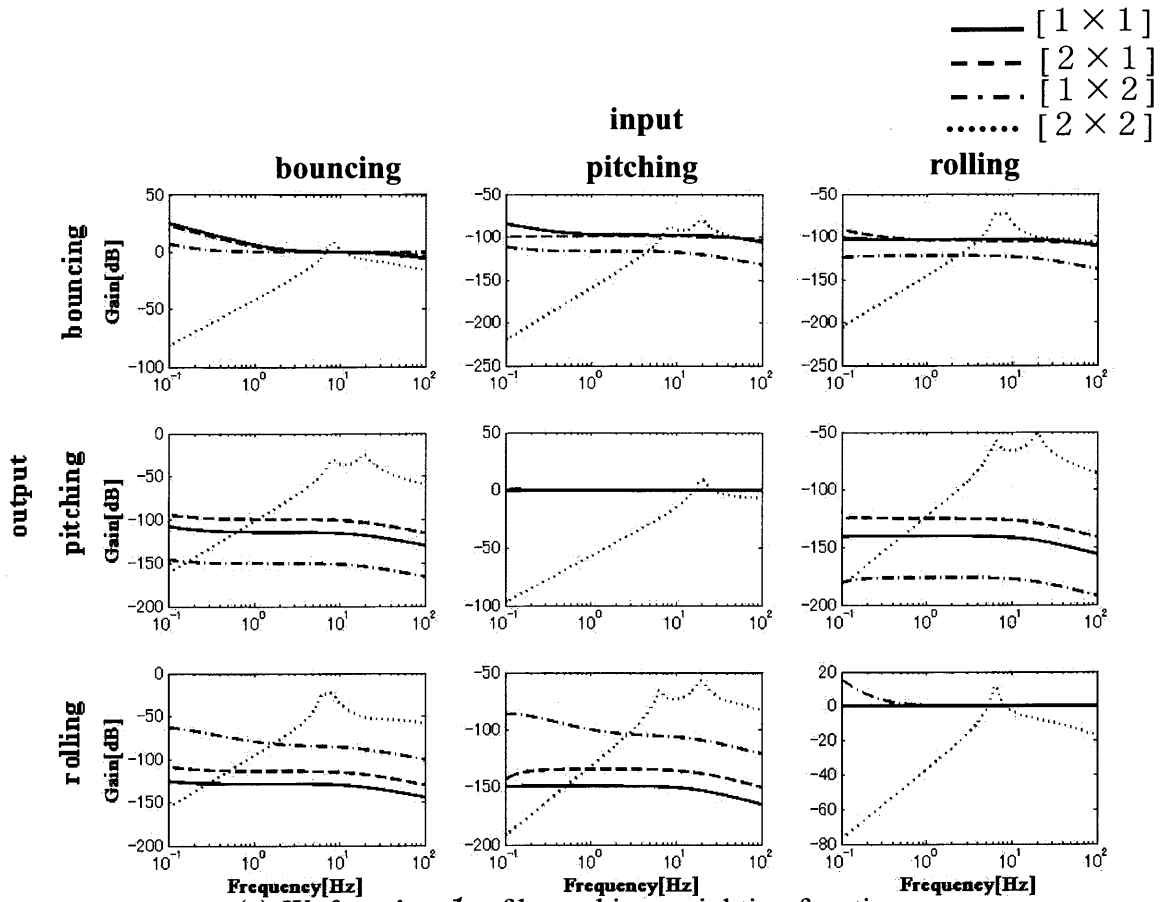
Table. 3.2 γ_{opt} of each weighting function at bouncing Wsfunction 1 (sensivity reduction problem)

| | <i>W_s function 1</i> | <i>W_s function 2</i> |
|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| <i>W_s function 1</i> | 1.96×10^{-2} | 2.12×10^{-2} |
| <i>W_s function 2</i> | 4.14×10^{-3} | 2.21×10^{-4} |

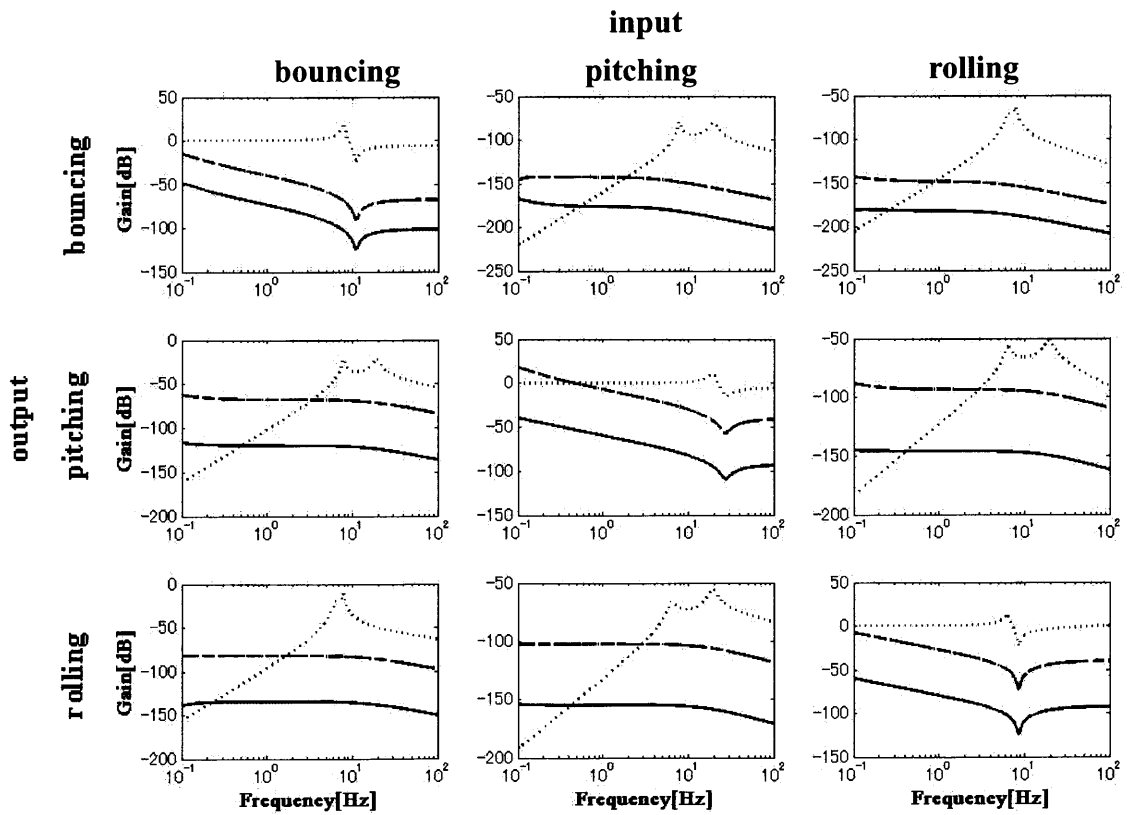
Table. 3.3 γ_{opt} of each weighting function at bouncing Wsfunction 2 (sensivity reduction problem)

| | <i>W_s function 1</i> | <i>W_s function 2</i> |
|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| <i>W_s function 1</i> | 3.20×10^{-3} | 2.26×10^{-3} |
| <i>W_s function 2</i> | 2.26×10^{-3} | 4.50×10^{-4} |

Table. 3.2, 3.3に示した γ_{opt} の値を見るとすべての重み関数が *W_s function 2*での値が最も小さく, 最も感度を低減することができるように見える。しかし Fig. 3.1 6をみると, 感度関数はそれほど感度低減化されていないことがうかがえる。これは $[1 \ 2 \ 2]$ の場合でも同様の結果が得られている。実際にシミュレーションを行った結果, Table. 3.2, 3.3それぞれの γ_{opt} の値が最も小さくなった組み合わせのものは制御されておらず, むしろ増加してしまっていた。よって, その他の組み合わせ同士の比較が難しくなるため Fig. 3.1 8のシミュレーション結果には, これらの組みあわせの結果は掲載していない。これは過剰な性能を求めすぎてしまったことが原因と考えられる。そのためか, γ_{opt} の値が, 次に良い値を示している $[2 \ 1 \ 1]$ の組み合わせが, 感度関数, シミュレーション結果ともに, 良好な結果を示している。

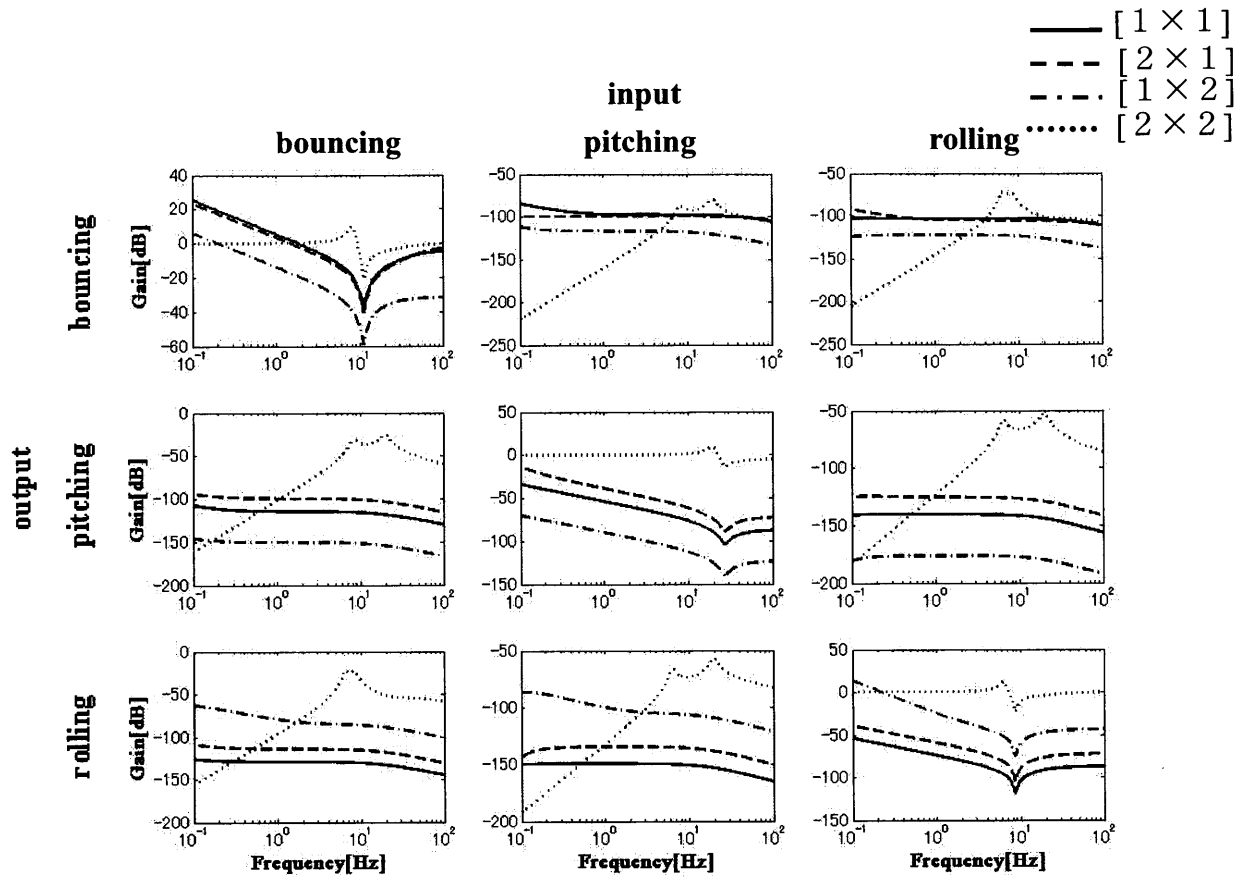


(a) W_s function 1 of bouncing weighting function

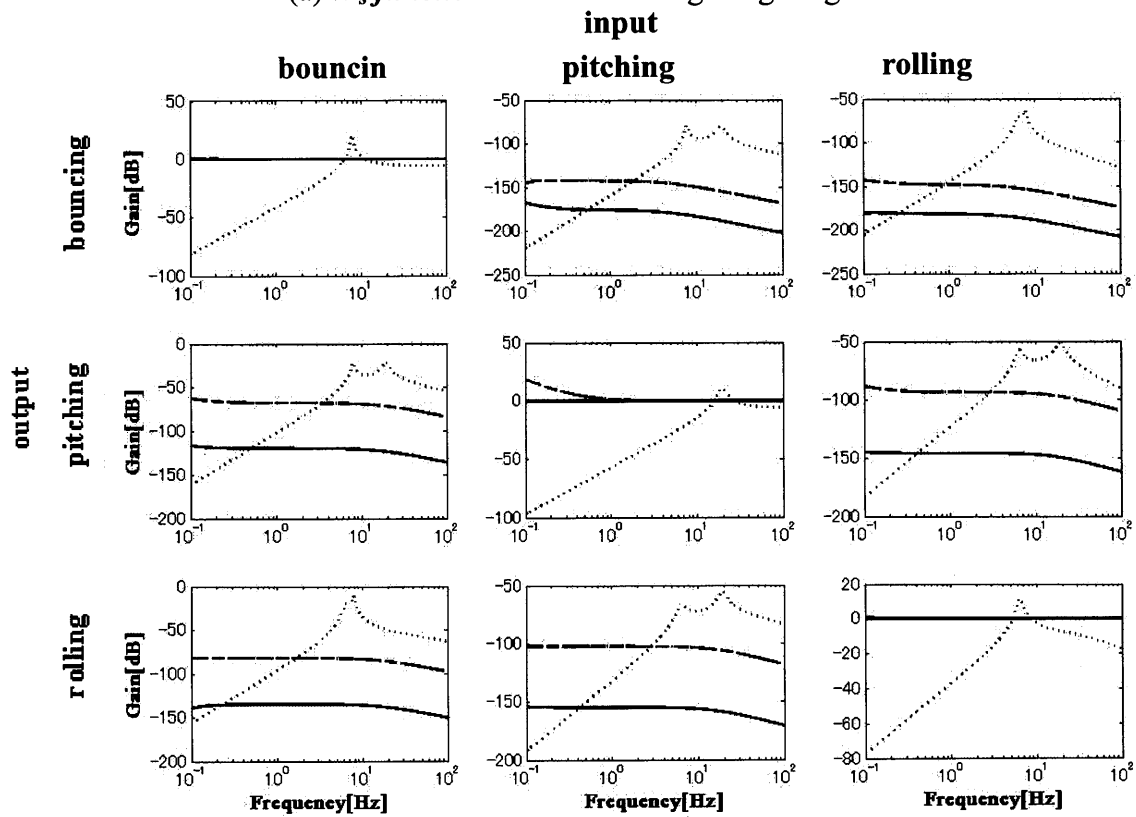


(b) W_s function 2 of bouncing weighting function

Fig. 3.16 Sensitivity function of sensitivity reduction problem

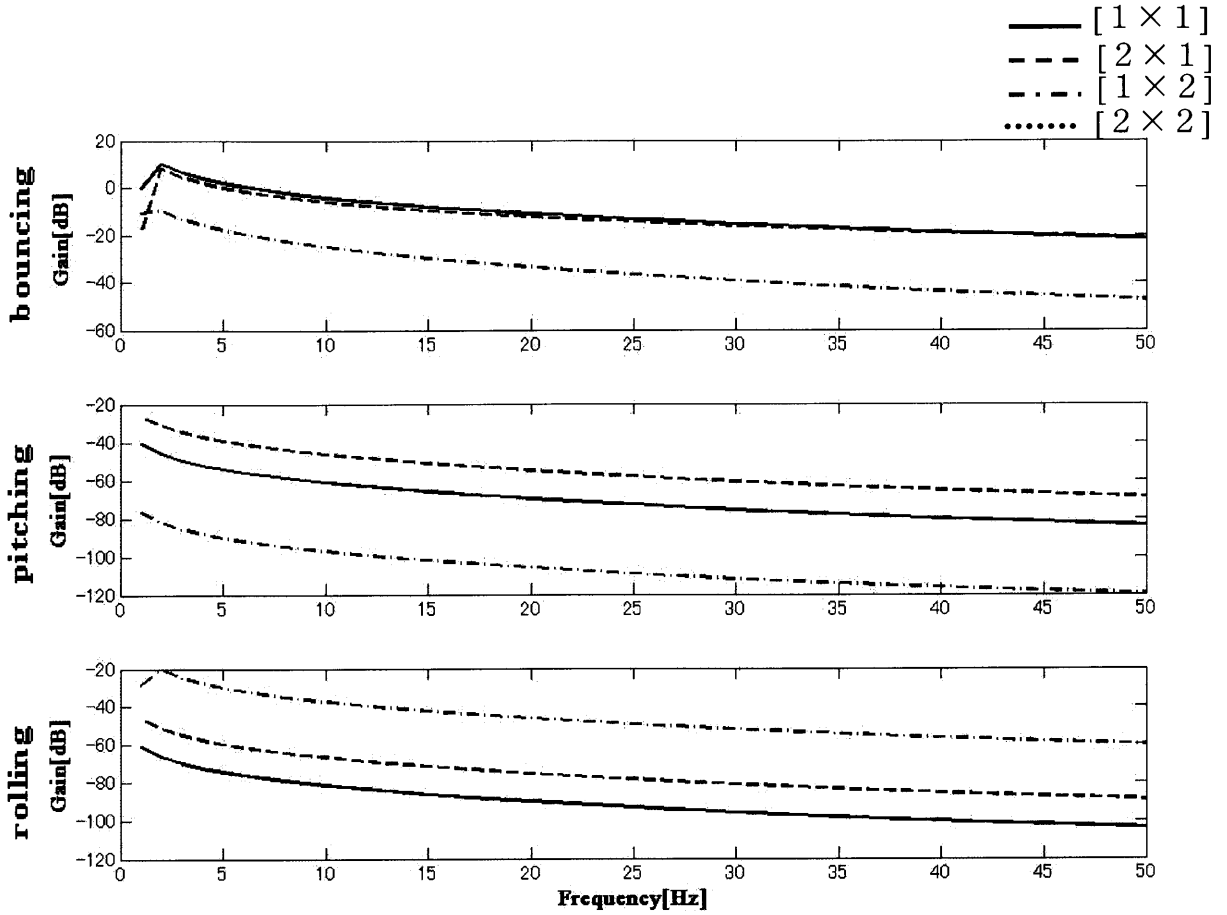


(a) W_s function 1 of bouncing weighting function

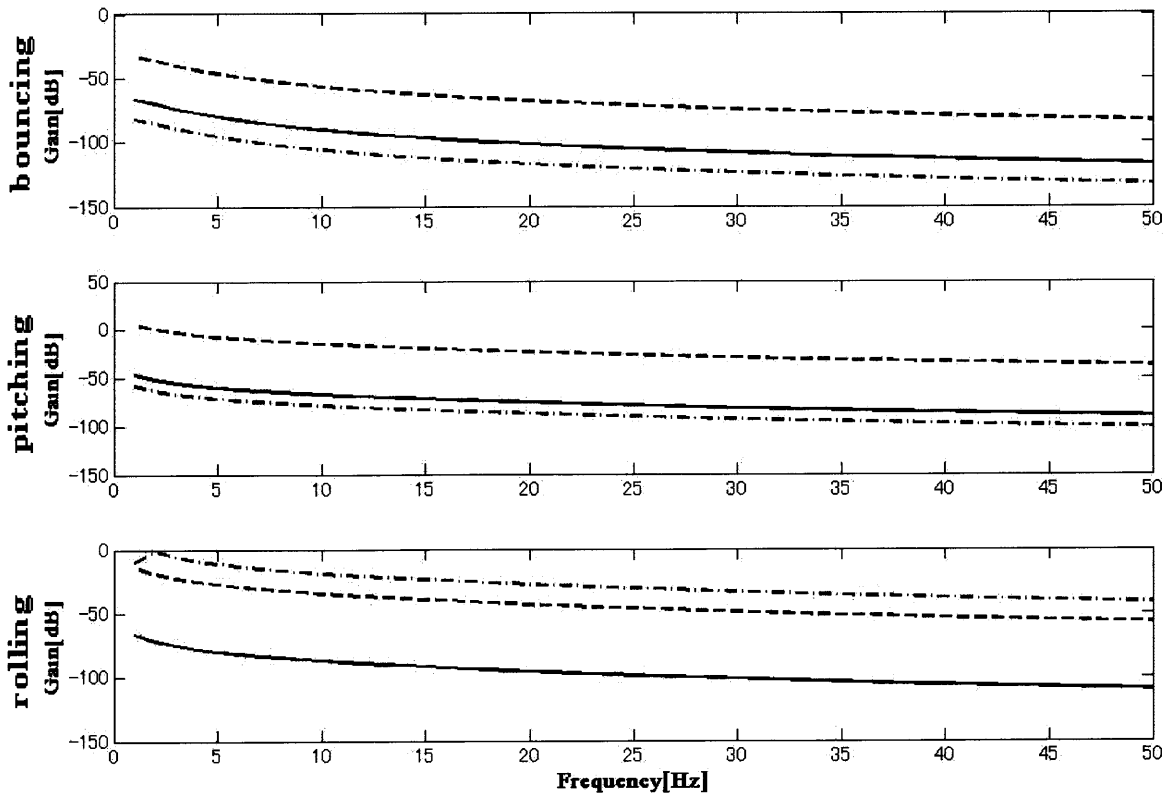


(b) W_s function 2 of bouncing weighting function

Fig. 3.17 Complementation sensitivity function of sensitivity reduction problem



(a) W_s function 1 of bouncing weighting function



(b) W_s function 2 of bouncing weighting function

Fig. 3.18 Simulation results of sensitivity reduction problem

3.2.1節でも述べたが、加速度を制御するにあたり、従来の低周波数域よりも高周波数域のほうが重要だということがわかり、今回感度関数を設定するにあたり、低周波数域での感度低減化はあまり問題にせず、重み関数を設定した。そのため、低周波数域での感度の低減があまり行われないう組み合わせが多かった。また、1つの重み関数を変えただけですべての感度に影響することがわかった。つまり、それぞれに最適な重み関数を設定し、採用しても、必ずしもその系に対して最適なものとは限らないということであり、このような複数の自由度を持つ系に対しての重み関数を設定するときは気をつけなければならない。

また、今回は対角要素に対して重み関数を設定して制御器の作成を行ったが、非対角要素に関しても感度の低減化が行われていた。これは、非対角要素がそれぞれの対角要素による練成により起こっているもので、制御器設計時には対角要素を中心に設計していれば、それに伴い小さくなっていくとおもわれる。

この感度低減問題では評価関数は感度関数しか含んでいないので制御器の設計時に相補感度関数は一切評価されない。このため感度を低減することだけを目標に設計された制御器によって相補感度が決まる。相補感度関数はプラントに加わる変動から出力への伝達関数とすることができるので対角要素のゲインが低周波数域以外で0以下となっていることから高周波数域に関してはそこそこのロバスト性はあるものと考えられる。

一番良かった、 $[2 \ 1 \ 1]$ のシミュレーション結果を Fig. 3.19 に改めて示す。

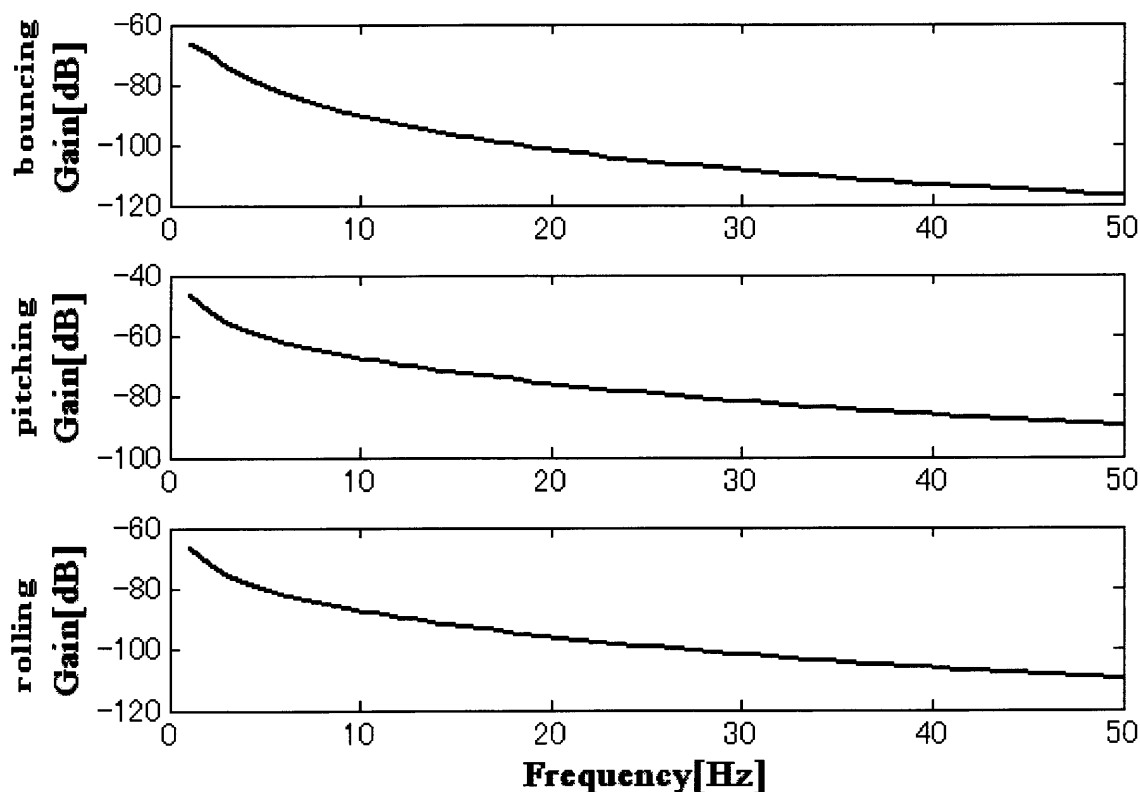


Fig. 3.19 Simulation results of $[2 \ 1 \ 1]$

3.5 混合感度低減問題

前節で行った感度低減問題による制御系設計では外乱の影響を表す感度関数を所要の特性に整形することができても系のロバスト安定度を表す相補感度関数を整形することができず、設計された制御器がどの程度のプラント集合を安定化できるかは設計指標に含まれていなかった。このため幾らノミナルプラントへの制御性能が良くても摂動プラントへその制御器を適用した場合の安定性を保証することができない。

これに対し一般化プラントに感度関数と相補感度関数両方を評価関数として組み込む混合感度低減問題を適用し感度、相補感度を所要の特性に整形することを図る。

3.5.1 一般化プラントの作成

評価関数に感度関数と相補感度関数を用いる一般化プラントを Fig. 3.20 に示す。

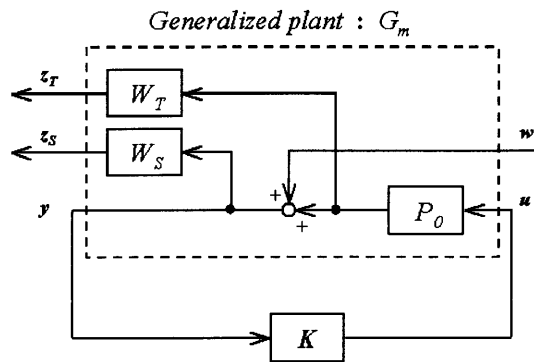


Fig. 3.20 Generalized plant of mixed sensitivity reduction problem

この一般化プラントを用いて制御系を設計すると式(3.9)の条件に加え以下の条件を満たす制御器 $K(s)$ を得る。これにより感度関数は式(3.11)、相補感度関数は式(3.12)のように整形される。

$$\|W_T T\|_\infty = \left\| \frac{W_T P_0 K}{I + P_0 K} \right\|_\infty \leq \gamma \tag{3.11}$$

$$T \leq \frac{\gamma}{W_T} \quad \forall \omega \tag{3.12}$$

これにより相補感度関数も前節で述べた感度関数と同じように整形することができるようになる。一般に系に存在する変動は高周波数域に多くの成分を持ち安定性を損なうので高い周波数域で相補感度関数を低く抑えるように重み関数 W_T を設定する。

これで感度関数、相補感度関数共に要求する特性に整形できるようになったのだが、式(3.1)と式(3.2)を足し合わせると次式のような事からどこまでも高性能な制御器を設計することができないことが解る。

$$T(s) + S(s) = \frac{P_0(s)K(s)}{1 + P_0(s)K(s)} + \frac{1}{1 + P_0(s)K(s)} = 1 \quad (3.13)$$

この式から、相補感度関数と感度関数を足し合わせると必ず1となることが解る。よって相補感度関数と感度関数はトレードオフの関係にあり片方を小さく抑えれば他方が大きくなってしまふ。しかし要求する特性として既に述べたように相補感度関数は高周波数域で小さく、感度関数は低周波数域で小さくしたいためこれらの要求をある程度満たす制御器を得ることができる。

混合感度低減問題では式(3.13)の条件を必ず満たさなくては制御器が設計できないのでこれを満たすことができないような性能を要求する重み関数は設定することができないので注意が必要である。

3.5.2 制御系設計

Fig. 3.20に示したようにノミナルプラントの測定出力にそれぞれ感度関数、相補感度関数に関する重み関数を乗じて評価出力とする。感度関数、相補感度関数に掛かる重み関数は系の自由度毎に設定するので各3個ずつの計6個となる。

ここで相補感度関数に関する重み関数は実プラントとの誤差を補償したいので、3.2.2節で決定した重み関数を用いる。そして、この重み関数とトレードオフの関係を持つ感度関数に関する重み関数を求める。しかし、Fig. 3.5を見てもらうとわかるが、加速度を取り扱う問題では、感度を低減したい領域は高周波数域である。実際、3.6節で設計した制御器はそのように設計し、感度の低減に成功している。また、ロバスト安定性を求める混合感度低減化問題では一般に変動が大きくなる高周波数域に重み関数を設定する。だが、式(3.13)よりトレードオフの関係が成り立つため、感度低減、ロバスト安定化の両立は不可能である。そのため、ある程度のところで妥協する必要があるのだが、その妥協点が難しく、また実プラントとノミナルプラントとの誤差が大きくなってしまっていることも原因となり、3.2.2節で決定した相補感度関数に対する重み関数では、感度低減化できるような制御器の設計はできない。これに対しては、今後実験装置のシステム同定を行い、実プラントとノミナルプラントとの間にある誤差を小さくするように、運動方程式から見直す必要がある。

なお、一番小さくなった γ_{opt} の値は 2.94×10^3 であった。そのときの *Ws function* を Table. 3.4に、そのときの感度関数、相補感度関数、を Fig. 3.20, 3.21に示す。

Table. 3.4 Weighting function

| blunching | pitching | rolling |
|----------------------|-----------------------------|-------------------------|
| $\frac{s+1}{100s+1}$ | $\frac{0.01s+0.01}{100s+1}$ | $\frac{0.3s+1}{s+0.01}$ |

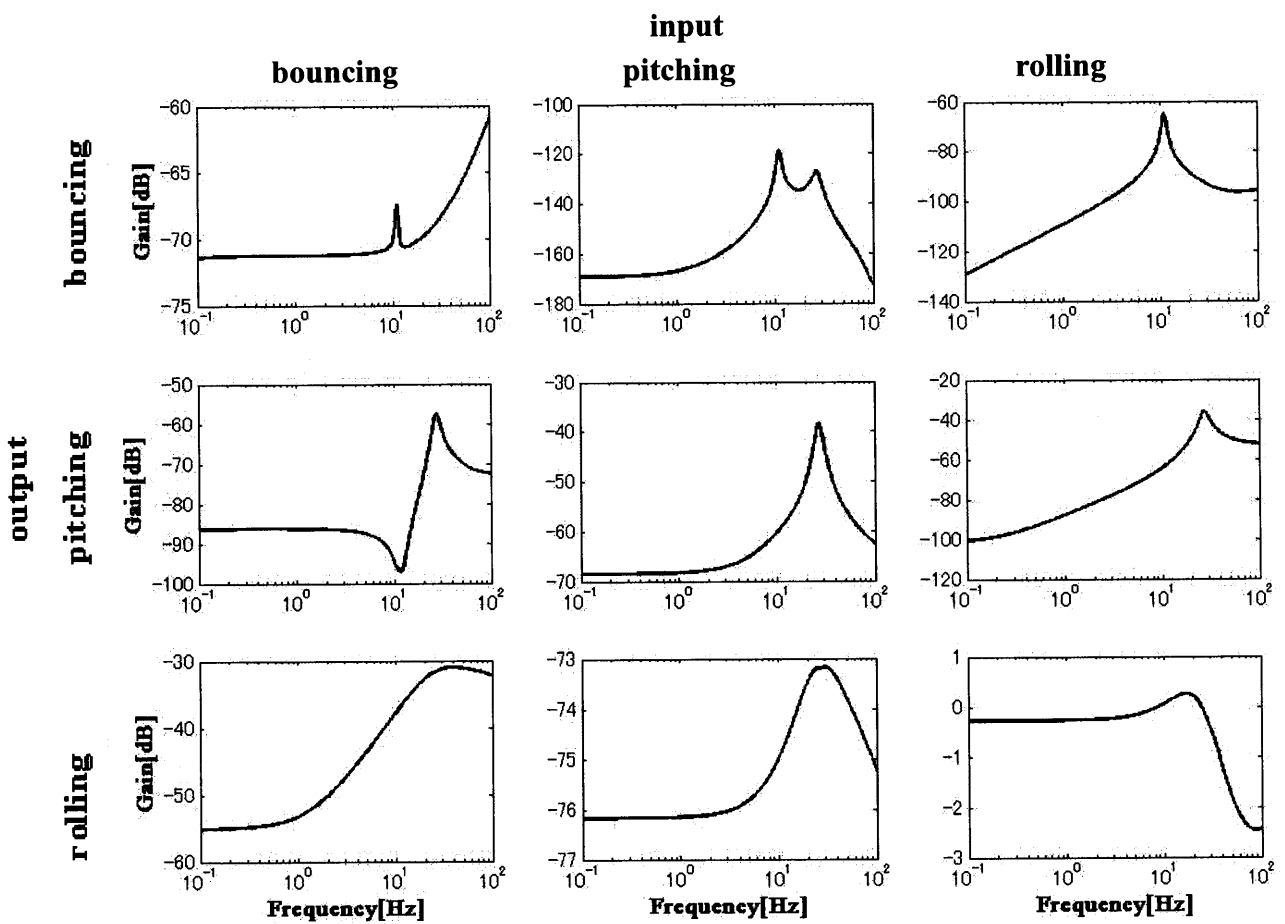


Fig. 3.2 0 Sensitivity function of mixed sensitivity reduction problem

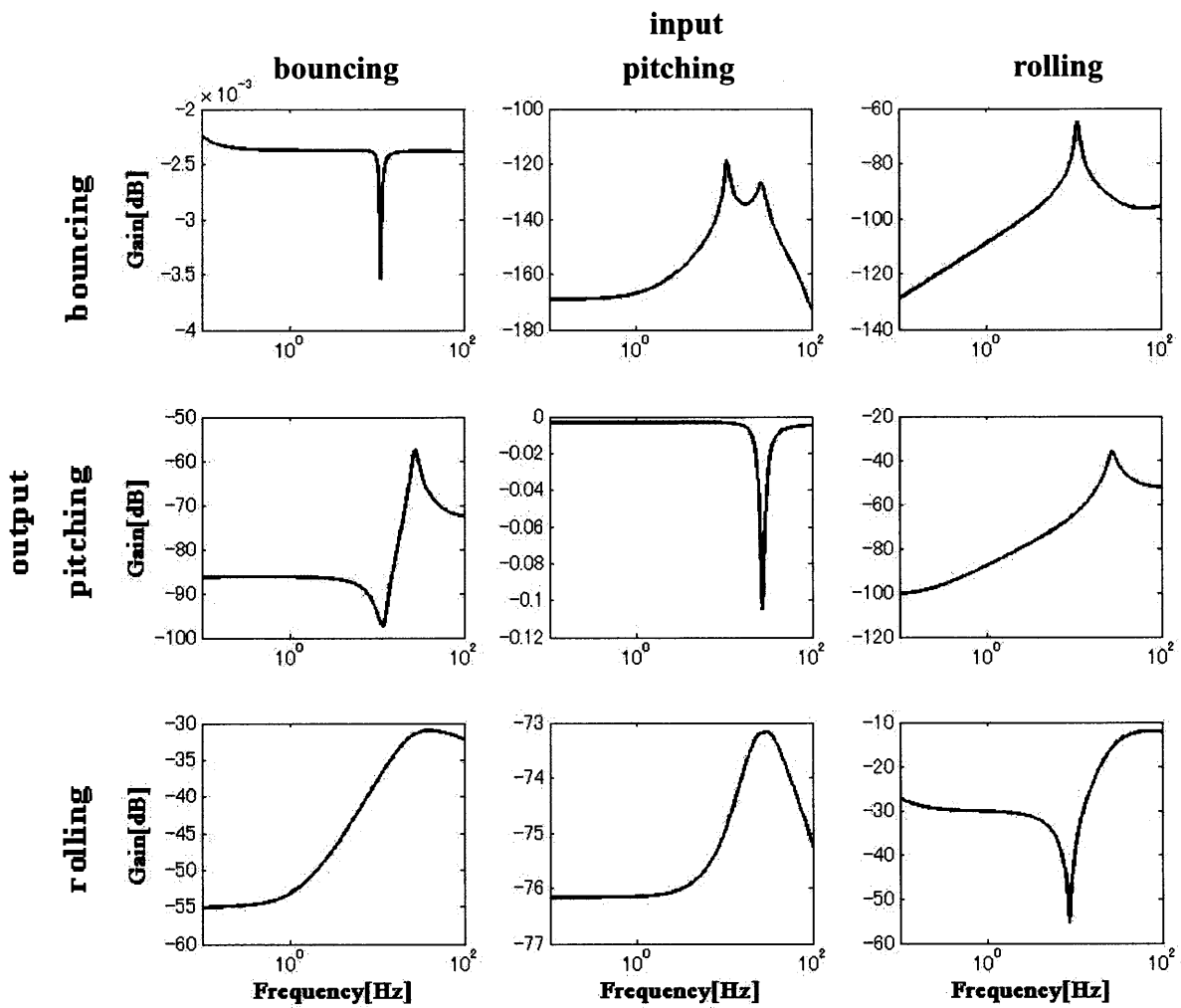


Fig. 3.2 1 Complementation sensitivity function of mixed sensitivity reduction problem

第4章

実験装置への実装

第3章において作成した制御器を実験装置へ実装する。

この際、第2章において除振装置をモデル化するための仮定S4として制御力は各自由度の運動方向へ直接作用する物とした。この仮定の下でモデル化された除振装置に対して制御系を設計すると制御力は除振装置の荷台部分の重心に直接加わるバウンス方向の力とピッチング回転、ローリング回転方向のモーメントとして得られる。しかし除振装置には荷台四隅の支持部分にアクチュエータが取り付けられておりこのアクチュエータによって制御力を荷台に加えなくてはならない。このため荷台重心回りの制御力を各アクチュエータの出力へと分配する必要がある。アクチュエータの出力端は荷台に取り付けられているため入力された力は荷台重心と入力箇所との幾何学的な関係によって力、モーメントとして荷台重心に加わることになる。これらの関係を Fig. 4.1 にまとめる。

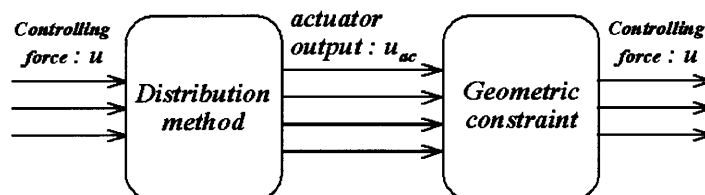


Fig. 4.1 Concept of distribution method

そのため、本研究においては、実装するにあたり計算量の少ない擬似逆行列による分配を使用し、3つの変数を持つ重心回りの制御力を4つの変数を持つ各アクチュエータの出力に分配する。

4.1 擬似逆行列による分配

Fig. 2.1 で表した除振台のモデルにおいて各アクチュエータの出力 u_{ac} と重心回りの制御力 u の間には荷台の四隅にアクチュエータが取り付けられているという幾何学的な条件から次のような関係がある。

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_G \\ u_P \\ u_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -L_{bF} & -L_{bF} & L_{bR} & L_{bR} \\ -L_{tL} & L_{tR} & -L_{tL} & L_{tR} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{FL} \\ u_{FR} \\ u_{RL} \\ u_{RR} \end{pmatrix} = \mathbf{G}_{eq} \mathbf{u}_{ac} \quad (4.1)$$

式(4.1)より、この両辺に幾何学的な条件を表す行列 \mathbf{G}_{eq} の逆行列： \mathbf{G}_{eq}^{-1} を左から掛け

れば各アクチュエータの出力が求まるように見える。しかし G_{eq} は 3×4 の長方形列であるので逆行列を求めることができない。これに対して擬似逆行列: G_{eq}^* を用いて以下のよう求めることができる。

$$u_{ac} = G_{eq}^* u = (G_{eq} G_{eq}^T)^{-1} G_{eq}^T u \tag{4.2}$$

これを 3.4.2 節において感度低減化を一番行えた W_s function の組み合わせを用いて設計した制御器を例にとってその制御系で算出される制御力を各アクチュエータの出力へと分配を行う。

各荷台支持部への外乱とし片振幅 0.5mm の正弦波を左前の支持部を基準に右前: 45° , 左後: 90° , 右後: 135° の位相差をつけて外乱として入力する。この外乱を想定してシミュレーションを行い、その結果を Fig. 4.2 に、制御系で算出される重心回りの制御力を Fig. 4.3 に、これを擬似逆行列により分配した各アクチュエータの出力を Fig. 4.4 に示す。

Fig. 4.3 のバウンシングに対する制御力みると、周波数があがって行くにつれて出力が大きくなっている。これは、外乱として一定の振幅の正弦波を入力しているのので、周波数があがるにつれて加速度は周波数の 2 乗で大きくなっていく。よって、高周波数になればなるほど、制御に必要な力は大きくなると考えられ、実際にグラフに表されたものである。

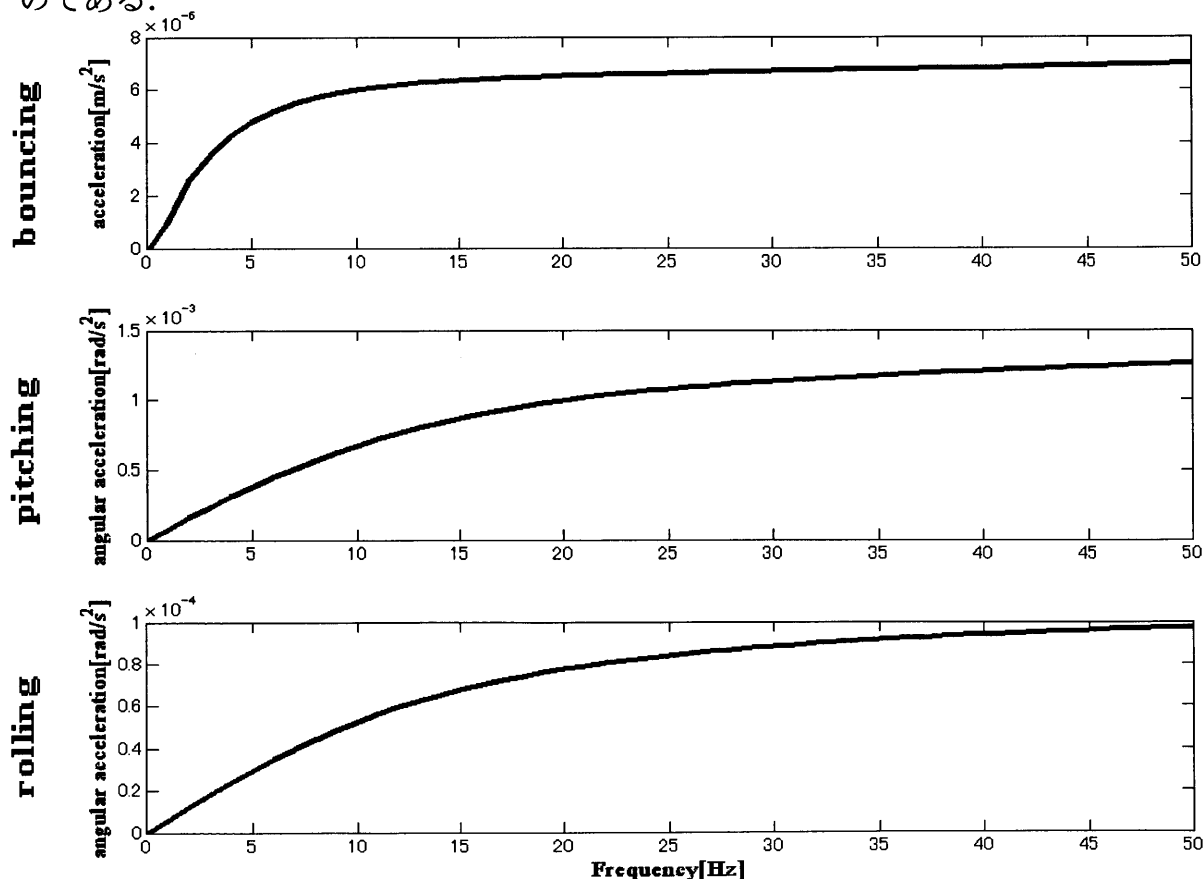


Fig. 4.1 Simulation result

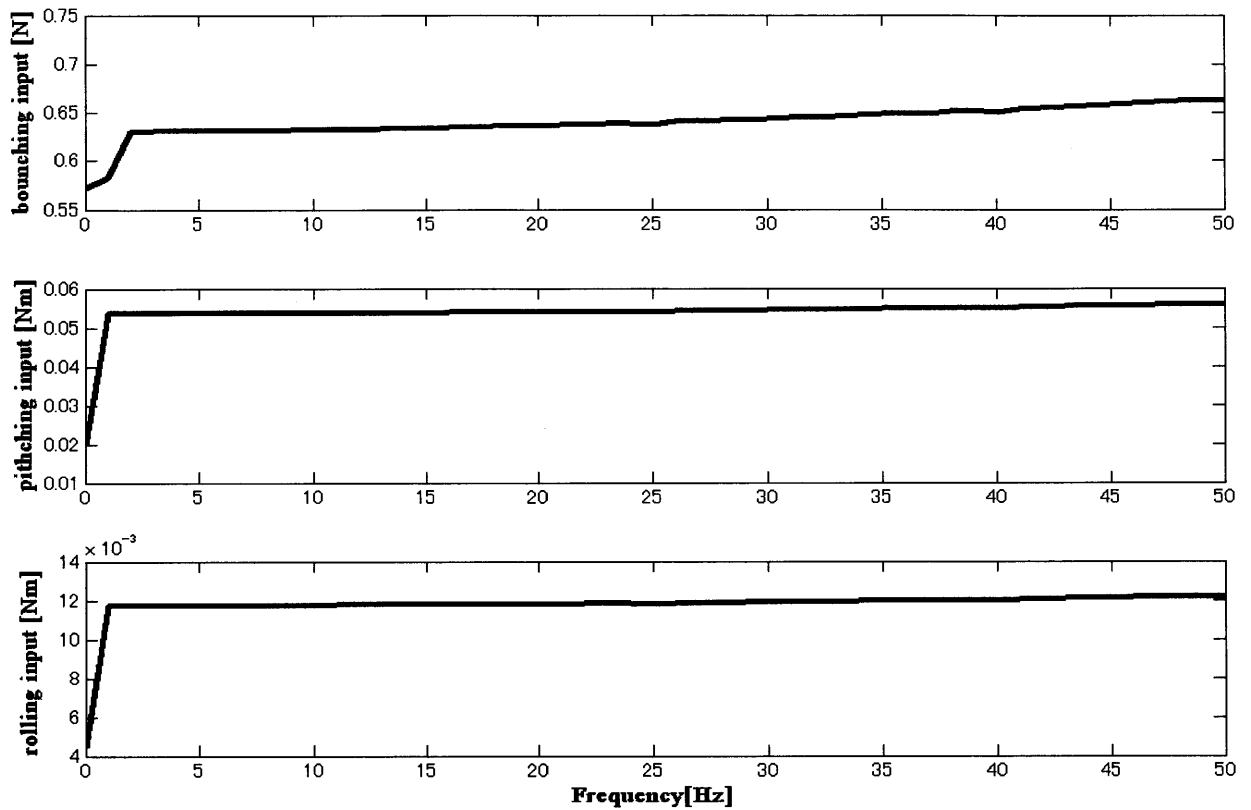


Fig. 4.3 Controlling force (center of gravity)

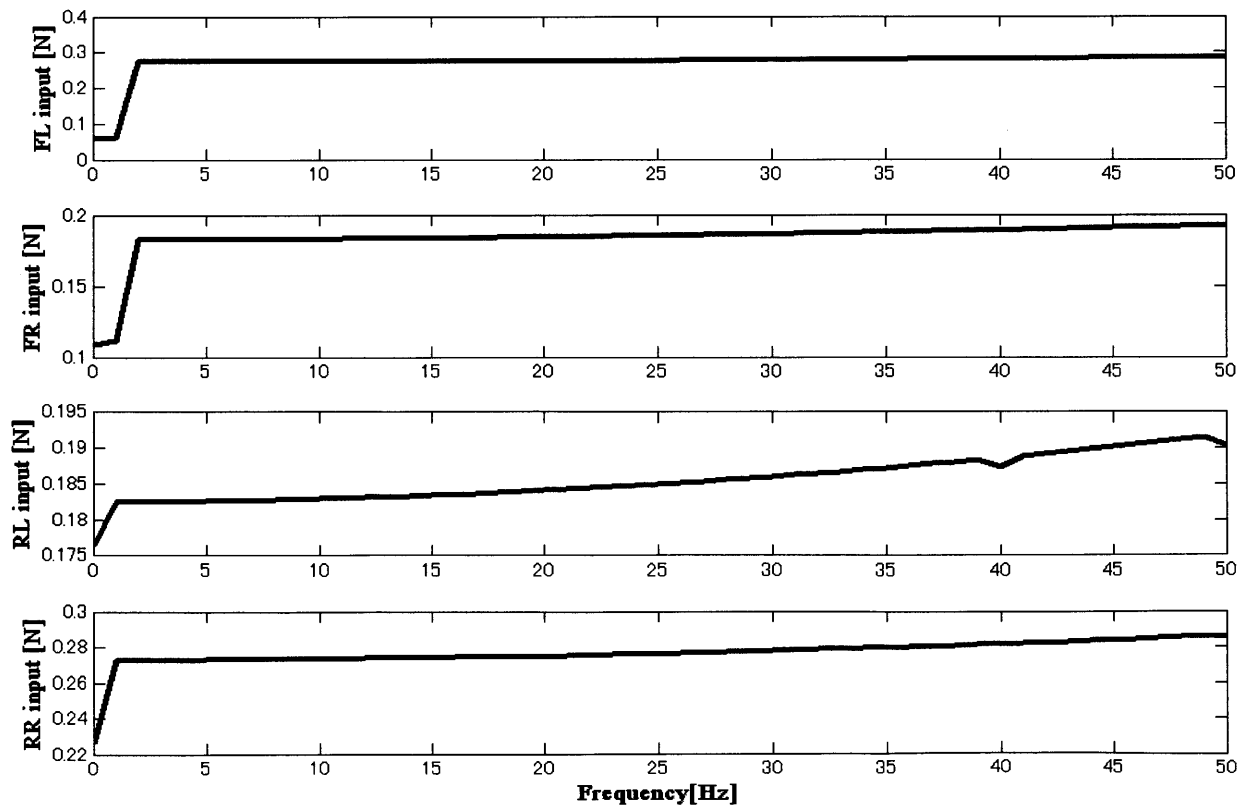


Fig. 4.4 Actuator output calculated by pseudo inverse matrix

Fig. 4.1 を見るとバウンシングの出力が急に上がっている。そのため、制御力もそれに合わせてあがっているのが見える。また、それにあわせて分配後の制御力も同じところであがっている。これは、バウンシングの制御力がピッチング、ローリングに比べて非常に大きくなるようになっており、そのためにバウンシングの制御力が大きな影響を与えたためである。

また、Fig. 4.3 を見ると、FL, RR に対する出力が他よりも大きくなっている。これは、擬似逆行列の作製の際に生じてしまったもので、こちらからは変更できない。しかし、制御用アクチュエータの限界出力は約6 [N]と設定しているのので、今回のシミュレーションの結果程度であれば問題はないと思われる。

4.2 装置への実装の結果

4.1 節において論じた擬似逆行列による分配法を使用し、装置への実装実験を行った。まず、前段階として、入力は装置からとり、その結果を制御器に通し出力を観測した。

入力としては、加振用アクチュエータから正確な正弦波は出力できない構造になっているので、それに相当する力を出すような正弦波を出力している。その他シミュレーション条件は4.1 節において出力を算出するために使用したものと同様である。結果は予想以上の出力結果を出し、とても実装に耐えられる能力ではなかった。これは、加速度の入力がシミュレーションで使用しているようなきれいな正弦波ではなく、三角形波に近い波形をしていることから、Fig. 4.2 にもあるように高周波数成分における高出力を計算し、合成しているため起きたものと考えられるが、現状では有効な解決策は見出せていない。また、加速度センサのオフセット電圧を完全に0にすることができず、そのためか出力の振幅中心が時間に比例して上昇している。その上昇速度がとても遅く、またある程度上昇した後下降しはじめた。その現象が起こるまでの時間がとても長くそれだけの時間実験装置を動かすことはできなかったため、今回そのデータはとることができなかった。また、出力された制御力が非常に大きく、現在使用している制御用 VCM では耐えることができないと判断し、接続することはしなかったが、おそらく現状では加速度の制御はできないだろう。

第5章

結言

本研究で得られた結果について以下にまとめる。

- (1) 実験装置が完成し、データを取ることに成功した。これにより、実プラントとノミナルプラントの誤差を知ることができた。そして、それにより、相補感度関数にかかる重み関数を推定することができた。
- (2) 外乱から測定出力までの伝達関数である感度関数を評価関数としてこれを低減させることを目標とした感度低減問題により制御系を設計することで感度関数を所望の特性に整形することができ、高い除振性能を得ることが可能である。
- (3) 単純なモデル化では、実プラントとノミナルプラントの誤差が大きく、ロバスト安定性を保証できない。
- (4) 実験装置殻の入力を作成した制御器にいれ、そこから生まれた重心周りについての制御力を擬似逆行列を用いて荷台支持部に配した4個のアクチュエータの出力へ分配することが、リアルタイムで可能であることを確認できた。
- (5) 外乱が正弦波だけではなく三角形波における除振性能の向上等の実装に向けての問題点の確認ができた。

参考文献

- (1) 伊藤, H^∞ 制御理論を用いたハイブリッド除振装置の制御に関する研究, 平成 16 年度 三重大学大学院工学研究科 修士論文
- (2) 橋爪, 三次元ハイブリッド除振装置の作成と性能試験, 平成 17 年度 三重大学工学部 卒業論文
- (3) 藤森, ロバスト制御 (コロナ社)
- (4) 劉, 線形ロバスト制御 (計測自動制御学会 編)
- (5) 市川, 安定化制御から H_∞ 制御へ (槓書店)
- (6) 原, ロバスト制御—その考え方と設計の基礎— (SICS セミナーテキスト)
- (7) 柳井・竹内, 射影行列 一般逆行列 特異値分解 (東京大学出版会)
- (8) 野波・西村・平田 MATRAB による制御系設計 (東京電機大学出版局)

謝辞

本研究を行うにあたり研究の方向性や振動論について常に親切丁寧に御指導賜りました水谷一樹教授に深く感謝いたします。

本研究に際して特に制御理論，制御用コントローラの作成を学ぶ際に多忙な中時間をいただき御指導賜りました池浦良淳助教授に深く感謝いたします。また種々の御助言を賜りました加藤光廣助手に深く感謝いたします。

実験装置の作成および調整，稼動をする際に種々の御助言，ご指導を賜りました澤井秀樹技官に深く感謝いたします。

振動論，制御理論等を学ぶ際の勉強会にご協力いただいた皆様に心から感謝いたします。

また，日々研究室での生活を共にし，得る物の多いものとしていただいたシステム設計研究室の皆様に心から感謝いたします。

最後に，これまで私の全てに対して常に支え続けてくれた両親と家族に心からの感謝の念を表し，結言といたします。