

一組の閉ループ入出力データを利用した
二自由度制御器のパラメータ調整に関する研究

平成 18 年 度

三重大学大学院工学研究科
博士前期課程 電気電子工学専攻

若 山 直 矢

—修士学位論文—

一組の閉ループ入出力データを利用した
二自由度制御器のパラメータ調整に関する研究

Study on Parameter Tuning of 2-DOF Controller
Using A Couple of Closed-loop I/O Data



2007年3月

三重大学大学院 工学研究科
博士前期課程 電気電子工学専攻

若山 直矢

目次

第1章 緒言	1
1.1 研究の背景と目的	1
1.2 論文の構成	2
第2章 準備	4
2.1 表記, 問題設定	4
2.1.1 表記	4
2.1.2 問題設定	4
2.2 従来のデータ駆動型制御系設計	8
2.2.1 Iterative Feedback Tuning (IFT)	8
2.2.2 Virtual Reference Feedback Tuning (VRFT)	9
2.2.3 Fictitious Reference Iterative Tuning (FRIT)	10
2.2.4 Correlation-based Tuning (CbT)	11
2.2.5 各従来法の特徴	14
第3章 主要結果 1: SISO システム	15
3.1 フィードバック制御器設計	15
3.1.1 擬似参照信号	16
3.1.2 設計評価	16
3.2 フィードフォワード制御器設計	18
3.2.1 擬似参照信号	18
3.2.2 設計評価	19
3.3 周波数領域での解釈	21
3.4 FCbT のアルゴリズム	23
第4章 シミュレーションと実験	
: SISO システム	25
4.1 シミュレーション	26

4.1.1	シミュレーション条件	26
4.1.2	設計結果: フィードバック制御器 (シミュレーション)	27
4.1.3	設計結果: フィードフォワード制御器 (シミュレーション)	34
4.2	実験	38
4.2.1	設計結果: フィードバック制御器 (実験)	38
4.2.2	設計結果: フィードフォワード制御器 (実験)	42
第5章	主要結果 2: MIMO システム	45
5.1	フィードバック制御器設計	45
5.1.1	擬似参照信号	46
5.1.2	設計評価	47
5.2	フィードフォワード制御器設計	49
5.2.1	擬似参照信号	50
5.2.2	設計評価	51
5.3	周波数領域での解釈	53
5.4	FCbT のアルゴリズム	56
第6章	シミュレーション : MIMO システム	58
6.1	シミュレーション条件	58
6.2	設計結果: フィードバック制御器	60
6.2.1	数値例:1 (フィードバック制御器設計)	60
6.2.2	数値例:2 (フィードバック制御器設計)	62
6.3	設計結果: フィードフォワード制御器	66
6.3.1	数値例:1 (フィードフォワード制御器設計)	66
6.3.2	数値例:2 (フィードフォワード制御器設計)	69
第7章	結言	73
	参考文献	75
	謝辞	77
	付録	78
付1.	ステップパラメータ γ の設定	78

付2. FCbT (MATLAB プログラム)	79
研究業績	98

第1章 緒言

1.1 研究の背景と目的

制御系設計には制御対象の動特性に関する情報の取得と、その情報を効果的に制御器に組み込む手順が含まれている。一般的に広く用いられている数学モデルベースの制御系設計において、制御対象の数学モデルの取得は制御対象の動特性の複雑さやモデリングに費やす過度のコストのためにしばしば困難であり、モデリングが不可能な場合もある。一方、制御器の次数はモデルの次数に依存しているため、制御器実装の観点から、低次元化を施したモデルによる制御器設計が好ましい。しかしながら、低次元化の際無視したモデル化誤差のため制御性能の劣化や不安定化を引き起こす恐れがある。

一方で、制御系設計において制御対象モデルを仲介することなく、制御対象から得られた情報を用いて直接的に制御器を設計、または調整する手法がモデルベース制御系設計の代替手段として様々な形で考案されている。調整可能なパラメータを持つ制御器 (PID 制御器など) により構成された閉ループシステムから得られた入出力データを用いて、実際の応答が望みの閉ループ応答に近づくように制御器パラメータを調整する手法として、現在までに Iterative Feedback Tuning[1][2][3](以下, IFT と略する) や Virtual Reference Feedback Tuning[4][5](以下, VRFT と略する), Correlation-based Tuning[9][10] (以下, CbT と略する), Fictitious Reference Iterative Tuning[7][8](以下, FRIT と略する) が提案されており、実システムへの適用例も報告されている。

これらデータ駆動型の制御系設計法は \mathcal{H}_∞ 制御 [20] などのモデルベース制御系設計と比べ、制御器の構造が固定されている場合や、数学モデルの取得が困難な場合に有効であるといえる。しかしながら、これらデータ駆動型の設計手法をより一般的である多入出力システムへ適用する際にはいくつかの問題点がある。IFT は制御器パラメータ更新ごとに制御器パラメータに関する評価関数の勾配を利用した非線形最適化法を実行する必要がある。そのため、勾配をデータから計算するために複数回の閉ループデータ取得実験を行わなければならない。CbT は観測ノイズに対して不感な評価関数が選択されている [10] が、IFT と同様に制御器導出に複数回のデータ取得実験を要する。一

方, VRFT は多入力多出力システムへの適用に対し理論的保証がなく, 与える参照モデルに制約が課される [5]. また FRIT は一入力出力システムについてのみ提案されている [7].

本研究は上記に挙げられるような問題を緩和し, より簡便で高精度かつ汎用性のあるデータ駆動型制御系設計法を考案することを目的とする. そこで本研究では, CbT に対し FRIT で用いられている擬似参照信号 (Fictitious Reference Signal) を導入し, 制御器導出の際の実験回数を低減した新たな設計法 Fictitious Correlation-based Tuning (以下, FCbT と略する) を提案する. 提案する手法は VRFT に比べ多入力多出力システムの参照モデルの制約が少なく, 制御器設計の最適性を定量的に示すことを可能にした. また多変数制御器調整に必要な実験回数を大幅に低減し, かつ観測雑音に対して不感な CbT の利点のある程度保存した制御器導出が可能である. さらに, 従来のデータ駆動型制御系設計ではフィードバック制御器のみを設計していたが, 本研究は FCbT を利用し, 二自由度制御系を構成するためのフィードフォワード制御器の調整に応用する.

1.2 論文の構成

本研究では制御対象の数学モデルを用いることなく, 閉ループ実験などにより得られた制御対象の入出力データのみで制御器を設計する. 本提案手法では従来のデータ駆動型制御系設計で問題となっていた制御器導出のための多数回の閉ループデータ取得実験を大幅に低減させる. また設計の自由度を拡張するために, より一般的な多入力多出力システムへの拡張や, 目標値応答特性とフィードバック特性を独立に設定することが可能な二自由度制御系へ応用する. そして, 提案したデータ駆動型制御系設計である FCbT を一入力出力システムである Direct Drive モータ (以下, DD モータと略する) の制御系設計に用い, その有効性を実験により確認する. また, 多入力多出力システムに対しては数種の数値例によるシミュレーションによって有効性を確認する.

本論文の構成は以下のとおりである. まず, 第 2 章では本手法における表記や問題設定について述べ, 従来のデータ駆動型制御系設計である IFT, VRFT, FRIT, CbT についてそれぞれ簡潔に説明する. そして, 第 3 章で一入力出力システムに対する提案法の考え方とアルゴリズムについて述べる. さらに, 周波数領域における解析を与えることにより, パラメータ調整結果に対する観測雑音によるバイアスを除去する方法を述べ, 第 4 章で一入力出力システムである DD モータに対し提案法の有用性

を示すためのシミュレーションおよび実験結果を示す。第 5 章では提案法を多入力多出力システム的设计に拡張し、その考え方とアルゴリズム、周波数領域での解釈を与える。第 6 章では IFT や CbT のベンチマーク問題として取り上げられている数値例を挙げ、それらについて提案法のシミュレーションを行い、最後に第 7 章で結論を述べる。

第2章 準備

本章では準備事項として、本論文で取り扱う問題や従来のデータ駆動型制御系設計である IFT, VRFT, FRIT, CbT の各手法とそれらの利点, 問題点について簡潔に説明する.

2.1 表記, 問題設定

2.1.1 表記

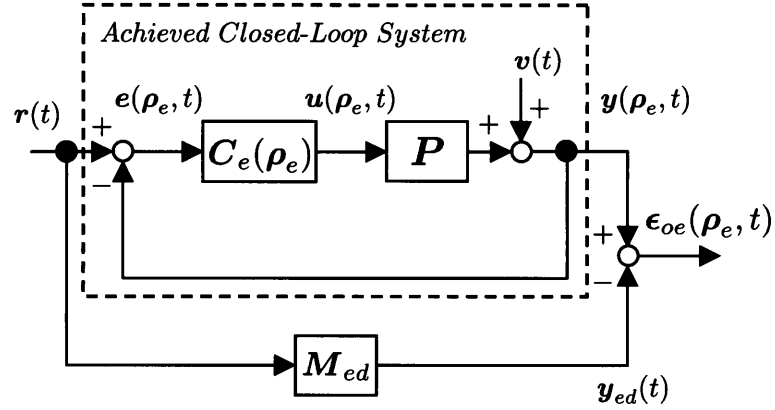
本節では本論文で扱う表記について述べる. 列ベクトル $\boldsymbol{\omega}$ の i 番目の要素を $\omega^{(i)}$, また行列 $\boldsymbol{\chi}$ の i 行 j 列目の要素を $\chi^{(ij)}$ と表記する. 伝達関数を表現する際に現れる q は信号 $\omega(t)$ に対し $q\omega(t) = \omega(t+1)$ で定義されるシフトオペレータであり, $\mathbf{I} \in \mathcal{R}^{2 \times 2}$ は単位行列を表す. 一入力一出力システムやスカラ値を表現する際は P, u のように標準の字体を用い, 多入力多出力システムやベクトル値は \mathbf{P}, \mathbf{u} のようにボールド体を用いることとする. そして $E\{\cdot\}$ は期待値を表す.

2.1.2 問題設定

本論文では有限次元線形時不変離散時間 SISO (Single-Input, Single-Output) システム, MIMO (Multi-Input, Multi-Output) システムを扱うが, その上で一般性を失うことなく, 問題を簡単化するために MIMO システムは二入力二出力正方システムと仮定する. まず, (2.1) 式で表現される未知の離散時間システムを考える.

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{P}(q)\mathbf{u}(t) + \mathbf{v}(t) \quad (2.1)$$

ここで $\mathbf{y}(t) \in \mathcal{R}^2$ は時間 t における実際の制御対象からの出力を表し, $\mathbf{u}(t) \in \mathcal{R}^2$ は制御入力, $\mathbf{v}(t) \in \mathcal{R}^2$ は出力に作用する観測雑音であり, 平均 0 の準定常確率過程と仮定する. $\mathbf{P}(q) \in \mathcal{R}^{2 \times 2}$ は制御対象の動特性を表す離散時間伝達関数である. 離散時間システムとするのは有限のデータ列を用いたアルゴリズムを明確に表記するためであり


 図 2.1: 達成される閉ループ特性 $\mathcal{T}(\rho_e)$ と参照モデル M_{ed}

本質的な仮定ではなく，連続時間システムでも同様な議論は行える．以下，表記の簡単化のために伝達関数の引数に使用しているシフトオペレータ q を省略する．

次に，フィードバック制御器設計の際用いる図 2.1 に示す参照モデル追従問題のブロック線図を考える．ブロックの上部は未知の制御対象 P において実現される閉ループシステムであり， $C_e(\rho_e) \in \mathcal{R}^{2 \times 2}$ はパラメータベクトル $\rho_e \in \mathcal{R}^{n_{\rho_e}}$ によりパラメタライズされるフィードバック制御器の伝達関数を表す． $r(t) \in \mathcal{R}^2$ は参照信号を表し， $r(t)$ は観測雑音 $v(t)$ とは無相関であり，参照信号 $r(t)$ の各要素 $r^{(1)}(t)$ ， $r^{(2)}(t)$ は相互に独立であると仮定する．また，制御器パラメータ ρ_e を用いた制御器により駆動される閉ループシステムから取得した信号データ $\omega(t)$ には $\omega(\rho_e, t)$ のように引数に ρ_e を付加する．

制御器伝達関数 $C(\rho)$ または制御器伝達関数行列の要素 $C^{(ij)}(\rho)$ は (2.2) 式の構造を持つものとする．

$$C^{(ij)}(\rho) = \frac{N^{(ij)}(\rho)}{D^{(ij)}(\rho)} \quad (2.2)$$

ここで， $N^{(ij)}(\rho)$ ， $D^{(ij)}(\rho)$ は以下の多項式により表される．

$$N^{(ij)}(\rho) = n_0^{(ij)} + n_1^{(ij)}q^{-1} + \cdots + n_{n_n-1}^{(ij)}q^{-(n_n-1)}$$

$$D^{(ij)}(\rho) = 1 + d_1^{(ij)}q^{-1} + \cdots + d_{n_d}^{(ij)}q^{-n_d}$$

以降では簡単化のためにすべての制御器要素 $C^{(ij)}(\rho)$ は同一の次数であるものと仮定する．そして制御器パラメータベクトル ρ は MIMO システムの場合以下のように書き表される．

$$\begin{aligned} \rho^T &= [\rho^{(11)T}, \rho^{(12)T}, \rho^{(21)T}, \rho^{(22)T}] \\ \rho^{(ij)T} &= [n_0^{(ij)}, n_1^{(ij)}, \dots, n_{n_n-1}^{(ij)}, d_1^{(ij)}, d_2^{(ij)}, \dots, d_{n_d}^{(ij)}] \end{aligned}$$

したがって、制御器パラメータ数 n_ρ は入力数 \times 出力数 $\times (n_n + n_d)$ となる。後には制御器パラメータの表記は上式と対応させて (2.3) 式

$$\boldsymbol{\rho}^T = [\rho^{(1)}, \rho^{(2)}, \dots, \rho^{(n_\rho)}] \quad (2.3)$$

を用い、また後述するフィードフォワード制御器の場合も同様とする。

図 2.1 のブロック下部は設計者が望む閉ループ出力応答 $\boldsymbol{y}_{ed}(t) = \boldsymbol{M}_{ed}\boldsymbol{r}(t)$ を生成する参照信号 \boldsymbol{r} から出力 \boldsymbol{y} までの参照モデル $\boldsymbol{M}_{ed} \in \mathcal{R}^{2 \times 2}$ により構成されている。例えば、参照モデル \boldsymbol{M}_{ed} は制御対象モデル \boldsymbol{P}_0 とそのモデルを用いて設計したフィードバック制御器 \boldsymbol{C}_0 により

$$\boldsymbol{M}_{ed} = \begin{bmatrix} M_{ed}^{(11)} & M_{ed}^{(12)} \\ M_{ed}^{(21)} & M_{ed}^{(22)} \end{bmatrix} = (\boldsymbol{I} + \boldsymbol{P}_0\boldsymbol{C}_0)^{-1}\boldsymbol{P}_0\boldsymbol{C}_0$$

のように構築することもできる。制御対象が MIMO システムの場合は、参照モデル \boldsymbol{M}_{ed} は非干渉化と参照信号への追従を目的とすることから、対角構造 ($M_{ed}^{(12)} = M_{ed}^{(21)} = 0$) であると仮定する。

また、観測雑音 \boldsymbol{v} から出力 \boldsymbol{y} までの伝達特性である感度関数 $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\rho}_e)$ 、参照信号 \boldsymbol{r} から出力 \boldsymbol{y} までの伝達特性である相補感度関数 $\boldsymbol{T}(\boldsymbol{\rho}_e)$ は以下のように定義される。

$$\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\rho}_e) = (\boldsymbol{I} + \boldsymbol{P}\boldsymbol{C}_e(\boldsymbol{\rho}_e))^{-1} \quad (2.4)$$

$$\boldsymbol{T}(\boldsymbol{\rho}_e) = (\boldsymbol{I} + \boldsymbol{P}\boldsymbol{C}_e(\boldsymbol{\rho}_e))^{-1}\boldsymbol{P}\boldsymbol{C}_e(\boldsymbol{\rho}_e) \quad (2.5)$$

このときの閉ループ出力応答 $\boldsymbol{y}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ は (2.6) 式のように書き表すことができる。

$$\boldsymbol{y}(\boldsymbol{\rho}_e, t) = \boldsymbol{T}(\boldsymbol{\rho}_e)\boldsymbol{r}(t) + \boldsymbol{S}(\boldsymbol{\rho}_e)\boldsymbol{v}(t) \quad (2.6)$$

そして制御偏差 $\boldsymbol{e}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ 、制御入力 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ は

$$\boldsymbol{e}(\boldsymbol{\rho}_e, t) = \boldsymbol{r}(t) - \boldsymbol{y}(\boldsymbol{\rho}_e, t) = \boldsymbol{S}(\boldsymbol{\rho}_e)(\boldsymbol{r}(t) - \boldsymbol{v}(t)) \quad (2.7)$$

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{\rho}_e, t) = \boldsymbol{C}_e(\boldsymbol{\rho}_e)\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\rho}_e)(\boldsymbol{r}(t) - \boldsymbol{v}(t)) \quad (2.8)$$

と書き改めることができる。また、入出力データは有限の N サンプル計測したとする。以上の準備のもと、実際の閉ループ応答と所望の応答ができるだけ一致することが望ましい、という理由で図 2.1 のブロックにおける閉ループ出力誤差を

$$\boldsymbol{\epsilon}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_e, t) = \boldsymbol{y}(\boldsymbol{\rho}_e, t) - \boldsymbol{y}_{ed}(t) \quad (2.9)$$

として (2.9) 式のように定義する。

データ駆動型制御系設計では図 2.1 において制御対象の動特性は未知であるとし、任意の参照モデル M_{ed} を与え M_{ed} と実際の相補感度関数 $\mathcal{T}(\rho_e)$ との差

$$J_{MR}(\rho_e) = \|\mathcal{T}(\rho_e) - M_{ed}\|_2^2 \quad (2.10)$$

を最小化するフィードバック制御器パラメータ ρ_{e*} を入出力データより (制御対象の数学モデルを同定することなく) 求めていく。

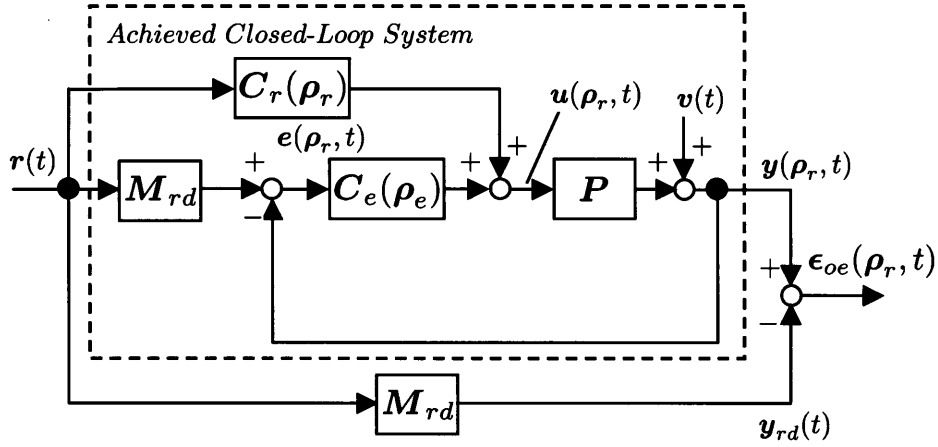


図 2.2: 達成される目標値応答特性 $\mathcal{T}(\rho_r)$ と参照モデル M_{rd}

また本手法においては二自由度制御系を構成するためのフィードフォワード制御器設計を入出力データのみを用いて行う。二自由度制御系はフィードバック制御器が安定性やロバスト性などのフィードバック特性を担い、フィードフォワード制御器によって所望の目標値応答 $M_{rd}r(t)$ へ整形できるという一自由度制御系には無い利点を有している。フィードフォワード制御器設計の際には、図 2.2 に示す参照モデル追従問題のブロック線図を考える。ブロックの上部は未知の制御対象 P において実現される二自由度制御系であり、 r から y までの目標値応答特性を $\mathcal{T}(\rho_r)$ とする。 $C_r(\rho_r) \in \mathcal{R}^{2 \times 2}$ はパラメータベクトル $\rho_r \in \mathcal{R}^{n_{\rho_r}}$ によりパラメタライズされるフィードフォワード制御器の伝達関数を表す。図 2.2 のブロック下部は参照信号 r から出力 y までの特性を指定する参照モデル $M_{rd} \in \mathcal{R}^{2 \times 2}$ を表す。制御対象が MIMO システムの場合はフィードバック制御器設計と同様、所望の出力 $y_{rd}(t) = M_{rd}r(t)$ を決定する参照モデル M_{rd} は非干渉化と参照信号への追従を目的とすることから、対角構造 ($M_{rd}^{(12)} = M_{rd}^{(21)} = 0$) であると仮定する。そして図 2.2 のブロックにおける出力誤差を

$$\epsilon_{oe}(\rho_r, t) = y(\rho_r, t) - y_{rd}(t) \quad (2.11)$$

として定義し、これらのデータを用いて参照モデル M_{rd} と実際の目標値応答特性 $\mathcal{T}(\rho_r)$ との差

$$J_{MR}(\rho_r) = \|\mathcal{T}(\rho_r) - M_{rd}\|_2^2 \quad (2.12)$$

を最小化するフィードフォワード制御器パラメータ ρ_{r*} を求めていく。

2.2 従来のデータ駆動型制御系設計

本章では今日までに提案されてきた代表的なデータ駆動型設計を 4 例挙げ、それらの手法について簡潔に述べる。なお、各手法は主にフィードバック制御器の設計を取り扱っているため、フィードフォワード制御器の設計については特に言及しない。

2.2.1 Iterative Feedback Tuning (IFT)

本節では、IFT について簡潔に要点をまとめる。詳細は参考文献 [1] などの代表的文献を参照されたい。

IFT では前節のフィードバック制御器設計問題 (2.10) 式を解くために以下の評価関数

$$J_e(\rho_e) = \sum_{t=1}^N \epsilon_{oe}^T(\rho_e, t) \epsilon_{oe}(\rho_e, t) \quad (2.13)$$

を設定する。本来最小化すべき評価関数 (2.10) 式と IFT の評価関数 (2.13) 式は、IFT の評価関数をパーセバルの定理を用いて表現することで周波数領域における各評価関数間の対応がとれていることが導かれている [1]。評価関数 (2.13) 式はフィードバック制御器パラメータ ρ_e に対して非線形であるため、この最適化問題の (局所) 解は非線形最適化計算の一つであるガウス・ニュートン法を用いることにより得られる。ガウス・ニュートン法での i 回目の更新で計算された制御器パラメータを $\rho_{e(i)}$ とし

$$\rho_{e(i+1)} = \rho_{e(i)} - \gamma \left(\frac{\partial^2 \bar{J}(\rho_e)}{\partial \rho_e \partial \rho_e^T} \Big|_{\rho_e = \rho_{e(i)}} \right)^{-1} \frac{\partial \bar{J}(\rho_e)}{\partial \rho_e} \Big|_{\rho_e = \rho_{e(i)}} \quad (2.14)$$

の更新式で逐次計算することにより準最適パラメータを取得可能となる。(2.14) 式中、 $\gamma > 0$ は更新のステップサイズを決定するパラメータである。ここで注意すべきは、 $\frac{\partial^2 \bar{J}(\rho_e)}{\partial \rho_e \partial \rho_e^T} \Big|_{\rho_e = \rho_{e(i)}}$ および $\frac{\partial \bar{J}(\rho_e)}{\partial \rho_e} \Big|_{\rho_e = \rho_{e(i)}}$ などが、

$$\frac{\partial \bar{J}(\rho_e)}{\partial \rho_e} \Big|_{\rho_e = \rho_{e(i)}} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left[\frac{\partial \mathbf{y}(\rho_e, t)}{\partial \rho_e} \Big|_{\rho_e = \rho_{e(i)}} \right]^T \mathbf{y}(\rho_{e(i)}, t) \quad (2.15)$$

$$\left. \frac{\partial \mathbf{y}(\boldsymbol{\rho}_e, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e} \right|_{\boldsymbol{\rho}_e = \boldsymbol{\rho}_{e(i)}} = \mathbf{S}(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}) \mathbf{P} \left. \frac{\partial \mathbf{C}(\boldsymbol{\rho}_e)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e} \right|_{\boldsymbol{\rho}_e = \boldsymbol{\rho}_{e(i)}} \mathbf{e}(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}, t) \quad (2.16)$$

のように閉ループ入出力データのみを用いて計算可能であるが、これらの計算を行うために、ガウス・ニュートン法の (2.14) 式を更新をするごとに $\mathbf{y}(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}, t) = \mathbf{T}(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}) \mathbf{r}(t)$ などが必要になる点である。制御対象の伝達関数が未知の場合には $\mathbf{T}(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}) \mathbf{r}(t)$ をオフライン計算できないので、パラメータ更新ごとに (入力数 × 出力数 + 1) 回の閉ループデータ取得実験を行う必要があり、 i 回のパラメータ更新を行うためには (パラメータ更新回数 i) × (入力数 × 出力数 + 1) 回の閉ループデータ取得実験を行う必要がある。

2.2.2 Virtual Reference Feedback Tuning (VRFT)

2.1 節のフィードバック制御器設計問題 (2.10) 式を解く代表的なアプローチとして、VRFT[4] が挙げられる。VRFT では主に開ループから取得した入出力データ $\mathbf{u}(t)$, $\mathbf{y}(t)$ を扱っている。以下の参照モデル \mathbf{M}_{ed} の逆システムを利用した仮想参照信号 (Virtual Reference)

$$\hat{\mathbf{r}}(t) = \mathbf{M}_{ed}^{-1} \mathbf{y}(t) \quad (2.17)$$

を用い、このときあるフィードバック制御器パラメータ $\boldsymbol{\rho}_e$ によって構成されるフィードバック制御器 $\mathbf{C}_e(\boldsymbol{\rho}_e)$ で生成される仮想制御入力

$$\hat{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{C}_e(\boldsymbol{\rho}_e)(\hat{\mathbf{r}}(t) - \mathbf{y}(t)) = \mathbf{C}_e(\boldsymbol{\rho}_e) \hat{\mathbf{e}}(t) \quad (2.18)$$

を計算する。つぎにプレフィルタ \mathbf{L} を選定し、これを施した $\hat{\mathbf{e}}_L(t) = \mathbf{L} \hat{\mathbf{e}}(t)$, $\mathbf{u}_L(t) = \mathbf{L} \hat{\mathbf{u}}(t)$ について、仮想的な誤差信号 $\hat{\mathbf{e}}(t)$ を制御器に印加したときに出力された仮想制御入力と、実際の入力とを比較した

$$J_{VR}(\boldsymbol{\rho}_e) = \sum_{t=1}^N (\mathbf{u}_L(t) - \mathbf{C}_e(\boldsymbol{\rho}_e) \hat{\mathbf{e}}_L(t))^2 \quad (2.19)$$

という評価関数を設定している。なお、VRFT では制御器のクラスを $\mathbf{C}_e(\boldsymbol{\rho}_e)$ が $\boldsymbol{\rho}_e$ の線形回帰形でパラメタライズされるクラスに限定しているので、(2.19) 式を最小化する大域的最適パラメータは一回の実験データに基づく最小二乗法で求解が可能である。 $\mathbf{C}_e(\boldsymbol{\rho}_e)$ のクラスを $\boldsymbol{\rho}_e$ の線形回帰形に制限していることから、他の手法に比べ制御器の分母多項式 $D^{(ij)}(\boldsymbol{\rho})$ は調整することができない。(2.19) 式の最小化と本来の評価関数 (2.10) 式の最小化との関連については、SISO システムの場合プレフィルタ \mathbf{L} を

$$\mathbf{L} = (1 - \mathbf{M}_{ed}) \mathbf{M}_{ed} \frac{1}{\Phi_u} \quad (2.20)$$

のように選択すれば, (2.19) 式の最小化により得られた最適パラメータ $\hat{\rho}_{e*}$ と, 本来の評価関数を最小化する最適なパラメータ ρ_{e*} は, $J_{MR}(\rho_e)$ の ρ_{e*} まわりでのテイラー展開の二次近似までの精度において一致することが導出されている [4]. ここで, Φ_u は制御入力のパワースペクトル密度を表す. しかしながら MIMO システムに対しては厳密なプレフィルタ \mathbf{L} の選定は計算過程で伝達関数行列の入れ替えができない等の理由で不可能であり, 参考文献 [5] では簡易的に

$$\mathbf{L} = (\mathbf{I} - \mathbf{M}_{ed})\mathbf{M}_{ed} \quad (2.21)$$

としているが, 最適性については特に記されていない. また設計可能な参照モデル \mathbf{M}_{ed} のクラスが対角行列かつ対角要素 $M_{ed}^{(11)} = M_{ed}^{(22)}$ のみという問題点がある.

2.2.3 Fictitious Reference Iterative Tuning (FRIT)

先述の IFT では準最適解に到達するために複数回の閉ループデータ取得実験を必要とし, 場合によっては多くの実験を繰り返さなければならない状況も想定される. FRIT は IFT における実験回数を低減するために考案された手法である [7]. FRIT では制御器は相対次数が零 (可逆) の伝達関数で表現できるものとし, 制御器パラメータもこの伝達関数の可逆性を保持するようなクラスの中で考えることとする. また FRIT は SISO システムへの適用しか報告されていないため, 以下では SISO システムの場合について簡潔に記述する.

まずフィードバック制御器パラメータ ρ_{e0} を設定し初期フィードバック制御器 $C_e(\rho_{e0})$ を決定する. このパラメータ ρ_{e0} は閉ループ系を安定化しているものとする. この制御器に対して, 1 回の実験により参照信号 $r(t)$ に対する入出力データ $u_{e0}(t)$, $y_{e0}(t)$ が得られたとする. 制御器が可逆であることにより, 初期制御器パラメータ ρ_{e0} 以外のあるパラメータ ρ_e を用いた閉ループ系において $u_{e0}(t)$, $y_{e0}(t)$ を発生する擬似参照信号 $\tilde{r}(\rho_e, t)$ [6] は

$$\tilde{r}(\rho_e, t) = C_e(\rho_e)^{-1}u_{e0}(t) + y_{e0}(t) \quad (2.22)$$

のように求めることができる.

つぎに, 擬似的な閉ループ出力誤差信号

$$\tilde{\epsilon}_{oe}(\rho_e, t) = y_{e0}(t) - \mathbf{M}_{ed}\tilde{r}(\rho_e, t) \quad (2.23)$$

を導入し、この誤差信号の二乗和を用いた評価関数として以下のような二次形式を考える。

$$J_{\tilde{\epsilon}}(\boldsymbol{\rho}_e) = \sum_{t=1}^N (\tilde{\epsilon}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_e, t))^2 \quad (2.24)$$

$J_{\tilde{\epsilon}}(\boldsymbol{\rho}_e)$ は 1 回目の実験で入手可能な情報 ($u_{e0}(t)$, $y_{e0}(t)$) により構成されているのでこれを最小化する準最適なパラメータを求めるためのガウス・ニュートン法 (2.14) 式などにおいて更新ごとに実験をする必要がない。そして、IFT の評価関数 (2.13) 式と (2.24) 式の最小化における対応については、 $\boldsymbol{\rho}_e$ を $C_e(\boldsymbol{\rho}_e)$ の相対次数が M_{ed} の相対次数以下であることを保ち $PC_e(\boldsymbol{\rho}_e) \neq -1$ を満たすようなパラメータの集合の中で考えると、 $J_{\tilde{\epsilon}}(\boldsymbol{\rho}_e) = 0$ となるための必要十分条件は $J_{\epsilon}(\boldsymbol{\rho}_e) = 0$ であることが導かれている (参考文献 [7] の定理 1)。擬似的な閉ループ出力誤差が十分に小さくなることで準最適なパラメータが得られたと判断できることから、これは評価関数 (2.24) 式を十分小さくすることが (2.13) 式を十分小さくすることに対応することの実用的なレベルでの保証となる。

また、参考文献 [8] においては制御器のクラスを制御器 $C_e(\boldsymbol{\rho}_e)$ の逆システムが $\boldsymbol{\rho}_e$ の線形回帰形でパラメータライズされるクラスに限定することによって (2.24) 式を最小化する制御器パラメータを非線形最適化法の一つであるガウス・ニュートン法ではなく、最小二乗法を用いることによって導出している。そして VRFT と同様、信号に適切なプレフィルタを施すことによって本来の評価関数 (2.10) 式を最小化する最適なパラメータ $\boldsymbol{\rho}_{e*}$ と (2.24) 式の最小化により得られた最適パラメータ $\tilde{\boldsymbol{\rho}}_{e*}$ は、 $J_{MR}(\boldsymbol{\rho}_e)$ の $\boldsymbol{\rho}_{e*}$ まわりでのテイラー展開の二次近似までの精度において一致することが導出されている (参考文献 [8] の定理 1)。

しかしながら、上記の FRIT は MIMO システムへの適用例が報告されていない。理由として以下の点が挙げられる。まず参考文献 [7] に基づく拡張においては擬似的な閉ループ出力誤差 $\tilde{\epsilon}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ の最小化と本来の閉ループ出力誤差 $\epsilon_{oe}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ の最小化の等価性を証明する際に、行列演算による伝達関数行列の入れ替えが必要となってくるために参考文献 [7] と同様の証明ができない。また参考文献 [8] に基づく拡張においても VRFT の場合と同様、最適性を保証するプレフィルタの選定が行えないからであると考えられる。

2.2.4 Correlation-based Tuning (CbT)

CbT はシステム同定における相関法 [15][16] のアイデアを利用した方法であり、IFT と同様 SISO, MIMO システム双方に適用可能である [9][10]。CbT は本論文で利用す

る重要な手法であるため他の手法より詳しく述べることにし、また以下では MIMO システムに対する CbT の手法を説明する。

まず評価関数として (2.25) 式を設定する。

$$\bar{J}(\boldsymbol{\rho}_e) = E\{\bar{F}^T(\boldsymbol{\rho}_e)\bar{F}(\boldsymbol{\rho}_e)\} \quad (2.25)$$

ここで $\bar{F}(\boldsymbol{\rho}_e) \in \mathcal{R}^{4n_z}$ は、

$$\bar{F}^T(\boldsymbol{\rho}_e) = [\bar{f}^{(11)T}(\boldsymbol{\rho}_e), \bar{f}^{(12)T}(\boldsymbol{\rho}_e), \bar{f}^{(21)T}(\boldsymbol{\rho}_e), \bar{f}^{(22)T}(\boldsymbol{\rho}_e)] \quad (2.26)$$

であり、 $\bar{f}^{(ij)}(\boldsymbol{\rho}_e) \in \mathcal{R}^{n_z}$ は

$$\bar{f}^{(ij)}(\boldsymbol{\rho}_e) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta_{ij}(t) \eta_{ij}(\boldsymbol{\rho}_e, t) \quad (2.27)$$

$\bar{f}^{(ij)}(\boldsymbol{\rho}_e)$ を構成する変数 $\eta_{ij}(\boldsymbol{\rho}_e, t) \in \mathcal{R}^1$ 、補助変数 $\zeta_{ij}(t) \in \mathcal{R}^{n_z}$ を以下のように選択する。

- $i = j$: 閉ループの対角要素 $\mathcal{T}^{(ii)}(\boldsymbol{\rho}_e)$ を $M_{ed}^{(ii)}$ に整形するために、閉ループ出力誤差 $\epsilon_{oe}^{(i)}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ を変数 $\eta_{ii}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ 、参照信号 $r^{(i)}(t)$ を補助変数 $\zeta_{ii}(t)$ として設定。
- $i \neq j$: 閉ループの非対角要素 $\mathcal{T}^{(ij)}(\boldsymbol{\rho}_e)$ を $M_{ed}^{(ij)} (= 0)$ に整形するために、出力 $y^{(j)}(\boldsymbol{\rho}, t)$ を変数 $\eta_{ij}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ 、参照信号 $r^{(j)}(t)$ を補助変数 $\zeta_{ij}(t)$ として設定。

(2.25) 式の評価関数は制御器パラメータ $\boldsymbol{\rho}_e$ に対して非線形であるため、非線形最適化法 [17] を利用して (準) 最適解を得る必要がある。文献 [10] では IFT などと同様にガウス・ニュートン法が利用されており、解を得るために (2.14) 式の演算を繰り返すこととなる。IFT はガウス・ニュートン法による制御器パラメータ更新ごとに必要なパラメータに関する評価関数の勾配を閉ループ入出力データのみから計算するために (入力数 \times 出力数 + 1) 回の閉ループ入出力データ取得実験を要する [2] のに対し、CbT では制御器パラメータ更新ごとのデータ取得実験は 2 回で済む。つまり CbT では i 回のパラメータ更新を行うためには (パラメータ更新回数 i) \times 2 回の閉ループデータ取得実験を行う必要がある。また、CbT は他のデータ駆動型制御系設計と比べ、参照信号 $\boldsymbol{r}(t)$ と観測雑音 $\boldsymbol{v}(t)$ との無相関性を利用していることから、観測雑音に不感な制御器パラメータの調整が可能である [10]。しかしながら、CbT においても非線形最適化法による準最適制御器パラメータ導出には繰り返し演算に伴う多数回の閉ループ入出力データ取得実験をする必要がある。

つぎに本来最小化したい評価関数 (2.10) 式と CbT の評価関数との関係について記述する。CbT の評価関数は本来、

$$J(\boldsymbol{\rho}_e) = E\{\bar{F}(\boldsymbol{\rho}_e)\}^T E\{\bar{F}(\boldsymbol{\rho}_e)\} \quad (2.28)$$

のように期待値の積で構成されるべきであるが、適当な最適化の手法がないため、最適化可能な (2.25) 式を評価関数として定義している。(2.25) 式の最小化は (2.28) 式の上界の最小化を意味することからパラメータ調整結果に大きな影響を与えないが、以下の周波数領域における解析においては本来の評価関数 (2.28) 式に基づいて行う [10].

まず、CbT の評価関数は相互相関関数 $R^{(jk)}(\tau)$

$$R^{(jk)}(\tau) = E\{\eta_{jk}(\boldsymbol{\rho}_e, t)r^{(k)}(t - \tau)\} \quad (2.29)$$

を用いて

$$J(\boldsymbol{\rho}_e) = \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{\tau=-l}^l \{R^{(jk)}(\tau)\}^2 \quad (2.30)$$

と書き表すことができる。このとき時間のシフト数 $l \rightarrow \infty$ とし、閉ループの信号や参照信号が定常エルゴード的であると仮定する。さらに (2.30) 式にパーセバルの定理を適用して周波数領域で評価関数を表現すると以下のように表すことができる。

$$\lim_{l \rightarrow \infty} J(\boldsymbol{\rho}_e) = \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\Phi_{R^{(jk)}}(\omega)|^2 d\omega \quad (2.31)$$

ここで $\Phi_{R^{(jk)}}(\omega)$ は $\epsilon_{oe}^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ と $r^{(k)}(t)$ の相互スペクトル密度である。次に、参照信号 $r(t)$ と観測雑音 $\mathbf{v}(t)$ は仮定より無相関であることから、 $\Phi_{R^{(jk)}}(\omega)$ は

$$\Phi_{R^{(jk)}}(\omega) = \mathcal{H}_{jk}(e^{j\omega})\Phi_{r^{(k)}}(\omega) \quad (2.32)$$

$$\mathcal{H}_{jk}(e^{j\omega}) = \mathcal{T}^{(jk)}(e^{j\omega}, \boldsymbol{\rho}_e) - M_{ed}^{(jk)}(e^{j\omega})$$

となる。 $\Phi_{r^{(k)}}(\omega)$ は参照信号 $r^{(k)}(t)$ のパワースペクトル密度である。したがって、周波数領域での評価関数

$$\lim_{l \rightarrow \infty} J(\boldsymbol{\rho}_e) = \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\mathcal{H}_{jk}(e^{j\omega})|^2 \Phi_{r^{(k)}}^2(\omega) d\omega \quad (2.33)$$

を得る。(2.33) 式から、CbT の評価関数の最小化は漸近的には観測雑音の影響を受けないため、CbT は他のデータ駆動型制御系設計にはみられない大きな特長を有しているといえる。また参照信号が制御に必要な周波数帯域を十分に励起する信号であり、評価を最小にするような制御器が得られるなら所望の閉ループ特性 \mathbf{M}_{ed} が実際の閉ループ $\mathcal{T}(\boldsymbol{\rho}_e)$ で実現できることがわかる。

2.2.5 各従来法の特徴

本小節ではこれまでに挙げた従来のデータ駆動型制御系設計についてその特徴を表 2.1 にまとめる。

ここで n_u , n_y はそれぞれ入力数, 出力数であり, i は非線形最適化法であるガウス・ニュートン法において, 準最適解までの制御器更新回数を表す。

表 2.1: 各手法の特徴

	解法	データ取得回数	MIMO への拡張	観測雑音への耐性
IFT	非線形最適化法	$(n_u \times n_y + 1)i$ 回	○	×
VRFT	最小二乗法	1 回	△	△
FRIT	非線形最適化法	1 回	×	×
CbT	非線形最適化法	$2 \times i$ 回	○	○

VRFT の MIMO への拡張の欄に△がついている理由は, 得られる解の最適性が保証されていない為である。また, VRFT の観測雑音への耐性の欄に△がついている理由は, 参考文献 [4] において簡易的に雑音の影響を考慮する方法が述べられているからである。表 2.1 をみると, IFT, CbT は MIMO システムへの拡張が可能であるが制御器導出に多数回にわたるデータ取得が必要となってしまう。CbT は観測雑音に強いという他の手法にはみられない利点をもっている。一方 VRFT, FRIT は 1 回のデータ取得で制御器導出を行えるが MIMO システムへの拡張に関しては現在のところなされていない。つまり各手法は一長一短であり, 相補的な関係となっている。そこで本研究では欠点の少ないデータ駆動型制御系設計を考案していく。

第3章 主要結果 1: SISO システム

本章では Unfalsified Control[6] において制御器選択の際に現れる信号であり，データ駆動型制御系設計の一手法 FRIT[7][8] で利用されている擬似参照信号 (Fictitious Reference Signal) を CbT に応用した新たな設計法 Fictitious Correlation-based Tuning (FCbT) について述べる．また本章では SISO システムに対し図 3.1 に示す二自由度制御系を構成するためのフィードバック制御器 $C_e(\rho_e)$ およびフィードフォワード制御器 $C_r(\rho_r)$ を閉ループ入出力データのみを用いて設計していく．

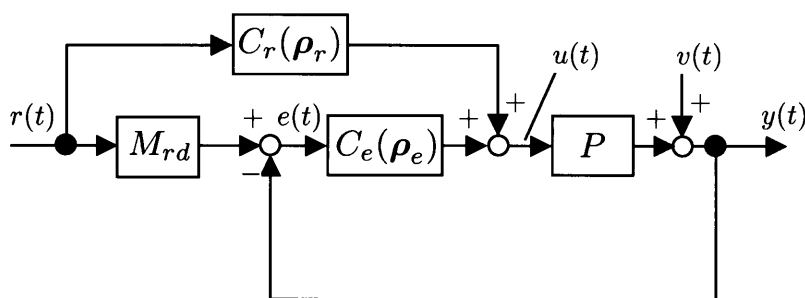


図 3.1: 二自由度制御系: SISO システム

本手法で提案する FCbT は 2.2.3 節で述べた FRIT と同様，制御器は相対次数が零 (可逆) の伝達関数で表現できるものとし，制御器パラメータもこの伝達関数の可逆性を保持するようなクラスの中で考えることとする．しかしながら，制御器の相対次数が $n \geq 1$ の場合においても $C(\rho)^{-1}q^{-n}$ を制御器の逆システムとすれば近似的に可逆ではない制御器の調整も可能である．

3.1 フィードバック制御器設計

本節では FCbT によるフィードバック制御器設計について述べる．SISO システムに対して 2.1 節の問題設定における参照モデル追従問題 (2.10) 式を解くために CbT に擬似参照信号を導入する．従来の CbT では制御器導出のための多数回にわたる閉ループ入出力データ取得実験が必要であるが，提案する FCbT ではその問題をうまく回避している．

またフィードバック制御器を設計する場合には、図 3.1 において $M_{rd} = 1$, $C_r(\boldsymbol{\rho}_r) = 0$ とし、仮定として IFT, CbT などと同様に、閉ループ系を安定化する初期のフィードバック制御器パラメータ $\boldsymbol{\rho}_{e0} \in \mathcal{R}^{n_{\rho_e}}$ が与えられているものとする。詳細な制御対象の動特性が未知であっても多くの場合、経験や勘により閉ループ系は安定化されているため、この仮定は大きな制約とはならない。このフィードバック制御器に対して、1 回の閉ループ実験により参照信号 $r(t)$ に対する入出力データ $y_{e0}(t)$, $u_{e0}(t)$ を N サンプル得る。また、設計者が望む閉ループ特性 M_{ed} を決定する。

3.1.1 擬似参照信号

2.2.3 節で述べたように、 $\boldsymbol{\rho}_{e0}$ 以外のあるフィードバック制御器パラメータ $\boldsymbol{\rho}_e$ を用いた閉ループ系において $u_{e0}(t)$, $y_{e0}(t)$ を生成する擬似参照信号 $\tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ は (2.22) 式となる。

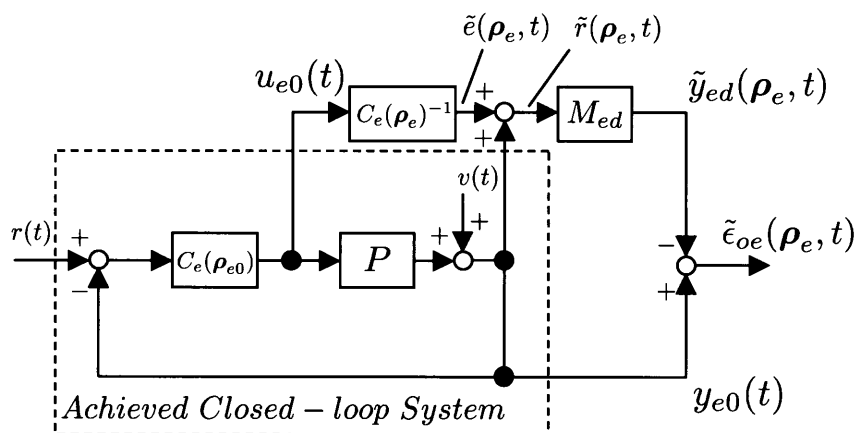


図 3.2: 擬似的な閉ループ出力誤差 $\tilde{\epsilon}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$

そして図 3.2 で表されるような誤差信号 $\tilde{\epsilon}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ を導入する。ここで、 $\tilde{y}_{ed}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ は設計者が指定する所望の出力であり、 $\tilde{y}_{ed}(\boldsymbol{\rho}_e, t) = M_{ed}\tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ として参照モデル M_{ed} によって求められる。

3.1.2 設計評価

FCbT では擬似参照信号を利用した相互相関関数に基づく以下の設計評価関数を設定する。

$$\bar{J}_{\tilde{r}}(\boldsymbol{\rho}_e) = E\{\bar{f}_{\tilde{r}}^T(\boldsymbol{\rho}_e)\bar{f}_{\tilde{r}}(\boldsymbol{\rho}_e)\} \quad (3.1)$$

ここで, $\bar{f}_{\tilde{r}}(\boldsymbol{\rho}_e) \in \mathcal{R}^{n_z}$ は

$$\bar{f}_{\tilde{r}}(\boldsymbol{\rho}_e) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta(\boldsymbol{\rho}_e, t) \eta(\boldsymbol{\rho}_e, t) \quad (3.2)$$

と設定し, (3.2) 式中の変数 $\eta(\boldsymbol{\rho}_e, t) \in \mathcal{R}^1$ と補助変数 $\zeta(\boldsymbol{\rho}_e, t) \in \mathcal{R}^{n_z}$ は以下のように選択する.

- $\tilde{\epsilon}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ と $\tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ との間の相関を減少させるように調整する. 補助変数 $\zeta(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ として時間軸をシフトした擬似参照信号 $\tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ を選択する. すなわち $\zeta(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ は以下のように表される.

$$\zeta^T(\boldsymbol{\rho}_e, t) = [\tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_e, t+l), \dots, \tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_e, t), \dots, \tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_e, t-l)]$$

$n_z = 2l + 1$ であり, シフトする時間 l は $C_e(\boldsymbol{\rho}_e)$ に含まれるパラメータ数より十分大きく設定する. さらに変数 $\eta(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ は

$$\eta(\boldsymbol{\rho}_e, t) = \tilde{\epsilon}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$$

と設定する.

(3.1) 式の評価関数にはフィードバック制御器パラメータ $\boldsymbol{\rho}_e$ に対して非線形であるため, (準)最適解は以下の解

$$\bar{J}'_{\tilde{r}}(\boldsymbol{\rho}_e) = E \left\{ \frac{\partial \bar{f}_{\tilde{r}}(\boldsymbol{\rho}_e)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e} \bar{f}_{\tilde{r}}(\boldsymbol{\rho}_e) \right\} = 0 \quad (3.3)$$

となる $\boldsymbol{\rho}_e$ を非線形最適化法の一つであるガウス・ニュートン法

$$\boldsymbol{\rho}_{e(i+1)} = \boldsymbol{\rho}_{e(i)} - \gamma_i \mathbf{Q}_e^{-1} \left. \frac{\partial \bar{J}_{\tilde{r}}(\boldsymbol{\rho}_e)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e} \right|_{\boldsymbol{\rho}_e = \boldsymbol{\rho}_{e(i)}} \quad (3.4)$$

を解くことによって得られる. (3.4) 式中の γ_e はステップサイズを決定するパラメータである. また $\mathbf{Q}_e \in \mathcal{R}^{n_{\rho_e} \times n_{\rho_e}}$ は Hessian であり, 近似的に以下のように得る.

$$\mathbf{Q}_e = \left. \frac{\partial \bar{f}_{\tilde{r}}(\boldsymbol{\rho}_e)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e} \right|_{\boldsymbol{\rho}_e = \boldsymbol{\rho}_{e(i)}} \left(\left. \frac{\partial \bar{f}_{\tilde{r}}(\boldsymbol{\rho}_e)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e} \right|_{\boldsymbol{\rho}_e = \boldsymbol{\rho}_{e(i)}} \right)^T \quad (3.5)$$

そして, $\bar{f}_{\tilde{r}}(\boldsymbol{\rho}_e)$ の偏微分は以下のようにして決定される.

$$\left. \frac{\partial \bar{f}_{\tilde{r}}(\boldsymbol{\rho}_e)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e} \right|_{\boldsymbol{\rho}_e = \boldsymbol{\rho}_{e(i)}} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left(\left. \frac{\partial \zeta(\boldsymbol{\rho}_e, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e} \right|_{\boldsymbol{\rho}_e = \boldsymbol{\rho}_{e(i)}} \eta(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}, t) + \left. \frac{\partial \eta(\boldsymbol{\rho}_e, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e} \right|_{\boldsymbol{\rho}_e = \boldsymbol{\rho}_{e(i)}} \zeta^T(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}, t) \right) \quad (3.6)$$

ここで (3.6) 式の各要素に着目する。 $\frac{\partial \zeta(\boldsymbol{\rho}_e, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e}$ を構成する $\frac{\partial \tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_e, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e}$, $\frac{\partial \eta(\boldsymbol{\rho}_e, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e}$ である $\frac{\partial \tilde{\epsilon}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_e, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e}$ はそれぞれ

$$\left. \frac{\partial \tilde{\epsilon}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_e, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e^{(k)}} \right|_{\boldsymbol{\rho}_e^{(k)} = \boldsymbol{\rho}_{e(i)}^{(k)}} = M_{ed} C_e(\boldsymbol{\rho}_e)^{-2} \left. \frac{\partial C_e(\boldsymbol{\rho}_e)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e^{(k)}} \right|_{\boldsymbol{\rho}_e^{(k)} = \boldsymbol{\rho}_{e(i)}^{(k)}} u_{e0}(t) \quad (3.7)$$

$$\left. \frac{\partial \tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_e, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e^{(k)}} \right|_{\boldsymbol{\rho}_e^{(k)} = \boldsymbol{\rho}_{e(i)}^{(k)}} = -C_e(\boldsymbol{\rho}_e)^{-2} \left. \frac{\partial C_e(\boldsymbol{\rho}_e)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e^{(k)}} \right|_{\boldsymbol{\rho}_e^{(k)} = \boldsymbol{\rho}_{e(i)}^{(k)}} u_{e0}(t) \quad (3.8)$$

のように計算でき、FCbT ではガウス・ニュートン法による制御器更新ごとに必要な値が初期の閉ループ入出力データからすべてオフライン演算可能であり、CbT の場合と異なり制御器パラメータ更新ごとにデータ取得実験をすることなく準最適パラメータを導出できる。

3.2 フィードフォワード制御器設計

本節では FCbT の二自由度制御系におけるフィードフォワード制御器設計への応用について記述する。SISO システムに対する参照モデル追従問題 (2.12) 式の最小化をデータのみを用いて行うことを考える。仮定としてフィードバック制御器の場合と同様に、閉ループ系を安定化する適当な初期のフィードフォワード制御器パラメータ $\boldsymbol{\rho}_{r0} \in \mathcal{R}^{n_{er}}$ が与えられているものとし、またフィードバック制御器については、FCbT によって設計されたものもしくは別の手法によって設計されたものでもよい。フィードバック制御器パラメータについてはフィードフォワード制御器設計において固定するため引数 $\boldsymbol{\rho}_e$ を省略し、 C_e と表記することとする。このフィードフォワード制御器に対して、1 回の閉ループ実験により参照信号 $r(t)$ に対する入出力データ $y_{r0}(t)$, $u_{r0}(t)$ を N サンプル得る。また、設計者が望む目標値応答特性 M_{rd} を決定する。

3.2.1 擬似参照信号

図 3.1 において、 $\boldsymbol{\rho}_{r0}$ 以外のあるフィードフォワード制御器パラメータ $\boldsymbol{\rho}_r$ を用いた場合、 $u_{r0}(t)$, $y_{r0}(t)$ を生成する擬似参照信号 $\tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_r, t)$ は若干の計算から

$$\tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_r, t) = (C_r(\boldsymbol{\rho}_r) + C_e M_{rd})^{-1} (u_{r0}(t) + C_e y_{r0}(t)) \quad (3.9)$$

のように求めることができる。ここで後述する式の見易さのために (3.9) 式中の項を

$$\begin{aligned} G_r(\boldsymbol{\rho}_r) &= C_r(\boldsymbol{\rho}_r) + C_e M_{rd} \\ s_{r0}(t) &= u_{r0}(t) + C_e y_{r0}(t) \end{aligned}$$

とおく。

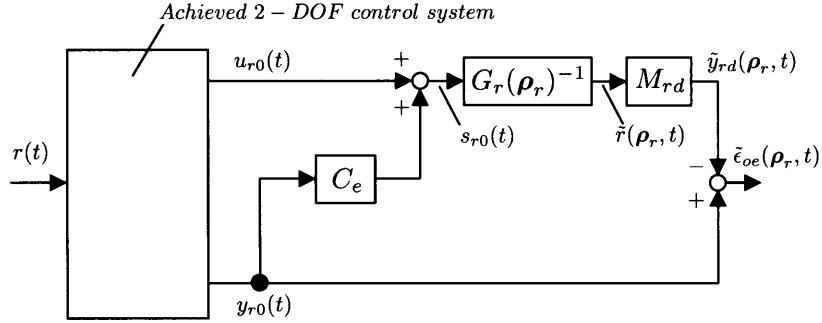


図 3.3: 擬似的な閉ループ出力誤差 $\tilde{\epsilon}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_r, t)$

そして図 3.3 で表されるような誤差信号 $\tilde{\epsilon}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_r, t)$ を導入する。ここで、 $\tilde{y}_{rd}(\boldsymbol{\rho}_r, t)$ は設計者が指定する所望の出力であり、 $\tilde{y}_{rd}(\boldsymbol{\rho}_r, t) = M_{rd}\tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_r, t)$ として参照モデル M_{rd} によって求められる。

3.2.2 設計評価

FCbT を利用したフィードフォワード制御器の設計評価関数を

$$\bar{J}_{\tilde{r}}(\boldsymbol{\rho}_r) = E\{\bar{f}_{\tilde{r}}^T(\boldsymbol{\rho}_r)\bar{f}_{\tilde{r}}(\boldsymbol{\rho}_r)\} \quad (3.10)$$

と設定する。ここで、 $\bar{f}_{\tilde{r}}(\boldsymbol{\rho}_r) \in \mathcal{R}^{n_z}$ は

$$\bar{f}_{\tilde{r}}(\boldsymbol{\rho}_r) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta(\boldsymbol{\rho}_r, t)\eta(\boldsymbol{\rho}_r, t) \quad (3.11)$$

と設定し、(3.11) 式中の変数 $\eta(\boldsymbol{\rho}_r, t) \in \mathcal{R}^1$ と補助変数 $\zeta(\boldsymbol{\rho}_r, t) \in \mathcal{R}^{n_z}$ は以下のように選択する。

- $\tilde{\epsilon}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_r, t)$ と $\tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_r, t)$ との間の相関を減少させるように調整する。補助変数 $\zeta(\boldsymbol{\rho}_r, t)$ として時間軸をシフトした擬似参照信号 $\tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_r, t)$ を選択する。すなわち $\zeta(\boldsymbol{\rho}_r, t)$ は以下のように表される。

$$\zeta^T(\boldsymbol{\rho}_r, t) = [\tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_r, t+l), \dots, \tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_r, t), \dots, \tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_r, t-l)]$$

シフトする時間 l は $C_r(\boldsymbol{\rho}_r)$ に含まれるパラメータ数より十分大きく設定する ($n_z = 2l + 1$). さらに変数 $\eta(\boldsymbol{\rho}_r, t)$ は

$$\eta(\boldsymbol{\rho}_r, t) = \tilde{\epsilon}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_r, t)$$

と設定する.

(3.10) 式の評価関数はフィードフォワード制御器パラメータ $\boldsymbol{\rho}_r$ に対して非線形であるため, 非線形最適化法を用いる必要がある. (3.10) 式の (局所) 最小値は以下の解

$$\bar{J}'_{\bar{r}}(\boldsymbol{\rho}_r) = E \left\{ \frac{\partial \bar{f}_{\bar{r}}(\boldsymbol{\rho}_r)}{\partial \boldsymbol{\rho}_r} \bar{f}_{\bar{r}}(\boldsymbol{\rho}_r) \right\} = 0 \quad (3.12)$$

となる $\boldsymbol{\rho}_r$ をガウス・ニュートン法

$$\boldsymbol{\rho}_{r(i+1)} = \boldsymbol{\rho}_{r(i)} - \gamma_i \mathbf{Q}_r^{-1} \frac{\partial \bar{J}_{\bar{r}}(\boldsymbol{\rho}_r)}{\partial \boldsymbol{\rho}_r} \Big|_{\boldsymbol{\rho}_r = \boldsymbol{\rho}_{r(i)}} \quad (3.13)$$

を用いることで得られる. (3.13) 式中の γ_r はステップサイズを決定するパラメータである. また $\mathbf{Q}_r \in \mathcal{R}^{n_{\rho_r} \times n_{\rho_r}}$ は Hessian であり, 近似的に以下のように得る.

$$\mathbf{Q}_r = \frac{\partial \bar{f}_{\bar{r}}(\boldsymbol{\rho}_r)}{\partial \boldsymbol{\rho}_r} \Big|_{\boldsymbol{\rho}_r = \boldsymbol{\rho}_{r(i)}} \left(\frac{\partial \bar{f}_{\bar{r}}(\boldsymbol{\rho}_r)}{\partial \boldsymbol{\rho}_r} \Big|_{\boldsymbol{\rho}_r = \boldsymbol{\rho}_{r(i)}} \right)^T \quad (3.14)$$

そして, $\bar{f}_{\bar{r}}(\boldsymbol{\rho}_r)$ の偏微分は以下のようにして決定される.

$$\frac{\partial \bar{f}_{\bar{r}}(\boldsymbol{\rho}_r)}{\partial \boldsymbol{\rho}_r} \Big|_{\boldsymbol{\rho}_r = \boldsymbol{\rho}_{r(i)}} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left(\frac{\partial \zeta(\boldsymbol{\rho}_r, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_r} \Big|_{\boldsymbol{\rho}_r = \boldsymbol{\rho}_{r(i)}} \eta(\boldsymbol{\rho}_{r(i)}, t) + \frac{\partial \eta(\boldsymbol{\rho}_r, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_r} \Big|_{\boldsymbol{\rho}_r = \boldsymbol{\rho}_{r(i)}} \zeta^T(\boldsymbol{\rho}_{r(i)}, t) \right) \quad (3.15)$$

ここで (3.15) 式の各要素に着目する. $\frac{\partial \zeta(\boldsymbol{\rho}_r, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_r}$ を構成する $\frac{\partial \tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_r, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_r}$, $\frac{\partial \eta(\boldsymbol{\rho}_r, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_r}$ である $\frac{\partial \tilde{\epsilon}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_r, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_r}$ はそれぞれ

$$\frac{\partial \tilde{\epsilon}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_r, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_r^{(k)}} \Big|_{\boldsymbol{\rho}_r^{(k)} = \boldsymbol{\rho}_{r(i)}^{(k)}} = M_{ed} G_r(\boldsymbol{\rho}_r)^{-2} \frac{\partial C_r(\boldsymbol{\rho}_r)}{\partial \boldsymbol{\rho}_r^{(k)}} \Big|_{\boldsymbol{\rho}_r^{(k)} = \boldsymbol{\rho}_{r(i)}^{(k)}} s_{r0}(t) \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial \tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_r, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_r^{(k)}} \Big|_{\boldsymbol{\rho}_r^{(k)} = \boldsymbol{\rho}_{r(i)}^{(k)}} = -G_r(\boldsymbol{\rho}_r)^{-2} \frac{\partial C_r(\boldsymbol{\rho}_r)}{\partial \boldsymbol{\rho}_r^{(k)}} \Big|_{\boldsymbol{\rho}_r^{(k)} = \boldsymbol{\rho}_{r(i)}^{(k)}} s_{e0}(t) \quad (3.17)$$

のように計算できる. フィードフォワード制御器設計の場合もガウス・ニュートン法による制御器更新ごとに必要な値が初期の閉ループ入出力データからすべてオフライン演算可能であり, 1 回の実験データから準最適パラメータを導出できる.

3.3 周波数領域での解釈

本節では本来の評価関数 (2.10), (2.12) 式と FCbT で扱う擬似領域での評価関数 (3.1), (3.10) 式との関係を, 達成される閉ループ特性の周波数領域での解析により明らかにする. フィードバック制御器設計とフィードフォワード制御器設計は同様にして解析を行えるため, 以下ではフィードバック制御器の場合のみを取り扱う.

FCbT の評価関数は本来,

$$J_{\tilde{r}}(\boldsymbol{\rho}_e) = E\{\tilde{f}_{\tilde{r}}^T(\boldsymbol{\rho}_e)\}E\{\tilde{f}_{\tilde{r}}(\boldsymbol{\rho}_e)\} \quad (3.18)$$

のように期待値の積で構成されるべきであるが, CbT と同様適当な最適化の手法がないため, 最適化可能な (3.1) 式を評価関数として定義している. (3.1) 式の最小化は (3.18) 式の上界の最小化を意味することからパラメータ調整結果に大きな影響を与えないが, 以下の周波数領域における解析においては本来の評価関数 (3.18) 式に基づいて行う. 本手法における擬似参照信号を利用した評価関数は相互相関関数

$$\tilde{R}(\tau) = E\{\eta(\boldsymbol{\rho}_e, t)\tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_e, t - \tau)\} \quad (3.19)$$

を用いて

$$J_{\tilde{r}}(\boldsymbol{\rho}_e) = \sum_{\tau=-l}^l \{\tilde{R}(\tau)\}^2 \quad (3.20)$$

と書け, パーセバルの定理を用いて (3.20) 式を周波数領域の表現に直すと (3.21) 式を得る.

$$\lim_{l \rightarrow \infty} J_{\tilde{r}}(\boldsymbol{\rho}_e) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\Phi_{\tilde{R}}(\omega)|^2 d\omega \quad (3.21)$$

ここで $\Phi_{\tilde{R}}(\omega)$ は $\tilde{\epsilon}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ と $\tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ の相互スペクトル密度である. この場合, 擬似的な閉ループ出力誤差 $\tilde{\epsilon}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ は

$$\begin{aligned} \tilde{\epsilon}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_e, t) &= y_{e0}(t) - \tilde{y}_{ed}(\boldsymbol{\rho}_e, t) \\ &= \mathcal{T}(\boldsymbol{\rho}_e)\tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_e, t) + \mathcal{S}(\boldsymbol{\rho}_e)v_{e0}(t) - M_{ed}\tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_e, t) \\ &= (\mathcal{T}(\boldsymbol{\rho}_e) - M_{ed})\tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_e, t) + \mathcal{S}(\boldsymbol{\rho}_e)v_{e0}(t) \end{aligned} \quad (3.22)$$

となる. 一方, 擬似参照信号は (2.7), (2.8) 式から

$$\begin{aligned} \tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_e, t) &= C_e(\boldsymbol{\rho}_e)^{-1}u_{e0}(t) + y_{e0}(t) \\ &= (\mathcal{T}(\boldsymbol{\rho}_{e0}) + C_e(\boldsymbol{\rho}_e)^{-1}C_e(\boldsymbol{\rho}_{e0})\mathcal{S}(\boldsymbol{\rho}_{e0}))r(t) \\ &\quad + (\mathcal{S}(\boldsymbol{\rho}_{e0}) - C_e(\boldsymbol{\rho}_e)^{-1}C_e(\boldsymbol{\rho}_{e0})\mathcal{S}(\boldsymbol{\rho}_{e0}))v_{e0}(t) \end{aligned} \quad (3.23)$$

のように書き表すことができる. よって, $\tilde{\epsilon}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ と $\tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ の相互スペクトル密度 $\Phi_{\tilde{R}}(\omega)$ は

$$\Phi_{\tilde{R}}(\omega) = \mathcal{H}(e^{j\omega})\Phi_{\tilde{r}}(\omega) + \mathcal{I}(e^{j\omega})\Phi_{v_{e0}}(\omega) \quad (3.24)$$

となる. ここで $\Phi_{\tilde{r}}(\omega)$, $\Phi_{v_{e0}}(\omega)$ はそれぞれ擬似参照信号 $\tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$, 観測雑音 $v_{e0}(t)$ のパワースペクトル密度を表し,

$$\mathcal{I}(e^{j\omega}) = (\mathcal{S}(\boldsymbol{\rho}_e)(1 - C_e(\boldsymbol{\rho}_e)^{-1}C_e(\boldsymbol{\rho}_{e0}))\mathcal{S}(\boldsymbol{\rho}_{e0}))\chi(e^{j\omega}) \quad (3.25)$$

である. (3.24) 式からわかるように, $\tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ が観測雑音 $v_{e0}(t)$ に関して相関を持っているため, CbT での (2.32) 式とは異なり, 導出された制御器パラメータに観測雑音によるバイアスが生じてしまうことがわかる. そこで, FCbT において観測雑音の影響を緩和することを考える.

最初の閉ループ入出力データ取得実験で使用した同一の参照信号 $r(t)$ を用い, データサンプル数 N で2回目のデータ取得実験を行う. そして2回目には得られた入出力を $u'_{e0}(t)$, $y'_{e0}(t)$ とすると, それらによって得られる擬似参照信号は

$$\begin{aligned} \tilde{r}'(\boldsymbol{\rho}_e, t) &= C_e(\boldsymbol{\rho}_e)^{-1}u'_{e0}(t) + y'_{e0}(t) \\ &= (\mathcal{T}(\boldsymbol{\rho}_{e0}) + C_e(\boldsymbol{\rho}_e)^{-1}C_e(\boldsymbol{\rho}_{e0})\mathcal{S}(\boldsymbol{\rho}_{e0}))r(t) \\ &\quad + (\mathcal{S}(\boldsymbol{\rho}_{e0}) - C_e(\boldsymbol{\rho}_e)^{-1}C_e(\boldsymbol{\rho}_{e0})\mathcal{S}(\boldsymbol{\rho}_{e0}))v'_{e0}(t) \end{aligned} \quad (3.26)$$

となる. 2回の閉ループ実験による観測雑音 $v_{e0}(t)$, $v'_{e0}(t)$ が互いに無相関であると仮定すると, ガウス・ニュートン法の演算を1回目の実験データにより計算される $\tilde{\epsilon}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ と2回目の実験データにより計算される $\tilde{r}'(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ を用いることによってそれらの相互スペクトル

$$\Phi_{\tilde{R}}(\omega) = \mathcal{H}(e^{j\omega})\Phi_{\tilde{r}}(\omega) \quad (3.27)$$

は漸的に観測雑音が存在しない場合と同等となる. すなわち, 修正された FCbT の周波数領域での評価関数は (3.28) 式となる.

$$\lim_{l \rightarrow \infty} J_{\tilde{r}}(\boldsymbol{\rho}_e) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\mathcal{H}(e^{j\omega})|^2 \Phi_{\tilde{r}}^2(\omega) d\omega \quad (3.28)$$

CbT と FCbT との違いは, 達成される閉ループ特性 $\mathcal{T}(\boldsymbol{\rho}_e)$ と所望の閉ループ特性 M_{ed} との誤差システムにかかる重みが参照信号 $r(t)$ のパワーの二乗であるか, 擬似参照信号 $\tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ のパワーの二乗であるかの違いである. また, (3.28) 式をみてもわかるとおり, 本来最小化すべき参照モデル追従問題 (2.10) 式が $|\mathcal{H}(e^{j\omega})|^2$ として (3.28) 式に含まれているため, FCbT の評価関数を最小化することで参照モデル追従問題 (2.10) 式を最小化していることになる.

3.4 FCbT のアルゴリズム

本手法のアルゴリズムをまとめると以下のようになる。

step.1 フィードバック制御器初期設定: 参照モデル M_{ed} および初期の閉ループ系を安定化させる初期制御器パラメータ ρ_{e0} を決定する。

step.2 1 回目の実験: 初期制御器パラメータ ρ_{e0} を使ったフィードバック制御器 $C_e(\rho_{e0})$ を図 3.1 ($M_{rd} = 1, C_r(\rho_r) = 0$) へ実装し参照信号 $r(t)$ を閉ループ系に印加して閉ループ入出力データ $u_{e0}(t), y_{e0}(t)$ を N サンプル取得する。

step.3 フィードバック制御器パラメータのオフライン調整: 以下のガウス・ニュートン法を実行する。

3.a $i = 0$ とする。

3.b 1 回目の実験データから擬似閉ループ出力誤差 $\tilde{\epsilon}_{oe}(\rho_{e(i)}, t)$ を計算する。

3.c (3.4) 式に沿った制御器パラメータの更新を行い $\rho_{e(i+1)}$ を得る。

3.d 十分小さな $\mu_e > 0$ を用いて $(\rho_{e(i+1)} - \rho_{e(i)})^T (\rho_{e(i+1)} - \rho_{e(i)}) < \mu_e$ の成立を調べる。

* No: $i = i + 1$ として **3.b** へ戻る。

* Yes: $\tilde{\rho}_{e*} = \rho_{e(i)}$ とし, **step.4** に進む。

step.4 $\tilde{\rho}_{e*}$ を用いた制御器 $C_e(\tilde{\rho}_{e*})$ を実装し, 閉ループ実験を行う。フィードバック制御系の構築のみなら終了。二自由度制御系を構成する場合は **step.5** に進む。

step.5 フィードフォワード制御器初期設定: 参照モデル M_{rd} および初期の閉ループ系を安定化させる初期制御器パラメータ ρ_{r0} を決定する。

step.6 1 回目の実験: 初期制御器パラメータ ρ_{r0} を使ったフィードフォワード制御器 $C_r(\rho_{r0})$ およびフィードバック制御器 C_e を実装し参照信号 $r(t)$ を閉ループ系に印加して閉ループ入出力データ $u_{r0}(t), y_{r0}(t)$ を N サンプル取得する。

step.7 フィードフォワード制御器パラメータのオフライン調整: 以下のガウス・ニュートン法を実行する。

7.a $i = 0$ とする.

7.b 2 回目の実験データから擬似閉ループ出力誤差 $\tilde{\epsilon}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_{r(i)}, t)$ を計算する.

7.c (3.13) 式に沿った制御器パラメータの更新を行い $\boldsymbol{\rho}_{e(i+1)}$ を得る.

7.d 十分小さな $\mu_r > 0$ を用いて $(\boldsymbol{\rho}_{r(i+1)} - \boldsymbol{\rho}_{r(i)})^T (\boldsymbol{\rho}_{r(i+1)} - \boldsymbol{\rho}_{r(i)}) < \mu_r$ の成立を調べる.

* No: $i = i + 1$ として **7.b** へ戻る.

* Yes: $\tilde{\boldsymbol{\rho}}_{r*} = \boldsymbol{\rho}_{r(i)}$ とし, **step.8** に進む.

step.8 $\tilde{\boldsymbol{\rho}}_{r*}$ を用いた制御器 $C_r(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_{r*})$ を図 3.1 のように実装し, 閉ループ実験を行う.

以上のアルゴリズムから明らかなように, 実験は制御器設計ごとに 1 回の初期閉ループデータ取得のみで, あとはオフラインでの制御器調整により準最適な二自由度制御器パラメータを求めることができる.

第4章 シミュレーションと実験 : SISO システム

本章では図4.1に示すACダイレクトドライブモータ (株安川電機製SGMCS-7BDB11, 147W, 定格トルク 7.00Nm, 以下, DD モータと呼ぶことにする) をシミュレーションおよび実験における制御対象とし, 提案するFCbT を利用し角速度制御系を構築した結果を記述する. DD モータの制御にはDSP が用いられており, DSP で制御周期ごとに計算された指令トルク τ [Nm] はD/A コンバータを介してドライブ回路に送られる. またDD モータの角度 θ はロータリーエンコーダからの出力を32bit カウンタモジュールを介してDSPに取り込む. 角速度情報 $\dot{\theta}$ は得られた角度 θ にカットオフ周波数 100rad/s の近似微分フィルタを通して得る.

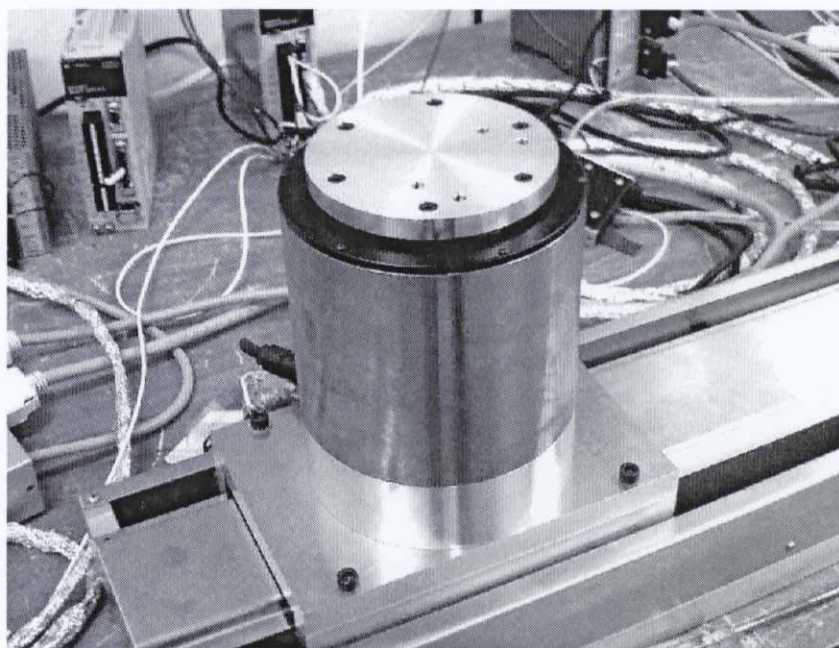


図 4.1: 実験システム: ACダイレクトドライブモータ

4.1 シミュレーション

本節では第3章で提案した FCbT の有効性を確認するために、DD モータの数学モデルを用いたシミュレーションを行う。シミュレーションにおいて扱う制御対象 P は DD モータの指令トルク τ [Nm] から角速度 $\dot{\theta}$ [rad/s] までの特性を一次遅れ系に近似した (4.1) 式の数学モデルを離散化して用いる。

$$P(s) = \frac{\dot{\theta}}{\tau} = \frac{1}{\hat{J}s + \hat{D}} = \frac{1}{4.77 \times 10^{-3}s + 2.49 \times 10^{-3}} \quad (4.1)$$

(4.1) 式の連続時間伝達関数モデルは DD モータが慣性 J [kgm²], 粘性 D [Nms/rad] の一次遅れ系

$$P(s) = \frac{1}{Js + D} \quad (4.2)$$

であると仮定し、実際の DD モータの単位ステップ応答

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s}P(s)\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{D}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s + D/J}\right)\right] = \frac{1}{D}(1 - e^{-\frac{D}{J}t}) \quad (4.3)$$

から、 $\dot{\theta}$ の定常値を $V_{\dot{\theta}}$ とすると粘性の推定値 $\hat{D} = V_{\dot{\theta}}^{-1}$, 単位ステップ応答の時定数 $\hat{\tau}$ [s] を計測することにより $\hat{\tau} = \frac{\hat{J}}{\hat{D}}$ から慣性の推定値 \hat{J} が非常に簡易に得られる。

4.1.1 シミュレーション条件

シミュレーションにおける制御対象 P は、一貫して (4.1) 式をサンプル時間 1ms の零次ホールド近似で離散化した

$$P = \frac{0.2097}{q - 0.9995} \quad (4.4)$$

とし、制御対象の動特性を未知と仮定する。制御周期は同様に $T_s = 1\text{ms}$, 取得するデータ数は $N = 15000$ 個とし、観測雑音 $v(t)$ は平均 0, 実際の DD モータの角速度応答において観測される程度のものを閉ループ系に加える。また観測雑音は各データ取得実験ごとに無相関なものとする。参照信号 $r(t)$ は往復ステップ指令とし、またフィードバック制御器 $C_e(\rho_e)$, フィードフォワード制御器 $C_r(\rho_r)$ の構造はそれぞれ

$$C_e(\rho_e) = \rho_e^{(1)} + \rho_e^{(2)} \frac{T_s}{q - 1} \quad (4.5)$$

$$C_r(\rho_r) = \frac{\rho_r^{(1)}q + \rho_r^{(2)}}{q} M_{rd} \quad (4.6)$$

と設定する. (4.5) 式はPI制御器を表しており, また (4.6) 式に参照モデル M_{rd} が含まれている. 一般的に, フィードフォワード制御器は制御対象の数学モデルを P_m とすると, モデルマッチング問題の解として $C_r = P_m^{-1}M_{rd}$ のように得るため, 本手法において調整するフィードフォワード制御器パラメータを減らす目的で (4.6) 式を採用する.

4.1.2 設計結果: フィードバック制御器 (シミュレーション)

本小節ではFCbTによるフィードバック制御器の設計シミュレーション結果を示すが, その際以下のケースを取り扱っていく.

case.1 CbT, FRIT との比較

case.2 初期パラメータ ρ_{e0} , 参照モデル M_{ed} の変更

case.3 観測雑音 $v_0(t)$ の影響

最初に **case.1** について結果を示す. (4.5) 式の初期フィードバック制御器パラメータを $\rho_{e0}^T = [\rho_{e0}^{(1)}, \rho_{e0}^{(2)}] = [5.0 \times 10^{-3}, 5.0 \times 10^{-3}]$ と設定する. つぎに, 参照モデル M_{ed} をカットオフ周波数 15rad/s, 1次のローパス特性の連続時間伝達関数を双一次近似によって離散化した

$$M_{ed} = \frac{0.007444q + 0.007444}{q - 0.9851} \quad (4.7)$$

と決定した. 初期制御器 $C_e(\rho_{e0})$ によるフィードバック制御系を構築し, 参照信号 $r(t)$

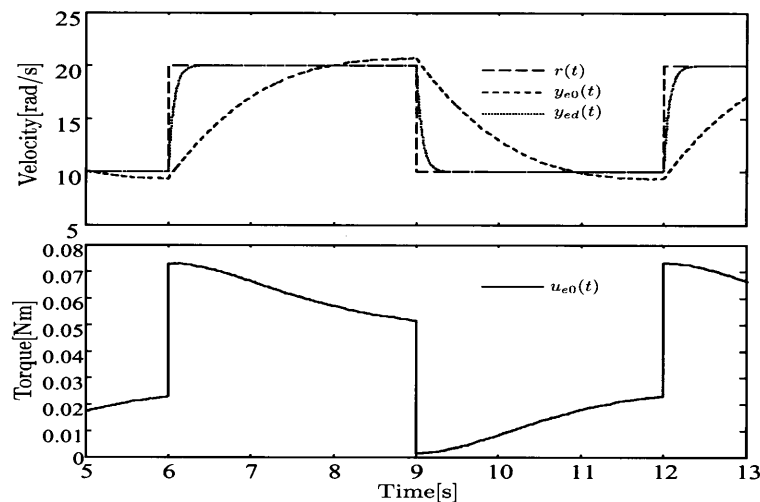


図 4.2: 参照信号 $r(t)$, 所望の応答 $y_{ed}(t)$, 初期の入出力応答 $u_{e0}(t)$, $y_{e0}(t)$

を系に印加した際の閉ループ入出力データ $u_{e0}(t)$, $y_{e0}(t)$ を得る. 図 4.2 に得られた出力応答 $y_{e0}(t)$ および参照モデル M_{ed} によって決定された所望の出力 $y_{ed}(t)$ の応答波形を示す. 図を見てもわかるとおり, 初期制御器 $C_e(\rho_{e0})$ では所望の出力 $y_{ed}(t)$ を達成できていない. 得られた閉ループ入出力データのみを用い, FCbT によって準最適な制御器パラメータ $\tilde{\rho}_{e*}$ を導出する. また比較のために従来法である CbT, FRIT でも設計を行う. いずれの設計法もデータは 11 秒から 13 秒の 2000 サンプルを用い, CbT と FCbT では相互相関関数を計算する際の時間シフト数 $l = 100$ とした.

CbT を用いたフィードバック制御器調整では閉ループデータ取得実験を 40 回, ガウス・ニュートン法を 20 回行うことで評価関数 $\bar{J}(\rho_e)$ の値が 2.91×10^6 から 3.18×10^1 に収束し, 準最適パラメータとして $\rho_{e*}^T = [\rho_{e*}^{(1)}, \rho_{e*}^{(2)}] = [7.16 \times 10^{-2}, 3.75 \times 10^{-2}]$ を得た. 図 4.3 に得られた制御器 $C_e(\rho_{e*})$ による出力応答結果を示す.

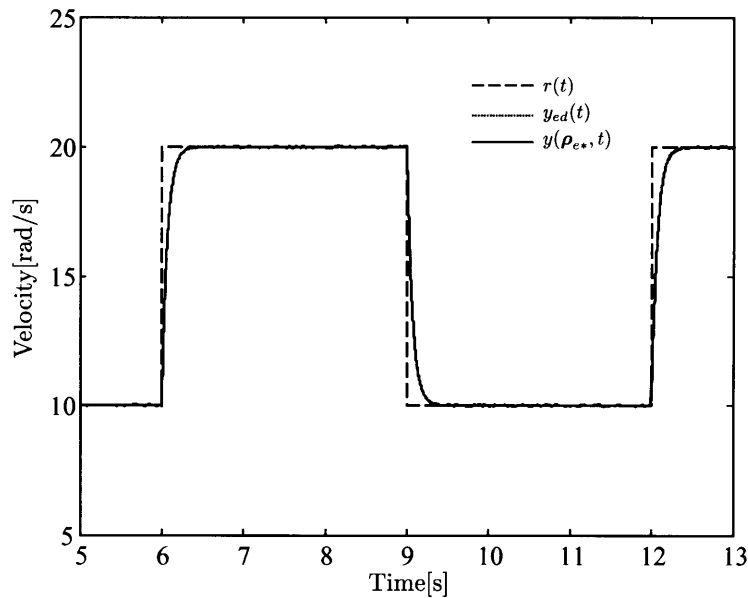


図 4.3: CbT 調整後の $C_e(\rho_{e*})$ による閉ループ出力応答結果

つぎに FRIT を用いたフィードバック制御器調整では閉ループデータ取得実験を 1 回, ガウス・ニュートン法を 20 回行うことで評価関数 $\bar{J}_f(\rho_e)$ の値が 3.54×10^1 から 2.89×10^{-4} に収束し, 準最適パラメータとして $\rho_{e*}^T = [\rho_{e*}^{(1)}, \rho_{e*}^{(2)}] = [7.19 \times 10^{-2}, 3.68 \times 10^{-2}]$ を得た. 図 4.4 に得られた制御器 $C_e(\rho_{e*})$ による出力応答結果を示す.

最後に 3 章で提案する FCbT を用いたフィードバック制御器調整では閉ループデータ取得実験を 1 回, ガウス・ニュートン法を 20 回行うことで評価関数 $\bar{J}_f(\rho_e)$ の値が 2.91×10^6 から 6.67×10^{-3} に収束し, 準最適パラメータとして $\tilde{\rho}_{e*}^T = [\tilde{\rho}_{e*}^{(1)}, \tilde{\rho}_{e*}^{(2)}] = [7.20 \times 10^{-2}, 3.71 \times 10^{-2}]$ を得た. 図 4.5 に得られた制御器 $C_e(\tilde{\rho}_{e*})$ による出力応答結果

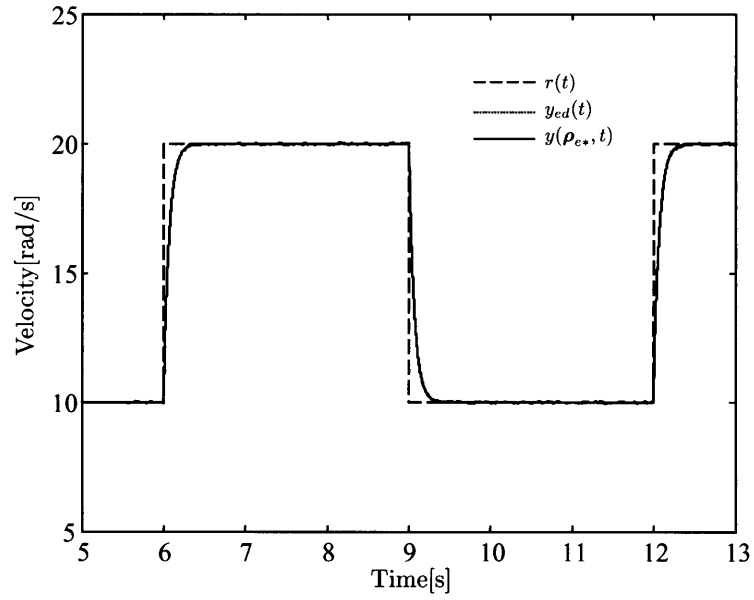


図 4.4: FRIT 調整後の $C_e(\rho_{e^*})$ による閉ループ出力応答結果

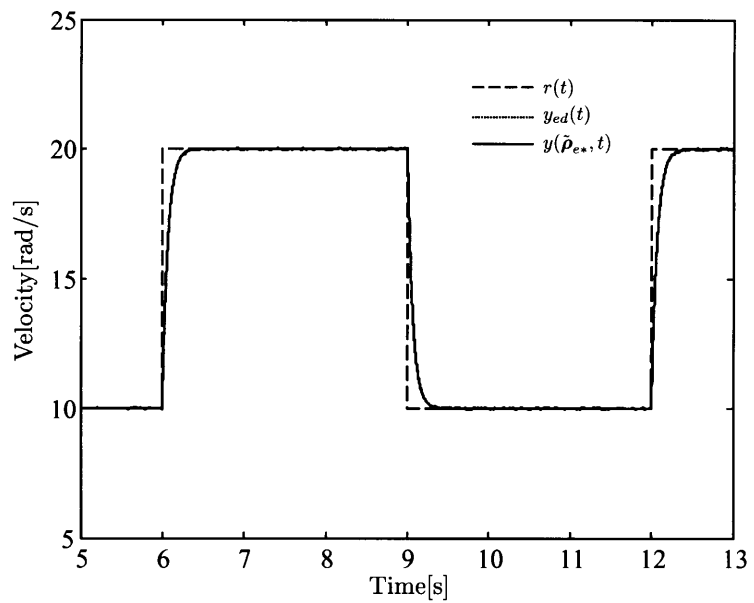


図 4.5: FCbT 調整後の $C_e(\tilde{\rho}_{e^*})$ による閉ループ出力応答結果

を示す.

すべての結果をみると, いずれの設計法においても得られた制御器による閉ループ出力 $y(\rho_{e*})$ が参照モデルによって指定した所望の応答 $y_{ed}(t)$ に良好に整形されていることがわかる. しかしながら, 各評価関数 (2.25), (2.24), (3.1) 式はそれぞれ別のものであるので先述した評価関数の値では定量的に比較することができない. そこで, 準最適制御器による閉ループ出力誤差の二乗和 (Summation of Squared Output Error)

$$J_{SSOE} = \sum_{t=1}^N (y(\rho_{e*}, t) - y_{ed}(t))^2 \quad (4.8)$$

によって比較する. 各手法での準最適制御器パラメータを表 4.1 を示す.

表 4.1: 評価関数の値および準最適制御器パラメータ ρ_{e*} の比較

	CbT	FRIT	FCbT
評価関数の値	3.18×10^1	2.89×10^{-4}	6.67×10^{-3}
J_{SSOE}	3.04×10^{-4}	3.44×10^{-4}	3.35×10^{-4}
データ取得回数	40 回	1 回	1 回
$\rho_{e*}^{(1)}$	7.16×10^{-2}	7.19×10^{-2}	7.20×10^{-2}
$\rho_{e*}^{(2)}$	3.75×10^{-2}	3.68×10^{-2}	3.71×10^{-2}

表 4.1 より制御器パラメータの収束先もほぼ同様の結果となった. CbT では準最適な制御器パラメータ ρ_{e*} を得るために 40 回もの閉ループ入出力データ取得を行っているのに対し, FCbT や FRIT では初期の 1 回のデータ取得で準最適な制御器パラメータ ρ_{e*} を得ているため, 本手法によって CbT のデメリットを低減することができたといえる. 各設計法による (4.8) 式の値は CbT では $J_{SSOE} = 3.04 \times 10^{-4}$, FRIT では $J_{SSOE} = 3.44 \times 10^{-4}$, 本提案手法である FCbT は $J_{SSOE} = 3.35 \times 10^{-4}$ となった. CbT が最も低い値となっており得られた制御器が各手法中最も最適であることがいえるが, これは CbT が観測雑音により受ける制御器パラメータへのバイアスを漸近的に受けにくい評価関数 (2.25) 式が選択されていることに起因する. SISO システムの場合, 擬似参照信号を利用している FRIT と FCbT では大きな差が見受けられないが, FCbT は次章で示すとおり原理的に MIMO システムへ拡張可能という FRIT には無い大きな利点を有していることに注目されたい.

また, FCbT による周波数領域での結果について述べる. FCbT を用いて得られた閉ループ特性 $\mathcal{T}(\tilde{\rho}_{e*})$ と所望の特性である参照モデル M_{ed} を示した周波数特性ボード線図

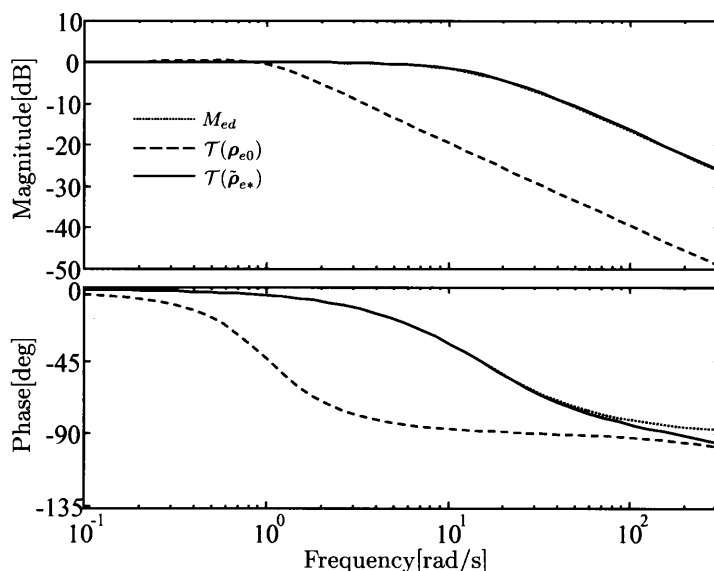


図 4.6: 参照モデル M_{ed} , 初期の特性 $T(\rho_{e0})$, FCBT 調整後 $T(\tilde{\rho}_{e*})$

を図 4.6 に示す. 図 4.6 から, 得られた閉ループ特性と参照モデルがほぼ近い特性となっており, 本来最小化すべき評価関数である $J_{MR}(\rho_e)$ (2.10) 式を周波数領域においても最小化していることがわかる.

つづいて **case.2** の結果について述べる. FCBT によるフィードバック制御器調整の際に用いた初期制御器パラメータ ρ_{e0} を変更し, $\rho_{e0'}^T = [\rho_{e0'}^{(1)}, \rho_{e0'}^{(2)}] = [1.0 \times 10^{-2}, 1.0 \times 10^{-2}]$ から設計を行った場合の結果を図 4.7 に示す. またつぎに参照モデル M_{ed} を変更した場合の結果を示す. カットオフ周波数 5rad/s, 1 次のローパス特性の連続時間伝達関数を双一次近似によって離散化した

$$M_{ed} = \frac{0.002494q + 0.002494}{q - 0.995} \quad (4.9)$$

を用いる. その際設計された結果を図 4.8 に示す. ここで各場合において変更した点以外は **case.1** と同様の条件で行う. いずれの場合も制御器を導出するためのガウス・ニュートン法を 20 回行った.

図 4.7 の結果から, 異なる初期値から設計を始めた場合においても良好に所望の応答 $y_{ed}(t)$ に追従する出力応答 $y(\tilde{\rho}_{e*}, t)$ になるような制御器を得ることができたといえる. またこのときの準最適制御器パラメータ $\tilde{\rho}_{e*}$ は $\tilde{\rho}_{e*}^T = [\tilde{\rho}_{e*}^{(1)}, \tilde{\rho}_{e*}^{(2)}] = [7.20 \times 10^{-2}, 3.68 \times 10^{-2}]$, 閉ループ出力誤差 $J_{SSOE} = 3.45 \times 10^{-4}$ となり, 表 4.1 に示す **case.1** の場合に得られた制御器パラメータとほぼ一致する結果となった. 今回の場合においては制御対象, 制御器ともに比較的単純な特性であり, 解空間もそれほど複雑にならなかったために非線形最適化法を利用する際の初期値の問題はみられなかった. また図 4.8 によって, 制御器のクラス

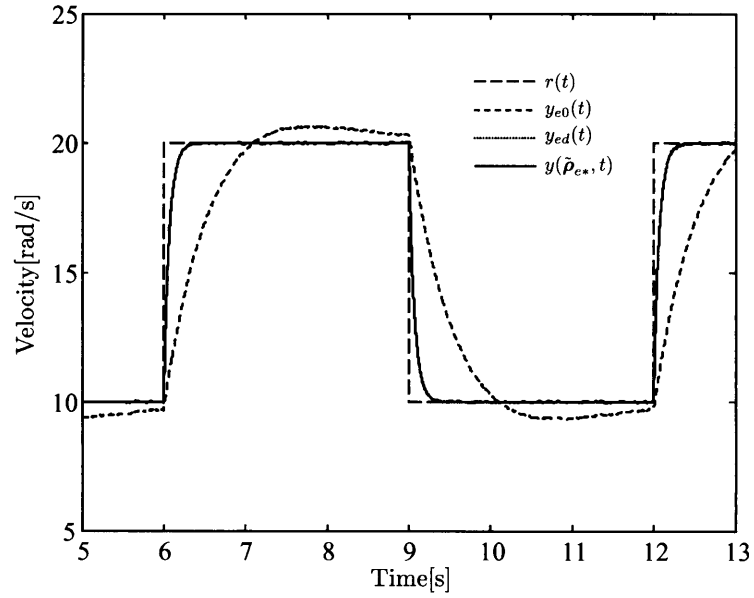


図 4.7: FCbT 調整後の $C_e(\tilde{\rho}_{e*})$ による閉ループ出力応答結果 (初期値変更)

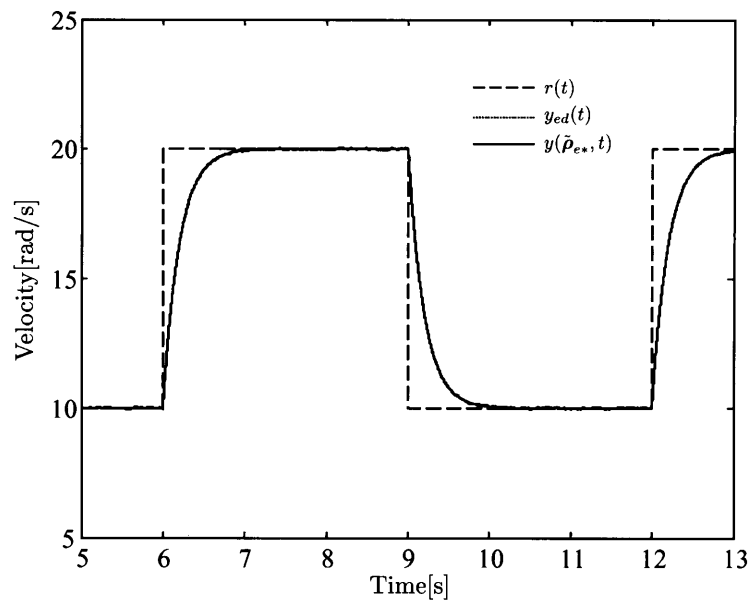


図 4.8: FCbT 調整後の $C_e(\tilde{\rho}_{e*})$ による閉ループ出力応答結果 (参照モデル変更)

(4.5) 式内で達成される参照モデルの変更の際にも FCbT は柔軟に設計を行えることが示された. ちなみに収束先の制御器パラメータ $\tilde{\rho}_{e*}^T = [\tilde{\rho}_{e*}^{(1)}, \tilde{\rho}_{e*}^{(2)}] = [2.40 \times 10^{-2}, 1.23 \times 10^{-2}]$, 閉ループ出力誤差 $J_{SSOE} = 4.33 \times 10^{-4}$ となった.

最後に **case.3** について記述する. **case.3** においては FCbT による設計の際, 観測雑音の影響がどのように現れるか, また3章で述べた観測雑音の影響を考慮する方法を利用したときの結果を示す. シミュレーションの条件としては現実的ではない観測雑音 $v_0(t)$ (**case.1,2** の20倍のパワー) を出力に印加し, それ以外の条件は前の **case** と同様とする. 初期制御器 $C_e(\rho_{e0})$ によるフィードバック制御系を構築し, 参照信号 $r(t)$ を系に印加した際の閉ループ入出力データ $u_{e0}(t)$, $y_{e0}(t)$ を得る. 図4.9にそのとき得られた入出力応答 $y_{e0}(t)$, $y_{ed}(t)$ および参照モデル M_{ed} によって決定された所望の出力 $y_{ed}(t)$ の応答波形を示す.

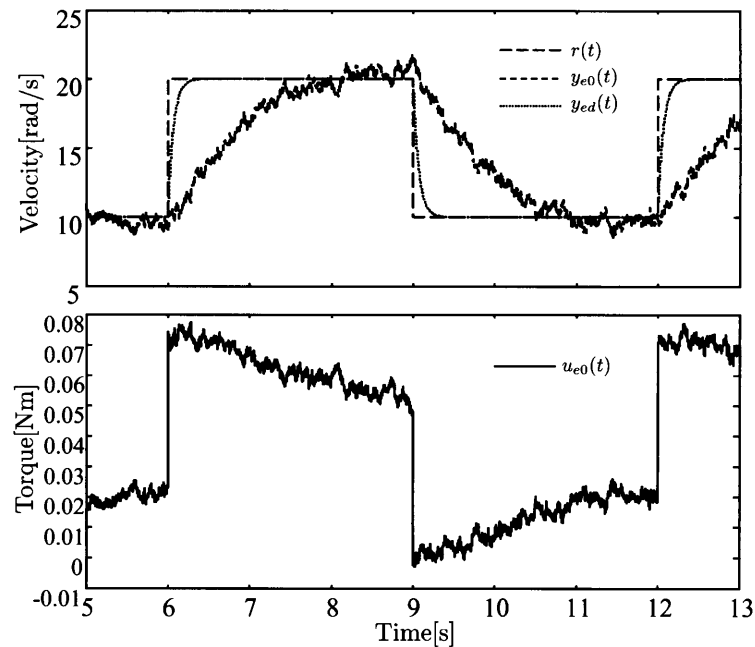


図 4.9: 参照信号 $r(t)$, 所望の応答 $y_{ed}(t)$, 初期の入出力応答 $u_{e0}(t)$, $y_{e0}(t)$ (観測雑音 20 倍)

図4.9のような強い観測雑音 $v_0(t)$ によって入出力データが汚された場合について観測雑音を考慮しない場合と考慮した場合の比較を行う. 観測雑音を考慮しない場合は **case.1** と同様の方法で, 1回のデータ取得, 20回のガウス・ニュートン法により準最適制御器パラメータ $\tilde{\rho}_{e*}^T = [\tilde{\rho}_{e*}^{(1)}, \tilde{\rho}_{e*}^{(2)}] = [8.20 \times 10^{-2}, 1.34 \times 10^{-2}]$ となった. 一方, 観測雑音を考慮する場合は3章で述べたとおり, 2回のデータ取得, 20回のガウス・ニュートン法により準最適制御器パラメータ $\tilde{\rho}_{e*}^T = [\tilde{\rho}_{e*}^{(1)}, \tilde{\rho}_{e*}^{(2)}] = [7.34 \times 10^{-2}, 3.09 \times 10^{-2}]$ を得た.

各々の結果を図 4.10, 図 4.11 に示す.

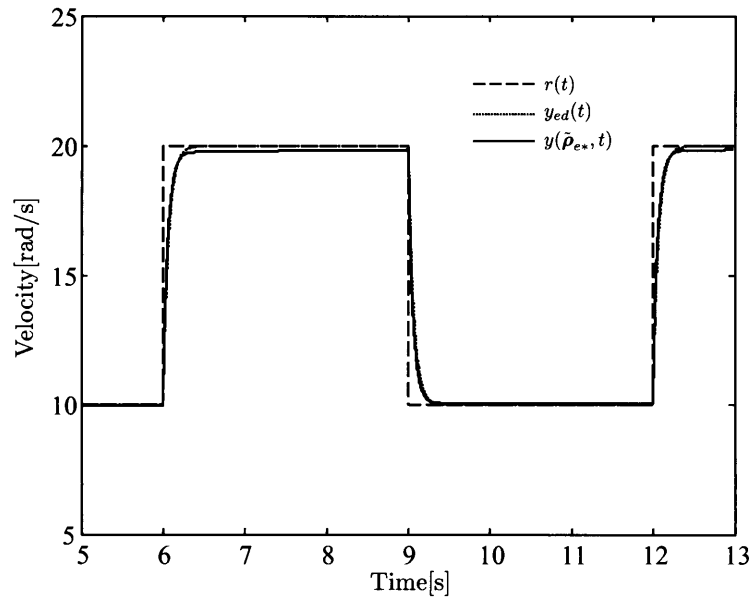
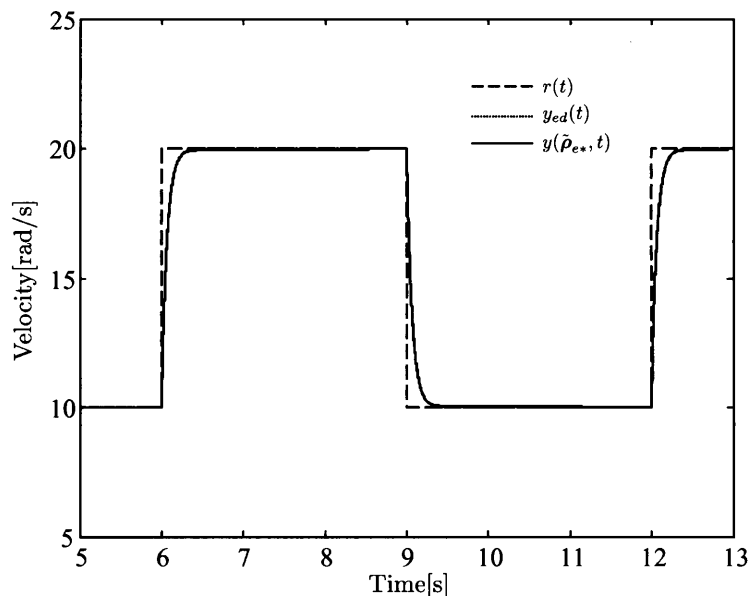


図 4.10: FCbT 調整後の $C_e(\tilde{\rho}_{e*})$ による閉ループ出力応答結果 (雑音考慮なし)

各図の得られた出力応答 $y(\tilde{\rho}_{e*}, t)$ には見易さのため観測雑音を除いた結果を載せた. 図 4.10 から通常の FCbT を行った場合, 観測雑音の影響を受け, 収束先の準最適パラメータによる閉ループ出力 $y(\tilde{\rho}_{e*}, t)$ に定常偏差が残っていることがわかる. 一方, 雑音を考慮に入れた FCbT の設計では図 4.11 のように観測雑音による制御器パラメータ調整への影響を緩和し, 所望の出力応答 $y_{ed}(t)$ にほぼ近い応答を得ることができた. このときの閉ループ出力誤差はそれぞれ $J_{SSOE} = 4.25 \times 10^{-2}$, $J_{SSOE} = 2.03 \times 10^{-3}$ となり, 考慮した場合でも **case.1** と比較し 10 倍ほど大きく, 完璧に影響を除去するまでには至っていない. 原因としては, 2 回のデータ取得実験での各観測雑音 $v_0(t)$, $v'_0(t)$ の無相関性を利用しているが両者が完全に無相関 (相互相関関数の値が 0) ではないために制御器調整に多少のバイアスが生じたと考えられる. しかしながら, 観測雑音の影響を緩和する意味で有用性があるといえる.

4.1.3 設計結果: フィードフォワード制御器 (シミュレーション)

本小節では FCbT によるフィードフォワード制御器の設計シミュレーション結果について述べる. シミュレーション条件は 4.1.1 節で記述されているとおりであり, (4.6) 式に示す構造のフィードフォワード制御器の初期パラメータ ρ_{r0} を $\rho_{r0}^T = [\rho_{r0}^{(1)}, \rho_{r0}^{(2)}] = [1.0, -0.99]$ と適当に設定する. つぎに参照モデル M_{rd} をカットオフ周波数 5rad/s, 1


 図 4.11: FCbT 調整後の $C_e(\tilde{\rho}_{e*})$ による閉ループ出力応答結果 (雑音考慮あり)

次のローパス特性の連続時間伝達関数を双一次近似によって離散化した

$$M_{rd} = \frac{0.002494q + 0.002494}{q - 0.995} \quad (4.10)$$

のように指定し、フィードバック制御器 $C_e(\rho_e)$ を 4.1.2 節 **case.1** の FCbT によって設計されたもの ($\rho_e^T = [\rho_e^{(1)}, \rho_e^{(2)}] = [7.20 \times 10^{-2}, 3.71 \times 10^{-2}]$) を用いる。フィードバック制御器 C_e と初期フィードフォワード制御器 $C_r(\rho_{r0})$ による二自由度制御系を構築し、参照信号 $r(t)$ を系に印加した際の閉ループ入出力データ $u_{r0}(t)$, $y_{r0}(t)$ を得る。得られた閉ループ入出力データのみを用い、FCbT によって準最適な制御器パラメータ ρ_{r*} を導出する。データとして扱う範囲は 11s から 13s の 2000 サンプルを用い、相互相関関数を計算する際の時間シフト数 $l = 100$ とした。FCbT を用いたフィードフォワード制御器調整では閉ループデータ取得実験を 1 回、ガウス・ニュートン法を 20 回行うことで評価関数 $\bar{J}_r(\rho_r)$ の値が 3.44×10^3 から 2.21×10^{-2} に収束し、準最適パラメータとして $\tilde{\rho}_{r*}^T = [\tilde{\rho}_{r*}^{(1)}, \tilde{\rho}_{r*}^{(2)}] = [4.802, -4.799]$ を得た。図 4.12 に得られた制御器 $C_r(\tilde{\rho}_{r*})$ による出力応答結果を示す。

つぎにフィードバック制御器 $C_e(\rho_e)$ の制御器パラメータを適当に設定 ($\rho_e^T = [\rho_e^{(1)}, \rho_e^{(2)}] = [1.0 \times 10^{-2}, 5.0 \times 10^{-3}]$) したものを C'_e とし、 C'_e と初期フィードフォワード制御器 $C_r(\rho_{r0})$ による二自由度制御系を構築し、参照信号 $r(t)$ を系に印加した際の閉ループ入出力データ $u_{r0}(t)$, $y_{r0}(t)$ による FCbT 設計結果について記す。その場合のフィードフォワード制御器調整では閉ループデータ取得実験を 1 回、ガウス・ニュートン法を 20 回行うこ

とで評価関数 $\bar{J}_r(\boldsymbol{\rho}_r)$ の値が 2.45×10^5 から 1.88×10^{-2} に収束し、準最適パラメータとして $\tilde{\boldsymbol{\rho}}_{r*}^T = [\tilde{\rho}_{r*}^{(1)}, \tilde{\rho}_{r*}^{(2)}] = [4.780, -4.777]$ を得た。図 4.13 に得られた制御器 $C_r(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_{r*})$ による出力応答結果を示す。

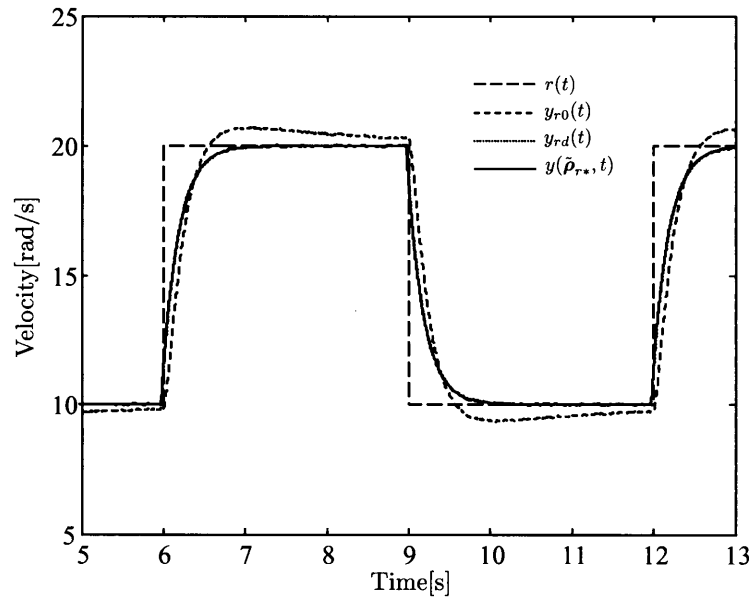


図 4.12: FCbT 調整後の $C_r(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_{r*})$ による閉ループ出力応答結果 1

図 4.12, 図 4.13 の両場合ともに参照モデル M_{rd} によって指定した所望の応答 $y_{rd}(t)$ にほぼ近似する出力応答 $y(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_{r*}, t)$ となるフィードフォワード制御器を設計することができたといえる。

先述したように数学モデルベースの制御系設計では、モデル P_m を用いてフィードフォワード制御器をモデルマッチング問題の解 $C_r = P_m^{-1}M_{rd}$ として得ている。発想を逆転すると、FCbT によってフィードフォワード制御器 $C_r(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_{r*})$ を得てから

$$P_m = M_{rd}C_r(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_{r*})^{-1} \quad (4.11)$$

のように制御対象の数学モデルを“同定”することができる。つまり FCbT を利用し簡易な閉ループ同定が可能ということである。図 4.15 に先ほどの 2 通りの条件によって得られた制御対象モデルを P_{m1} , P_{m2} として制御対象 P の動特性 (4.7) 式と周波数領域において比較したボード線図を示す。

図 4.15 より両条件とも良好な精度で制御対象 P の動特性を表現していることがわかり、FCbT によるフィードフォワード制御器設計で簡易なモデル同定が可能ということがいえる。

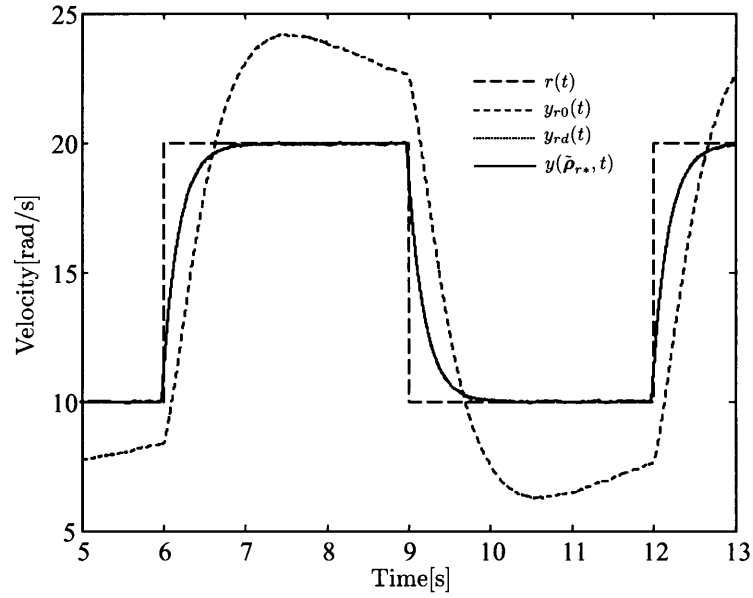


図 4.13: FCbT 調整後の $C_r(\tilde{\rho}_{r*})$ による閉ループ出力応答結果 2 (C'_e 使用時)

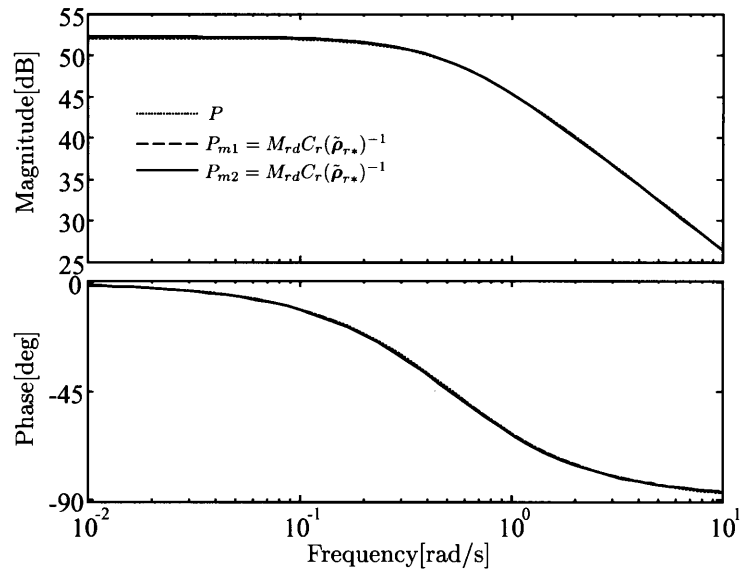


図 4.14: FCbT による数学モデル同定結果：周波数特性ボード線図

4.2 実験

本節では第 3 章で提案した FCbT の有効性を確認するために、DD モータ図 4.1 を用いた角速度制御系設計の実験を行う。シミュレーションと同様に制御周期は $T_s = 1\text{ms}$ 、取得するデータ数は $N = 15000$ 個とする。参照信号 $r(t)$ は往復ステップ指令とし、またフィードバック制御器 $C_e(\rho_e)$ 、フィードフォワード制御器 $C_r(\rho_r)$ はそれぞれ 4.1 節で用いていた (4.5), (4.6) 式の構造を設定する。

4.2.1 設計結果: フィードバック制御器 (実験)

本小節では FCbT によるフィードバック制御器の設計実験結果を示すが、その際以下のケースを取り扱っていく。

case.1 FRIT との比較

case.2 初期パラメータ ρ_{e0} 、参照モデル M_{ed} の変更

4.1.2 節と同様の条件にしない理由は、DSP のハードウェアの制約によって CbT のアルゴリズムが実行できず、また意図的に出力側に雑音を印加できないためにそれらの **case** は本小節では割愛する。

最初に **case.1** について結果を示す。(4.5) 式の初期フィードバック制御器パラメータを $\rho_{e0}^T = [\rho_{e0}^{(1)}, \rho_{e0}^{(2)}] = [5.0 \times 10^{-3}, 5.0 \times 10^{-3}]$ と設定する。つぎに、参照モデル M_{ed} をカットオフ周波数 15rad/s 、1 次のローパス特性の連続時間伝達関数を双一次近似によって離散化した (4.7) 式と決定した。

初期制御器 $C_e(\rho_{e0})$ によるフィードバック制御系を構築し、参照信号 $r(t)$ を系に印加した際の閉ループ入出力データ $u_{e0}(t)$, $y_{e0}(t)$ を得る。図 4.15 に得られた出力応答 $y_{e0}(t)$ および参照モデル M_{ed} によって決定された所望の出力 $y_{ed}(t)$ の応答波形を示す。図を見てもわかるとおり、初期制御器 $C_e(\rho_{e0})$ では所望の出力 $y_{ed}(t)$ を達成できていない。得られた閉ループ入出力データのみを用い、FCbT によって準最適な制御器パラメータ $\tilde{\rho}_{e*}$ を導出する。また比較のために従来法である FRIT でも設計を行う。いずれの設計法もデータは 11 秒から 13 秒の 2000 サンプルを用い、FCbT では相互相関関数を計算する際の時間シフト数 $l = 100$ とした。

FRIT を用いたフィードバック制御器調整では閉ループデータ取得実験を 1 回、ガウス・ニュートン法を 20 回行うことで評価関数 $\bar{J}_{\tilde{\epsilon}}(\rho_e)$ の値が 1.08×10^1 から 2.35×10^{-3} に収束し、準最適パラメータとして $\rho_{e*}^T = [\rho_{e*}^{(1)}, \rho_{e*}^{(2)}] = [1.06 \times 10^{-2}, 4.45 \times 10^{-2}]$ を得

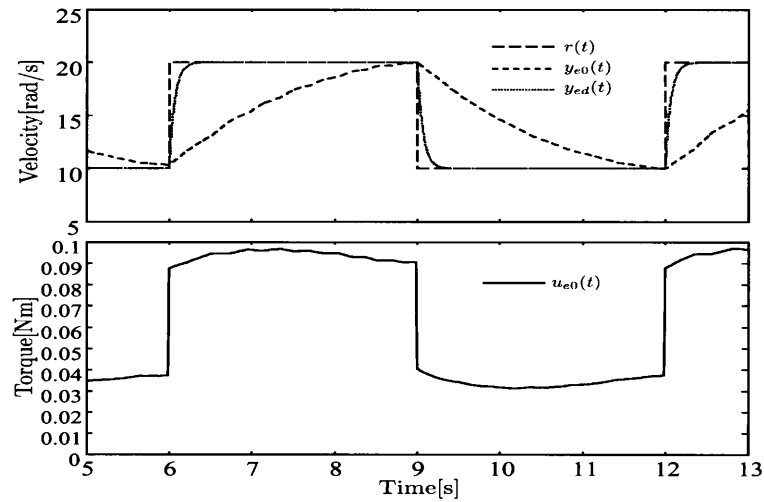


図 4.15: 参照信号 $r(t)$, 所望の応答 $y_{ed}(t)$, 初期の入出力応答 $u_{e0}(t)$, $y_{e0}(t)$

た. またこのときの閉ループ出力誤差 (4.8) 式の値は $J_{SSOE} = 4.98 \times 10^{-2}$ となった. 図 4.16 に得られた制御器 $C_e(\rho_{e*})$ による出力応答結果を示す.

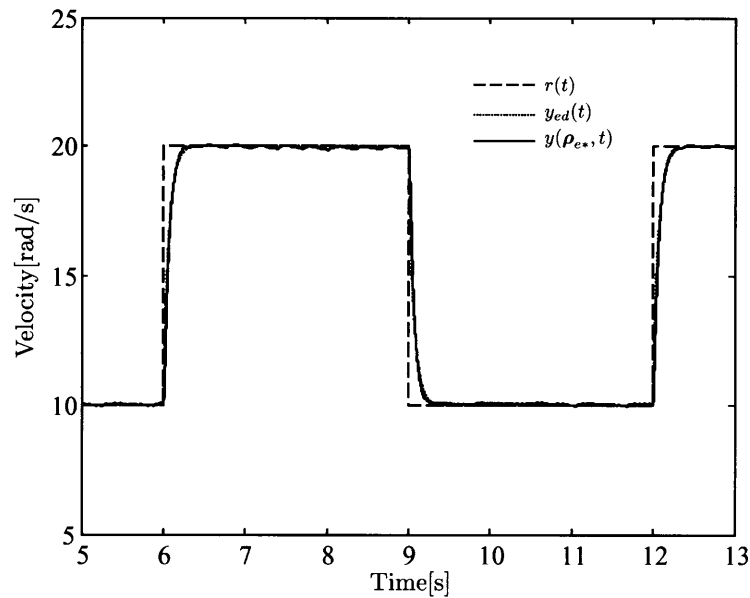


図 4.16: FRIT 調整後の $C_e(\rho_{e*})$ による閉ループ出力応答結果

つぎに 3 章で提案する FCbT を用いたフィードバック制御器調整では閉ループデータ取得実験を 1 回, ガウス・ニュートン法を 20 回行うことで評価関数 $\bar{J}_r(\rho_e)$ の値が 3.88×10^6 から 1.45×10^{-1} に収束し, 準最適パラメータとして $\tilde{\rho}_{e*}^T = [\tilde{\rho}_{e*}^{(1)}, \tilde{\rho}_{e*}^{(2)}] = [1.06 \times 10^{-2}, 4.42 \times 10^{-2}]$ を得た. またこのときの閉ループ出力誤差 (4.8) 式の値は $J_{SSOE} = 4.96 \times 10^{-2}$ となった. 図 4.17 に得られた制御器 $C_e(\tilde{\rho}_{e*})$ による出力応答結果

および、各手法での準最適制御器パラメータを表 4.2 を示す.

表 4.2: 閉ループ出力誤差 J_{SSOE} の値および準最適制御器パラメータ ρ_{e*} の比較

	FRIT	FCbT
J_{SSOE}	4.98×10^{-2}	4.96×10^{-2}
データ取得回数	1 回	1 回
$\rho_{e*}^{(1)}$	1.06×10^{-2}	1.06×10^{-2}
$\rho_{e*}^{(2)}$	4.45×10^{-2}	4.42×10^{-2}

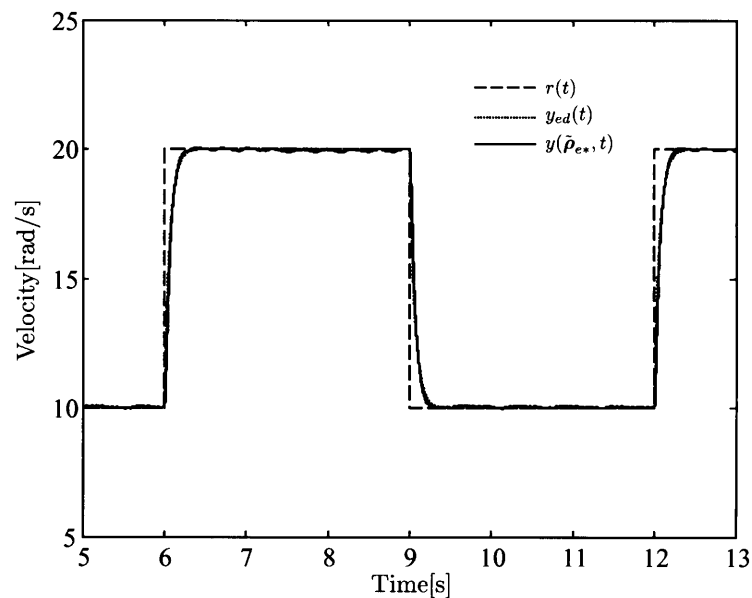


図 4.17: FCbT 調整後の $C_e(\tilde{\rho}_{e*})$ による閉ループ出力応答結果

すべての結果をみると、いずれの設計法においても得られた制御器による閉ループ出力 $y(t)$ が参照モデルによって指定した所望の応答 $y_{ed}(t)$ に良好に整形されていることがわかり、表 4.2 より制御器パラメータの収束先、閉ループ出力誤差もほぼ同様の結果となった. CbT ではこの場合ガウス・ニュートン法を 20 回行うと 40 回もの閉ループ入出力データ取得が必要であろう. 一方、FCbT や FRIT では初期の 1 回のデータ取得で準最適な制御器パラメータ ρ_{e*} を得ているため、本提案手法である FCbT によって CbT のデメリットを低減することができ、実験においても有効性が確認できたといえる.

つづいて **case.2** の結果について述べる. FCbT によるフィードバック制御器調整の際に用いた初期制御器パラメータ ρ_{e0} を変更し, $\rho_{e0'}^T = [\rho_{e0'}^{(1)}, \rho_{e0'}^{(2)}] = [1.0 \times 10^{-2}, 1.0 \times 10^{-2}]$ から設計を行った場合の結果を図 4.18 に示す.

またつぎに参照モデル M_{ed} を変更した場合の結果を示す. カットオフ周波数 5rad/s, 1 次のローパス特性の連続時間伝達関数を双一次近似によって離散化した (4.9) 式を用いる. その際設計された結果を図 4.19 に示す. ここで各場合において変更した点以外は **case.1** と同様の条件で行う. いずれの場合も制御器を導出するためのガウス・ニュートン法を 20 回行った.

図 4.18 の結果から, 異なる初期値から設計を始めた場合においても良好に所望の応答 $y_{ed}(t)$ に追従する出力応答 $y(\tilde{\rho}_{e*}, t)$ になるような制御器を得ることができたといえる. またこのときの準最適制御器パラメータ $\tilde{\rho}_{e*}$ は $\tilde{\rho}_{e*}^T = [\tilde{\rho}_{e*}^{(1)}, \tilde{\rho}_{e*}^{(2)}] = [1.07 \times 10^{-2}, 3.96 \times 10^{-2}]$, 閉ループ出力誤差 $J_{SSOE} = 5.28 \times 10^{-2}$ となり, 表 4.2 に示す **case.1** の場合に得られた制御器パラメータとほぼ一致する結果となった. 今回の場合においては非線形最適化法を利用する際の初期値の問題はないといえることが実験によっても示された. また図 4.19 によって, 制御器のクラス (4.5) 式内で達成される参照モデルの変更の際にも FCbT は柔軟に設計を行えることが実験によって確認された. ちなみに収束先の制御器パラメータ $\tilde{\rho}_{e*}^T = [\tilde{\rho}_{e*}^{(1)}, \tilde{\rho}_{e*}^{(2)}] = [3.58 \times 10^{-2}, 1.87 \times 10^{-2}]$, 閉ループ出力誤差 $J_{SSOE} = 5.09 \times 10^{-2}$ となった.

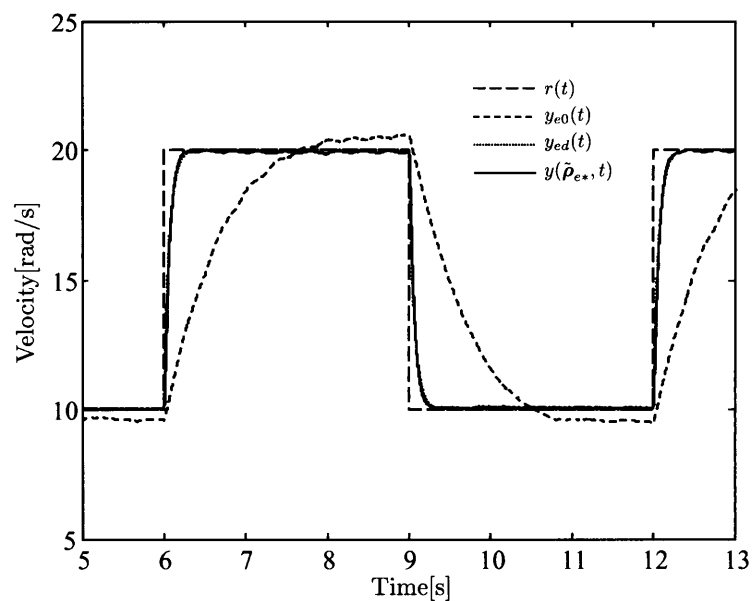
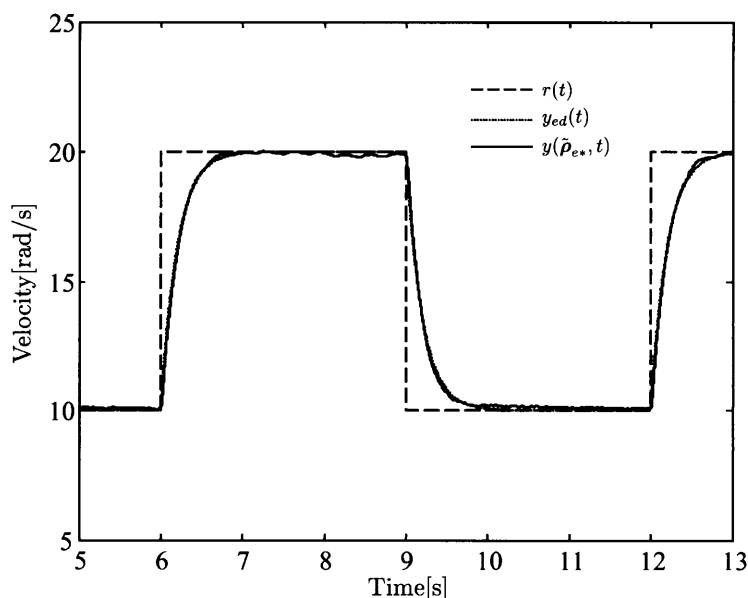


図 4.18: FCbT 調整後の $C_e(\tilde{\rho}_{e*})$ による閉ループ出力応答結果 (初期値変更)


 図 4.19: FCbT 調整後の $C_e(\tilde{\rho}_{e^*})$ による閉ループ出力応答結果 (参照モデル変更)

4.2.2 設計結果: フィードフォワード制御器 (実験)

本小節では FCbT によるフィードフォワード制御器の設計実験結果について述べる。実験条件は 4.2 節で記述されているとおりであり, (4.6) 式に示す構造のフィードフォワード制御器の初期パラメータ ρ_{r0} を $\rho_{r0}^T = [\rho_{r0}^{(1)}, \rho_{r0}^{(2)}] = [1.0, -0.99]$ と適当に設定する。つぎに参照モデル M_{rd} をカットオフ周波数 5rad/s , 1 次のローパス特性の連続時間伝達関数を双一次近似によって離散化した (4.11) 式のように指定し, フィードバック制御器 $C_e(\rho_e)$ を 4.2.1 節 **case.1** の FCbT によって設計されたもの ($\rho_e^T = [\rho_e^{(1)}, \rho_e^{(2)}] = [1.06 \times 10^{-2}, 4.42 \times 10^{-2}]$) を用いる。フィードバック制御器 C_e と初期フィードフォワード制御器 $C_r(\rho_{r0})$ による二自由度制御系を構築し, 参照信号 $r(t)$ を系に印加した際の閉ループ入出力データ $u_{r0}(t)$, $y_{r0}(t)$ を得る。得られた閉ループ入出力データのみを用い, FCbT によって準最適な制御器パラメータ $\tilde{\rho}_{r^*}$ を導出する。データとして扱う範囲は 11s から 13s の 2000 サンプルを用い, 相互相関関数を計算する際の時間シフト数 $l = 100$ とした。FCbT を用いたフィードフォワード制御器調整では閉ループデータ取得実験を 1 回, ガウス・ニュートン法を 20 回行うことで評価関数 $\bar{J}_r(\rho_r)$ の値が 3.82×10^3 から 1.93×10^{-1} に収束し, 準最適パラメータとして $\tilde{\rho}_{r^*}^T = [\tilde{\rho}_{r^*}^{(1)}, \tilde{\rho}_{r^*}^{(2)}] = [7.729, -7.727]$ を得た。図 4.20 に得られた制御器 $C_r(\tilde{\rho}_{r^*})$ による出力応答結果を示す。

つぎにフィードバック制御器 $C_e(\rho_e)$ の制御器パラメータを適当に設定 ($\rho_e^T = [\rho_e^{(1)}, \rho_e^{(2)}] = [1.0 \times 10^{-2}, 5.0 \times 10^{-3}]$) したものを C'_e とし, C'_e と初期フィードフォワード制御器 $C_r(\rho_{r0})$

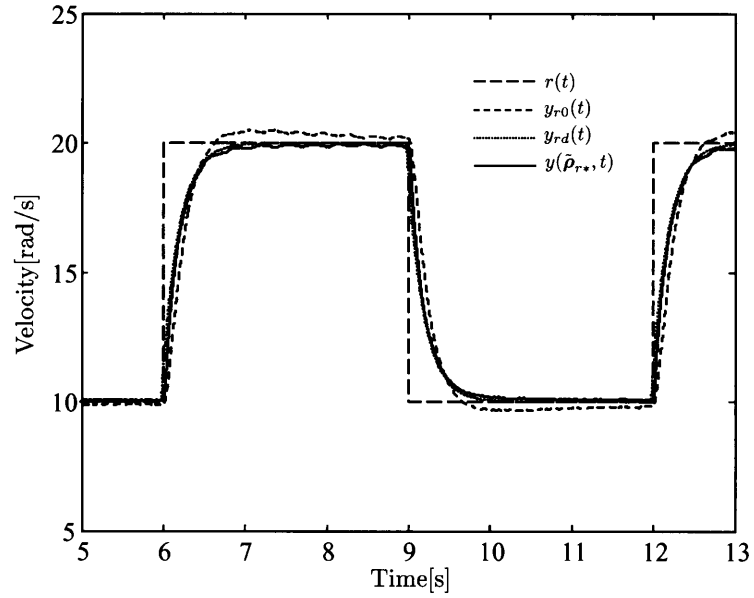


図 4.20: FCbT 調整後の $C_r(\tilde{\rho}_{r*})$ による閉ループ出力応答結果 1

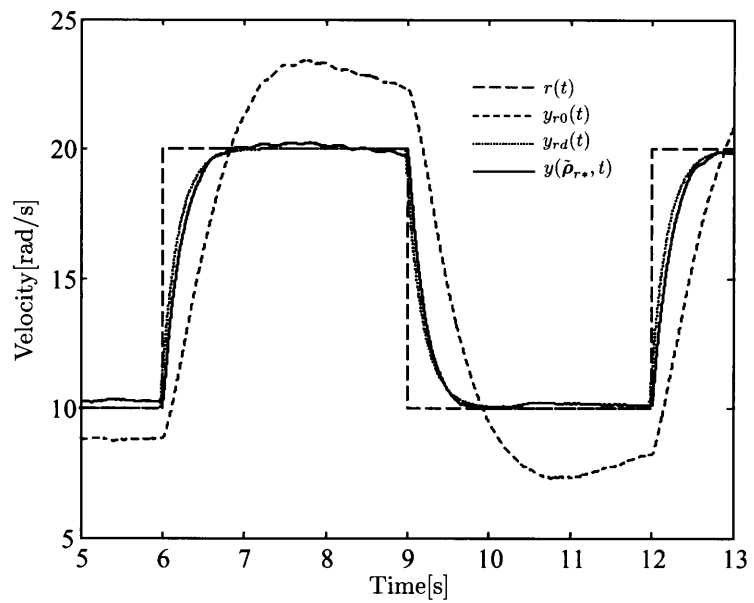


図 4.21: FCbT 調整後の $C_r(\tilde{\rho}_{r*})$ による閉ループ出力応答結果 2(C'_e 使用時)

による二自由度制御系を構築し，参照信号 $r(t)$ を系に印加した際の閉ループ入出力データ $u_{r0}(t)$, $y_{r0}(t)$ による FCbT 設計結果について記す．その場合のフィードフォワード制御器調整では閉ループデータ取得実験を 1 回，ガウス・ニュートン法を 20 回行うことで評価関数 $\bar{J}_r(\boldsymbol{\rho}_r)$ の値が 8.88×10^5 から 9.42×10^{-1} に収束し，準最適パラメータとして $\tilde{\boldsymbol{\rho}}_{r*}^T = [\tilde{\rho}_{r*}^{(1)}, \tilde{\rho}_{r*}^{(2)}] = [6.716, -6.712]$ を得た．図 4.21 に得られた制御器 $C_r(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_{r*})$ による出力応答結果を示す．図 4.20, 図 4.21 の両場合ともに実験において参照モデル M_{rd} によって指定した所望の応答 $y_{rd}(t)$ にほぼ近似する出力応答 $y(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_{r*}, t)$ となるフィードフォワード制御器を設計することができたといえる．

最後にシミュレーションにおいても示した FCbT による数学モデル同定についての結果を記述する．先ほどの 2 通りの条件によって得られた制御対象モデルを P_{m1} , P_{m2} として DD モータのトルク入力 0.1Nm のステップ応答と各モデルのステップ応答の比較を図 4.22 に示す．

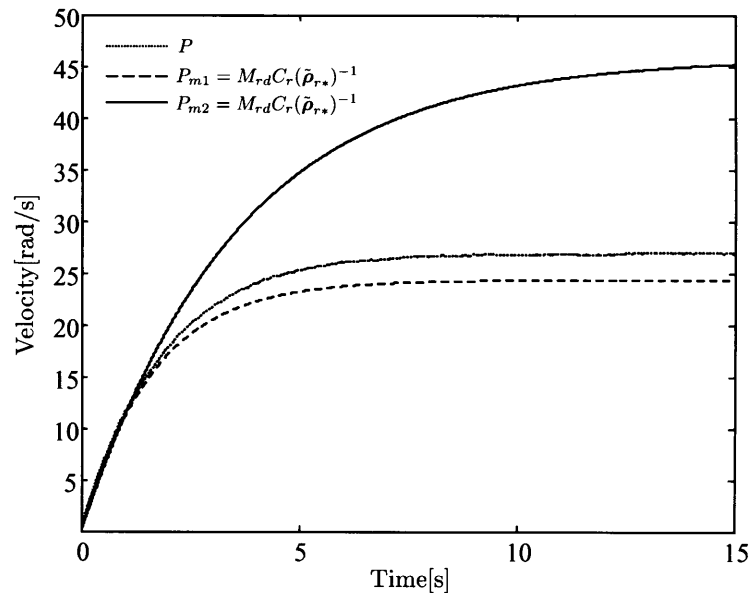


図 4.22: ステップ応答を用いた検証 (トルク入力 0.1Nm)

図 4.22 より 2s 以前の応答が高周波な部分では精度良く応答を近似しているが定常値に大きな差がみられた．主な要因として， P_{m1} を得た際のフィードバック制御器が良好な特性を発揮したため取得データに制御対象の動特性が現れにくくなり，結果としてモデル P_{m1} の定常値がうまく推定されなかったと考えられる．モデル P_{m2} の定常値が実際の応答の定常値に近い理由も先述の要因から説明がつく．詳しい考察は後述する MIMO システムの場合で述べることとする．

第5章 主要結果2: MIMO システム

本章では第3章において提案した Fictitious Correlation-based Tuning (FCbT) を多入力多出力系, MIMO システムの設計へ拡張する方法について述べる. また本章では MIMO システムに対し図 5.1 に示す二自由度制御系を構成するためのフィードバック制御器 $C_e(\rho_e)$ およびフィードフォワード制御器 $C_r(\rho_r)$ を閉ループ入出力データのみを用いて設計していく.

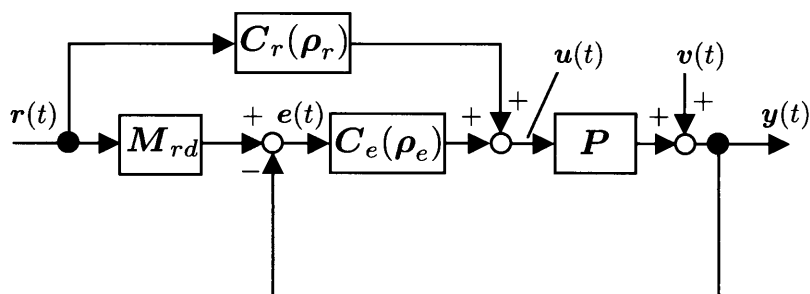


図 5.1: 二自由度制御系: MIMO システム

MIMO システム設計へ拡張した FCbT は第3章で述べた SISO システムの設計と同様, 制御器は相対次数が零 (可逆) の伝達関数で表現できるものとし, 制御器パラメータもこの伝達関数の可逆性を保持するようなクラスの中で考えることとする. しかしながら, 制御器の相対次数が $n \geq 1$ の場合においても $C(\rho)^{-1}q^{-n}$ を制御器の逆システムとすれば近似的に可逆ではない制御器の調整も可能である.

5.1 フィードバック制御器設計

本節では FCbT による多変数フィードバック制御器設計について述べる. 2.1 節の問題設定における参照モデル追従問題 (2.10) 式を解くために CbT に擬似参照信号を導入することを考える. 従来の MIMO システムに対する CbT では制御器導出のための多数回にわたる閉ループ入出力データ取得実験が必要であるが, 提案する FCbT では SISO システム設計の場合と同じくその問題をうまく回避している.

またフィードバック制御器を設計する場合には、図 5.1 において $M_{rd} = I$, $C_r(\rho_r) = \mathbf{0}$ とし、仮定として IFT, CbT などと同様に、閉ループ系を安定化する初期のフィードバック制御器パラメータ $\rho_{e0} \in \mathcal{R}^{n_{\rho_e}}$ が与えられているものとする。MIMO システムではプロセス制御系においてよく見られる状況であるが、詳細な制御対象の動特性が未知であっても多くの場合、経験や勘により安定化されているため、この仮定は大きな制約とはならない。このフィードバック制御器に対して、1 回の閉ループ実験により参照信号 $r(t)$ に対する入出力データ $y_{e0}(t)$, $u_{e0}(t)$ を N サンプル得る。このとき各参照信号 $r^{(1)}(t)$, $r^{(1)}(t)$ は時系列的に、ある参照信号が印加されているときは一方の参照信号は 0 とする。また、設計者は所望の閉ループ特性として参照モデル M_{ed} を決定する。

5.1.1 擬似参照信号

MIMO システムの場合も ρ_{e0} 以外のあるフィードバック制御器パラメータ ρ_e を用いた閉ループ系において $u_{e0}(t)$, $y_{e0}(t)$ を生成する擬似参照信号 $\tilde{r}(\rho_e, t)$ は制御器が可逆という仮定のもとで

$$\tilde{r}(\rho_e, t) = C(\rho_e)^{-1}u_{e0}(t) + y_{e0}(t) \quad (5.1)$$

のように求めることができる。そして図 5.2 で表されるような誤差信号

$$\tilde{\epsilon}_{oe}(\rho_e, t) = y_{e0}(t) - \tilde{y}_{ed}(\rho_e, t) \quad (5.2)$$

を導入する。ここで、 $\tilde{y}_{ed}(\rho_e, t)$ は設計者が指定する所望の出力であり、 $\tilde{y}_{ed}(\rho_e, t) = M_{ed}\tilde{r}(\rho_e, t)$ として参照モデル M_{ed} により得られる。

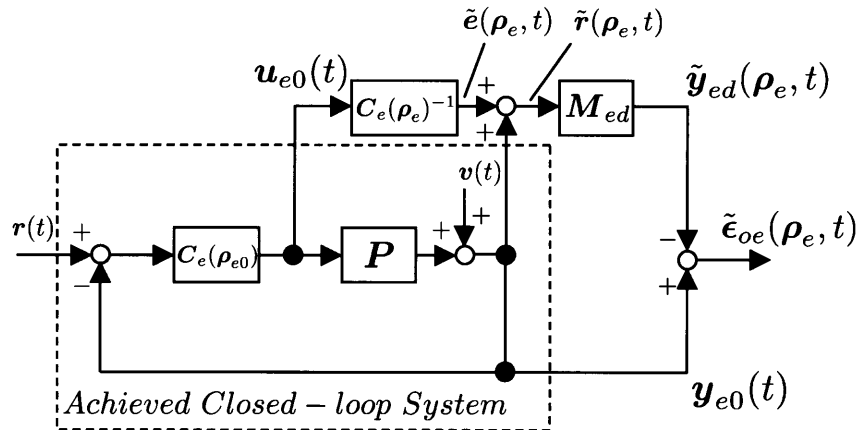


図 5.2: 擬似的な閉ループ出力誤差 $\tilde{\epsilon}_{oe}(\rho_e, t)$

5.1.2 設計評価

本小節では 5.1.1 節で定義した擬似参照信号を利用して得られる相互相関関数を用いた設計評価関数 (5.3) 式を導入する.

$$\bar{J}_{\tilde{\mathbf{r}}}(\boldsymbol{\rho}_e) = E\{\bar{F}_{\tilde{\mathbf{r}}}^T(\boldsymbol{\rho}_e)\bar{F}_{\tilde{\mathbf{r}}}(\boldsymbol{\rho}_e)\} \quad (5.3)$$

ここで, $\bar{F}_{\tilde{\mathbf{r}}}(\boldsymbol{\rho}_e) \in \mathcal{R}^{4n_z}$ は

$$\bar{F}_{\tilde{\mathbf{r}}}^T(\boldsymbol{\rho}_e) = [\bar{f}_{\tilde{\mathbf{r}}}^{(11)T}(\boldsymbol{\rho}_e), \bar{f}_{\tilde{\mathbf{r}}}^{(12)T}(\boldsymbol{\rho}_e), \bar{f}_{\tilde{\mathbf{r}}}^{(12)T}(\boldsymbol{\rho}_e), \bar{f}_{\tilde{\mathbf{r}}}^{(22)T}(\boldsymbol{\rho}_e)] \quad (5.4)$$

であり, $\bar{f}_{\tilde{\mathbf{r}}}^{(ij)}(\boldsymbol{\rho}_e) \in \mathcal{R}^{n_z}$ は

$$\bar{f}_{\tilde{\mathbf{r}}}^{(ij)}(\boldsymbol{\rho}_e) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta_{ij}(\boldsymbol{\rho}_e, t) \eta_{ij}(\boldsymbol{\rho}_e, t) \quad (5.5)$$

とする. そして変数 $\eta_{ij}(\boldsymbol{\rho}_e, t) \in \mathcal{R}^1$ と補助変数 $\zeta_{ij}(\boldsymbol{\rho}_e, t) \in \mathcal{R}^{n_z}$ は以下のように選択する.

- $i = j$: $\tilde{\epsilon}_{oe}^{(i)}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ と $\tilde{r}^{(i)}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ との間の相関を減少させるように調整する. 補助変数 $\zeta_{ii}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ として時間軸をシフトした擬似参照信号 $\tilde{r}^{(i)}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ を選択する. すなわち $\zeta_{ii}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ は以下のように表される.

$$\zeta_{ii}^T(\boldsymbol{\rho}_e, t) = [\tilde{r}^{(i)}(\boldsymbol{\rho}_e, t+l), \dots, \tilde{r}^{(i)}(\boldsymbol{\rho}_e, t), \dots, \tilde{r}^{(i)}(\boldsymbol{\rho}_e, t-l)]$$

シフトする時間 l は $C_e^{(ii)}(\boldsymbol{\rho}_e)$ に含まれるパラメータ数より十分大きく設定する. さらに変数 $\eta_{ii}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ は

$$\eta_{ii}(\boldsymbol{\rho}_e, t) = \tilde{\epsilon}_{oe}^{(i)}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$$

とする.

- $i \neq j$: $y_{e0}^{(i)}(t)$ における $\tilde{r}^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ の影響を除去するために, それらの信号を無相関にすることを考える. $\tilde{r}^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ から受ける i 番目の出力に現れる影響は擬似閉ループ出力誤差 $\tilde{\epsilon}_{oe}^{(i)}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ で抽出されることを考慮して, 補助変数 $\zeta_{ij}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ を

$$\zeta_{ij}^T(\boldsymbol{\rho}_e, t) = [\tilde{r}^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_e, t+l), \dots, \tilde{r}^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_e, t), \dots, \tilde{r}^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_e, t-l)]$$

とし, 変数 $\eta_{ij}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ は

$$\eta_{ij}(\boldsymbol{\rho}_e, t) = \tilde{\epsilon}_{oe}^{(i)}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$$

と設定する.

注意 1. 2.2.4 節で説明した CbT では非対角要素の調整で補助変数 $\eta_{ij}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ を $y^{(i)}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ としている。同様にして擬似参照信号を利用する提案手法において補助変数 $\eta_{ij}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ を $y_{e0}^{(i)}(t)$ と選択すると、非対角要素の制御器パラメータに関する評価関数の勾配が 0 となり、設計仕様を満足する制御器更新が行われなくなる。そのため、補助変数を擬似的な閉ループ出力誤差 $\tilde{\epsilon}_{oe}^{(i)}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ と設定する。本来、CbT の評価関数も表記上はこのように補助変数に閉ループ出力誤差を設定するべきであるが、参照モデルの非対角要素が 0 という仮定から、参照信号 $r^{(j)}(t)$ による影響は $y_{ed}^{(i)}(t)$ に現れないため $\eta_{ij}(\boldsymbol{\rho}_e, t) = y^{(i)}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ としていると考えられる。

ここで、(5.4) 式 $\bar{F}_{\tilde{\mathbf{r}}}(\boldsymbol{\rho}_e)$ はまとめた形で (5.6) 式のように書き直すことができる。

$$\bar{F}_{\tilde{\mathbf{r}}}(\boldsymbol{\rho}_e) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N Z(\boldsymbol{\rho}_e, t) H(\boldsymbol{\rho}_e, t) \quad (5.6)$$

(5.6) 式中の $Z(\boldsymbol{\rho}_e, t) \in \mathcal{R}^{4n_z \times 4}$ はブロック対角形の補助変数行列である。

$$Z(\boldsymbol{\rho}_e, t) = \text{diag}(\zeta_{11}(\boldsymbol{\rho}_e, t), \zeta_{12}(\boldsymbol{\rho}_e, t), \zeta_{21}(\boldsymbol{\rho}_e, t), \zeta_{22}(\boldsymbol{\rho}_e, t)) \quad (5.7)$$

そしてベクトル $H(\boldsymbol{\rho}_e, t) \in \mathcal{R}^4$ は以下のように定義する。

$$H^T(\boldsymbol{\rho}_e, t) = [\eta_{11}(\boldsymbol{\rho}_e, t), \eta_{12}(\boldsymbol{\rho}_e, t), \eta_{21}(\boldsymbol{\rho}_e, t), \eta_{22}(\boldsymbol{\rho}_e, t)] \quad (5.8)$$

(5.3) 式の評価関数はフィードバック制御器パラメータ $\boldsymbol{\rho}_e$ に対して非線形であるため、準最適解は次式の解

$$\frac{\partial \bar{J}_{\tilde{\mathbf{r}}}(\boldsymbol{\rho}_e)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e} = E \left\{ \frac{\partial \bar{F}_{\tilde{\mathbf{r}}}(\boldsymbol{\rho}_e)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e} \bar{F}_{\tilde{\mathbf{r}}}(\boldsymbol{\rho}_e) \right\} = 0 \quad (5.9)$$

となる $\boldsymbol{\rho}_e$ を非線形最適化法のひとつであるガウス・ニュートン法

$$\boldsymbol{\rho}_{e(i+1)} = \boldsymbol{\rho}_{e(i)} - \gamma_i \mathbf{Q}_e^{-1} \left. \frac{\partial \bar{J}_{\tilde{\mathbf{r}}}(\boldsymbol{\rho}_e)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e} \right|_{\boldsymbol{\rho}_e = \boldsymbol{\rho}_{e(i)}} \quad (5.10)$$

を用いることで得られる。(5.10) 式中の $\mathbf{Q}_e \in \mathcal{R}^{n_{\rho_e} \times n_{\rho_e}}$ は Hessian であり、近似的に以下のように得る。

$$\mathbf{Q}_e(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}) = \left. \frac{\partial \bar{F}_{\tilde{\mathbf{r}}}(\boldsymbol{\rho}_e)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e} \right|_{\boldsymbol{\rho}_e = \boldsymbol{\rho}_{e(i)}} \left(\left. \frac{\partial \bar{F}_{\tilde{\mathbf{r}}}(\boldsymbol{\rho}_e)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e} \right|_{\boldsymbol{\rho}_e = \boldsymbol{\rho}_{e(i)}} \right)^T \quad (5.11)$$

そして、 $\bar{F}_{\tilde{\mathbf{r}}}(\boldsymbol{\rho}_e)$ の偏微分は以下のようにして決定される。

$$\frac{\partial \bar{F}_{\tilde{\mathbf{r}}}(\boldsymbol{\rho}_e)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e} \Big|_{\boldsymbol{\rho}_e = \boldsymbol{\rho}_{e(i)}} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left(\frac{\partial Z(\boldsymbol{\rho}_e, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e} \Big|_{\boldsymbol{\rho}_e = \boldsymbol{\rho}_{e(i)}} H(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}, t) + \frac{\partial H(\boldsymbol{\rho}_e, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e} \Big|_{\boldsymbol{\rho}_e = \boldsymbol{\rho}_{e(i)}} Z^T(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}, t) \right) \quad (5.12)$$

$H(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ の構成要素である $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ の $\boldsymbol{\rho}_e$ に関する偏微分は $\frac{\partial \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_e, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e} = -\frac{\partial \tilde{\mathbf{y}}_{ed}(\boldsymbol{\rho}_e, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e}$ であり, また $Z(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ の構成要素である $\tilde{\mathbf{r}}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ の $\boldsymbol{\rho}_e$ に関する偏微分は $\frac{\partial \tilde{\mathbf{r}}(\boldsymbol{\rho}_e, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e}$ であるが, これらは若干の計算から

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\psi}_k(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}^{(k)}, t) &= \frac{\partial \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_e, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e^{(k)}} \Big|_{\boldsymbol{\rho}_e^{(k)} = \boldsymbol{\rho}_{e(i)}^{(k)}} = \mathbf{M}_{ed} \mathbf{C}_e(\boldsymbol{\rho}_e)^{-1} \frac{\partial \mathbf{C}_e(\boldsymbol{\rho}_e)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e^{(k)}} \Big|_{\boldsymbol{\rho}_e^{(k)} = \boldsymbol{\rho}_{e(i)}^{(k)}} \mathbf{C}_e(\boldsymbol{\rho}_e)^{-1} \mathbf{u}_{e0}(t) \\ \boldsymbol{\chi}_k(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}^{(k)}, t) &= \frac{\partial \tilde{\mathbf{r}}(\boldsymbol{\rho}_e, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e^{(k)}} \Big|_{\boldsymbol{\rho}_e^{(k)} = \boldsymbol{\rho}_{e(i)}^{(k)}} = -\mathbf{C}_e(\boldsymbol{\rho}_e)^{-1} \frac{\partial \mathbf{C}_e(\boldsymbol{\rho}_e)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e^{(k)}} \Big|_{\boldsymbol{\rho}_e^{(k)} = \boldsymbol{\rho}_{e(i)}^{(k)}} \mathbf{C}_e(\boldsymbol{\rho}_e)^{-1} \mathbf{u}_{e0}(t) \end{aligned}$$

として得られる. よって $\bar{F}_{\tilde{\mathbf{r}}}(\boldsymbol{\rho}_e)$ の偏微分を構成する各値はオフライン演算可能なデータを用いて次のように書き改めることができる.

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z(\boldsymbol{\rho}_e, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e} \Big|_{\boldsymbol{\rho}_e = \boldsymbol{\rho}_{e(i)}} &= [X^{(1)}(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}), X^{(2)}(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}), X^{(1)}(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}), X^{(2)}(\boldsymbol{\rho}_{e(i)})] \\ \frac{\partial H(\boldsymbol{\rho}_e, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_e} \Big|_{\boldsymbol{\rho}_e = \boldsymbol{\rho}_{e(i)}} &= [\Psi^{(1)}(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}), \Psi^{(1)}(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}), \Psi^{(2)}(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}), \Psi^{(2)}(\boldsymbol{\rho}_{e(i)})] \end{aligned}$$

ここで,

$$X^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}) = \begin{pmatrix} \chi_1^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}^{(1)}, t+l) & \cdots & \chi_1^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}^{(1)}, t) & \cdots & \chi_1^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}^{(1)}, t-l) \\ \chi_2^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}^{(2)}, t+l) & \cdots & \chi_2^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}^{(2)}, t) & \cdots & \chi_2^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}^{(2)}, t-l) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \chi_{n_{\rho_e}}^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}^{(n_{\rho_e})}, t+l) & \cdots & \chi_{n_{\rho_e}}^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}^{(n_{\rho_e})}, t) & \cdots & \chi_{n_{\rho_e}}^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}^{(n_{\rho_e})}, t-l) \end{pmatrix}$$

$$\Psi^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}, t) = [\psi_1^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}^{(1)}, t), \psi_2^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}^{(2)}, t), \dots, \psi_{n_{\rho_e}}^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_{e(i)}^{(n_{\rho_e})}, t)]^T$$

のように計算できる. MIMO システムへの拡張においても, SISO システムでの FCbT と同様にフィードバック制御器更新におけるガウス・ニュートン法に必要なこれらの値がすべてオフラインで演算可能であるために, CbT の場合と異なり制御器パラメータ更新ごとにデータ取得実験をする必要がない.

5.2 フィードフォワード制御器設計

本節では MIMO システムに対し FCbT を利用した二自由度制御系におけるフィードフォワード制御器設計への応用について記述する. 本来扱うべき参照モデル追従問題

(2.12) 式の最小化をデータのみを用いて行うことを考える. 仮定としてフィードバック制御器の場合と同様に, 閉ループ系を安定化する適当な初期のフィードフォワード制御器パラメータ $\rho_{r0} \in \mathcal{R}^{n_{pr}}$ が与えられているものとし, またフィードバック制御器については, FCbT によって設計されたものもしくは別の手法によって設計されたものでもよい. フィードバック制御器パラメータについてはフィードフォワード制御器設計において固定するため引数 ρ_e を省略し, 以下より C_e と表記することとする. このフィードフォワード制御器に対して, 1 回の閉ループ実験により参照信号 $r(t)$ に対する入出力データ $y_{r0}(t)$, $u_{r0}(t)$ を N サンプル得る. このときフィードバック制御器設計の場合と同様に各参照信号 $r^{(1)}(t)$, $r^{(1)}(t)$ は時系列的に, ある参照信号が印加されているときは一方の参照信号は 0 とする. また設計者は所望の目標値応答特性として参照モデル M_{rd} を決定する.

5.2.1 擬似参照信号

図 5.1 において, ρ_{r0} 以外のあるフィードフォワード制御器パラメータ ρ_r を用いた場合, $u_{r0}(t)$, $y_{r0}(t)$ を生成する擬似参照信号 $\tilde{r}(\rho_r, t)$ は若干の計算から

$$\tilde{r}(\rho_r, t) = (C_r(\rho_r) + C_e M_{rd})^{-1} (u_{r0}(t) + C_e y_{r0}(t)) \quad (5.13)$$

のように求めることができる. ここで後述する式の見易さのために (5.13) 式中の項を

$$G_r(\rho_r) = C_r(\rho_r) + C_e M_{rd}$$

$$s_{r0}(t) = u_{r0}(t) + C_e y_{r0}(t)$$

とおく. そして図 5.3 で表されるような誤差信号を導入する. ここで, $\tilde{y}_{rd}(\rho_r, t)$ は設

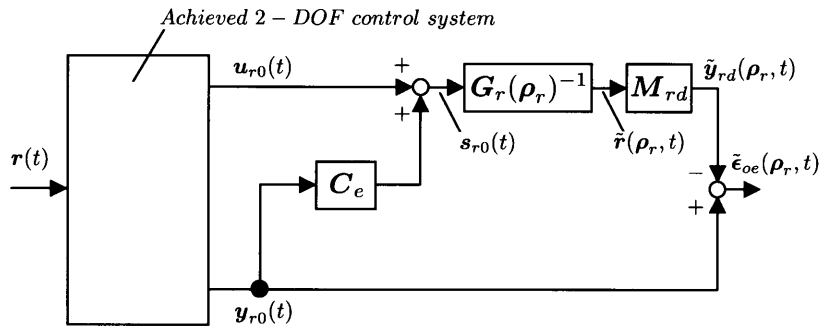


図 5.3: 擬似的な閉ループ出力誤差 $\tilde{e}_{oe}(\rho_r, t)$

計者が指定する所望の出力であり, $\tilde{y}_{rd}(\rho_r, t) = M_{rd} \tilde{r}(\rho_r, t)$ として参照モデル M_{rd} によって求められる.

5.2.2 設計評価

MIMO システムに対する FCbT を利用したフィードフォワード制御器の設計評価関数を

$$\bar{J}_{\hat{\boldsymbol{r}}}(\boldsymbol{\rho}_r) = E\{\bar{F}_{\hat{\boldsymbol{r}}}^T(\boldsymbol{\rho}_r)\bar{F}_{\hat{\boldsymbol{r}}}(\boldsymbol{\rho}_r)\} \quad (5.14)$$

ここで, $\bar{F}_{\hat{\boldsymbol{r}}}(\boldsymbol{\rho}_r) \in \mathcal{R}^{4n_z}$ は

$$\bar{F}_{\hat{\boldsymbol{r}}}^T(\boldsymbol{\rho}_r) = [\bar{f}_{\hat{\boldsymbol{r}}}^{(11)T}(\boldsymbol{\rho}_r), \bar{f}_{\hat{\boldsymbol{r}}}^{(12)T}(\boldsymbol{\rho}_r), \bar{f}_{\hat{\boldsymbol{r}}}^{(12)T}(\boldsymbol{\rho}_r), \bar{f}_{\hat{\boldsymbol{r}}}^{(22)T}(\boldsymbol{\rho}_r)] \quad (5.15)$$

であり, $\bar{f}_{\hat{\boldsymbol{r}}}^{(ij)}(\boldsymbol{\rho}_r) \in \mathcal{R}^{n_z}$ は

$$\bar{f}_{\hat{\boldsymbol{r}}}^{(ij)}(\boldsymbol{\rho}_r) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta_{ij}(\boldsymbol{\rho}_r, t) \eta_{ij}(\boldsymbol{\rho}_r, t) \quad (5.16)$$

とする. そして変数 $\eta_{ij}(\boldsymbol{\rho}_r, t) \in \mathcal{R}^1$ と補助変数 $\zeta_{ij}(\boldsymbol{\rho}_r, t) \in \mathcal{R}^{n_z}$ は以下のように選択する.

- $i = j$: $\tilde{\epsilon}_{oe}^{(i)}(\boldsymbol{\rho}_r, t)$ と $\tilde{r}^{(i)}(\boldsymbol{\rho}_r, t)$ との間の相関を減少させるように調整する. 補助変数 $\zeta_{ii}(\boldsymbol{\rho}_r, t)$ として時間軸をシフトした擬似参照信号 $\tilde{r}^{(i)}(\boldsymbol{\rho}_r, t)$ を選択する. すなわち $\zeta_{ii}(\boldsymbol{\rho}_r, t)$ は以下のように表される.

$$\zeta_{ii}^T(\boldsymbol{\rho}_r, t) = [\tilde{r}^{(i)}(\boldsymbol{\rho}_r, t+l), \dots, \tilde{r}^{(i)}(\boldsymbol{\rho}_r, t), \dots, \tilde{r}^{(i)}(\boldsymbol{\rho}_r, t-l)]$$

シフトする時間 l は $C_r^{(ii)}(\boldsymbol{\rho}_r)$ に含まれるパラメータ数より十分大きく設定する. さらに変数 $\eta_{ii}(\boldsymbol{\rho}_r, t)$ は

$$\eta_{ii}(\boldsymbol{\rho}_r, t) = \tilde{\epsilon}_{oe}^{(i)}(\boldsymbol{\rho}_r, t)$$

とする.

- $i \neq j$: $y_{r0}^{(i)}(t)$ における $\tilde{r}^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_r, t)$ の影響を除去するために, それらの信号を無相関にすることを考える. $\tilde{r}^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_r, t)$ から受ける i 番目の出力に現れる影響は擬似閉ループ出力誤差 $\tilde{\epsilon}_{oe}^{(i)}(\boldsymbol{\rho}_r, t)$ で抽出されることを考慮して, 補助変数 $\zeta_{ij}(\boldsymbol{\rho}_r, t)$ を

$$\zeta_{ij}^T(\boldsymbol{\rho}_r, t) = [\tilde{r}^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_r, t+l), \dots, \tilde{r}^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_r, t), \dots, \tilde{r}^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_r, t-l)]$$

とし, 変数 $\eta_{ij}(\boldsymbol{\rho}_r, t)$ は

$$\eta_{ij}(\boldsymbol{\rho}_r, t) = \tilde{\epsilon}_{oe}^{(i)}(\boldsymbol{\rho}_r, t)$$

と設定する.

ここで, (5.15) 式 $\bar{F}_{\tilde{\mathbf{r}}}(\boldsymbol{\rho}_r)$ はまとめた形で (5.17) 式のように書き直すことができる.

$$\bar{F}_{\tilde{\mathbf{r}}}(\boldsymbol{\rho}_r) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N Z(\boldsymbol{\rho}_r, t) H(\boldsymbol{\rho}_r, t) \quad (5.17)$$

(5.17) 式中の $Z(\boldsymbol{\rho}_r, t) \in \mathcal{R}^{4n_z \times 4}$ はブロック対角形の補助変数行列である.

$$Z(\boldsymbol{\rho}_r, t) = \text{diag}(\zeta_{11}(\boldsymbol{\rho}_r, t), \zeta_{12}(\boldsymbol{\rho}_r, t), \zeta_{21}(\boldsymbol{\rho}_r, t), \zeta_{22}(\boldsymbol{\rho}_r, t)) \quad (5.18)$$

そしてベクトル $H(\boldsymbol{\rho}_r, t) \in \mathcal{R}^4$ は以下のように定義する.

$$H^T(\boldsymbol{\rho}_r, t) = [\eta_{11}(\boldsymbol{\rho}_r, t), \eta_{12}(\boldsymbol{\rho}_r, t), \eta_{21}(\boldsymbol{\rho}_r, t), \eta_{22}(\boldsymbol{\rho}_r, t)] \quad (5.19)$$

(5.14) 式の評価関数にはフィードフォワード制御器パラメータ $\boldsymbol{\rho}_r$ が非線形で入ってきているため, 準最適解は次式の解

$$\frac{\partial \bar{J}_{\tilde{\mathbf{r}}}(\boldsymbol{\rho}_r)}{\partial \boldsymbol{\rho}_r} = E \left\{ \frac{\partial \bar{F}_{\tilde{\mathbf{r}}}(\boldsymbol{\rho}_r)}{\partial \boldsymbol{\rho}_r} \bar{F}_{\tilde{\mathbf{r}}}(\boldsymbol{\rho}_r) \right\} = 0 \quad (5.20)$$

となる $\boldsymbol{\rho}_r$ を非線形最適化法のひとつであるガウス・ニュートン法

$$\boldsymbol{\rho}_{r(i+1)} = \boldsymbol{\rho}_{r(i)} - \gamma_i \mathbf{Q}_r^{-1} \left. \frac{\partial \bar{J}_{\tilde{\mathbf{r}}}(\boldsymbol{\rho}_r)}{\partial \boldsymbol{\rho}_r} \right|_{\boldsymbol{\rho}_r = \boldsymbol{\rho}_{r(i)}} \quad (5.21)$$

を用いることで得られる. (5.21) 式中の $\mathbf{Q}_r \in \mathcal{R}^{n_{\rho_e} \times n_{\rho_e}}$ は Hessian であり, 近似的に以下のように得る.

$$\mathbf{Q}_r(\boldsymbol{\rho}_{r(i)}) = \left. \frac{\partial \bar{F}_{\tilde{\mathbf{r}}}(\boldsymbol{\rho}_r)}{\partial \boldsymbol{\rho}_r} \right|_{\boldsymbol{\rho}_r = \boldsymbol{\rho}_{r(i)}} \left(\left. \frac{\partial \bar{F}_{\tilde{\mathbf{r}}}(\boldsymbol{\rho}_r)}{\partial \boldsymbol{\rho}_r} \right|_{\boldsymbol{\rho}_r = \boldsymbol{\rho}_{r(i)}} \right)^T \quad (5.22)$$

そして, $\bar{F}_{\tilde{\mathbf{r}}}(\boldsymbol{\rho}_r)$ の偏微分は以下のようにして決定される.

$$\left. \frac{\partial \bar{F}_{\tilde{\mathbf{r}}}(\boldsymbol{\rho}_r)}{\partial \boldsymbol{\rho}_r} \right|_{\boldsymbol{\rho}_r = \boldsymbol{\rho}_{r(i)}} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left(\left. \frac{\partial Z(\boldsymbol{\rho}_r, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_r} \right|_{\boldsymbol{\rho}_r = \boldsymbol{\rho}_{r(i)}} H(\boldsymbol{\rho}_{r(i)}, t) + \left. \frac{\partial H(\boldsymbol{\rho}_r, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_r} \right|_{\boldsymbol{\rho}_r = \boldsymbol{\rho}_{r(i)}} Z^T(\boldsymbol{\rho}_{r(i)}, t) \right) \quad (5.23)$$

$H(\boldsymbol{\rho}_r, t)$ の構成要素である $\tilde{\epsilon}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_r, t)$ の $\boldsymbol{\rho}_r$ に関する偏微分は $\frac{\partial \tilde{\epsilon}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_r, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_r} = -\frac{\partial \tilde{\mathbf{y}}_{rd}(\boldsymbol{\rho}_r, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_r}$ であり, また $Z(\boldsymbol{\rho}_r, t)$ の構成要素である $\tilde{\mathbf{r}}(\boldsymbol{\rho}_r, t)$ の $\boldsymbol{\rho}_r$ に関する偏微分は $\frac{\partial \tilde{\mathbf{r}}(\boldsymbol{\rho}_r, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_r}$ であるが, これらは若干の計算から

$$\begin{aligned} \psi_k(\rho_{r(i)}^{(k)}, t) &= \left. \frac{\partial \tilde{\epsilon}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_r, t)}{\partial \rho_r^{(k)}} \right|_{\rho_r^{(k)} = \rho_{r(i)}^{(k)}} = \mathbf{M}_{rd} \mathbf{G}_r(\boldsymbol{\rho}_r)^{-1} \left. \frac{\partial \mathbf{C}_r(\boldsymbol{\rho}_r)}{\partial \rho_r^{(k)}} \right|_{\rho_r^{(k)} = \rho_{r(i)}^{(k)}} \mathbf{G}_r(\boldsymbol{\rho}_r)^{-1} \mathbf{s}_{r0}(t) \\ \chi_k(\rho_{r(i)}^{(k)}, t) &= \left. \frac{\partial \tilde{\mathbf{r}}(\boldsymbol{\rho}_r, t)}{\partial \rho_r^{(k)}} \right|_{\rho_r^{(k)} = \rho_{r(i)}^{(k)}} = -\mathbf{G}_r(\boldsymbol{\rho}_r)^{-1} \left. \frac{\partial \mathbf{C}_r(\boldsymbol{\rho}_r)}{\partial \rho_r^{(k)}} \right|_{\rho_r^{(k)} = \rho_{r(i)}^{(k)}} \mathbf{G}_r(\boldsymbol{\rho}_e)^{-1} \mathbf{s}_{r0}(t) \end{aligned}$$

として得られる. よって $\bar{F}_{\mathbf{r}}(\boldsymbol{\rho}_r)$ の偏微分を構成する各値はオフライン演算可能なデータを用いて次のように書き改めることができる.

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial Z(\boldsymbol{\rho}_r, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_r} \right|_{\boldsymbol{\rho}_r = \boldsymbol{\rho}_{r(i)}} &= [X^{(1)}(\boldsymbol{\rho}_{r(i)}), X^{(2)}(\boldsymbol{\rho}_{r(i)}), X^{(1)}(\boldsymbol{\rho}_{r(i)}), X^{(2)}(\boldsymbol{\rho}_{r(i)})] \\ \left. \frac{\partial H(\boldsymbol{\rho}_r, t)}{\partial \boldsymbol{\rho}_r} \right|_{\boldsymbol{\rho}_r = \boldsymbol{\rho}_{r(i)}} &= [\Psi^{(1)}(\boldsymbol{\rho}_{r(i)}), \Psi^{(1)}(\boldsymbol{\rho}_{r(i)}), \Psi^{(2)}(\boldsymbol{\rho}_{r(i)}), \Psi^{(2)}(\boldsymbol{\rho}_{r(i)})] \end{aligned}$$

ここで,

$$X^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_{r(i)}) = \begin{pmatrix} \chi_1^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_{r(i)}^{(1)}, t+l) & \cdots & \chi_1^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_{r(i)}^{(1)}, t) & \cdots & \chi_1^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_{r(i)}^{(1)}, t-l) \\ \chi_2^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_{r(i)}^{(2)}, t+l) & \cdots & \chi_2^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_{r(i)}^{(2)}, t) & \cdots & \chi_2^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_{r(i)}^{(2)}, t-l) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \chi_{n_{\rho_r}}^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_{r(i)}^{(n_{\rho_r})}, t+l) & \cdots & \chi_{n_{\rho_r}}^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_{r(i)}^{(n_{\rho_r})}, t) & \cdots & \chi_{n_{\rho_r}}^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_{r(i)}^{(n_{\rho_r})}, t-l) \end{pmatrix}$$

$$\Psi^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_{r(i)}, t) = [\psi_1^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_{r(i)}^{(1)}, t), \psi_2^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_{r(i)}^{(2)}, t), \dots, \psi_{n_{\rho_r}}^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_{r(i)}^{(n_{\rho_r})}, t)]^T$$

のように計算できる. 以上のとおり, フィードフォワード制御器は 5.2 節で述べた FCbT によるフィードバック制御器設計とほぼ同じように応用可能であり, 1 回の実験データから準最適パラメータを導出できる. これらの計算過程で $\mathbf{G}_r(\boldsymbol{\rho}_r)$ の逆システムが必要となるが, $\mathbf{G}_r(\boldsymbol{\rho}_r)$ の相対次数 $n_G \geq 1$ の場合においても $\mathbf{G}_r(\boldsymbol{\rho}_r)^{-1}q^{-n_G}$ を逆システムとすれば近似的に調整が可能である.

5.3 周波数領域での解釈

本節では MIMO システムにおいて本来の評価関数 (2.10), (2.12) 式と FCbT で扱う擬似領域での評価関数 (5.3), (5.14) 式との関係を, 達成される閉ループ特性の周波数領域での解析により明らかにする. SISO システムの場合と同様にフィードバック制御器設計とフィードフォワード制御器設計は同様にして解析を行えるため, 以下ではフィードバック制御器の場合を取り扱う.

FCbT の評価関数は本来,

$$J_{\mathbf{r}}(\boldsymbol{\rho}_e) = E\{\bar{F}_{\mathbf{r}}^T(\boldsymbol{\rho}_e)\}E\{\bar{F}_{\mathbf{r}}(\boldsymbol{\rho}_e)\} \quad (5.24)$$

のように期待値の積で構成されるべきであるが, 適当な最適化の手法がないため, 最適化可能な (5.3) 式を評価関数として定義している. (5.3) 式の最小化は (5.24) 式の上界の最小化を意味することからパラメータ調整結果に大きな影響を与えないが, 以下の周波数領域における解析においては本来の評価関数 (5.24) 式に基づいて行う [9].

本手法における擬似参照信号を利用した評価関数は相互相関関数

$$\tilde{R}^{(jk)}(\tau) = E\{\eta_{jk}(\boldsymbol{\rho}_e, t)\tilde{r}^{(k)}(\boldsymbol{\rho}_e, t - \tau)\} \quad (5.25)$$

を用いて

$$J_{\tilde{\mathbf{r}}}(\boldsymbol{\rho}_e) = \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{\tau=-l}^l \{\tilde{R}^{(jk)}(\tau)\}^2 \quad (5.26)$$

と書け、CbT と同様にパーセバルの定理を用いて (5.26) 式を周波数領域の表現に直すと (5.27) 式を得る.

$$\lim_{l \rightarrow \infty} J_{\tilde{\mathbf{r}}}(\boldsymbol{\rho}_e) = \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\Phi_{\tilde{R}^{(jk)}}(\omega)|^2 d\omega \quad (5.27)$$

ここで $\Phi_{\tilde{R}^{(jk)}}(\omega)$ は $\tilde{\epsilon}_{oe}^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ と $\tilde{r}^{(k)}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ の相互スペクトル密度である. この場合, 擬似的な閉ループ出力誤差 $\tilde{\epsilon}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ は

$$\begin{aligned} \tilde{\epsilon}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_e) &= \mathbf{y}_{e0}(t) - \tilde{\mathbf{y}}_{ed}(\boldsymbol{\rho}_e, t) \\ &= \mathcal{T}(\boldsymbol{\rho})\tilde{\mathbf{r}}(\boldsymbol{\rho}_e, t) + \mathcal{S}(\boldsymbol{\rho}_e)\mathbf{v}_{e0}(t) - \mathbf{M}_{ed}\tilde{\mathbf{r}}(\boldsymbol{\rho}_e, t) \\ &= (\mathcal{T}(\boldsymbol{\rho}_e) - \mathbf{M}_{ed})\tilde{\mathbf{r}}(\boldsymbol{\rho}_e, t) + \mathcal{S}(\boldsymbol{\rho}_e)\mathbf{v}_{e0}(t) \end{aligned} \quad (5.28)$$

となる. 一方, 擬似参照信号は

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{r}}(\boldsymbol{\rho}_e, t) &= \mathbf{C}_e(\boldsymbol{\rho}_e)^{-1}\mathbf{u}_{e0}(t) + \mathbf{y}_{e0}(t) \\ &= (\mathcal{T}(\boldsymbol{\rho}_{e0}) + \mathbf{C}_e(\boldsymbol{\rho}_e)^{-1}\mathbf{C}_e(\boldsymbol{\rho}_{e0})\mathcal{S}(\boldsymbol{\rho}_{e0}))\mathbf{r}(t) \\ &\quad + (\mathcal{S}(\boldsymbol{\rho}_{e0}) - \mathbf{C}_e(\boldsymbol{\rho}_e)^{-1}\mathbf{C}_e(\boldsymbol{\rho}_{e0})\mathcal{S}(\boldsymbol{\rho}_{e0}))\mathbf{v}_{e0}(t) \end{aligned} \quad (5.29)$$

のように書き表すことができる. よって, $\tilde{\epsilon}_{oe}^{(j)}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ と $\tilde{r}^{(k)}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ の相互スペクトル密度 $\Phi_{\tilde{R}^{(jk)}}(\omega)$ は

$$\Phi_{\tilde{R}^{(jk)}}(\omega) = \mathcal{H}_{jk}(e^{j\omega})\Phi_{\tilde{r}^{(k)}}(\omega) + \mathcal{I}_{jk}(e^{j\omega})\Phi_{\mathbf{v}_{e0}^{(k)}}(\omega) \quad (5.30)$$

となる. ここで $\Phi_{\tilde{r}^{(k)}}(\omega)$, $\Phi_{\mathbf{v}_{e0}^{(k)}}(\omega)$ はそれぞれ擬似参照信号 $\tilde{r}^{(k)}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$, 観測雑音 $\mathbf{v}_{e0}(t)$ のパワースペクトル密度を表し,

$$\mathcal{I}_{jk}(e^{j\omega}) = (\mathcal{S}(\boldsymbol{\rho}_e)(\mathbf{I} - \mathbf{C}_e(\boldsymbol{\rho}_e)^{-1}\mathbf{C}_e(\boldsymbol{\rho}_{e0}))\mathcal{S}(\boldsymbol{\rho}_{e0}))^{(jk)}(e^{j\omega}) \quad (5.31)$$

である. (5.30) 式からわかるように, $\tilde{\mathbf{r}}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ が観測雑音 $\mathbf{v}_{e0}(t)$ に関して相関を持っているため, CbT での (2.32) 式とは異なり, 導出された制御器パラメータに観測雑音に

よるバイアスが生じてしまうことがわかる。そこで、SISO システムのときと同様に観測雑音の影響を緩和することを考える。

最初の閉ループ入出力データ取得実験で使用した同一の参照信号 $\mathbf{r}(t)$ を用い、データサンプル数 N で 2 回目のデータ取得実験を行う。そして 2 回目に得られた入出力を $\mathbf{u}'_{e0}(t)$, $\mathbf{y}'_{e0}(t)$ とすると、それらによって得られる擬似参照信号は

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{r}}'(\boldsymbol{\rho}_e, t) &= \mathbf{C}_e(\boldsymbol{\rho}_e)^{-1}\mathbf{u}'_{e0}(t) + \mathbf{y}'_{e0}(t) \\ &= (\mathcal{T}(\boldsymbol{\rho}_{e0}) + \mathbf{C}_e(\boldsymbol{\rho}_e)^{-1}\mathbf{C}_e(\boldsymbol{\rho}_{e0})\mathcal{S}(\boldsymbol{\rho}_{e0}))\mathbf{r}(t) \\ &\quad + (\mathcal{S}(\boldsymbol{\rho}_{e0}) - \mathbf{C}_e(\boldsymbol{\rho}_e)^{-1}\mathbf{C}_e(\boldsymbol{\rho}_{e0})\mathcal{S}(\boldsymbol{\rho}_{e0}))\mathbf{v}'_{e0}(t)\end{aligned}\quad (5.32)$$

となる。2 回の閉ループ実験による観測雑音 $\mathbf{v}_{e0}(t)$, $\mathbf{v}'_{e0}(t)$ が互いに無相関であると仮定すると、ガウス・ニュートン法の演算を 1 回目の実験データにより計算される $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ と 2 回目の実験データにより計算される $\tilde{\mathbf{r}}'(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ を用いることによってそれらの相互スペクトル

$$\Phi_{\tilde{\mathbf{R}}(jk)}(\omega) = \mathcal{H}_{jk}(e^{j\omega})\Phi_{\tilde{\mathbf{r}}(k)}(\omega) \quad (5.33)$$

は漸近的に観測雑音が存在しない場合と同等となる。すなわち、修正された FCbT の周波数領域での評価関数は (5.34) 式となる。

$$\lim_{l \rightarrow \infty} J_{\tilde{\mathbf{r}}}(\boldsymbol{\rho}_e) = \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\mathcal{H}_{jk}(e^{j\omega})|^2 \Phi_{\tilde{\mathbf{r}}(k)}^2(\omega) d\omega \quad (5.34)$$

2.2.4 節の CbT と提案する FCbT との違いは、達成される閉ループ特性 $\mathcal{T}(\boldsymbol{\rho}_e)$ と所望の閉ループ特性 \mathbf{M}_{ed} との誤差システムにかかる重みが参照信号 $\mathbf{r}(t)$ のパワーの 2 乗であるか、擬似参照信号 $\tilde{\mathbf{r}}(\boldsymbol{\rho}_e, t)$ のパワーの 2 乗であるの違いである。また、与えた制御器により \mathbf{M}_{ed} が実現可能であるならば CbT と FCbT の制御器パラメータの収束先は (局所解に収束しなければ) 同じであることがいえる。すなわち、擬似参照信号を導入した FCbT における評価関数の最小化と CbT における評価関数の最小化は対応していることがわかる。 \mathbf{M}_{ed} が実現可能な伝達関数のクラスに属さない場合は制御器パラメータの収束先は $\Phi_{\mathbf{r}(k)}(\omega)$ や $\Phi_{\tilde{\mathbf{r}}(k)}(\omega)$ の影響を受けるため当然異なるが、本手法においても制御帯域を十分励起するよう初期の閉ループ実験における参照信号を適切に選択したり、新たに周波数重みを導入することで両手法によるパラメータ調整結果を近づけることができる。

5.4 FCbT のアルゴリズム

本手法のアルゴリズムをまとめると以下のようになる。

- step.1** フィードバック制御器初期設定: 参照モデル M_{ed} および初期の閉ループ系を安定化させる初期制御器パラメータ ρ_{e0} を決定する。
- step.2** 1 回目の実験: 初期制御器パラメータ ρ_{e0} を使ったフィードバック制御器 $C_e(\rho_{e0})$ を図 3.1 ($M_{rd} = I$, $C_r(\rho_r) = 0$) へ実装し参照信号 $r(t)$ を閉ループ系に印加して閉ループ入出力データ $u_{e0}(t)$, $y_{e0}(t)$ を N サンプル取得する。
- step.3** フィードバック制御器パラメータのオフライン調整: 以下のガウス・ニュートン法を実行する。
- 3.a $i = 0$ とする。
 - 3.b 1 回目の実験データから擬似閉ループ出力誤差 $\tilde{\epsilon}_{oe}(\rho_{e(i)}, t)$ を計算する。
 - 3.c (3.4) 式に沿った制御器パラメータの更新を行い $\rho_{e(i+1)}$ を得る。
 - 3.d 十分小さな $\mu_e > 0$ を用いて $(\rho_{e(i+1)} - \rho_{e(i)})^T (\rho_{e(i+1)} - \rho_{e(i)}) < \mu_e$ の成立を調べる。
 - * No: $i = i + 1$ として 3.b へ戻る。
 - * Yes: $\tilde{\rho}_{e*} = \rho_{e(i)}$ とし, step.4 に進む。
- step.4** $\tilde{\rho}_{e*}$ を用いた制御器 $C_e(\tilde{\rho}_{e*})$ を実装し, 閉ループ実験を行う。フィードバック制御系の構築のみなら終了。二自由度制御系を構成する場合は step.5 に進む。
- step.5** フィードフォワード制御器初期設定: 参照モデル M_{rd} および初期の閉ループ系を安定化させる初期制御器パラメータ ρ_{r0} を決定する。
- step.6** 1 回目の実験: 初期制御器パラメータ ρ_{r0} を使ったフィードフォワード制御器 $C_r(\rho_{r0})$ およびフィードバック制御器 C_e を実装し参照信号 $r(t)$ を閉ループ系に印加して閉ループ入出力データ $u_{r0}(t)$, $y_{r0}(t)$ を N サンプル取得する。
- step.7** フィードフォワード制御器パラメータのオフライン調整: 以下のガウス・ニュートン法を実行する。

7.a $i = 0$ とする.

7.b 2 回目の実験データから擬似閉ループ出力誤差 $\tilde{\epsilon}_{oe}(\boldsymbol{\rho}_{r(i)}, t)$ を計算する.

7.c (3.13) 式に沿った制御器パラメータの更新を行い $\boldsymbol{\rho}_{e(i+1)}$ を得る.

7.d 十分小さな $\mu_r > 0$ を用いて $(\boldsymbol{\rho}_{r(i+1)} - \boldsymbol{\rho}_{r(i)})^T (\boldsymbol{\rho}_{r(i+1)} - \boldsymbol{\rho}_{r(i)}) < \mu_r$ の成立を調べる.

* No: $i = i + 1$ として **7.b** へ戻る.

* Yes: $\tilde{\boldsymbol{\rho}}_{r*} = \boldsymbol{\rho}_{r(i)}$ とし, **step.8** に進む.

step.8 $\tilde{\boldsymbol{\rho}}_{r*}$ を用いた制御器 $C_r(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_{r*})$ を図 3.1 のように実装し, 閉ループ実験を行う.

以上のアルゴリズムから明らかなように, 実験は制御器設計ごとに 1 回の初期閉ループデータ取得のみで, あとはオフラインでの制御器調整により準最適な多変数二自由度制御器パラメータを求めることができる.

第6章 シミュレーション : MIMO システム

本章では第5章で提案したFCbTによる多変数二自由度制御系の設計シミュレーションを2つの数値例によって示す。

6.1 シミュレーション条件

MIMO システムに対するFCbTの有効性を示すために、以下に示す2つの数値例を扱う。一つ目の数値例では主に提案手法であるFCbTのアルゴリズムが妥当であるかの確認のために比較的簡単な制御対象を設定し、二つ目の数値例では、より一般的で動特性も複雑な制御対象に対し、FCbTの有用性確認用に設定した。

数値例:1 (6.1)式に示す離散時間の多変数制御対象モデルを考える。

$$P_1 = \begin{bmatrix} \frac{0.09516q^{-1}}{1-0.9048q^{-1}} & \frac{0.03807q^{-1}}{1-0.9048q^{-1}} \\ \frac{-0.02974q^{-1}}{1-0.9048q^{-1}} & \frac{0.04758q^{-1}}{1-0.9048q^{-1}} \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

このモデルは参考文献[10]においてIFTとCbTの比較シミュレーションに用いられているものである。

数値例:2 MATLAB/Simulinkにおいて多変数PI制御器設計のケーススタディで紹介されているLV100 gas turbine engineを制御対象モデルとして考える。このgas turbine engineモデルは文献[2]でIFTの設計ベンチマークにも用いられている。そしてgas turbine engineモデルは5つの状態量を持つ以下の連続時間状態空間モデルで表現されるシステムである。

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} -1.4122 & 0.0552 & 0 & 42.9536 & 6.3087 \\ 0.0927 & -0.1133 & 0 & 4.2204 & -0.7581 \\ -7.8467 & -0.2555 & -3.3333 & 300.4167 & -44894 \\ 0 & 0 & 0 & -25.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 33.3333 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{u} \end{aligned} \quad (6.2)$$

制御対象モデル \mathbf{P}_2 として (6.2) 式をサンプリング周期 T_s [s] で双一次変換によって離散化を行ったものを用いる。

いずれの数値例の場合においても、サンプリング周期 $T_s = 0.1$ s, データ取得および制御時間は 15 秒 ($N = 151$), 観測雑音 $\mathbf{v}(t)$ は平均 0, 分散 0.0025 の白色雑音とし閉ループデータ取得実験ごとに異なるものを閉ループに印加する。また閉ループデータ取得時には参照信号 $r^{(1)}(t)$, $r^{(2)}(t)$ に交互にステップ指令を与え, CbT や FCbT による相互相関関数の計算で用いるデータのシフト数 $l = 20$ とする。

フィードバック制御器の構造は文献 [2] と同様, 多変数 PI 制御器

$$\mathbf{C}_e(\boldsymbol{\rho}_e) = \begin{bmatrix} \frac{\rho_e^{(1)} + \rho_e^{(2)} q^{-1}}{1 - q^{-1}} & \frac{\rho_e^{(3)} + \rho_e^{(4)} q^{-1}}{1 - q^{-1}} \\ \frac{\rho_e^{(5)} + \rho_e^{(6)} q^{-1}}{1 - q^{-1}} & \frac{\rho_e^{(7)} + \rho_e^{(8)} q^{-1}}{1 - q^{-1}} \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

を設定し, 初期フィードバック制御器パラメータを

$$\boldsymbol{\rho}_{e0}^T = [\rho_{e0}^{(1)}, \rho_{e0}^{(2)}, \rho_{e0}^{(3)}, \rho_{e0}^{(4)}, \rho_{e0}^{(5)}, \rho_{e0}^{(6)}, \rho_{e0}^{(7)}, \rho_{e0}^{(8)}] = [1, -0.99, 0.1, -0.099, -1, 0.99, 1, -0.99]$$

とする。また参照モデル \mathbf{M}_{ed} (カットオフ周波数 5.108rad/s, 1 次のローパス特性の連続時間伝達関数を零次ホールド近似によって離散化したもの) は

$$\mathbf{M}_{ed} = \begin{bmatrix} \frac{0.4q^{-1}}{1 - 0.6q^{-1}} & 0 \\ 0 & \frac{0.4q^{-1}}{1 - 0.6q^{-1}} \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

としたが, 今回挙げたフィードバック制御器のシミュレーション条件は文献 [2] と同一のものである。

一方, フィードフォワード制御器は

$$\mathbf{C}_r(\boldsymbol{\rho}_r) = \begin{bmatrix} \rho_r^{(1)} q^{-1} + \rho_r^{(2)} & \rho_r^{(3)} q^{-1} + \rho_r^{(4)} \\ \rho_r^{(5)} q^{-1} + \rho_r^{(6)} & \rho_r^{(7)} q^{-1} + \rho_r^{(8)} \end{bmatrix} \mathbf{M}_{rd} \quad (6.5)$$

のような構造を設定し, 初期フィードフォワード制御器パラメータを

$$\boldsymbol{\rho}_{r0}^T = [\rho_{r0}^{(1)}, \rho_{r0}^{(2)}, \rho_{r0}^{(3)}, \rho_{r0}^{(4)}, \rho_{r0}^{(5)}, \rho_{r0}^{(6)}, \rho_{r0}^{(7)}, \rho_{r0}^{(8)}] = [-0.99, 1, -0.99, 1, -0.99, 1, -0.99, 1]$$

とする。参照モデル \mathbf{M}_{rd} はカットオフ周波数 2rad/s, 1 次のローパス特性の連続時間伝達関数を零次ホールド近似によって離散化した

$$\mathbf{M}_{rd} = \begin{bmatrix} \frac{0.1813q^{-1}}{1 - 0.8187q^{-1}} & 0 \\ 0 & \frac{0.1813q^{-1}}{1 - 0.8187q^{-1}} \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

を指定する。

6.2 設計結果：フィードバック制御器

本節では2つの数値例によるFCbT適用結果を示す. 合わせて従来法であるCbT, VRFT との比較も行う.

6.2.1 数値例:1 (フィードバック制御器設計)

制御対象を(6.1)式の P_1 として前節のシミュレーション条件に沿ってフィードバック制御器を設計する. 6.1節で述べたシミュレーション条件により初期のフィードバック制御器 $C_e(\rho_{e0})$ による P_1 の閉ループ系を構成し, 閉ループ入出力データ $u_{e0}(t)$, $y_{e0}(t)$ を得た. 図6.1に初期の出力応答などを示す.

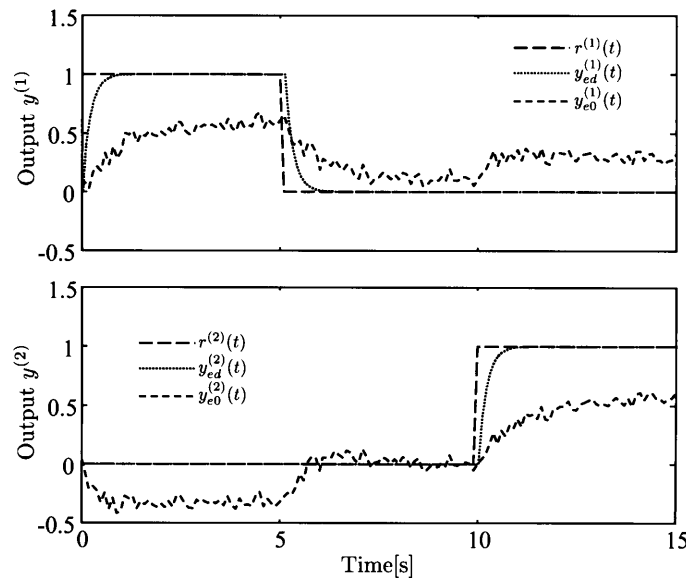


図 6.1: 参照信号 $r(t)$, 所望の応答 $y_{ed}(t)$, 初期の出力応答 $y_{e0}(t)$ (P_1)

図6.1を見てもわかるように, 初期の制御器による閉ループ応答は制御仕様として与えた所望の応答 $y_{ed}(t)$ を達成できていない. 得られたデータに対しCbTと第5章で提案したFCbTの2通りで所望の応答を実現するような制御器パラメータを求めていく.

まず, CbTの調整ではガウス・ニュートン法を20回実行し, その計算ごとに得られた制御器を実装した閉ループデータ取得実験を合計40回行った結果, 評価関数 $\bar{J}(\rho_e)$ の値は1.62から 2.93×10^{-5} に収束し, フィードバック制御器 $C_e(\rho_{e*})$ として(6.7)式を得た. 一方, 提案手法では初期の制御器で閉ループデータ取得実験を1回を行い, オフラインによるガウス・ニュートン法(5.10)式による制御器パラメータ更新を20回繰

り返した結果, 評価関数 $\bar{J}_{\tilde{r}}(\rho_e)$ の値は 1.65 から 1.11×10^{-5} に収束し, (6.8) 式の制御器を得た.

$$C(\rho_{e*}) = \begin{bmatrix} \frac{3.38-3.06q^{-1}}{1-q^{-1}} & \frac{-2.69+2.44q^{-1}}{1-q^{-1}} \\ \frac{2.42-2.23q^{-1}}{1-q^{-1}} & \frac{6.65-6.00q^{-1}}{1-q^{-1}} \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

$$C(\tilde{\rho}_{e*}) = \begin{bmatrix} \frac{3.35-3.03q^{-1}}{1-q^{-1}} & \frac{-2.70+2.44q^{-1}}{1-q^{-1}} \\ \frac{2.14-1.94q^{-1}}{1-q^{-1}} & \frac{6.74-6.10q^{-1}}{1-q^{-1}} \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

これらの制御器で閉ループを構成した際の出力結果を図 6.2, 図 6.3 に示す. 結果か

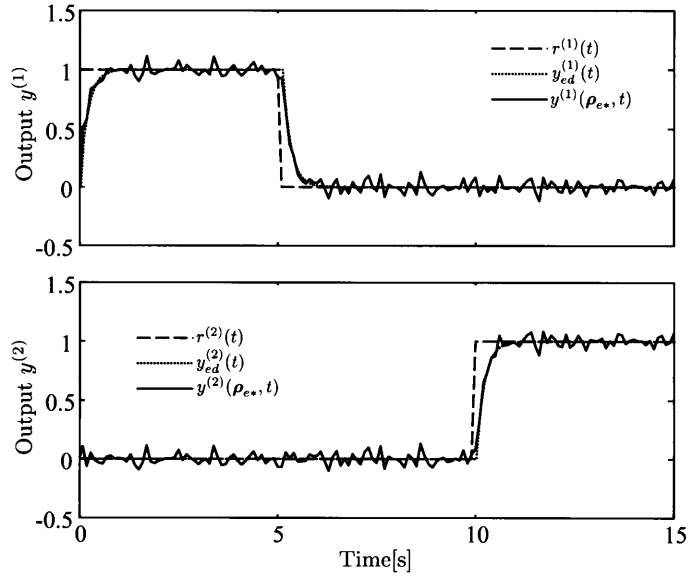


図 6.2: CbT 調整後の $C_e(\rho_{e*})$ による閉ループ出力応答結果 (P_1)

ら, 比較的大きな観測雑音が印加されているが, FCbT では CbT と比べ閉ループデータ取得回数を 40 回から 1 回へと大幅に低減しても性能としてほぼ同等のものを得ることができた. ちなみに, IFT において 20 回のガウス・ニュートン法による制御器パラメータ更新を行う場合, $(2 \times 2 + 1) \times 20 = 100$ 回の閉ループデータ取得実験が必要となる. 実際, コストや時間の観点から大規模なシステムほど多数回の閉ループデータ取得実験は困難となるため, 提案する FCbT は大きな意義を持っている. ここで CbT と FCbT の評価関数は異なるため, 定量的に評価するために閉ループ出力誤差の二乗和

$$J_{SSOE} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (\mathbf{y}(\rho_e, t) - \mathbf{y}_{ed}(t))^T (\mathbf{y}(\rho_e, t) - \mathbf{y}_{ed}(t)) \quad (6.9)$$

の値を比較する. 最終的閉ループによる (6.10) 式の値は CbT では $J_{SSOE} = 3.45 \times 10^{-5}$ であるのに対し, 本手法では $J_{SSOE} = 4.13 \times 10^{-5}$ とあまり差のない結果となった. ここでは CbT と FCbT との性能の優劣ではなく, ほぼ同様の制御器調整をわずか 1 回の閉ループデータ取得実験により行えることを強調したい.

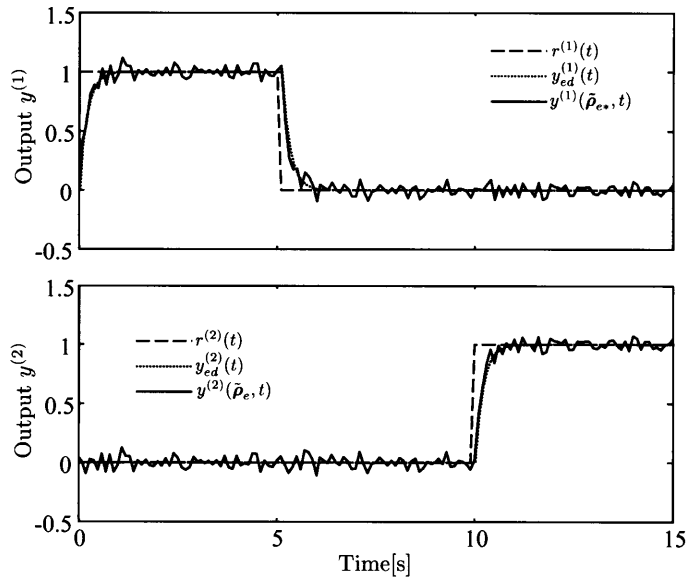


図 6.3: FCbT 調整後の $C_e(\tilde{\rho}_{e*})$ による閉ループ出力応答結果 (P_1)

6.2.2 数値例:2 (フィードバック制御器設計)

制御対象を, (6.2) 式を制御周期 T_s で離散化したモデル P_2 として前節のシミュレーション条件に沿ってフィードバック制御器を設計する. 6.1 節で述べたシミュレーション条件により初期のフィードバック制御器 $C_e(\rho_{e0})$ による P_2 の閉ループ系を構成し, 閉ループ入出力データ $\mathbf{u}_{e0}(t)$, $\mathbf{y}_{e0}(t)$ を得た. 図 6.4 に初期の出力応答などを示す.

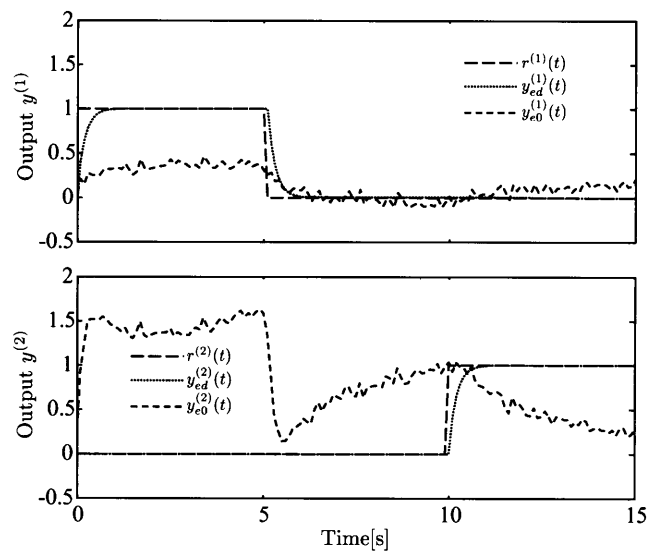


図 6.4: 参照信号 $\mathbf{r}(t)$, 所望の応答 $\mathbf{y}_{ed}(t)$, 初期の出力応答 $\mathbf{y}_{e0}(t)$ (P_2)

図 6.4 を見てもわかるように, 初期の制御器による閉ループ応答は制御仕様として与え

た所望の応答 $y_{ed}(t)$ を達成できていない。得られたデータに対し CbT と第5章で提案した FCbT の2通りで所望の応答を実現するような制御器パラメータを求めていく。

まず, CbT の調整ではガウス・ニュートン法を40回実行し, その計算ごとに得られた制御器を実装した閉ループデータ取得実験を合計80回行った結果, 評価関数 $\bar{J}(\rho_e)$ の値は6.94から 3.62×10^{-5} に収束し, フィードバック制御器 $C_e(\rho_{e*})$ として(6.10)式を得た。一方, 提案手法 FCbT では初期の制御器で閉ループデータ取得実験を1回を行い, ガウス・ニュートン法(5.10)式による制御器パラメータ更新を40回繰り返した結果, 評価関数 $\bar{J}_{\tilde{r}}(\rho_e)$ の値は6.97から 9.36×10^{-4} に収束し, (6.11)式の制御器を得た。

$$C(\rho_{e*}) = \begin{bmatrix} \frac{3.47 \times 10^{-1} - 5.42 \times 10^{-2} q^{-1}}{1 - q^{-1}} & \frac{3.75 \times 10^{-1} - 2.58 \times 10^{-1} q^{-1}}{1 - q^{-1}} \\ \frac{1.95 \times 10^1 - 1.89 \times 10^1 q^{-1}}{1 - q^{-1}} & \frac{-2.66 + 1.75 q^{-1}}{1 - q^{-1}} \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

$$C(\tilde{\rho}_{e*}) = \begin{bmatrix} \frac{4.17 \times 10^{-1} - 1.23 \times 10^{-1} q^{-1}}{1 - q^{-1}} & \frac{6.21 \times 10^{-1} - 4.95 \times 10^{-1} q^{-1}}{1 - q^{-1}} \\ \frac{1.90 \times 10^1 - 1.85 \times 10^1 q^{-1}}{1 - q^{-1}} & \frac{-2.94 + 1.96 q^{-1}}{1 - q^{-1}} \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

つぎにこれらの制御器で閉ループを構成した際の実験結果を図6.5, 図6.6に示す。

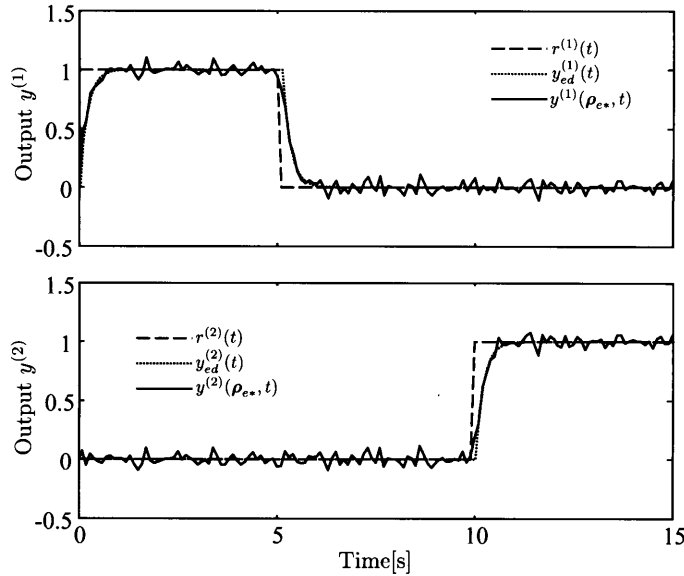
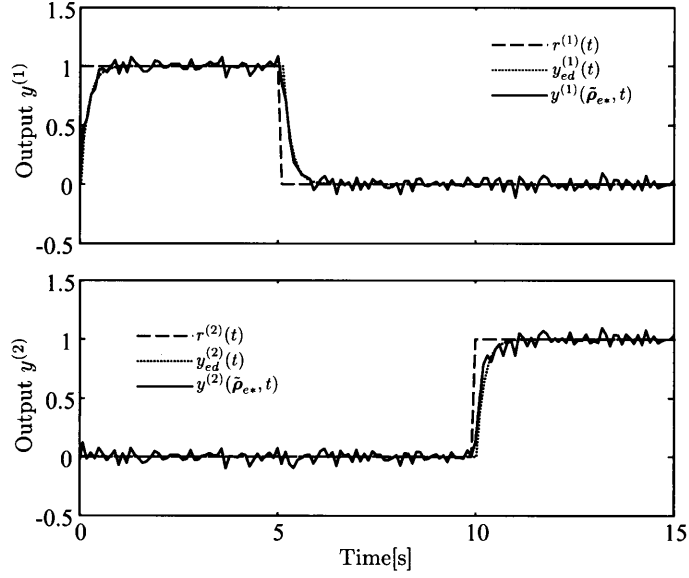


図 6.5: CbT 調整後の $C_e(\rho_{e*})$ による閉ループ出力応答結果 (P_2)

結果から, 比較的大きな観測雑音が付加されており制御対象 P_2 の動特性が5次と複雑なため, (6.10)式で定義した閉ループ出力誤差を比較すると, CbT では $J_{SSOE} = 3.84 \times 10^{-5}$ であるのに対し, 本手法では $J_{SSOE} = 9.36 \times 10^{-5}$ のように多少の差が生じた。そこで5.3節で記述した観測雑音に対する考慮を設計の際に行った。2回の閉ループデータ取得と40回の制御器更新によって得られたフィードバック制御器による閉ループ


 図 6.6: FCbT 調整後の $C_e(\tilde{\rho}_{e*})$ による閉ループ出力応答結果 (P_2)

プ出力誤差は $J_{SSOE} = 5.75 \times 10^{-5}$ と減少した. 制御器 $C(\tilde{\rho}_{e*})$ としても

$$C(\tilde{\rho}_{e*}) = \begin{bmatrix} \frac{3.81 \times 10^{-1} - 9.42 \times 10^{-2} q^{-1}}{1 - q^{-1}} & \frac{5.13 \times 10^{-1} - 3.97 \times 10^{-1} q^{-1}}{1 - q^{-1}} \\ \frac{1.90 \times 10^1 - 1.85 \times 10^1 q^{-1}}{1 - q^{-1}} & \frac{-3.20 + 2.24 q^{-1}}{1 - q^{-1}} \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

のように, (6.11) 式と比べ (6.10) 式のパラメータに近づいていることがわかる. 得られた応答結果としてはさほど目に見える差がないため, 図は省略する.

つづいて FCbT による周波数領域での結果について述べる. FCbT を用いて得られた閉ループ特性 $\mathcal{T}(\tilde{\rho}_{e*})$ と所望の特性である参照モデル M_{ed} を示した周波数特性ボード線図を図 6.7 に示す. 図 6.7 から, 対角要素 $\mathcal{T}^{(11)}(\tilde{\rho}_{e*})$, $\mathcal{T}^{(22)}(\tilde{\rho}_{e*})$ はそれぞれ与えた参照モデルの特性を近似し, 非対角要素 $\mathcal{T}^{(12)}(\tilde{\rho}_{e*})$, $\mathcal{T}^{(21)}(\tilde{\rho}_{e*})$ は -30dB 以下に抑えられ, 非干渉化が実現できているといえる. そして本来最小化すべき評価関数である $J_{MR}(\rho_e)$ (2.10) 式を周波数領域においても最小化していることがわかる.

次に MIMO システムへの適用がなされているデータ駆動型設計法の一つ, VRFT との比較について示す. このとき指定する参照モデルを

$$M_{ed} = \begin{bmatrix} \frac{0.1813q^{-1}}{1 - 0.8187q^{-1}} & 0 \\ 0 & \frac{0.4q^{-1}}{1 - 0.6q^{-1}} \end{bmatrix} \quad (6.13)$$

のように対角要素が異なる M_{ed} を与える. なぜなら, MIMO システムにおける VRFT では本来の評価関数 $J_{MR}(\rho_e)$ (2.10) を最小化するために必要なデータのプレフィルタリングに理論的根拠が無く [5], 対角要素が異なる場合についても「VRFT の評価関数を最小化することで“何らかの意味で”本来の評価関数 $J_{MR}(\rho_e)$ を最小化している。」とし

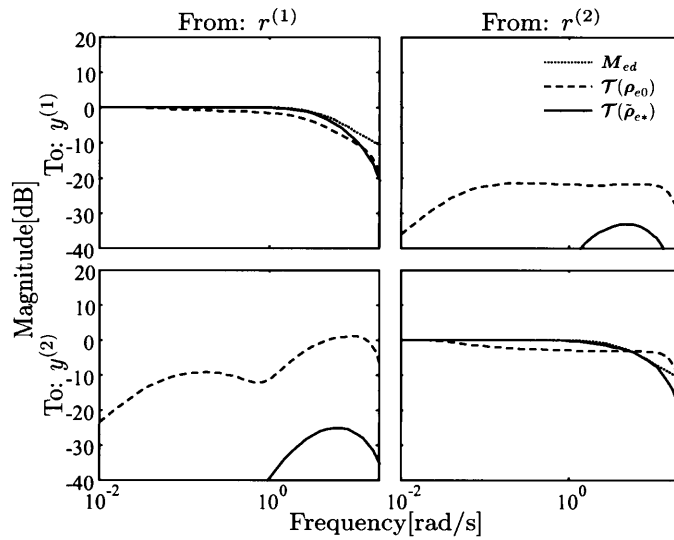


図 6.7: 参照モデル M_{ed} , 初期の特性 $\mathcal{T}(\rho_{e0})$, FCbT 調整後 $\mathcal{T}(\check{\rho}_{e*})$

か言及されていないからである。以下に VRFT, FCbT それぞれで設計された結果について示す。VRFT の詳細については参考文献 [5] を参照されたい。また VRFT では一組の開ループデータを用い最小二乗法で制御器を設計するため、データ取得の際の入力 $\mathbf{u}(t)$ は白色雑音を各入力 $u^{(1)}(t)$, $u^{(2)}(t)$ に交互に印加して出力 $\mathbf{y}(t)$ を得ることとする。図 6.8 に VRFT, 図 6.9 に FCbT でフィードバック制御器を設計し、実装した結果を載せる。

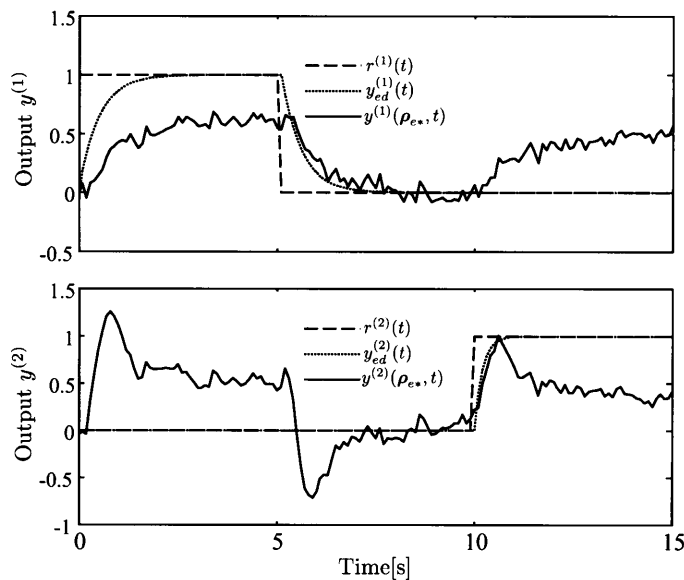


図 6.8: VRFT 設計後の $C_e(\rho_{e*})$ による閉ループ出力応答結果 (P_2)

ここで FCbT では一回のデータ取得と 40 回のガウス・ニュートン法による制御器パラ

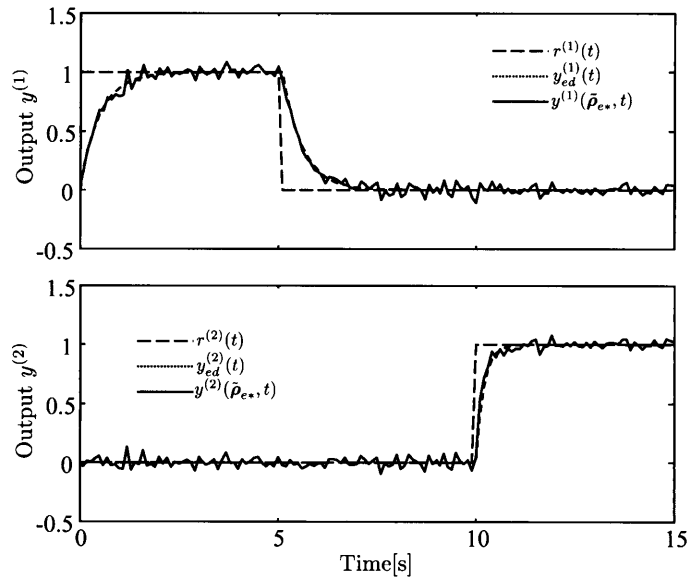


図 6.9: FCbT 調整後の $C_e(\tilde{\rho}_{e*})$ による閉ループ出力応答結果 (参照モデル変更)

メータ更新によって準最適制御器 $C_e(\tilde{\rho}_{e*})$ を得た。結果から提案する FCbT では参照モデル M_{ed} の対角要素が異なるものであっても良好に準最適な制御器を導出できているのに対し、従来法の VRFT では不完全な設計が行われ、所望の応答への追従と非干渉化の仕様を満たすことができていない。このことから提案する FCbT は設計の際指定できる参照モデルのクラスが広く、有用であるといえる。

6.3 設計結果：フィードフォワード制御器

本節では2つの数値例による FCbT 適用結果を示す。また SISO システムのフィードフォワード制御器設計の際に述べた数学モデルの簡易閉ループ同定についても記述する。また閉ループデータ取得のときに初期のフィードフォワード制御器 $C_r(\rho_{r0})$ による二自由度制御系を構成するが、その際用いるフィードバック制御器 C_e は FCbT によって得られた準最適制御器 $C_e(\tilde{\rho}_{e*})$ と、前節のフィードバック制御器設計における初期の制御器 $C_e(\rho_{e0})$ の2つの例について行う。

6.3.1 数値例:1 (フィードフォワード制御器設計)

制御対象を (6.1) 式の P_1 として 6.1 節のシミュレーション条件に沿ってフィードフォワード制御器を設計する。

(a.) $C_e = C_e(\tilde{\rho}_{e*})$ の場合 初期フィードフォワード制御器と準最適フィードバック制御器での二自由度制御系を構成し、参照信号 $\mathbf{r}(t)$ を系に印加したときの閉ループ入出力データ $\mathbf{u}_{r0}(t)$, $\mathbf{y}_{r0}(t)$ を使って FCbT によりフィードフォワード制御器を設計した。このときガウス・ニュートン法 (5.21) 式による制御器パラメータ更新を 20 回繰り返した結果、評価関数 $\bar{J}_{\tilde{\mathbf{r}}}(\rho_r)$ の値は 1.57×10^{-2} から 1.19×10^{-5} に収束し、(6.14) 式の制御器を得た。

$$C_r(\rho_{r*}) = \begin{bmatrix} -4.56q^{-1} + 5.04 & 3.65q^{-1} - 4.03 \\ -2.85q^{-1} + 3.15 & -9.12q^{-1} + 1.00 \times 10^1 \end{bmatrix} M_{rd} \quad (6.14)$$

また図 6.10 に得られた制御器 $C_r(\tilde{\rho}_{r*})$ による出力応答結果を示すが、用いたフィードバック制御器の性能が良いため初期の応答 $\mathbf{y}_{r0}(t)$ と所望の応答 $\mathbf{y}_{rd}(t)$ に少しの差しかない。そのため示す結果には見易さのため観測雑音を除いて表示する。

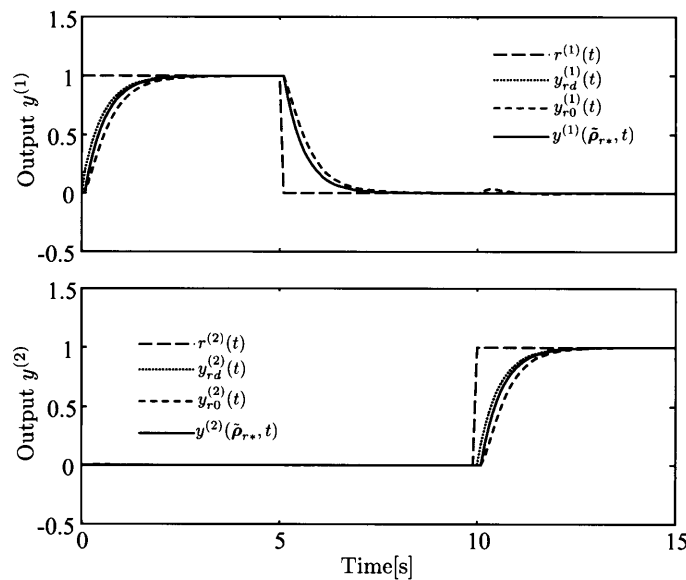


図 6.10: FCbT 調整後の $C_r(\tilde{\rho}_{r*})$ による閉ループ出力応答結果 1 (P_1 , (a.) の場合)

図 6.10 から、初期の二自由度制御系による応答 $\mathbf{y}_{r0}(t)$ は 0 秒と 5 秒、10 秒付近で別の参照信号 $\mathbf{r}(t)$ による干渉が少しみられ、応答も所望の応答 $\mathbf{y}_{rd}(t)$ と比べて遅れているが、FCbT を用いた制御器調整後の応答 $\mathbf{y}(\rho_{r*}, t)$ では非干渉化と所望の応答への追従が達成されており、FCbT によって有効にフィードフォワード制御器を調整できたといえる。

(b.) $C_e = C_e(\rho_{e0})$ の場合 初期フィードフォワード制御器と適当なフィードバック制御器 ($C_e(\rho_{e0})$) での二自由度制御系を構成し、そのとき得られた閉ループ入出力データ $\mathbf{u}_{r0}(t)$, $\mathbf{y}_{r0}(t)$ を使って FCbT によりフィードフォワード制御器を設計した。このと

きガウス・ニュートン法 (5.21) 式による制御器パラメータ更新を 20 回繰り返した結果、評価関数 $\bar{J}_{\tilde{\rho}}(\rho_r)$ の値は 1.66 から 1.42×10^{-5} に収束し、(6.15) 式の制御器を得た。

$$\mathbf{C}_r(\rho_{r*}) = \begin{bmatrix} -6.62q^{-1} + 7.41 & 6.16q^{-1} - 6.81 \\ -5.72q^{-1} + 6.24 & -1.42 \times 10^1 q^{-1} + 1.57 \times 10^1 \end{bmatrix} \mathbf{M}_{rd} \quad (6.15)$$

そして図 6.11 に得られた制御器 $\mathbf{C}_r(\tilde{\rho}_{r*})$ による出力応答結果を示す。(b.) の場合も (a.)

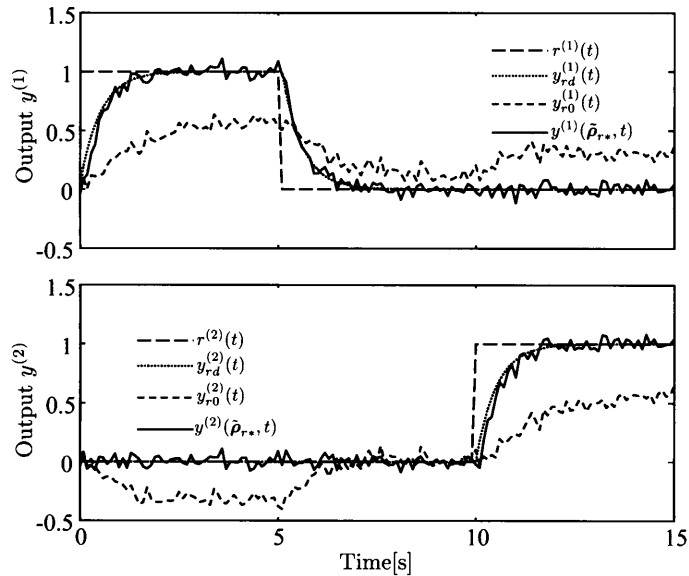


図 6.11: FCbT 調整後の $\mathbf{C}_r(\tilde{\rho}_{r*})$ による閉ループ出力応答結果 2 (\mathbf{P}_1 , (b.) の場合)

と同様に FCbT によって精度良く望みの応答を達成するような準最適フィードフォワード制御器 $\mathbf{C}_r(\tilde{\rho}_{r*})$ を得ることができた。

数学モデルベースの制御系設計では MIMO システムの場合も、モデル \mathbf{P}_m を用いてフィードフォワード制御器をモデルマッチング問題の解 $\mathbf{C}_r = \mathbf{P}_m^{-1} \mathbf{M}_{rd}$ として得ている。よって FCbT によってフィードフォワード制御器 $\mathbf{C}_r(\tilde{\rho}_{r*})$ を得てから

$$\mathbf{P}_m = \mathbf{M}_{rd} \mathbf{C}_r(\tilde{\rho}_{r*})^{-1} \quad (6.16)$$

のように制御対象の数学モデルを“同定”することができる。つまり FCbT を利用し簡易な閉ループ同定が可能ということである。図 6.12 に先ほどの (a.) (b.) の条件によって得られた制御対象モデルを \mathbf{P}_{1m1} , \mathbf{P}_{1m2} として制御対象 \mathbf{P}_1 の動特性 (6.1) 式と周波数領域において比較したボード線図を示す。

(a.) の場合については、準最適フィードバック制御器 $\mathbf{C}_e(\tilde{\rho}_{e*})$ での閉ループが良好に設計され制御対象の補償を行うため、得られた出力データに制御対象の動特性があまり反映されず、結果得られたモデル \mathbf{P}_{1m1} は制御対象 \mathbf{P}_1 を表現しきれていない。しかし

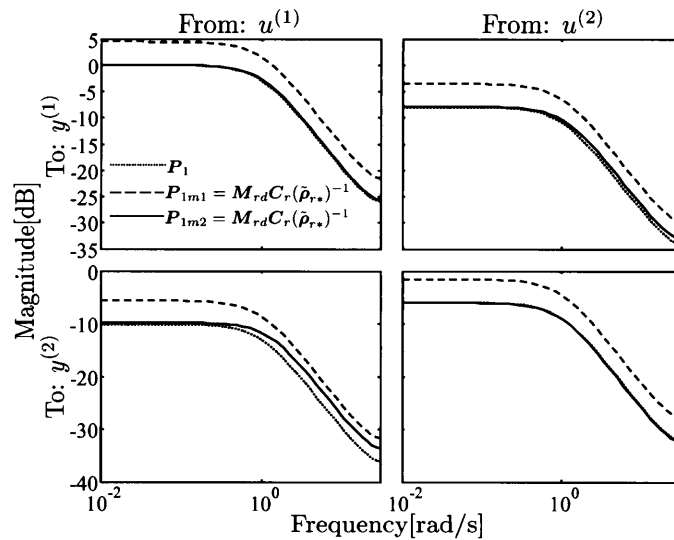


図 6.12: FCbT による数学モデル P_1 同定結果: 周波数特性ボード線図

ながら、フィードフォワード制御器設計の仕様は参照信号 $r(t)$ から閉ループ出力 $y(\rho, t)$ までを所望の応答に指定することであるため、この場合設計仕様は満足しているため問題はない。一方 (b.) の場合はフィードバック制御器の補償が貧弱であるため、この簡易な閉ループ同定で制御対象の動特性を模擬できている。FCbT を用いた閉ループ同定を行う場合には、一般的な閉ループ同定と同様特別な配慮が必要となるであろう。

6.3.2 数値例:2 (フィードフォワード制御器設計)

本小節では制御対象を (6.2) 式を制御周期 T_s で離散化したモデル P_2 として前節のシミュレーション条件に沿ってフィードフォワード制御器を設計する。 P_2 は P_1 と比べ動特性が複雑であるため、(b.) の場合で用いるフィードフォワード制御器の初期値を 6.2.1 節の条件とすると設計の際初期値の問題で局所解に陥ってしまい、うまく FCbT で設計することができなかった。そのためフィードフォワード制御器の初期値を条件 (a.) で得られたフィードフォワード制御器パラメータから更新を行うこととする。

(a.) $C_e = C_e(\bar{\rho}_{e*})$ の場合 初期フィードフォワード制御器と準最適フィードバック制御器での二自由度制御系を構成し、参照信号 $r(t)$ を系に印加したときの閉ループ入出力データ $u_{r0}(t)$, $y_{r0}(t)$ を使って FCbT によりフィードフォワード制御器を設計した。このときガウス・ニュートン法 (5.21) 式による制御器パラメータ更新を 20 回繰り返した結果、評価関数 $\bar{J}_{\bar{r}}(\rho_r)$ の値は 1.73×10^{-2} から 9.21×10^{-6} に収束し、(6.17) 式の制

御器を得た.

$$\mathbf{C}_r(\boldsymbol{\rho}_{r*}) = \begin{bmatrix} -0.048q^{-1} + 0.488 & -0.342q^{-1} + 0.507 \\ -28.1q^{-1} + 29.0 & 2.86q^{-1} - 4.17 \end{bmatrix} \mathbf{M}_{rd} \quad (6.17)$$

また図 6.13 に得られた制御器 $\mathbf{C}_r(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_{r*})$ による出力応答結果を示すが, 用いたフィードバック制御器の性能が良いため初期の応答 $\mathbf{y}_{r0}(t)$ と所望の応答 $\mathbf{y}_{rd}(t)$ に少しの差しかない. そのため示す結果には見易さのため観測雑音を除いて表示する.

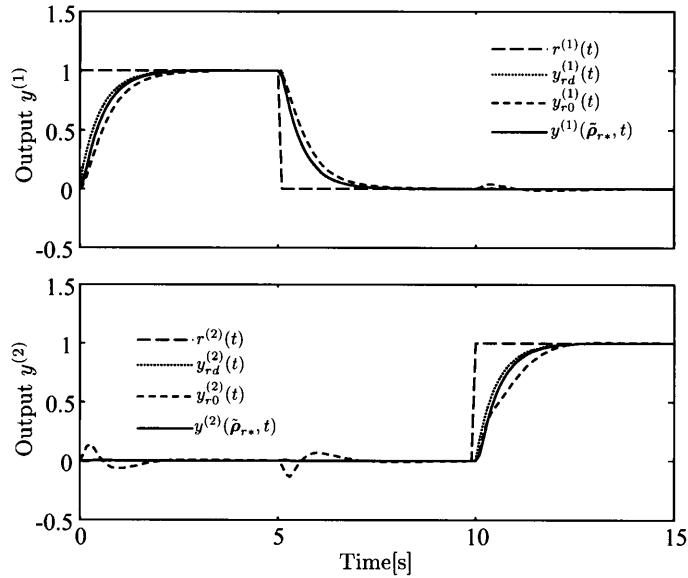


図 6.13: FCbT 調整後の $\mathbf{C}_r(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_{r*})$ による閉ループ出力応答結果 1 (\mathbf{P}_2 , (a.) の場合)

図 6.13 から, 初期の二自由度制御系による応答 $\mathbf{y}_{r0}(t)$ は 0 秒と 5 秒, 10 秒付近で別の参照信号 $\mathbf{r}(t)$ による干渉がみられ, 応答も所望の応答 $\mathbf{y}_{rd}(t)$ と比べて遅れているが, FCbT を用いた制御器調整後の応答 $\mathbf{y}(\boldsymbol{\rho}_{r*}, t)$ では非干渉化と所望の応答への追従が達成されており, 複雑な動特性をもつ \mathbf{P}_2 でも FCbT によって有効にフィードフォワード制御器を調整できたといえる.

(b.) $\mathbf{C}_e = \mathbf{C}_e(\boldsymbol{\rho}_{e0})$ の場合 初期フィードフォワード制御器と適当なフィードバック制御器 ($\mathbf{C}_e(\boldsymbol{\rho}_{e0})$) での二自由度制御系を構成し, そのとき得られた閉ループ入出力データ $\mathbf{u}_{r0}(t)$, $\mathbf{y}_{r0}(t)$ を使って FCbT によりフィードフォワード制御器を設計した. このときガウス・ニュートン法 (5.21) 式による制御器パラメータ更新を 20 回繰り返した結果, 評価関数 $\bar{J}_{\tilde{\mathbf{r}}}(\boldsymbol{\rho}_r)$ の値は 5.51×10^1 から 5.38×10^{-5} に収束し, (6.18) 式の制御器を得た.

$$\mathbf{C}_r(\boldsymbol{\rho}_{r*}) = \begin{bmatrix} -0.080q^{-1} + 0.534 & -0.807q^{-1} + 0.507 \\ -47.7q^{-1} + 49.1 & 6.32q^{-1} - 8.59 \end{bmatrix} \mathbf{M}_{rd} \quad (6.18)$$

そして図 6.11 に得られた制御器 $\mathbf{C}_r(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_{r*})$ による出力応答結果を示す. (b.) の場合も (a.)

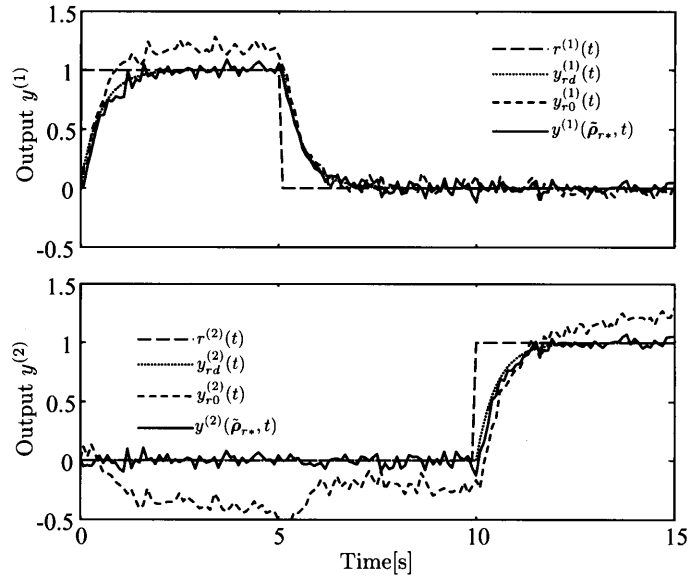


図 6.14: FCbT 調整後の $C_r(\tilde{\rho}_{r*})$ による閉ループ出力応答結果 2 (P_2 , (b.) の場合)

と同様に P_2 の場合においても FCbT によって精度良く望みの応答を達成するような準最適フィードフォワード制御器 $C_r(\tilde{\rho}_{r*})$ を得ることができた。

次に**数値例:1**と同様に FCbT によるフィードフォワード制御器設計から制御対象の数学モデル P_{2m} を (6.17) 式から導出する。(a.)(b.) の条件によって得られた制御対象モデルを P_{2m1} , P_{2m2} として制御対象 P_2 の動特性 (6.2) 式と周波数領域において比較したボード線図を図 6.15 に示す。(a.) の場合については、準最適フィードバック制御

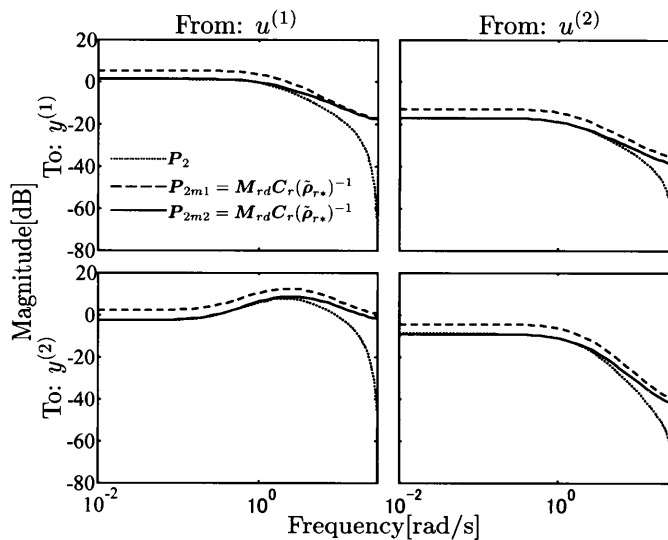


図 6.15: FCbT による数学モデル P_2 同定結果: 周波数特性ボード線図

器 $C_e(\tilde{\rho}_{e*})$ での閉ループが良好に設計され制御対象の補償を行うため、得られた出力

データに制御対象の動特性があまり反映されず、結果得られたモデル P_{2m1} は制御対象 P_2 を表現しきれていない。しかしながら、フィードフォワード制御器設計の仕様は参照信号 $r(t)$ から閉ループ出力 $y(\rho, t)$ までを所望の応答に指定することであるため、この場合設計仕様は満足しているため問題はない。一方 (b.) の場合はフィードバック制御器の補償が貧弱であるため、この簡易な閉ループ同定で制御対象の動特性を模擬できている。FCbT を用いた閉ループ同定を行う場合には、一般的な閉ループ同定と同様特別な配慮が必要となるであろう。またさらに複雑な動特性をもつ制御対象でフィードバック制御器の補償が弱い場合に FCbT によるフィードフォワード制御器設計で制御仕様を満足するためには、必然的にフィードフォワード制御器による補償分が増えることが予想され、またフィードフォワード制御器が制御帯域までの補償に十分な動特性を持つ必要がある。そのため構造が (6.5) 式の場合、制御対象の逆システムを最低限模擬できるフィードフォワード制御器の次数を選定する作業を要すると考えられる。(6.5) 式以外の構造を与えた場合は、あらかじめ分母多項式、分子多項式ともに十分な次数を与えておけばよいであろう。

第7章 結言

本研究では、線形時不変一入力一出力、多入力多出力システム(正方の場合に限る)に対してシステムの数学モデルを用いることなく、システムより得られる一組の入出力データを用いてフィードバック特性、目標値応答特性を所望の特性に整形する二自由度制御器パラメータを得る手法としてFCbTを新たに提案した。提案法の従来のデータ駆動型制御系設計と比較して優れている点は多数回のデータ取得実験を必要とせず、一入力一出力、多入力多出力を問わず一度の取得データにより制御器の準最適パラメータをオフライン推定できることである。また一般的なモデルベース制御系設計法と比較して制御器の次数を任意で指定できる点や、モデルベース制御系設計による多入力出力システムの非干渉制御はモデル化誤差に敏感であるため、提案法はその弱点を補償、または克服する可能性がある。また多入力多出力システムへの拡張にあたって従来法ではなされていないフィードフォワード制御器の設計や、得られたパラメータの最適性に関して周波数領域での定量的な解析を示した。またFCbTではCbT以外の従来法と同様に、導出する制御器パラメータに観測雑音によるバイアスが生じるが、2回の取得データを用いることによって簡易的に観測雑音のバイアスを除く方法について述べた。観測雑音の影響について従来法ではあまり議論されておらず、有用な点として挙げられる。そして一入力一出力システムでは従来法による結果とFCbTを比較したシミュレーションおよび実験結果を示し、多入力多出力システムにおいても従来法による結果とFCbTを比較したシミュレーション結果を示すことにより、この手法の有用性を確認することが出来た。表7.1に提案したFCbTと各手法の特徴をまとめる。

なお、今後の課題としては以下の点が挙げられよう。まず一点目に、今回は多入力多出力の実験システムが用意できなかったため、実験においてFCbTの有効性を確認すべきである。二点目に、本研究では入出力データを得る際の参照信号をステップ指令のみを印加して行っていたが、初期に得た入出力データが制御仕様を満たすような制御器パラメータ調整に必要かつ十分な制御対象の情報を含むための定量的、理論的な解析が必要である。三点目に、制御器調整後も制御系の安定性が保持されるような改良も課題となる。四点目に、非最小位相系や非正方システムへの拡張も大きな課題

表 7.1: 各手法の特徴 2

	解法	データ取得回数	MIMO への拡張	観測雑音への耐性
FCbT	非線形最適化法	1 回	○	△
IFT	非線形最適化法	$(n_u \times n_y + 1)i$ 回	○	×
VRFT	最小二乗法	1 回	△	△
FRIT	非線形最適化法	1 回	×	×
CbT	非線形最適化法	$2 \times i$ 回	○	○

であろう。五点目としては、提案手法で考えている最適化問題は局所最適解に陥る可能性がある。それを回避するための初期パラメータの選択や非線形最適化法での工夫、大域的最適解を得るため制御器導出に最小二乗法を適用するなどの必要があるだろう。最後に、線形時変システムや非線形要素を含む場合への拡張や、制御器パラメータをオンラインで適応的に設計することが課題として挙げられる。

これら超えなければならない問題はいくつかあるが、本研究の内容は、主に多入出力システムに対して 1 回の入出力データ取得により実用上きわめて有効な制御器パラメータ調整の新しい方法を提案しており、実際の現場における制御器の調整において、時間や労力といったコストの削減の観点から有用な手法であるといえるだろう。

参考文献

- [1] H. Hjalmarsson, M. Gevers, S. Gunnarsson and O. Lequin: Iterative feedback tuning: Theory and applications; *IEEE Control System Magazine*, Vol. 18 pp. 26–41 (1998)
- [2] H. Hjalmarsson: Efficient tuning of linear multivariable controllers using iterative feedback tuning; *Int. J. Adapt. Control Signal Process.*, Vol. 13, pp. 553–572 (1999)
- [3] K. Hamamoto, T. Fukuda and T. Sugie: Iterative feedback tuning of controllers for a two-mass-spring system with friction; *Control Engineering Practice*, Vol. 11, pp. 1061–1068 (2003)
- [4] M. C. Campi, A. Lecchini and S. M. Savaresi: Virtual Reference Feedback Tuning (VRFT): A direct method for the design of feedback controllers; *Automatica*, Vol. 38, pp. 1337–1346 (2002)
- [5] 中本 政志: VRFT を応用した多変数のプロセス制御系の調整; 計測自動制御学会論文集, Vol. 39, No. 10, pp. 924–932 (2003)
- [6] M. G. Safonov and T. C. Tsao: The unfalsified control concept and learning; *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, Vol. 42, No.6, pp. 843–847 (1997)
- [7] 相馬 将太郎, 金子 修, 藤井 隆雄: 一回の実験データを用いた制御器パラメータチューニングの新しいアプローチ –Fictitious Reference Iterative Tuning の提案; システム制御情報学会論文誌, Vol. 17, No. 12, pp. 528–536 (2004)
- [8] 金子 修, 吉田 恭子, 松本 和之, 藤井 隆雄: 一回の閉ループ実験データを用いた最小二乗法に基づく制御器パラメータチューニング –Fictitious Reference Iterative Tuning の拡張; システム制御情報学会論文誌, Vol. 18, No. 11, pp. 400–409 (2005)

- [9] A. Karimi, L. Mišković and D. Bonvin: Iterative correlation-based controller tuning; *Int. J. Adapt. Control Signal Process.*, Vol. 18, pp. 645–664 (2004)
- [10] L. Mišković, A. Karimi, D. Bonvin and M. Gevers: Correlation-based tuning of linear multivariable decoupling controller; Proc. of the joint CDC-ECC Conference 2005, Seville, Spain, pp. 7144–7149 (2005)
- [11] Wee Sit Lee, Brian D.O Anderson, Robert L.Kosut and Iven M.Y.Mareels: A New Approach to Adaptive Robust Control; *Int. J. Adapt. Control Signal Process.*, Vol. 7, pp. 183–211 (1993)
- [12] Arvin Dehghani, Alexander Lanzon and Brian D.O Anderson: An \mathcal{H}_∞ algorithm for the windsurfer approach to adaptive robust control; *Int. J. Adapt. Control Signal Process.*, Vol. 18, pp. 607–628 (2004)
- [13] R.A.De Callafon and P.M.J.Van Den Hof: Suboptimal Feedback Control by a Scheme of Iterative Identification and Control Design; *Mathematical Modelling of Systems*, Vol. 3, pp. 77–101 (1997)
- [14] 須田 信英: PID制御, 朝倉書店 (1992)
- [15] 足立 修一: MATLABによる制御のためのシステム同定, 東京電機大学出版局 (1996)
- [16] 足立 修一: MATLABによる制御のための上級システム同定, 東京電機大学出版局 (2004)
- [17] 長尾 智晴: 最適化アルゴリズム, 昭晃堂 (2000)
- [18] 美多 勉: H_∞ 制御, 昭晃堂 (1994)
- [19] 藤森 篤: ロバスト制御, コロナ社 (2001)
- [20] 劉康志, 羅正華: ロバスト最適制御, コロナ社 (1997)
- [21] 雨宮 好文, 佐藤 幸男: 信号処理入門, オーム社 (1987)

謝辞

本論文は、筆者の三重大学大学院 工学研究科 博士前期課程 電気電子工学専攻在学中における研究活動の成果を纏めたものであります。

本研究の遂行および本論文の作成にあたり、熱心な御指導と適切な御意見を賜りました三重大学教授 平井 淳之 先生に深く感謝いたします。また先生には機会のある度に研究者、技術者、そして社会人の先輩としてたいへん貴重な御意見を頂き、併せてこの場を借りて感謝いたします。

本研究の遂行および本論文の作成にあたり、適切な御指導と御助言を頂きました同大学助手 弓場井 一裕 先生に深く感謝いたします。また日頃から本研究の遂行および学生生活において、貴重な御意見を頂きました同大学助教授 駒田 諭 先生、同大学技術職員 中村 勝 氏に深く感謝いたします。

本論文の作成にあたり、査読頂き貴重な御意見を頂きました同大学教授 石田 宗秋 先生に深く感謝いたします。

本研究の遂行にあたり、制御理論グループの先輩として親身な御指導を頂きました同大学院博士後期課程卒業生 泉川 悠 氏、同大学院卒業生 日置 壮 氏、奥原 一紀 氏に感謝いたします。また日頃から貴重な御意見を頂きました同大学院卒業生 久田 高資 氏に感謝いたします。先輩方には私事においても御指導を頂き、深く感謝いたします。

研究室の同期として時には切磋琢磨し合い、時には互いを励まし合い、また時には馴れ合いながら研究を遂行してきた小田 尚平 君、作石 翼 君、中村 太 君、前川 悠生 君、宮崎 真吾 君、三輪 修靖 君には、共に研究室での生活が楽しく有意義に過ごせたことに感謝いたします。そして同じ研究グループとして共に研究を進め、貴重な経験を頂いた遠藤 広志 君、藪井 将太 君に感謝いたします。両君の今後の躍進を心より期待しております。

また、何かと至らない自分を受け入れ、多くのご協力を頂き、学部から大学院までの三年間の研究生活を充実したものにしてくれた電機システム研究室の皆さんに深く感謝いたします。電機システム研究室の更なる発展を心より願っております。

最後に、大学院まで進学する機会を与えて下さり、さらには何一つ不自由なく学生生活を送らせて頂いた家族に心から深く感謝いたします。

付録

付1. ステップパラメータ γ の設定

ガウス・ニュートン法の更新に現れた γ の設定について述べる。IFT, CbT とは異なり, FCbT は制御器パラメータ更新のための実験を一切することなく, 計算機によるオフライン演算のみでパラメータを求めることができる。したがって計算機の能力が高ければ, γ を十分に小さく設定し, より多くの繰り返しを行うことで準最適解に近い解へ収束させることができる。しかしながら実際に繰り返しの最初から最後までを小さな γ を用いてパラメータ更新をすることは繰り返しが必要以上に多くなってしまうため, たとえ計算機上といえども非効率である。一方, γ を大きく取ることにより準最適解から外れた値を持つてしまうのは, ステップサイズが大きすぎるために局所解を大きくまたいでしまうことになる。このことを回避しつつ, 収束速度を上げるために次のような方法を用いる。

まずある程度大きな γ を用いて制御器パラメータ更新を行う。ただし局所解にパラメータが近くなった際には, ステップサイズが大きいために $\bar{J}_r(\boldsymbol{\rho}_{(i+1)}) > \bar{J}_r(\boldsymbol{\rho}_{(i)})$ となってしまう場合がある。このような状況になった時, すなわちパラメータが現在のステップのスケールが大きすぎて局所解を越えてしまったときには, 1 ステップ前の制御器パラメータを新たに制御器パラメータの初期値とし, $0 < \alpha < 1$ なる α を用いて $\alpha\gamma$ を新たなステップパラメータとして, 局所解の近傍で精度を上げればよい。上の方策は非常に素朴であり通常の IFT, CbT でも行えるが, FCbT では制御器更新ごとにデータ取得実験を行う必要がないため, このようなことを実行しても時間やコストなどがかからないという点で精度の良い準最適解を効率的に得ることができる。

付2. FCbT (MATLAB プログラム)

本研究で提案した Fictitious Correlation-based Tuning (FCbT) による MIMO システムフィードバック制御器設計の MATLAB プログラムを記載する。SISO システムの二自由度制御器設計および MIMO システムのフィードフォワード制御器設計のプログラムについては紙面の都合上割愛する。

```

%%%%%%%%%%%%% Fictitious Correlation based Tuning %%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%% Multi-Input, Multi-Output System %%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%% Feedback Controller Tuning %%%%%%%%%%%%%%%

close all
clear all
format long e

load plant_LV100gas.mat %プラントの状態モデルのロード
load white_noise01.mat %ノイズデータのロード wn_out
load white_noise02.mat %ノイズデータのロード wn_out1
load white_noise11.mat %ノイズデータのロード wn_out2
load white_noise12.mat %ノイズデータのロード wn_out3

noise_cons_switch = 0;%ノイズ考慮のスイッチ 1...ON 0...OFF

T_s = 0.1;%サンプリング周期 [s]

time = 0:T_s:15;%時間 t [s]
N_1 = length(time);%データサンプル数

ref(1:N_1,1) = 0;
ref(1:5/T_s+1,1) = 1;
ref(1:N_1,2) = 0;
ref(10/T_s+1:N_1,2) = 1;%LV100gasturbine のときの参照入力 r(t)

```

```

ref_0 = ref;

len_z = length(ref(:,1));%参照入力のデータ数

%%%%%%%%%自分で設定(相互相関関数の個数 2*(zeta_kazu)+1)%%%%%%%%%
zeta_kazu = 20;
%%%%%%%%%

%%%%%%%%%ステップパラメータ%%%%%%%%%
Alpha = 0.5;% $\gamma$ の減少率
%%%%%%%%%

%%% 制御対象 %%%
z = tf('z',T_s);

%g_z_den = (1 - 0.9048*z^(-1));
%G_z = [0.09516*z^(-1)/g_z_den 0.03807*z^(-1)/g_z_den;
%      -0.02974*z^(-1)/(g_z_den 0.04758*z^(-1)/g_z_den)];
%モデルP_1

G_s = ss(a,b,c,d);%gas turbine engineモデル P_2
G_z = c2d(G_s,T_s,'tustin');%
G_z = minreal(G_z,1);

%初期の制御器(例)
K0_z = [(1-0.99*z^(-1))/(1-z^(-1)) (0.1-0.099*z^(-1))/(1-z^(-1));
        -(1-0.99*z^(-1))/(1-z^(-1)) (1-0.99*z^(-1))/(1-z^(-1))];
%%%%%%%%% 制御器パラメータの数は8個 %%%%%%%%%%

```

```

rho_0 = [1;-0.99;0.1;-0.099;-1;0.99;1;-0.99];%初期制御器パラメータ

PARAMETER_NUMBER = length(rho_0); %パラメータ数の定義
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%M_d1 = [(0.1148*z^(-1)-0.0942*z^(-2))/(1-1.79*z^(-1)+0.8106*z^(-2)) 0;
%         0 (0.1148*z^(-1)-0.0942*z^(-2))/(1-1.79*z^(-1)+0.8106*z^(-2))];

M_d1 = [0.4*z^(-1)/(1 - 0.6*z^(-1)) 0
        ;0 0.4*z^(-1)/(1 - 0.6*z^(-1))];
%参照モデル M_e

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% 繰り返し演算開始 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
disp(' ')
disp(' ☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆')
disp('          Minimization of the Cross-correlation ')
disp('          using Fictitious Reference by FCbT')
disp(' ☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆')

while(1)
    while(1)
        disp(' ')
        ite_num = input('Please set the number
                        of iteration(> 0 and integer). → ');
        if ite_num > 0
            disp(' ')
            break
        end
        disp('The number of iteration should be "> 0 and integer".')
    end
end

```

```
while(1)
    gamma = input('Please set the value of Gamma(0 <  $\gamma$  <= 1). → ');
    if gamma > 0 && gamma <= 1
        disp(' ')
        break
    end
    disp('Gamma should be "0 <  $\gamma$  <= 1".');
end

disp(' ')
disp(sprintf('      Iteration = %d, gamma = %0.4g',ite_num,gamma))
kakunin = input('      ↑ OK? (Yes ·· ENTER, No ·· 1) ');
if kakunin == 1
    disp(' ')
else
    break
end
end

disp(' ')
disp('          ☆☆☆ Go! ☆☆☆')
disp(' ')

%%%%%%%%% ↓ここから繰り返し演算↓ %%%%%%%%%

for n = 1:ite_num

    if n == 1
        cost_J(1:ite_num+1,1) = 0;
        %各 iteration で収束した評価関数格納場所
```

```
RHO_gain(PARA_NUMBER,1:ite_num+1) = 0;
%各 iteration で収束したパラメータ格納場所
RHO_gain(:,1) = [rho_0];
%初期制御器パラメータの格納
end

i_pl = 1;
j_pl = 1;
for i = 1:2
    for j = 1:2
        K_z(i,j) = (RHO_gain(2*i_pl-1,n)
                    + RHO_gain(2*j_pl,n)*z^(-1))/(1-z^(-1));
        i_pl = i_pl + 1;
        j_pl = j_pl + 1;
    end
end
%制御器
%%%%%%%%%%%% 初期の実験 %%%%%%%%%%%%%
if n == 1
    T_ry0 = feedback(G_z*K_z,I);%フィードバック結合
    S_ru0 = feedback(K_z,G_z);
    S_re0 = feedback(I,G_z*K_z);

    y_0 = lsim(T_ry0,ref,time);
    u_0 = lsim(S_ru0,ref,time);%初期の制御対象に対する入出力

    n_y1 = lsim(S_re0,noise_power*[wn_out wn_out],time);
    n_y2 = lsim(S_re0,noise_power*[wn_out1 wn_out1],time);

    n_u1 = - lsim(K_z*S_re0,noise_power*[wn_out wn_out],time);
    n_u2 = - lsim(K_z*S_re0,noise_power*[wn_out1 wn_out1],time);
    if noise_cons_switch == 1
```



```
y_01 = y_0 + n_y1;%出力にノイズ付加
y_02 = y_0 + n_y2;%出力にノイズ付加

u_01 = u_0 + n_u1;%入力にノイズ付加
u_02 = u_0 + n_u2;%入力にノイズ付加
else
    y_0 = y_0 + n_y1;%出力にノイズ付加
    u_0 = u_0 + n_u1;%入力にノイズ付加
end
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

inv_K_z = minreal(inv(K_z));%制御器の逆システム
if noise_cons_switch == 1
    err_fict1 = lsim(inv_K_z,u_01,time);
    %擬似誤差信号
    ref_fict1 = err_fict1 + y_01;
    %擬似参照信号 fictitious reference signal

    err_fict2 = lsim(inv_K_z,u_02,time);
    %擬似誤差信号
    ref_fict2 = err_fict1 + y_02;
    %擬似参照信号 fictitious reference signal
else
    err_fict = lsim(inv_K_z,u_0,time);
    %擬似誤差信号
    ref_fict = err_fict + y_0;
    %擬似参照信号 fictitious reference signal
end

if n == 1
    ref = ref_0;
```

```

else
    if noise_cons_switch == 1
        ref = ref_fict1;
    else
        ref = ref_fict;
    end
end

%補助変数  $\zeta$  (t) の計算↓
for i = 1:zeta_kazu
    zeta_11(:,i) = ref(2*zeta_kazu+1+1-i:len_z+1-i,1);
    zeta_11(:,zeta_kazu+1+i)
        = ref(1+zeta_kazu-i:len_z-zeta_kazu-i,1);

    zeta_22(:,i) = ref(2*zeta_kazu+1+1-i:len_z+1-i,2);
    zeta_22(:,zeta_kazu+1+i)
        = ref(1+zeta_kazu-i:len_z-zeta_kazu-i,2);
end

zeta_11(:,zeta_kazu+1) = ref(1+zeta_kazu:len_z-zeta_kazu,1);
zeta_22(:,zeta_kazu+1) = ref(1+zeta_kazu:len_z-zeta_kazu,2);
z_0(1,2*zeta_kazu+1) = 0;

zeta_12 = zeta_22;
zeta_21 = zeta_11;
%r_2(t+1)~r_2(t-1)

if n == 1
    N = length(zeta_11(:,1));%データサンプル数の定義
end

%r(t+1)~r(t-1)
%Instrumental variable  $\zeta$  ii(t) and  $\zeta$  ij(t)

```

```

if n == 1
    y_d = lsim(M_d1,ref_0,time);
    y_d_0 = y_d;
else
    y_d = lsim(M_d1,ref_fict,time);%所望の応答の計算
end

eta_11 = y_0(1+zeta_kazu:len_z-zeta_kazu,1)
        - y_d(1+zeta_kazu:len_z-zeta_kazu,1);
eta_12 = y_0(1+zeta_kazu:len_z-zeta_kazu,1)
        - y_d(1+zeta_kazu:len_z-zeta_kazu,1);
eta_21 = y_0(1+zeta_kazu:len_z-zeta_kazu,2)
        - y_d(1+zeta_kazu:len_z-zeta_kazu,2);
eta_22 = y_0(1+zeta_kazu:len_z-zeta_kazu,2)
        - y_d(1+zeta_kazu:len_z-zeta_kazu,2);

%%%%%%%%%%評価関数の計算%%%%%%%%%%
f_11 = (zeta_11' * eta_11)/N;
f_12 = (zeta_12' * eta_12)/N;
f_21 = (zeta_21' * eta_21)/N;
f_22 = (zeta_22' * eta_22)/N;

F_rho = [f_11;f_12;f_21;f_22];

J_rho = F_rho' * F_rho;%相関関数に基づいた評価関数
cost_J(n) = J_rho;      %値の格納
%%%%%%%%%%

if n == 1
    disp(sprintf('★ The initial cost J_0
                  = %0.5g ★',cost_J(n)))

```

```

disp(' ')
else
disp(sprintf(' ☆ %d iteration ended.
              cost J_%d = %0.5g ☆',n-1,n-1,cost_J(n)))
disp(' ')
end

%%%%%%%%%%%%%%  $x$  の計算 %%%%%%%%%%%%%%%

if n == 1
dK_drho_1 = [1/(1-z^(-1)) 0;0 0];
dK_drho_2 = [z^(-1)/(1-z^(-1)) 0;0 0];
dK_drho_3 = [0 1/(1-z^(-1));0 0];
dK_drho_4 = [0 z^(-1)/(1-z^(-1));0 0];
dK_drho_5 = [0 0;1/(1-z^(-1)) 0];
dK_drho_6 = [0 0;z^(-1)/(1-z^(-1)) 0];
dK_drho_7 = [0 0;0 1/(1-z^(-1))];
dK_drho_8 = [0 0;0 z^(-1)/(1-z^(-1))];
end

in_dK_drho_1_in = minreal(minreal(inv_K_z * dK_drho_1) * inv_K_z);
in_dK_drho_2_in = minreal(minreal(inv_K_z * dK_drho_2) * inv_K_z);
in_dK_drho_3_in = minreal(minreal(inv_K_z * dK_drho_3) * inv_K_z);
in_dK_drho_4_in = minreal(minreal(inv_K_z * dK_drho_4) * inv_K_z);
in_dK_drho_5_in = minreal(minreal(inv_K_z * dK_drho_5) * inv_K_z);
in_dK_drho_6_in = minreal(minreal(inv_K_z * dK_drho_6) * inv_K_z);
in_dK_drho_7_in = minreal(minreal(inv_K_z * dK_drho_7) * inv_K_z);
in_dK_drho_8_in = minreal(minreal(inv_K_z * dK_drho_8) * inv_K_z);

if noise_cons_switch == 1

```

```
%r(ρ,t) の ρ に関する偏微分 χ
chi_1 = lsim(-in_dK_drho_1_in,u_01,time);
chi_2 = lsim(-in_dK_drho_2_in,u_01,time);
chi_3 = lsim(-in_dK_drho_3_in,u_01,time);
chi_4 = lsim(-in_dK_drho_4_in,u_01,time);
chi_5 = lsim(-in_dK_drho_5_in,u_01,time);
chi_6 = lsim(-in_dK_drho_6_in,u_01,time);
chi_7 = lsim(-in_dK_drho_7_in,u_01,time);
chi_8 = lsim(-in_dK_drho_8_in,u_01,time);

chi_12 = lsim(-in_dK_drho_1_in,u_02,time);
chi_22 = lsim(-in_dK_drho_2_in,u_02,time);
chi_32 = lsim(-in_dK_drho_3_in,u_02,time);
chi_42 = lsim(-in_dK_drho_4_in,u_02,time);
chi_52 = lsim(-in_dK_drho_5_in,u_02,time);
chi_62 = lsim(-in_dK_drho_6_in,u_02,time);
chi_72 = lsim(-in_dK_drho_7_in,u_02,time);
chi_82 = lsim(-in_dK_drho_8_in,u_02,time);
%ε(ρ,t) の ρ に関する偏微分 φ
psi_1 = lsim(-M_d1,chi_12,time);
psi_2 = lsim(-M_d1,chi_22,time);
psi_3 = lsim(-M_d1,chi_32,time);
psi_4 = lsim(-M_d1,chi_42,time);
psi_5 = lsim(-M_d1,chi_52,time);
psi_6 = lsim(-M_d1,chi_62,time);
psi_7 = lsim(-M_d1,chi_72,time);
psi_8 = lsim(-M_d1,chi_82,time);
else
%r(ρ,t) の ρ に関する偏微分 χ
chi_1 = lsim(-in_dK_drho_1_in,u_0,time);
chi_2 = lsim(-in_dK_drho_2_in,u_0,time);
chi_3 = lsim(-in_dK_drho_3_in,u_0,time);
```

```

chi_4 = lsim(-in_dK_drho_4_in,u_0,time);
chi_5 = lsim(-in_dK_drho_5_in,u_0,time);
chi_6 = lsim(-in_dK_drho_6_in,u_0,time);
chi_7 = lsim(-in_dK_drho_7_in,u_0,time);
chi_8 = lsim(-in_dK_drho_8_in,u_0,time);
%  $\varepsilon(\rho, t)$  の  $\rho$  に関する偏微分  $\phi$ 
psi_1 = lsim(-M_d1,chi_1,time);
psi_2 = lsim(-M_d1,chi_2,time);
psi_3 = lsim(-M_d1,chi_3,time);
psi_4 = lsim(-M_d1,chi_4,time);
psi_5 = lsim(-M_d1,chi_5,time);
psi_6 = lsim(-M_d1,chi_6,time);
psi_7 = lsim(-M_d1,chi_7,time);
psi_8 = lsim(-M_d1,chi_8,time);
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% dF_drho_r %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
GAMMA = [1 1 0 0;0 0 1 1];
dF_drho_psi(1:8,1:(2*(zeta_kazu)+1)* 4) = 0;
for i = 1:N
    dy_drho = [psi_1(i+zeta_kazu,:)
               ;psi_2(i+zeta_kazu,:)
               ;psi_3(i+zeta_kazu,:)
               ;psi_4(i+zeta_kazu,:)
               ;psi_5(i+zeta_kazu,:)
               ;psi_6(i+zeta_kazu,:)
               ;psi_7(i+zeta_kazu,:)
               ;psi_8(i+zeta_kazu,:)];

```

```

Z_i = [zeta_11(i,:) z_0' z_0' z_0'
       ;z_0' zeta_12(i,:) z_0' z_0'
       ;z_0' z_0' zeta_21(i,:) z_0'
       ;z_0' z_0' z_0' zeta_22(i,:)'];
dF_drho_psi = dF_drho_psi + dy_drho * GAMMA * Z_i';
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% dF_drho_y %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
chi_1_dy1(1:N,1:2*(zeta_kazu)+1) = 0;
chi_2_dy1(1:N,1:2*(zeta_kazu)+1) = 0;
chi_3_dy1(1:N,1:2*(zeta_kazu)+1) = 0;
chi_4_dy1(1:N,1:2*(zeta_kazu)+1) = 0;
chi_5_dy1(1:N,1:2*(zeta_kazu)+1) = 0;
chi_6_dy1(1:N,1:2*(zeta_kazu)+1) = 0;
chi_7_dy1(1:N,1:2*(zeta_kazu)+1) = 0;
chi_8_dy1(1:N,1:2*(zeta_kazu)+1) = 0;

chi_1_dy2(1:N,1:2*(zeta_kazu)+1) = 0;
chi_2_dy2(1:N,1:2*(zeta_kazu)+1) = 0;
chi_3_dy2(1:N,1:2*(zeta_kazu)+1) = 0;
chi_4_dy2(1:N,1:2*(zeta_kazu)+1) = 0;
chi_5_dy2(1:N,1:2*(zeta_kazu)+1) = 0;
chi_6_dy2(1:N,1:2*(zeta_kazu)+1) = 0;
chi_7_dy2(1:N,1:2*(zeta_kazu)+1) = 0;
chi_8_dy2(1:N,1:2*(zeta_kazu)+1) = 0;

for i = 1:2*zeta_kazu+1
    chi_1_dy1(:,i) = chi_1(1+2*zeta_kazu+1-i:len_z-i+1,1);
    chi_2_dy1(:,i) = chi_2(1+2*zeta_kazu+1-i:len_z-i+1,1);
    chi_3_dy1(:,i) = chi_3(1+2*zeta_kazu+1-i:len_z-i+1,1);
    chi_4_dy1(:,i) = chi_4(1+2*zeta_kazu+1-i:len_z-i+1,1);

```

```

chi_5_dy1(:,i) = chi_5(1+2*zeta_kazu+1-i:len_z-i+1,1);
chi_6_dy1(:,i) = chi_6(1+2*zeta_kazu+1-i:len_z-i+1,1);
chi_7_dy1(:,i) = chi_7(1+2*zeta_kazu+1-i:len_z-i+1,1);
chi_8_dy1(:,i) = chi_8(1+2*zeta_kazu+1-i:len_z-i+1,1);

chi_1_dy2(:,i) = chi_1(1+2*zeta_kazu+1-i:len_z-i+1,2);
chi_2_dy2(:,i) = chi_2(1+2*zeta_kazu+1-i:len_z-i+1,2);
chi_3_dy2(:,i) = chi_3(1+2*zeta_kazu+1-i:len_z-i+1,2);
chi_4_dy2(:,i) = chi_4(1+2*zeta_kazu+1-i:len_z-i+1,2);
chi_5_dy2(:,i) = chi_5(1+2*zeta_kazu+1-i:len_z-i+1,2);
chi_6_dy2(:,i) = chi_6(1+2*zeta_kazu+1-i:len_z-i+1,2);
chi_7_dy2(:,i) = chi_7(1+2*zeta_kazu+1-i:len_z-i+1,2);
chi_8_dy2(:,i) = chi_8(1+2*zeta_kazu+1-i:len_z-i+1,2);

end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
dF_drho_chi(1:8,1:(2*(zeta_kazu)+1)* 4) = 0;
for i = 1:N
dF_drho_chi = dF_drho_chi
    + [eta_11(i)*chi_1_dy1(i,:) eta_12(i)*chi_1_dy2(i,:)
      eta_21(i)*chi_1_dy1(i,:) eta_22(i)*chi_1_dy2(i,:);
      eta_11(i)*chi_2_dy1(i,:) eta_12(i)*chi_2_dy2(i,:)
      eta_21(i)*chi_2_dy1(i,:) eta_22(i)*chi_3_dy2(i,:);
      eta_11(i)*chi_3_dy1(i,:) eta_12(i)*chi_3_dy2(i,:)
      eta_21(i)*chi_3_dy1(i,:) eta_22(i)*chi_3_dy2(i,:);
      eta_11(i)*chi_4_dy1(i,:) eta_12(i)*chi_4_dy2(i,:)
      eta_21(i)*chi_4_dy1(i,:) eta_22(i)*chi_4_dy2(i,:);
      eta_11(i)*chi_5_dy1(i,:) eta_12(i)*chi_5_dy2(i,:)
      eta_21(i)*chi_5_dy1(i,:) eta_22(i)*chi_5_dy2(i,:);
      eta_11(i)*chi_6_dy1(i,:) eta_12(i)*chi_6_dy2(i,:)
      eta_21(i)*chi_6_dy1(i,:) eta_22(i)*chi_6_dy2(i,:);
      eta_11(i)*chi_7_dy1(i,:) eta_12(i)*chi_7_dy2(i,:)
      eta_21(i)*chi_7_dy1(i,:) eta_22(i)*chi_7_dy2(i,:);

```



```

        eta_11(i)*chi_8_dy1(i,:) eta_12(i)*chi_8_dy2(i,:)
        eta_21(i)*chi_8_dy1(i,:) eta_22(i)*chi_8_dy2(i,:)]];
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

dF_drho = (dF_drho_chi + dF_drho_psi)/N;%偏微分の値

%   %%%%%%%%%%%%%%% BFGS 法 %%%%%%%%%%%%%%%
%   if n == 1
%       for gyo = 1:PARAMETER_NUMBER
%           for retsu = 1:PARAMETER_NUMBER
%               Bh_rho(gyo,retsu)=dF_drho(gyo,:)*dF_drho(retsu,:)' ;
%           end   %Hessian
%       end
%   else
%       dJ_drho = dF_drho * F_rho;
%
%       s_k = RHO_gain(:,n) - RHO_gain(:,n-1);
%       z_k = dJ_drho' - dJ_drho_before';
%
%       if z_k * s_k <= 0 %Hessianを更新しない条件
%           Bh_rho = Bh_rho;
%           disp('   Hessian B is not changed.')
```

```

%      dJ_drho_before = dF_drho * F_rho;
%
%              %Jの gradient 更新
%      %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
Q_rho = dF_drho * dF_drho';%ガウスニュートン法

if n > 1 && cost_J(n) >= cost_J(n-1)
    gamma = Alpha * gamma;
    RHO_gain(:,n+1) = RHO_gain(:,n-1)
                    - gamma * inv(Q_rho) * dF_drho * F_rho;
    %制御器パラメータを前の値で更新する条件
    disp('      The cost J exceeded the previous value.')
    disp(sprintf('          So  $\gamma$  is changed to %0.5g',gamma))
else
    RHO_gain(:,n+1) = RHO_gain(:,n)
                    - gamma * inv(Q_rho) * dF_drho * F_rho;
    %制御器パラメータ更新
end

end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% 繰り返し演算終了 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
i_pl = 1;
j_pl = 1;
for i = 1:2
    for j = 1:2
        K_z(i,j) = (RHO_gain(2*i_pl-1,ite_num+1)
                    + RHO_gain(2*j_pl,ite_num+1)*z^(-1))/(1-z^(-1));
        i_pl = i_pl + 1;
        j_pl = j_pl + 1;
    end
end

```

```

end
end
%最終の制御器
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

inv_K_z = minreal(inv(K_z));

if noise_cons_switch == 1
    err_fict1 = lsim(inv_K_z,u_01,time);
    %擬似誤差信号
    ref_fict1 = err_fict1 + y_01;
    %擬似参照信号 fictitious reference signal

    err_fict2 = lsim(inv_K_z,u_02,time);
    %擬似誤差信号
    ref_fict2 = err_fict1 + y_02;
    %擬似参照信号 fictitious reference signal
    ref = ref_fict1;
else
    err_fict = lsim(inv_K_z,u_0,time);
    %擬似誤差信号
    ref_fict = err_fict + y_0;
    %擬似参照信号 fictitious reference signal
    ref = ref_fict;
end

%補助変数  $\zeta(t)$  の計算↓
for i = 1:zeta_kazu
    zeta_11(:,i) = ref(2*zeta_kazu+1+1-i:len_z+1-i,1);
    zeta_11(:,zeta_kazu+1+i)
        = ref(1+zeta_kazu-i:len_z-zeta_kazu-i,1);
end

```

```

zeta_22(:,i) = ref(2*zeta_kazu+1+1-i:len_z+1-i,2);
zeta_22(:,zeta_kazu+1+i)
    = ref(1+zeta_kazu-i:len_z-zeta_kazu-i,2);
end
zeta_11(:,zeta_kazu+1) = ref(1+zeta_kazu:len_z-zeta_kazu,1);
zeta_22(:,zeta_kazu+1) = ref(1+zeta_kazu:len_z-zeta_kazu,2);

zeta_12 = zeta_22;
zeta_21 = zeta_11;
%r(t+1)~r(t-1)
%Instrumental variable  $\zeta_{ii}(t)$  and  $\zeta_{ij}(t)$ 

if n == 1
    y_d = lsim(M_d1,ref_0,time);
    y_d_0 = y_d;
else
    y_d = lsim(M_d1,ref_fict,time);%望みの応答の計算
end

eta_11 = y_0(1+zeta_kazu:len_z-zeta_kazu,1)
        - y_d(1+zeta_kazu:len_z-zeta_kazu,1);
eta_12 = y_0(1+zeta_kazu:len_z-zeta_kazu,1)
        - y_d(1+zeta_kazu:len_z-zeta_kazu,1);
eta_21 = y_0(1+zeta_kazu:len_z-zeta_kazu,2)
        - y_d(1+zeta_kazu:len_z-zeta_kazu,2);
eta_22 = y_0(1+zeta_kazu:len_z-zeta_kazu,2)
        - y_d(1+zeta_kazu:len_z-zeta_kazu,2);

%%%%%%%%%%評価関数の計算%%%%%%%%%%
f_11 = (zeta_11' * eta_11)/N;
f_12 = (zeta_12' * eta_12)/N;
f_21 = (zeta_21' * eta_21)/N;

```

```

f_22 = (zeta_22' * eta_22)/N;

F_rho = [f_11;f_12;f_21;f_22];

J_rho = F_rho' * F_rho;%相関関数に基づいた評価関数
cost_J(n+1) = J_rho;      %値の格納
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

disp(sprintf('      ☆ last iteration ended.
              cost J_%d = %0.5g ☆',n,cost_J(n+1)))

disp('  ')
disp('                ☆☆☆ Finish! ☆☆☆')
disp('  ')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% アルゴリズム終了 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

T_ry = feedback(G_z*K_z,I);
%最終のフィードバック結合
y_out1 = lsim(T_ry,ref_0,time);
%最終のフィードバック系からの出力
y_out0 = lsim(T_ry0,ref_0,time);

figure
plot(time,ref_0(:,1),time,y_d_0(:,1)
      ,time,y_out0(:,1),time,y_out1(:,1))

figure
plot(time,ref_0(:,2),time,y_d_0(:,2)
      ,time,y_out0(:,2),time,y_out1(:,2))

figure
bodemag(M_d1,T_ry0,T_ry,{1e-2,1e2})

```

```

[kazu1 en] = size(cost_J);
ite_kaisu = 1:kazu1+1;
figure
plot(ite_kaisu(2:kazu1+1)-2,cost_J,'bx')

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

err_r = y_out1 - y_d_0;

ssoe = 0;
for t = 1:N
    ssoe = ssoe + err_r(t,:)*err_r(t,:);
end
J_ssoe = ssoe/N;%Summation of Squared Output Error

disp(sprintf(' ☆ Sum of Squared Output Error,
              J_SSQE = %0.5g ☆',J_ssoe))

```

研究業績

投稿論文

- (1) 若山, 弓場井, 平井: 「一組の閉ループ実験データによる相関関数を利用した多変数制御器調整」, 計測自動制御学会論文集

国際会議

- (1) N. Wakayama, K. Yubai and J. Hirai: “A Joint Design Method for Achieving Nominal performance Based on GIMC structure”, SICE Annual Conference 2005 in Okayama, pp.2621–2624 (2005. 8)
- (2) N. Wakayama, K. Yubai and J.Hirai: “A Joint Design Method for Achieving Robust performance –Experimental Study in 2-mass System–”, The 9th International Workshop on Advanced Motion Control 2006 in Istanbul, pp.467–471 (2006. 3)

学会発表

- (1) 若山, 弓場井, 平井: 「Dual-Youla パラメータ同定と Youla パラメータ設計によるノミナル性能実現のための結合化設計の一手法」, 平成 17 年度電気学会産業応用部門大会講演論文集 (CD-ROM), pp. II-299–II-302 (2005. 8)
- (2) 若山, 弓場井, 平井: 「ロバスト性能を改善する既約分解に基づいた 2 自由度制御系の一構成法 – 2 慣性共振システムへの適用 –」, 平成 17 年度 SICE 三重地区計測制御研究講演会講演論文集, pp.A16-1–A16-6 (2005. 12)
- (3) 若山, 弓場井, 平井: 「一組の閉ループ実験データを用いた制御器調整の一手法」, 平成 18 年度電気学会産業応用部門大会講演論文集 (CD-ROM), Y-109 (2006. 8)
- (4) 若山, 弓場井, 平井: 「一回の閉ループ実験データに基づく擬似的な相互相関関数の最小化による制御器調整」, 第 35 回計測自動制御学会制御部門制御理論シンポジウム資料, pp131–134 (2006. 9)

- (5) 若山, 弓場井, 平井: 「擬似的な相互相関の最小化によるデータ駆動型制御系設計」, 平成18年度SICE三重地区計測制御研究講演会講演論文集, pp.P-31-1-P-31-4 (2006. 11)
- (6) 若山, 弓場井, 平井: 「閉ループ入出力データによる相関関数を利用した2自由度制御器の直接調整」, 産業計測制御研究会論文集, IIC-07-32 (2007.3 発表予定)