

三重大学大学院工学研究科修士学位論文

混合論理動的システムを用いた区分的
アフィンシステムの同定法の提案およびその応用

三重大学大学院 工学研究科 博士前期課程
電気電子工学専攻
制御システム講座

福家 慶造



2007年3月

Copyrights © 2007 Keizo Fuke All Rights Reserved.

目次

1	序論	1
1.1	本研究の背景	1
1.2	本研究の目的	2
1.3	本論文の構成	3
2	準備	4
2.1	ヒンジング超平面自己回帰モデル	4
2.2	混合論理動的システム	7
2.2.1	論理命題と論理式	7
2.2.2	論理式計算	7
3	サブシステム数を同定パラメータに含む同定法の提案	12
3.1	サブシステム数可変の HHARX モデル	12
3.2	HHARX モデルから MLDS への変換	13
3.3	モデルの精度とモデル構造の複雑さを考慮した評価関数	17
3.4	混合整数二次計画問題への帰着	18
4	具体例への応用	19
4.1	数値例	19
4.1.1	静的システム	19
4.1.2	動的システム	22
4.1.3	入力が離散的な動的システム	27
4.2	ヒトの操作モデル抽出への応用	32
4.2.1	実験環境および問題設定	32
4.2.2	提案手法の適用	33
4.2.3	モデルの妥当性の検証	34

4.2.4	同定モデルを用いた自動制御への展開	34
5	結論	46
	参考文献	47
	関連論文および口頭発表	49
	謝辞	50

目 次

2.1	ヒンジ, ヒンジング超平面およびヒンジ関数の例 ($n = 2$)	6
4.1	同定対象システム (4.1) 式および同定結果のモデル (4.2) 式の入出力データ (静的システム)	21
4.2	同定に用いた入力データ (動的システム)	24
4.3	Fig. 4.2 の入力データに対する出力データ (動的システム) (黒点: 同定対象システム (4.4) 式, 白丸: 同定結果のモデル (4.6) 式)	24
4.4	検証用入力データ (動的システム)	25
4.5	Fig. 4.4 の入力データに対する出力データ (動的システム) (黒丸: 同定対象システム (4.4) 式, 白丸: 同定結果のモデル (4.6) 式)	25
4.6	同定結果 (動的システム)	26
4.7	同定に用いた入力データ (入力が離散的な動的システム)	29
4.8	Fig. 4.7 の入力データに対する出力データ (入力が離散的な動的システム) (黒丸: 同定対象システム (4.8) 式, 白丸: 同定結果のモデル (4.10) 式)	29
4.9	検証用入力データ (入力が離散的な動的システム)	30
4.10	Fig. 4.9 の入力データに対する出力データ (入力が離散的な動的システム) (黒点: 同定対象システム (4.8) 式, 白丸: 同定結果のモデル (4.10) 式)	30
4.11	同定結果 (入力が離散的な動的システム)	31
4.12	ボール位置制御装置	35
4.13	ボール位置制御装置	35
4.14	ボール位置制御実験装置を用いた手動制御のブロック図	36
4.15	初期位置 $r_0 = -15[\text{cm}]$ からの手動制御の実験結果 (実線) および同定に用いた入出力データ (黒点)	38

4.16 初期位置 $r_0 = 15[\text{cm}]$ からの手動制御の実験結果（実線）および同定に 用いた入出力データ（黒点）	39
4.17 同定結果のモデル(4.13)式 ($\eta = 0$)	40
4.18 初期位置 $r_0 = -15[\text{cm}]$ からの手動制御のギアの位置（点線）および同 定結果のモデルに基づくギアの位置（実線）との比較	41
4.19 初期位置 $r_0 = 15[\text{cm}]$ からの手動制御のギアの位置（点線）および同定 結果のモデルに基づくギアの位置（実線）との比較	41
4.20 初期位置 $r_0 = -15[\text{cm}]$ からの同定結果のモデルのモード変化	42
4.21 初期位置 $r_0 = 15[\text{cm}]$ からの同定結果のモデルのモード変化	42
4.22 初期位置 $r_0 = -15[\text{cm}]$ からの手動制御（破線）と同定結果に基づく自 動制御（実線）の実験結果の比較	43
4.23 初期位置 $r_0 = 15[\text{cm}]$ からの手動制御（破線）と同定結果に基づく自動 制御（実線）の実験結果の比較	44
4.24 初期位置 $r_0 = -15[\text{cm}]$ からの自動制御時のモード解析結果	45
4.25 初期位置 $r_0 = 15[\text{cm}]$ からの自動制御時のモード解析結果	45

表 目 次

2.1	代表的な論理式	11
4.1	評価関数の特性 (静的システム)	21
4.2	評価関数の特性 (動的システム)	26
4.3	評価関数の特性 (入力が離散的な動的システム)	31
4.4	ボール位置制御実験装置の記号とパラメータ	36
4.5	システム同定に用いた諸量	37

第1章 序論

1.1 本研究の背景

制御工学と計算機工学の発展により、微分方程式などで記述される連続ダイナミクスと if-then 規則のような論理などで記述される離散ダイナミクスが混在するハイブリッド動的システムがシステム制御や計算機工学の分野で注目され、盛んに研究されている。たとえば、ヒトは、腕や脚といった力学系の連続ダイナミクスと、脳という論理的思考の離散ダイナミクスが混在したハイブリッド動的システムとして捉えることができる。ヒトに限ることなく、スイッチング制御、ロボット、自動車制御、航空交通管理システム、生産システム、化学プラントなど、さまざまなシステムは、力学（物理）系の連続ダイナミクスと、計算機プログラミングによって実現される離散ダイナミクスが混在するため、ハイブリッド動的システムとして捉えることができる。なかでも、ハイブリッド動的システムのモデリングはヒトの行動解析、故障診断、さらにはシステム生物学など、応用範囲が広く、今後、さまざまな分野で扱われることが予想される。

ハイブリッド動的システムのモデリングでは、ハイブリッドオートマトン、線形相補性システム、区分的アフィンシステム、混合論理動的システムなど、さまざまなモデルが提案され、また、これらの表現能力が等価であることが示されている。特に、状態によって動作モードが切り替わるクラスのハイブリッド動的システムに対しては、区分的アフィン（PWA : PieceWise Affine）システムの同定法が有効であり、クラスタリングに基づく手法、境界誤差法、ベイズ法、代数的手法など、さまざまな手法が報告されており、ヒトの技能抽出、運転行動解析、車線変更システムなどへの応用が報告されている。

PWA システムの同定では、サブシステム数、切り替え条件およびサブシステムが同定パラメータである。しかしながら、従来法では、切り替え条件およびサブシステムのみが同定パラメータであり、サブシステム数を同定パラメータに含む同定法は報告されていない。たとえば、ヒトの行動解析では、サブシステム数が未知であり、あら

かじめ決定できない場合は多くあると考えられるため、今後、サブシステム数を同定パラメータに含むPWAシステムの同定法の必要性が増すと考えられる。

1.2 本研究の目的

本研究では、サブシステム数を同定パラメータに含むPWAシステムの同定法を提案する。まず、サブシステム数を同定パラメータに含むために、PWAシステムのサブクラスである、サブシステム数可変のヒンジング超平面自己回帰モデルを提案する。次に、ヒンジング超平面自己回帰モデルから混合論理動的システムへ変換し、モデルの精度とモデル構造の複雑さを考慮した評価関数を用いて、PWAシステムのパラメータ同定問題を混合整数二次計画問題へ帰着する。

また、静的システム、動的システムおよび入力に離散的な動的システムの3種類の数値例に提案手法を適用し、サブシステム数を同定パラメータに含むPWAシステムの同定が可能であることを明らかにする。さらに、提案手法の応用例として、ヒトの技能抽出への応用について述べる。具体的には、状態によって動作モードが切り替わるクラスのハイブリッド動的システムの一例として、ボール位置制御実験装置を用いた手動制御を取り上げ、ヒトの操作によって仕様を満足するような入出力データに対して提案手法を適用し、その抽出を試みる。そして、同定結果の操作モデルを用いた自動制御への展開の枠組みを提案する。

1.3 本論文の構成

まず、第2章では、本研究の準備として、PWAシステムのサブクラスであるヒンジング超平面自己回帰モデルについて述べる。次に、混合論理動的システムについて述べ、ヒンジング超平面自己回帰モデルから混合論理動的システムへの変換の基礎となる論理式計算について述べる。第3章では、サブシステム数可変のヒンジング超平面自己回帰モデルを提案する。次に、サブシステム数可変のヒンジング超平面自己回帰モデルから混合論理動的システムへの変換手順を示し、モデルの精度とモデル構造の複雑さを考慮した評価関数を用いて、パラメータ同定問題を混合整数二次計画問題へ帰着する。第4章では、提案手法を具体例に適用し、有効性を検証する。まず、4.1節では、静的システム、動的システムおよび入力に離散的な動的システムの3種類の数値例に提案手法を適用し、サブシステム数を同定パラメータに含むPWAシステムの同定が可能であることを明らかにする。次に、4.2節では、状態によって動作モードが切り替わるクラスのハイブリッド動的システムの一例として、ボール位置制御実験装置を用いた手動制御を取り上げ、ヒトの操作によって仕様を満足するような入出力データに対して提案手法を適用し、その抽出を試みる。そして、同定結果の操作モデルを用いた自動制御への展開の枠組みを提案する。最後に、第5章では、結論として、本研究の成果をまとめる。

第2章 準備

本章では、準備として、2.1節において、PWAシステムのサブクラスであるヒンジング超平面自己回帰モデルについて述べる。2.2節では、混合論理動的システムについて述べ、ヒンジング超平面自己回帰モデルから混合論理動的システムへの変換の基礎となる論理式計算について述べる。

以降、実数の集合および非負の整数の集合をそれぞれ、 \mathbb{R} および $\mathbb{Z}_{\geq 0}$ と記述する。また、任意の実行列 A およびベクトル v に対して、 A および v の転置をそれぞれ、 A' および v' と記述し、 A の k 行 l 列の要素および v の k 行の要素をそれぞれ、 $A^{(k,l)}$ および $v^{(k)}$ と記述する。

2.1 ヒンジング超平面自己回帰モデル

ヒンジング超平面自己回帰 (HHARX : Hinging Hyperplane AutoRegressive eXogenous) モデルはPWAシステムのサブクラスであり、その同定では、PWAシステムの切り替え条件およびサブシステムを同時に同定できることが示されている。

例として、 $x \in \mathbb{R}^n$ とし、二つの超平面 $y_+ = \varphi'\theta^+$ および $y_- = \varphi'\theta^-$ を考える。超平面 y_+ および y_- は $\{\varphi : \varphi'(\theta^+ - \theta^-) = 0\}$ において連続的に交差する。この交差部分をヒンジ (hinge) という。Fig. 2.1に $n = 2$ の場合のヒンジング超平面の例を示す。また、Fig. 2.1において、実線および破線で示される超平面はそれぞれ、 $y = \max\{\varphi'\theta^+, \varphi'\theta^-\}$ および $y = \min\{\varphi'\theta^+, \varphi'\theta^-\}$ と表され、これらをヒンジ関数 (hinge function) という。

冗長な記述を避けるためにヒンジ関数を、

$$\begin{aligned} y &= \varphi'\theta_0 + s \max\{\varphi'\theta, 0\} & (2.1) \\ \theta &= \theta^+ - \theta^- \\ s &\in \{-1, 1\} \end{aligned}$$

と定義する。(2.1)式において、 $s = -1$ ($s = 1$) のときは上に (下に) 凸のヒンジを表す。

以降では、有限個の入出力データの組 (x_t, y_t) , ($t = 1, 2, \dots, N$) からのシステム同定法の議論に限定する。このため、一般に、時刻 $t-1$ までに測定された入出力データ、

$$x_t = [y_{t-1} \ \dots \ y_{t-n_a} \ u_{t-1} \ \dots \ u_{t-n_b}]' \in \mathbb{R}^n \quad (2.2)$$

に基づく、 H 個のヒンジを持つ HHARX モデルを、

$$f(\varphi_t, \theta) = \varphi_t' \theta_0 + \sum_{i=1}^H s_i \max \{ \varphi_t' \theta_i, 0 \} \quad (2.3)$$

$$s_i \in \{-1, 1\}$$

$$i = 1, 2, \dots, H$$

$$t = 1, 2, \dots, N$$

と記述する。ここで、 $\varphi_t = [x_t' \ 1]'$ を後の都合上、回帰ベクトルと呼ぶことにする。また、(2.1)式のヒンジ関数と同様に、(2.3)式の HHARX モデルにおいて $s_i = -1$ ($s_i = 1$) のときは i 番目のヒンジが上に (下に) 凸であることを表す。以降、添え字 i および t は特に断らない限りそれぞれ、 $i = 1, 2, \dots, H$ および $t = 1, 2, \dots, N$ とする。

また、HHARX モデル (2.3) 式の記述の一意性のために、同定パラメータに対する拘束条件、

$$\theta_i^{(1)} > 0 \quad (2.4)$$

$$w' \theta_1 \geq w' \theta_2 \geq \dots \geq w' \theta_H \quad (2.5)$$

を導入する。ここで、 $w = [1 \ \dots \ 1]' \in \mathbb{R}^{n+1}$ である。

HHARX モデルにおいて、同定パラメータは H , s_i , θ_0 および θ_i である。

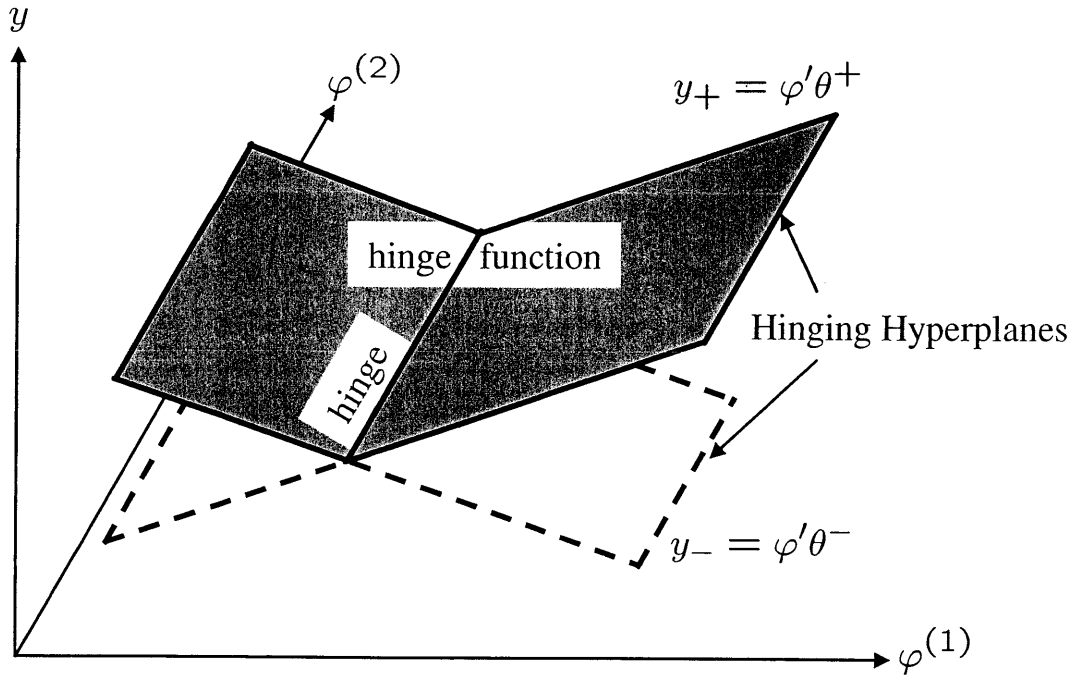


Fig. 2.1 ヒンジ，ヒンジング超平面およびヒンジ関数の例 ($n = 2$)

2.2 混合論理動的システム

混合論理動的システム (MLDS : Mixed Logical Dynamical Systems) は, if-then 規則のような論理や不連続性を含むシステムを補助論理変数や補助連続変数を導入することで, 線形制約を伴う線形ダイナミクスとして表すことができる。MLDS の一般形は,

$$x_{t+1} = Ax_t + B_1u_t + B_2\delta_t + B_3z_t \quad (2.6)$$

$$y_t = Cx_t + D_1u_t + D_2\delta_t + D_3z_t \quad (2.7)$$

$$E_2\delta_t + E_3z_t \leq E_1u_t + E_4x_t + E_5 \quad (2.8)$$

と定義される。ここで, $t \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ であり, δ および z はそれぞれ, 補助論理変数および補助連続変数を表し, いずれも論理式を線形不等式に変換する際に用いられる。

以下, 論理や不連続性を含むシステムから MLDS への変換に際し, 論理命題および論理式で用いられる記号を定義し, 本研究で用いられる論理式とその線形不等式群への変換について述べる。

2.2.1 論理命題と論理式

まず, 論理命題および論理式で用いられる記号を定義する。

論理命題とは, 真偽が一意に定まることがらをいう。以下では, 論理命題 X が真 (偽) であるとき T (F) と記述する。

論理命題を記号化したものを論理式といい, \neg (否定), \vee (離接), \wedge (合接), \rightarrow (含意), \leftrightarrow (同値), \oplus (排他的論理和) などの論理演算子により適切に構成される。表 2.1 に代表的な論理式を示す。

2.2.2 論理式計算

ここでは, 論理変数を用いて論理式を不等式に変換する手法を補題により示す。

まず, 後に用いる論理式変換補題を示す。

補題1 論理式変換,

$$X_1 \rightarrow X_2 \Leftrightarrow \neg X_1 \vee X_2 \quad (2.9)$$

$$X_1 \rightarrow X_2 \Leftrightarrow \neg X_2 \rightarrow \neg X_1 \quad (2.10)$$

$$X_1 \leftrightarrow X_2 \Leftrightarrow (X_1 \rightarrow X_2) \wedge (X_2 \rightarrow X_1) \quad (2.11)$$

が可能である。ここで、記法 $A \Leftrightarrow B$ は、 A と B が等価であることを示す^{*1}。

補題2 論理命題 X_i が真 (偽) であるとき 1 (0) となる論理変数 δ_i を導入すると,

$$\neg X_1 \Leftrightarrow \delta_1 = 0 \quad (2.12)$$

$$X_1 \vee X_2 \Leftrightarrow \delta_1 + \delta_2 \geq 1 \quad (2.13)$$

$$X_1 \wedge X_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \delta_1 = 1 \\ \delta_2 = 1 \end{cases} \quad (2.14)$$

$$X_1 \rightarrow X_2 \Leftrightarrow \delta_1 - \delta_2 \leq 0 \quad (2.15)$$

$$X_1 \leftrightarrow X_2 \Leftrightarrow \delta_1 - \delta_2 = 0 \quad (2.16)$$

$$X_1 \oplus X_2 \Leftrightarrow \delta_1 + \delta_2 = 1 \quad (2.17)$$

が成立する。

以上の補題によって、論理式は論理変数を用いて不等式に変換可能である (等式は二つの不等式に分解可能である)。

次に、 $g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ を連続関数とし、 $g(x)$ のとりうる値の範囲を $m \leq g(x) \leq M$ (ただし、 $m < 0 < M$) としたとき、論理命題 $g(x) \leq 0$ の真偽を連続関数 $g(x)$ および論理変数 δ を用いて等価な不等式に変換できることを示す。

はじめに、基本的な変換補題を示す。

補題3 ε を微小正数とすると,

$$[g(x) \leq 0] \wedge [\delta = 1] \Leftrightarrow [g(x) - \delta \leq -1 + m(1 - \delta)] \quad (2.18)$$

$$[g(x) \leq 0] \vee [\delta = 1] \Leftrightarrow [g(x) \leq M\delta] \quad (2.19)$$

$$\neg[g(x) \leq 0] \Leftrightarrow [g(x) \geq \varepsilon] \quad (2.20)$$

が成立する。

^{*1} \Leftrightarrow は論理演算子ではないことに注意されたい。

さて,

$$[g(x) \leq 0] \leftrightarrow [\delta = 1] \quad (2.21)$$

と関連付けるとき, 論理式 (2.21) 式が等価な不等式に変換できることを示す。いま, (2.9) および (2.19) 式より,

$$[\delta = 1] \rightarrow [g(x) \leq 0] \quad (2.22)$$

$$\Leftrightarrow \neg[\delta = 1] \vee [g(x) \leq 0] \quad (2.23)$$

$$\Leftrightarrow [(1 - \delta) = 1] \vee [g(x) \leq 0] \quad (2.24)$$

$$\Leftrightarrow [g(x) \leq 0] \vee [(1 - \delta) = 1] \quad (2.25)$$

$$\Leftrightarrow [g(x) \leq M(1 - \delta)] \quad (2.26)$$

と変換でき, 同様に, (2.9), (2.18) および (2.20) 式より,

$$[g(x) \leq 0] \rightarrow [\delta = 1] \quad (2.27)$$

$$\Leftrightarrow \neg[g(x) \leq 0] \vee [\delta = 1] \quad (2.28)$$

$$\Leftrightarrow [g(x) - \varepsilon \geq 0] \vee [\delta = 1] \quad (2.29)$$

$$\Leftrightarrow [-(g(x) - \varepsilon) \leq 0] \vee [\delta = 1] \quad (2.30)$$

$$\Leftrightarrow [-(g(x) - \varepsilon) \leq -(m - \varepsilon)\delta] \quad (2.31)$$

$$\Leftrightarrow [\varepsilon - g(x) \leq (\varepsilon - m)\delta] \quad (2.32)$$

と変換できることから, (2.11) 式によって, 論理式 (2.21) 式は線形不等式群,

$$\begin{cases} g(x) \leq M(1 - \delta) \\ \varepsilon - g(x) \geq (\varepsilon - m)\delta \end{cases} \quad (2.33)$$

に等価に変換できる。

次に, 連続関数 $g(x)$ と論理変数 δ との積 $g(x)\delta$ が等価な不等式に変換できることを示す。補助連続変数 $z = h(x)\delta$ を導入し, 論理式,

$$([\delta = 1] \rightarrow [z = g(x)]) \wedge ([\delta = 0] \rightarrow [z = 0]) \quad (2.34)$$

を導入すると, 論理式 (2.34) 式は (2.21) 式の変換と同様に, 線形不等式群,

$$\begin{cases} -z \leq g(x) + (M - m)(1 - \delta) \\ z \leq g(x) + (M - m)(1 - \delta) \\ z \leq M\delta \\ -z \leq -m\delta \end{cases} \quad (2.35)$$

に等価に変換できる。

Table 2.1 代表的な論理式

X_1	F	F	T	T
X_2	F	T	F	T
$\neg X_1$	T	T	F	F
$X_1 \vee X_2$	F	T	T	T
$X_1 \wedge X_2$	F	F	F	T
$X_1 \rightarrow X_2$	T	T	F	T
$X_1 \leftrightarrow X_2$	T	F	F	T
$X_1 \oplus X_2$	F	T	T	F

第3章 サブシステム数を同定パラメータ に含む同定法の提案

本章では，サブシステム数を同定パラメータに含む同定手法を提案する。まず，3.1節では，サブシステム数を同定パラメータに含むために，ヒンジ数可変の HHARX モデルを提案する。3.2節では，ヒンジ数可変の HHARX モデルから MLDS への変換手順を示す。3.3節では，適切なサブシステム数を同定するために，モデルの精度とモデル構造の複雑さを考慮した評価関数を提案する。3.4節では，パラメータ同定問題を混合整数二次計画問題へ帰着する。

3.1 サブシステム数可変の HHARX モデル

サブシステム数を同定パラメータに含む PWA システムの同定では，サブシステム数を固定しない可変のモデルが必要となるが，HHARX モデル(2.3)式は，ヒンジ数 H をあらかじめ与え， s_i の値として -1 または 1 のいずれかをとるためサブシステム数を可変にすることができない。

そこで，HHARX モデル(2.3)式では， s_i の値として -1 または 1 のいずれかをとるためヒンジ数が固定されてしまうことに着目し，本研究では， s_i の値として 0 をとりうる HHARX モデル，

$$f(\varphi_i, \theta) = \varphi_i' \theta_0 + \sum_{i=1}^H s_i \max \{ \varphi_i' \theta_i, 0 \} \quad (3.1)$$
$$s_i \in \{-1, 1, 0\}$$

を提案する。 $s_i = -1$ ($s_i = 1$) の場合は(2.3)式と同様， i 番目のヒンジが上(下)に凸であることを表す。一方， $s_i = 0$ の場合はヒンジがないことを表す。したがって，HHARX モデル(3.1)式を同定に用いれば，ヒンジ数の上限を定めるものの，ヒン

ジ数を固定することなく可変にすることができ、サブシステム数を同定パラメータに含む同定が可能となる。

3.2 HHARX モデルから MLDS への変換

一般に、観測などによって得られた入出力データの組 (x_t, y_t) から、HHARX モデル (3.1) 式において、出力データ y_t とモデルに基づく値 $f(\varphi_t, \theta)$ が一致する同定パラメータ θ_i ($i = 0, 1, 2, \dots, H$) を求めることはできない。これは、観測データに測定誤差やノイズが含まれるためである。システム同定とは、定められた何らかの評価関数に基づいて、出力データ y_t とモデルに基づく値 $f(\varphi_t, \theta)$ が近くなるように同定パラメータ θ_i ($i = 0, 1, 2, \dots, H$) を求めることである。しかしながら、HHARX モデル (3.1) 式は非線形であるため、同定パラメータ θ_i ($i = 0, 1, 2, \dots, H$) の最適化において、必ずしも扱い易いとはいえない。そこで以下では、HHARX モデル (3.1) 式をシステム同定において扱い易い表現に変換する。

PWA システムは一般に、if-then 規則のような論理式を用いて記述できる。また、論理式は論理変数を用いて線形不等式に変換できる。このことから、HHARX モデル (3.1) 式を線形な表現と線形不等式群によって記述できる。以下、HHARX モデルから MLDS への変換手順を示す。

HHARX モデル (3.1) 式に補助論理変数 $\delta_{it} \in \{0, 1\}$ を導入し、論理式、

$$[-\varphi'_t \theta_i \leq 0] \leftrightarrow [\delta_{it} = 1] \quad (3.2)$$

を導入する。すると、HHARX モデル (3.1) 式は、

$$\begin{aligned} f(\varphi_t, \theta) &= \varphi'_t \theta_0 + \sum_{i=1}^H s_i \max \{ \varphi'_t \theta_i, 0 \} \\ &= \varphi'_t \theta_0 + \sum_{i=1}^H s_i (\varphi'_t \theta_i \delta_{it}) \end{aligned} \quad (3.3)$$

と変換できる^{*1}。また、 $-\varphi'_t \theta_i$ のとりうる値の範囲を $m \leq -\varphi'_t \theta_i \leq M$ と定めれば、論理式 (3.2) 式は線形不等式群、

$$\begin{cases} -\varphi'_t \theta_i & \leq M(1 - \delta_{it}) \\ \varepsilon - (-\varphi'_t \theta_i) & \leq (\varepsilon - m)\delta_{it} \end{cases} \quad (3.4)$$

^{*1}(3.3) 式は新たな同定パラメータ δ_{it} を含むため、左辺は $f(\varphi_t, \theta, \delta_{it})$ とするべきだが、記述の簡単化のため、 $f(\varphi_t, \theta)$ としている。以下同様である。

に等価に変換できる (2.2.2 節参照)。

(3.3) 式において, $\theta_i \delta_{it}$ はともに同定パラメータどうしの積なので, 線形化のため新たな補助連続変数 $z_{\theta_i,t} = \theta_i \delta_{it}$ を導入し, 論理式,

$$([\delta_{it} = 1] \rightarrow [z_{\theta_i,t} = \theta_i]) \wedge ([\delta_{it} = 0] \rightarrow [z_{\theta_i,t} = 0]) \quad (3.5)$$

を導入する。すると, (3.3) 式は,

$$\begin{aligned} f(\varphi_t, \theta) &= \varphi_t' \theta_0 + \sum_{i=1}^H s_i (\varphi_t' \theta_i \delta_{it}) \\ &= \varphi_t' \theta_0 + \sum_{i=1}^H s_i (\varphi_t' z_{\theta_i,t}) \end{aligned} \quad (3.6)$$

と変換できる。また, $z_{\theta_i,t}$ のとりうる値の範囲を $m_{\theta_i} \leq z_{\theta_i,t} \leq M_{\theta_i}$ と定めれば, 論理式 (3.5) 式は線形不等式群,

$$\begin{cases} -z_{\theta_i,t} \leq -\theta_i + (M_{\theta_i} - m_{\theta_i})(1 - \delta_{it}) \\ z_{\theta_i,t} \leq \theta_i + (M_{\theta_i} - m_{\theta_i})(1 - \delta_{it}) \\ z_{\theta_i,t} \leq M_{\theta_i} \delta_{it} \\ -z_{\theta_i,t} \leq -m_{\theta_i} \delta_{it} \end{cases} \quad (3.7)$$

に等価に変換できる (2.2.2 節参照)。

(3.6) 式において, $s_i z_{\theta_i,t}$ はともに同定パラメータどうしの積なので, 線形化のために新たな補助連続変数 $z_{s,\theta_i,t} = s_i z_{\theta_i,t}$ を導入する。 s_i はサブシステム数の同定に関係するので, 補助論理変数 $\delta_{s_i,1}, \delta_{s_i,2}, \delta_{s_i,3} \in \{0, 1\}$ を用いて, 論理式,

$$\begin{aligned} &([\delta_{s_i,1} = 1] \rightarrow [z_{s,\theta_i,t} = z_{\theta_i,t}]) \\ &\wedge ([\delta_{s_i,2} = 1] \rightarrow [z_{s,\theta_i,t} = -z_{\theta_i,t}]) \\ &\wedge ([\delta_{s_i,3} = 1] \rightarrow [z_{s,\theta_i,t} = 0]) \\ &\wedge ([\sum_{j=1}^3 \delta_{s_i,j} = 1]) \end{aligned} \quad (3.8)$$

を導入する。すると (3.6) 式は,

$$\begin{aligned} f(\varphi_t, \theta) &= \varphi_t' \theta_0 + \sum_{i=1}^H s_i (\varphi_t' z_{\theta_i,t}) \\ &= \varphi_t' \theta_0 + \sum_{i=1}^H (\varphi_t' z_{s,\theta_i,t}) \end{aligned} \quad (3.9)$$

と変換できる。いま, $m_{\theta_i} \leq z_{\theta_i,t} \leq M_{\theta_i}$ であり, $z_{s,\theta_i,t}$ は, $z_{\theta_i,t}$ または $-z_{\theta_i,t}$ または 0 のいずれかの値しかとりえないことに注意すると, $\min\{m_{\theta_i}, -M_{\theta_i}\} \leq z_{s,\theta_i,t} \leq \max\{M_{\theta_i}, -m_{\theta_i}\}$ となる。ここで記述の簡単化のため, $m_s = \min\{m_{\theta_i}, -M_{\theta_i}\}$ および $M_s = \max\{M_{\theta_i}, -m_{\theta_i}\}$ とおくと, 論理式 (3.8) 式は線形不等式群,

$$\begin{cases} -z_{s,\theta_i,t} & \leq -z_{\theta_i,t} + (M_{\theta_i} - m_s)(1 - \delta_{s_i,1}) \\ z_{s,\theta_i,t} & \leq z_{\theta_i,t} + (M_s - m_{\theta_i})(1 - \delta_{s_i,1}) \\ -z_{s,\theta_i,t} & \leq z_{\theta_i,t} + (-m_{\theta_i} - m_s)(1 - \delta_{s_i,2}) \\ z_{s,\theta_i,t} & \leq -z_{\theta_i,t} - (-M_s - M_{\theta_i})(1 - \delta_{s_i,2}) \\ z_{s,\theta_i,t} & \leq M_s(1 - \delta_{s_i,3}) \\ -z_{s,\theta_i,t} & \leq -m_s(1 - \delta_{s_i,3}) \\ \sum_{j=1}^3 \delta_{s_i,j} & \leq 1 \\ -\sum_{j=1}^3 \delta_{s_i,j} & \leq -1 \end{cases} \quad (3.10)$$

に等価に変換できる (2.2.2 節参照)。

以上から, HHARX モデル (3.1) 式は, MLDS,

$$f(\varphi_t, \theta) = \varphi_t' \theta_0 + \sum_{i=1}^H (\varphi_t' z_{s,\theta_i,t}) \quad (3.11)$$

$$\begin{cases} m \leq -\varphi_t' \theta_i \leq M \\ m_{\theta_i} \leq z_{\theta_i,t} \leq M_{\theta_i} \\ m_s \leq z_{s,\theta_i,t} \leq M_s \\ (2.4), (2.5), (3.4), (3.7) \text{ および (3.10) 式} \end{cases} \quad (3.12)$$

と変換できる。ここで, 同定パラメータの数は $N_u = (n+1)(1+H) + \{(3+2n)N + 3\}H$ となる。

以降, 記述の簡単化のため,

$$\Theta = [\theta' \quad Z'_\theta \quad Z'_{s,\theta} \quad \Delta' \quad \Delta'_s]' \quad (3.13)$$

を導入する。ただし,

$$\delta_t = [\delta_{1t} \quad \delta_{2t} \quad \dots \quad \delta_{Ht}]' \quad (3.14)$$

$$z_{\theta,t} = [z'_{\theta_1,t} \quad z'_{\theta_2,t} \quad \dots \quad z'_{\theta_H,t}]' \quad (3.15)$$

$$z_{s,\theta,t} = [z'_{s,\theta_1,t} \quad z'_{s,\theta_2,t} \quad \dots \quad z'_{s,\theta_H,t}]' \quad (3.16)$$

$$\delta_{s_i} = [\delta_{s_i,1} \quad \delta_{s_i,2} \quad \delta_{s_i,3}]' \quad (3.17)$$

とし,

$$\theta = [\theta'_0 \ \theta'_1 \ \dots \ \theta'_H]' \in \mathbb{R}^{(n+1)(H+1)} \quad (3.18)$$

$$Z_\theta = [z'_{\theta,1} \ z'_{\theta,2} \ \dots \ z'_{\theta,N}]' \in \mathbb{R}^{(n+1)HN} \quad (3.19)$$

$$Z_{s,\theta} = [z'_{s,\theta,1} \ z'_{s,\theta,2} \ \dots \ z'_{s,\theta,N}]' \in \mathbb{R}^{(n+1)HN} \quad (3.20)$$

$$\Delta = [\delta'_1 \ \delta'_2 \ \dots \ \delta'_N]' \in \{0,1\}^{HN} \quad (3.21)$$

$$\Delta_s = [\delta'_{s_1} \ \delta'_{s_2} \ \dots \ \delta'_{s_H}]' \in \{0,1\}^{3H} \quad (3.22)$$

とする。

また,

$$L_t = \begin{bmatrix} [I & O & \dots & O] & O & S_t & O & O \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

とする。ただし,

$$S_t = \underbrace{\begin{bmatrix} O & \dots & I & \dots & O \end{bmatrix}}_{\substack{1 \ \dots \ t \ \dots \ N}} \quad (3.24)$$

とする。

以上から, (3.11) 式は,

$$\begin{aligned} f(\varphi_t, \theta) &= \varphi'_t \theta_0 + \sum_{i=1}^H (\varphi'_t z_{s,\theta_i,t}) \\ &= \varphi'_t L_t \Theta \end{aligned} \quad (3.25)$$

と記述できる*2。

また, 線形不等式 (3.12) 式の数は $\tilde{N}_t = 5(2n+1)H - 1$ となるので, 線形不等式 (3.12) 式は適切な $F_t \in \mathbb{R}^{N_u \times \tilde{N}_t}$ および $b_t \in \mathbb{R}^{\tilde{N}_t}$ を用いて,

$$F_t \Theta \leq b_t \quad (3.26)$$

と記述できる。

以降では, MLDS(3.11) および (3.12) 式を,

$$\begin{aligned} f(\varphi_t, \theta) &= \varphi'_t \theta_0 + \sum_{i=1}^H (\varphi'_t z_{s,\theta_i,t}) \\ &= \varphi'_t L_t \Theta \end{aligned} \quad (3.27)$$

$$F_t \Theta \leq b_t \quad (3.28)$$

と記述する。

*2 Θ が θ をその要素に持つことに注意されたい。

3.3 モデルの精度とモデル構造の複雑さを考慮した評価関数

前述したように、一般にシステム同定とは、何らかの評価関数に基づき観測データとモデルに基づく値の誤差を最小化することである。同定パラメータにサブシステム数を含むPWAシステムの同定において、サブシステム数が多いほど、出力データ y_t とモデルに基づく値 $f(\varphi_t, \theta)$ の誤差は小さくなるが、変数が増加し、モデルの構造が複雑となる。また、入出力データには誤差などが含まれるため、必ずしも出力データ y_t とモデルに基づく値 $f(\varphi_t, \theta)$ を完全に一致させる必要はない。そこで、サブシステム数に関する項を評価関数に反映させることで、適切なサブシステム数を同定する。(3.13)式の同定パラメータ θ において、サブシステム数に関する同定パラメータは $\tilde{\delta}_s$ である。これは、論理式(3.8)式の関連付けから、 $\delta_{s_i,1} = 1$ または $\delta_{s_i,2} = 1$ の場合は i 番目のヒンジが存在し、 $\delta_{s_i,3} = 1$ の場合は i 番目のヒンジは存在しないことを表すためである。そこで、 $\tilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ を定義し、 $\tilde{R}\tilde{\delta}_{s_i} = \delta_{s_i,1} + \delta_{s_i,2}$ とすれば、 i 番目のヒンジが存在する場合は $\tilde{R}\tilde{\delta}_{s_i} = 1$ となり、 i 番目のヒンジが存在しない場合は $\tilde{R}\tilde{\delta}_{s_i} = 0$ となる。したがって、 $\tilde{R}\tilde{\delta}_{s_i}$ によりヒンジの有無を表すことができるので、本研究では、

$$V_1(\Theta) := \sum_{t=1}^N \|y_t - f(\varphi_t, \theta)\|_2^2 \quad (3.29)$$

$$= \sum_{t=1}^N \|y_t - \varphi_t' L_t \Theta\|_2^2 \quad (3.30)$$

$$V_2(\Theta) := R\Theta \quad (3.31)$$

ただし、

$$R = \begin{bmatrix} O & \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{R} & \dots & \tilde{R} \end{bmatrix}}_H \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

として、サブシステム数を考慮した評価関数、

$$V(\Theta) = V_1(\Theta) + QV_2(\Theta) \quad (3.33)$$

を提案する。(3.33)式において、 $V_1(\Theta)$ および $V_2(\Theta)$ はそれぞれ、出力データ y_t とモデルに基づく値 $f(\varphi_t, \theta)$ の誤差およびヒンジ数を表す。また、 $Q > 0$ はヒンジ数を考慮した重みである。

3.4 混合整数二次計画問題への帰着

評価関数 (3.33) 式によって, HHARX モデルのパラメータ同定問題は,

$$\begin{aligned} \Theta^* &= \arg \min_{\Theta} V(\Theta) \\ \text{subject to} & \\ F\Theta &\leq b \end{aligned} \quad (3.34)$$

と記述できる。ただし, $N_t = \{(12 + 10n)N + 3\}H - 1$ とし,

$$F = [F'_1 \ F'_2 \ \dots \ F'_N]' \in \mathbb{R}^{N_u \times N_t} \quad (3.35)$$

$$b = [b'_1 \ b'_2 \ \dots \ b'_N]' \in \mathbb{R}^{N_t} \quad (3.36)$$

とする。

ここで,

$$V(\Theta) = \sum_{t=1}^N (y'_t y_t - 2y'_t \varphi'_t L_t \Theta + \Theta' L'_t \varphi_t \varphi'_t L_t \Theta) + QR\Theta \quad (3.37)$$

なので,

$$\Gamma = \frac{1}{2} (-2 \sum_{t=1}^N y'_t \varphi'_t L_t + QR) \quad (3.38)$$

$$\Phi = \sum_{t=1}^N L'_t \varphi_t \varphi'_t L_t \quad (3.39)$$

とおくと, 同定問題は混合整数二次計画問題,

$$\Theta^* = \arg \min_{\Theta} \frac{1}{2} \Theta' \Phi \Theta + \Gamma \Theta \quad (3.40)$$

subject to

$$F\Theta \leq b \quad (3.41)$$

に帰着できる。混合整数二次計画問題は, 最適解を得られることが保証されている問題であり, 商用ソルバなどを用いて解くことができる。したがって, サブシステム数を同定パラメータに含み, サブシステム数, 切り替え条件およびサブシステムを同時に同定できる。

第4章 具体例への応用

本章では、まず、4.1節において、静的システム、動的システムおよび入力離散的な動的システムの3種類の数値例に提案手法を適用し、サブシステム数を同定パラメータに含むPWAシステムの同定が可能であることを明らかにする。次に、4.2節において、状態によって動作モードが切り替わるクラスのハイブリッド動的システムの一例として、ボール位置制御実験装置を用いた手動制御を取り上げ、ヒトの操作によって仕様を満足するような入出力データに対して、提案手法を適用し、その抽出を試みる。そして、同定結果の操作モデルを用いた自動制御への展開の枠組みを提案する。

4.1 数値例

4.1.1 静的システム

同定対象システムとして、

$$y_t = \varphi_t' \begin{bmatrix} -1.0 \\ 3.0 \end{bmatrix} + \max\left\{\varphi_t' \begin{bmatrix} 3.0 \\ -12.0 \end{bmatrix}, 0\right\} - \max\left\{\varphi_t' \begin{bmatrix} 3.5 \\ -24.5 \end{bmatrix}, 0\right\} + e_{1t} \quad (4.1)$$
$$(t = 1, 2, \dots, 21)$$

で表される静的システムを考える。ここで、回帰ベクトルは $\varphi_t = [x_t \ 1]'$ 、 $(x_t = 0, 0.5, 1, \dots, 10)$ であり、 e_{1t} は $[-0.3, 0.3]$ の一様分布である。同定対象システム(4.1)式から得られた入出力データを Fig. 4.1 において黒点で示す。

以下では、Fig. 4.1 における黒点の入出力データに対して、提案手法を適用し、同定対象システム(4.1)式と同定結果のモデルとの比較および評価関数の特性によって、提案手法の有効性を示す。

同定対象システム(4.1)式から、同定結果はヒンジ数2のモデルであることが期待される。そこで、HHARXモデル(3.1)式の H の値を2よりも大きい $H = 5$ として、提

案手法を用いて同定した結果,

$$f(\varphi_t, \theta^*) = \varphi_t \begin{bmatrix} -1.1 \\ 3.1 \end{bmatrix} + \max\left\{\varphi_t \begin{bmatrix} 3.1 \\ -12.2 \end{bmatrix}, 0\right\} - \max\left\{\varphi_t' \begin{bmatrix} 3.5 \\ -24.6 \end{bmatrix}, 0\right\} \quad (4.2)$$

が得られた。同定結果のモデル(4.2)式の入出力データを Fig. 4.1 の区分的な直線として示す。Fig. 4.1 および同定対象システム(4.1)式と同定結果のモデル(4.2)式との比較から、サブシステム数、切り替え条件およびサブシステムを良好に同定できていることがわかる。

なお、混合整数二次計画問題の決定変数および拘束条件の数はそれぞれ、552 および 2324 であり、 $Q = 10$ とした。最適解は Intel(R) Pentium(R)4 CPU 3.2GHz メモリ 3GB の PC により Matlab R.14 および cplex を用いて約 2.5 時間で得られた。

また、Table 4.1 に評価関数の特性を示す。Table 4.1 から、最適なヒンジ数は 2 と同定されていることがわかる。なお、Table 4.1 の $V_1(\Theta)$ の値は、ヒンジ数固定の従来法を用いて導出した。

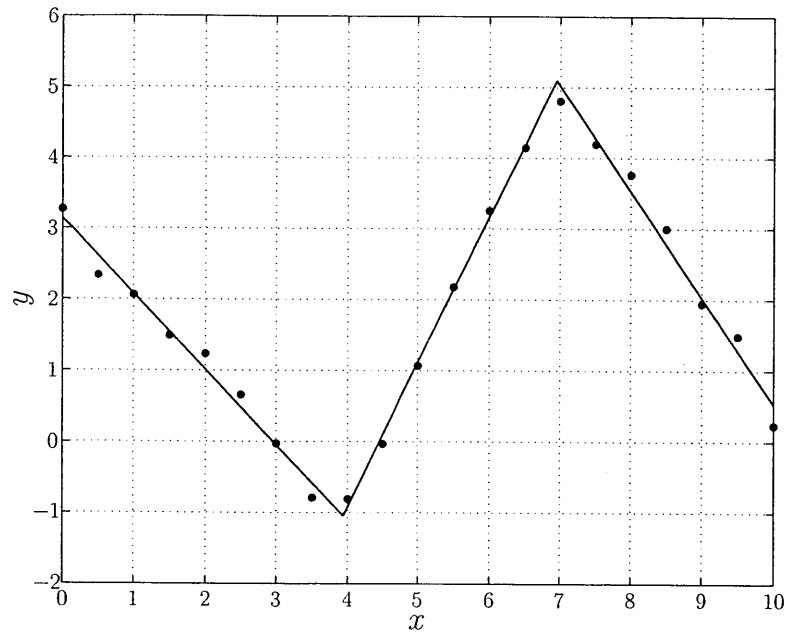


Fig. 4.1 同定対象システム (4.1) 式および同定結果のモデル (4.2) 式の入出力データ (静的システム)

Table 4.1 評価関数の特性 (静的システム)

H	$V(\Theta^*)$	$V_1(\Theta)$ (conventional method)	$V_2(\Theta)$
0	—	52.1	0
1	—	40.3	10
2	20.6	0.6	20
3	—	0.5	30
4	—	0.4	40
5	—	0.4	50

4.1.2 動的システム

同定対象システムとして,

$$y_t = x_t \quad (4.3)$$

$$x_{t+1} = \varphi_t' \begin{bmatrix} 1.2 \\ -0.5 \\ -3.0 \end{bmatrix} + \max\{\varphi_t' \begin{bmatrix} -1.5 \\ 0.0 \\ 1.0 \end{bmatrix}, 0\} + e_{2t} \quad (4.4)$$

で表される動的システムを考える。ここで、回帰ベクトルは $\varphi_t = [x_t \ u_t \ 1]'$ であり、 e_{2t} は $[-1, 1]$ の一様分布である。同定対象システム (4.4) 式に Fig. 4.2 の入力データ u_t を与えた場合の出力データ y_t を Fig. 4.3 において黒点で示す。また、入出力データを Fig. 4.6 において黒点で示す。

以下では、Fig. 4.6 における黒点の入出力データに対して、提案手法を適用し、同定対象システム (4.4) 式と同定結果のモデルとの比較および評価関数の特性によって、提案手法の有効性を示す。

同定対象システム (4.4) 式から、同定結果はヒンジ数 1 のモデルであることが期待される。そこで、HHARX モデル (3.1) 式の H の値を 1 よりも大きい $H = 5$ として、提案手法を用いて同定した結果、

$$f(\varphi_t, \theta^*) = x_t \quad (4.5)$$

$$x_{t+1} = \varphi_t' \begin{bmatrix} 1.1 \\ -0.5 \\ -2.8 \end{bmatrix} + \max\{\varphi_t' \begin{bmatrix} -1.3 \\ 0.0 \\ 1.0 \end{bmatrix}, 0\} \quad (4.6)$$

が得られた。同定結果のモデル (4.6) 式の入出力データを Fig. 4.6 の区分的な平面として示す。また、同定結果のモデル (4.6) 式に、Fig. 4.2 の同定に用いた入力データ u_t を与えた場合の出力データを Fig. 4.3 において白丸で示す。Fig. 4.6、Fig. 4.3 および同定対象システム (4.4) 式と同定結果のモデル (4.6) 式の比較から、サブシステム数、切り替え条件およびサブシステムを良好に同定できていることがわかる。また、検証のため、同定に用いた入力とは異なる Fig. 4.4 の入力データ u_t に対する、同定対象システム (4.4) 式および同定結果 (4.6) 式の入出力データ y_t をそれぞれ、Fig. 4.5 の黒点および白丸に示す。Fig. 4.5 より、同定結果のモデルが妥当であることがわかる。

なお、混合整数二次計画問題の決定変数および拘束条件はそれぞれ、768 および 3374 であり、 $Q = 10$ とした。最適解は Intel(R) Pentium(R)4 CPU 3.2GHz メモリ 3GB の PC により Matlab R.14 および cplex を用いて約 2.5 時間で得られた。

また, Table 4.2 に評価関数の特性を示す。Table 4.2 から, 最適なヒンジ数は 1 と同定されていることがわかる。なお, Table 4.2 の $V_1(\Theta)$ の値は, ヒンジ数固定の従来法を用いて導出した。

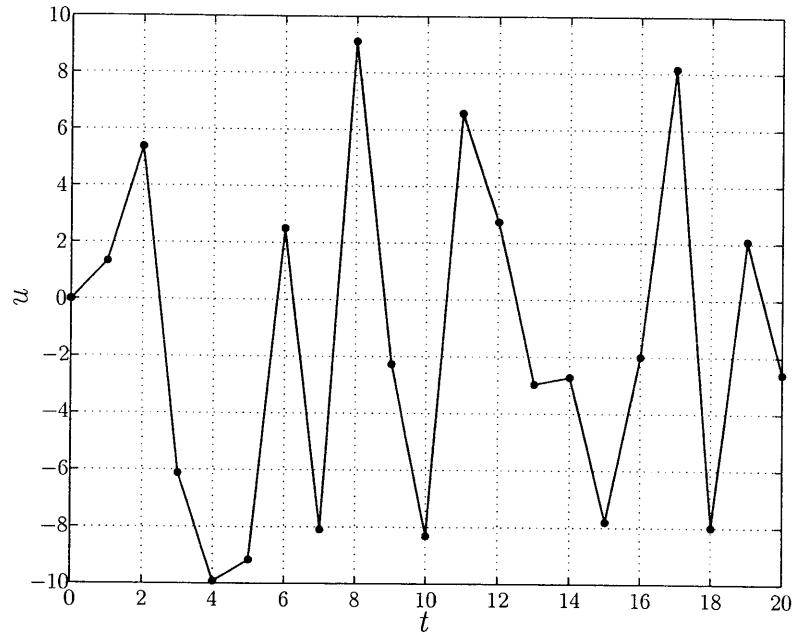


Fig. 4.2 同定に用いた入力データ (動的システム)



Fig. 4.3 Fig. 4.2の入力データに対する出力データ (動的システム) (黒点: 同定対象システム (4.4) 式, 白丸: 同定結果のモデル (4.6) 式)

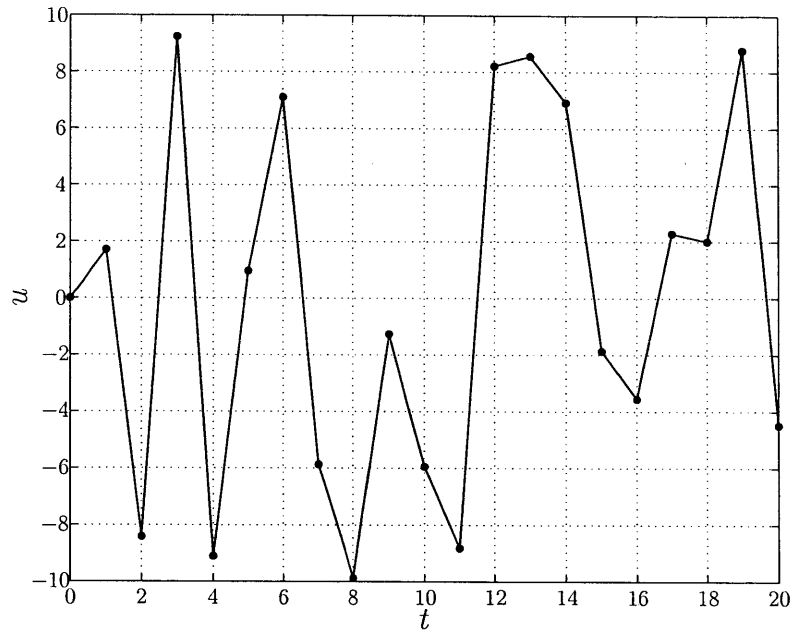


Fig. 4.4 検証用入力データ (動的システム)

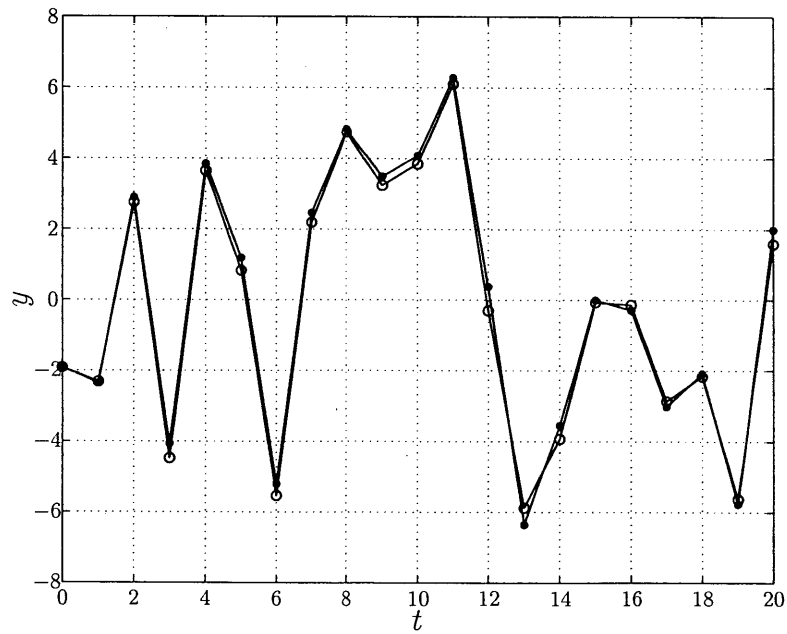


Fig. 4.5 Fig. 4.4の入力データに対する出力データ (動的システム) (黒丸: 同定対象システム(4.4)式, 白丸: 同定結果のモデル(4.6)式)

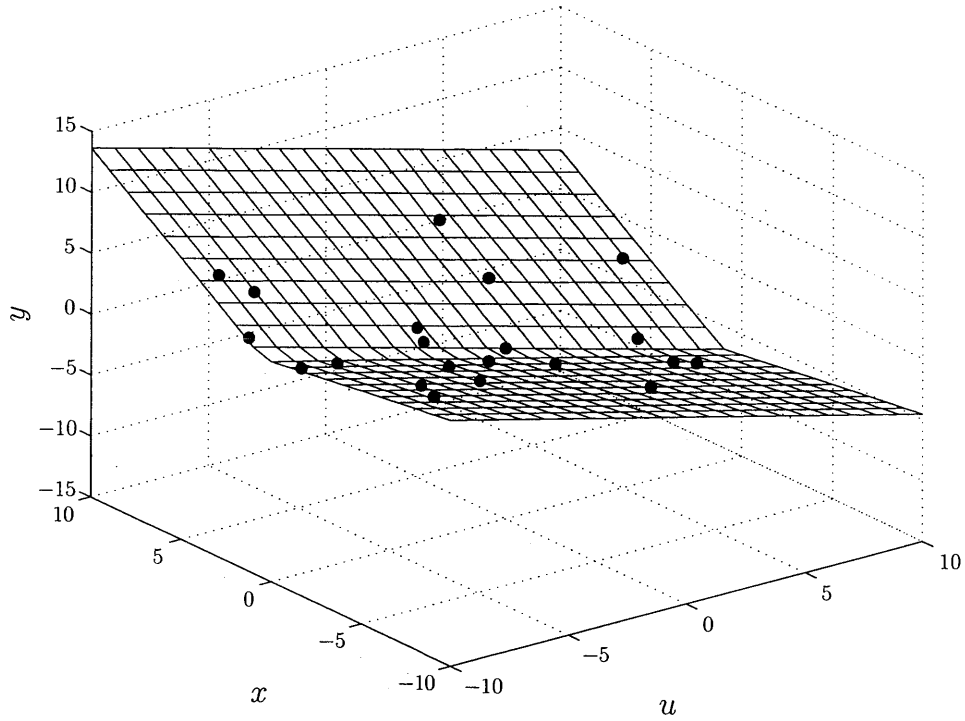


Fig. 4.6 同定結果 (動的システム)

Table 4.2 評価関数の特性 (動的システム)

H	$V(\Theta^*)$	$V_1(\Theta)$ (conventional method)	$V_2(\Theta)$
0	—	39.5	0
1	16.1	6.1	10
2	—	5.9	20
3	—	4.5	30
4	—	4.1	40
5	—	3.7	50

4.1.3 入力が離散的な動的システム

同定対象システムとして,

$$y_t = x_t \quad (4.7)$$

$$x_{t+1} = \varphi_t' \begin{bmatrix} -1.0 \\ 1.5 \\ -5.0 \end{bmatrix} + \max\{\varphi_t' \begin{bmatrix} 0.0 \\ -2.0 \\ 3.0 \end{bmatrix}, 0\} + e_{3t} \quad (4.8)$$

$$u_t \in \{0, 10\}$$

で表される入力が離散的な動的システムを考える。ここで、回帰ベクトルは $\varphi_t = [x_t \ u_t \ 1]'$, ($x_0 = 0.3$) であり, e_{3t} は $[-1, 1]$ の一様分布である。同定対象システム (4.8) 式に Fig. 4.7 の入力データ u_t を与えた場合の出力データ y_t を Fig. 4.8 において黒点で示す。また, 入出力データを Fig. 4.11 において黒点で示す。

以下では, Fig. 4.11 における黒点の入出力データに対して, 提案手法を適用し, 同定対象システム (4.8) 式と同定結果のモデルとの比較および評価関数の特性によって, 提案手法の有効性を示す。

同定対象システム (4.8) 式から, 同定結果はヒンジ数 1 のモデルであることが期待される。そこで, HHARX モデル (3.1) 式の H の値を 1 よりも大きい $H = 5$ として, 提案手法を用いて同定した結果,

$$f(\varphi_t, \theta^*) = x_t \quad (4.9)$$

$$x_{t+1} = \varphi_t' \begin{bmatrix} -1.0 \\ 1.6 \\ -5.3 \end{bmatrix} + \max\{\varphi_t' \begin{bmatrix} 0.0 \\ -2.0 \\ 3.6 \end{bmatrix}, 0\} \quad (4.10)$$

$$u_t \in \{0, 10\}$$

が得られた。同定結果のモデルの入出力データを Fig. 4.11 の区分的な平面として示す。また, 同定結果のモデル (4.10) 式に, Fig. 4.7 の同定に用いた入力データ u_t を与えた場合の出力データを Fig. 4.8 において白丸で示す。Fig. 4.11, Fig. 4.8 および同定対象システム (4.8) 式と同定結果のモデル (4.10) 式の比較から, サブシステム数, 切り替え条件およびサブシステムを良好に同定できていることがわかる。また, 検証のため, 同定に用いた入力データとは異なる Fig. 4.9 の入力データ u_t に対する, 同定対象システム (4.8) 式および同定結果のモデル (4.10) 式の出力データ y_t をそれぞれ, Fig. 4.10 における黒点および白丸に示す。Fig. 4.10 より, 同定結果のモデルが妥当であることがわかる。

なお、混合整数二次計画問題の決定変数および拘束条件の数はそれぞれ、768 および 3374 であり、 $Q = 10$ とした。最適解は Intel(R) Pentium(R)4 CPU 3.2GHz メモリ 3GB の PC により Matlab R.14 および cplex を用いて約 2 時間で得られた。

また、Table 4.3 に評価関数の特性を示す。Table 4.3 から、最適なヒンジ数は 1 と同定されていることがわかる。なお、Table 4.3 の $V_1(\Theta)$ の値は、ヒンジ数固定の従来法を用いて導出した。

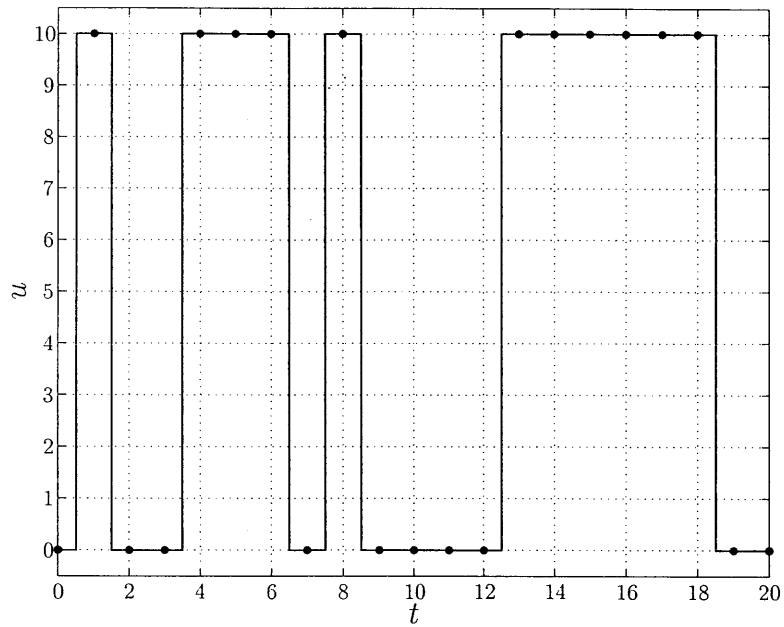
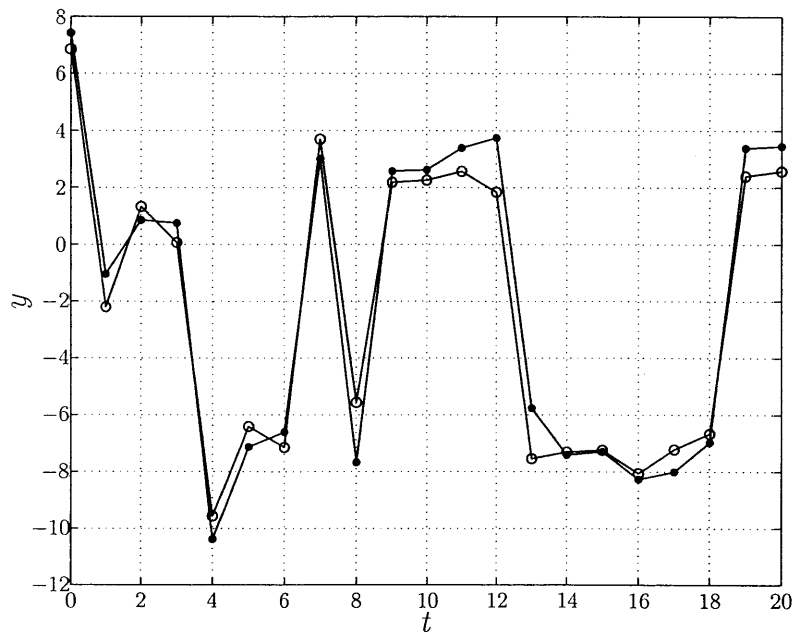


Fig. 4.7 同定に用いた入力データ (入力が離散的な動的システム)

Fig. 4.8 Fig. 4.7の入力データに対する出力データ (入力が離散的な動的システム)
(黒丸: 同定対象システム (4.8) 式, 白丸: 同定結果のモデル (4.10) 式)

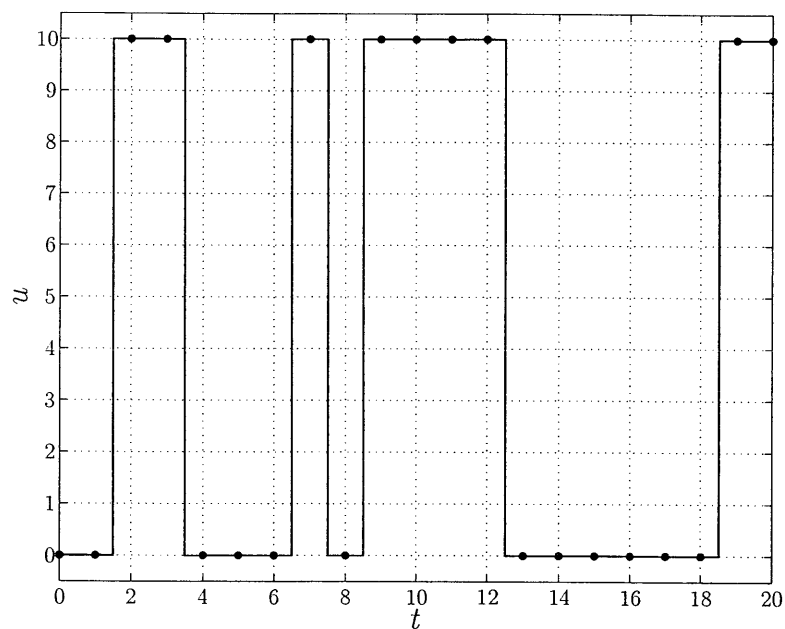
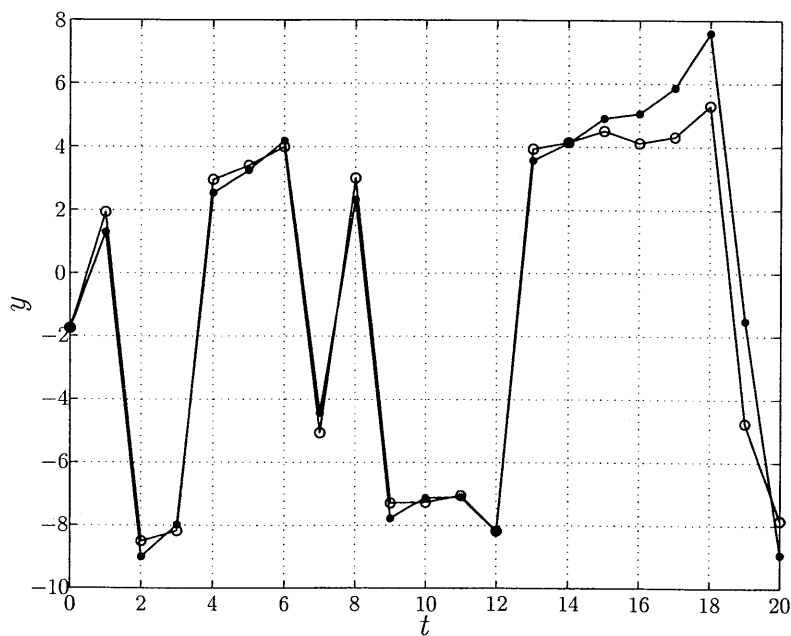


Fig. 4.9 検証用入力データ (入力が離散的な動的システム)

Fig. 4.10 Fig. 4.9の入力データに対する出力データ (入力が離散的な動的システム)
(黒点: 同定対象システム(4.8)式, 白丸: 同定結果のモデル(4.10)式)

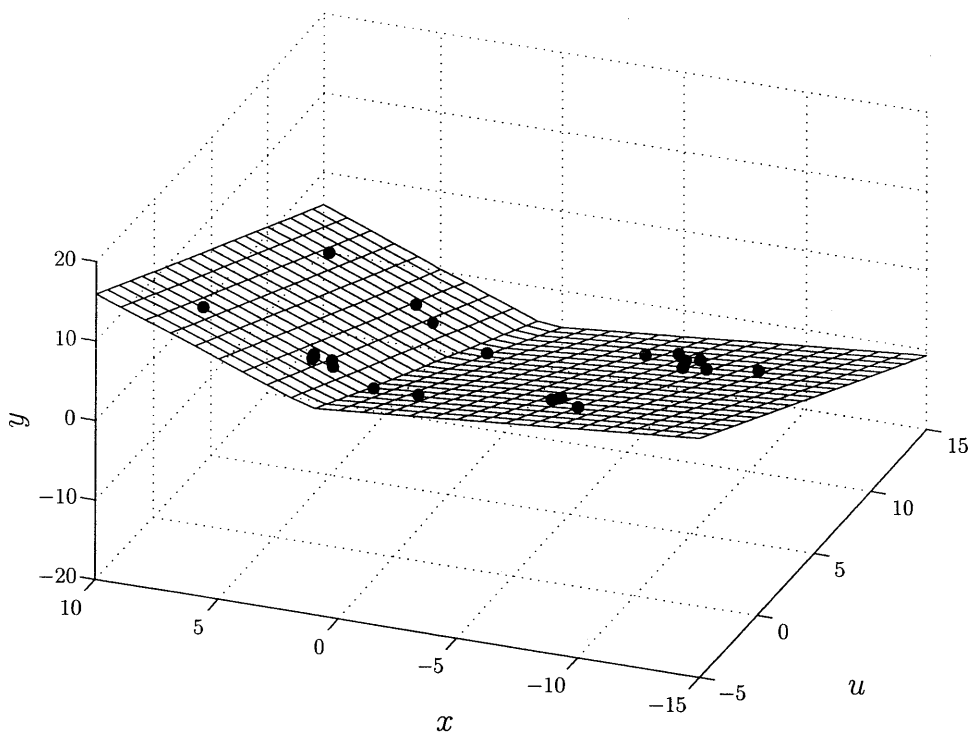


Fig. 4.11 同定結果 (入力が離散的な動的システム)

Table 4.3 評価関数の特性 (入力が離散的な動的システム)

H	$V(\Theta^*)$	$V_1(\Theta)$ (conventional method)	$V_2(\Theta)$
0	-	64.3	0
1	18.0	8.0	10
2	-	4.6	20
3	-	4.5	30
4	-	4.3	40
5	-	3.5	50

4.2 ヒトの操作モデル抽出への応用

本節では、提案手法を用いて、実験によってヒトの操作モデル抽出への応用を試みる。具体的なタスクとして、ボール位置制御実験装置を用いた手動制御を取り上げる。手動制御において、ヒトの操作によって仕様を満足するような入出力データを用いて、ヒトの操作をHHARXモデルで表現する。また、同定結果のHHARXモデルを用いて、自動制御へ適用することにより、ヒトの操作モデルを自動制御へ展開する枠組みを提案する。

4.2.1 実験環境および問題設定

ヒトの技能の一例として、Fig. 4.12に示すボール位置制御実験装置を用いた手動制御を扱う。ボール位置制御実験装置の模式図およびパラメータをFig. 4.13およびTable 4.4に示す。

ボール位置制御実験装置は、梁上のボールの位置 r を梁の角度によって制御する実験装置であり、梁の角度はギアの位置 α によって変化させることができる。ギアの位置 α は手動で操作でき、その操作はギアに付属のDCモータの位置検出によって測定できる。また、ギアに付属のDCモータの位置制御機構によるギアの位置 α の操作も可能である。

制御仕様を“ボールを初期位置 $r_0[\text{cm}]$ から梁の中心 $r = 0[\text{cm}]$ にできるだけ速く駆動せよ”と与える。このタスクにおいて、初心者は初めは仕様を満足させることは困難であるものの、何回かの試行を経て、ボールを $r = 0[\text{cm}]$ に駆動させる技能を獲得することが可能である。このとき、Fig. 4.14に示すように、ヒトはボールの位置や速度および操作量などの情報を基に、とるべき操作を生成しているものと考えられる。また、このタスクに対する熟練者の操作は、ボールが $r = 0$ より遠い位置にある場合は大まかに近づける制御であり、 $r = 0$ に近い位置の場合は微調整が働くなど、比較的簡単な操作モードおよび操作方法をある論理判断に従って適切に切り替えているものと考えられる。

このような操作がモデリングできれば、ヒトの操作モデルを用いた自動化やヒトの実操作とモデルに基づく出力の比較による行動の実時間予測、アシスト系や安全システムの構築など、工学的利用への応用が期待できる。

しかしながら、操作モードに切り替えが伴うような場合には、切り替えの条件やタイミングをあらかじめ与えることが困難な場合が多い。そこで、ヒトの操作に対して

提案手法を適用し、ヒトの操作モデル抽出を試みる。

4.2.2 提案手法の適用

上述の仕様に基づくヒトの操作に対して、ボールの位置 r 、ボールの速度 v 、ギアの変化量 η およびギアの位置 α を測定する。初期位置 $r_0 = -15[\text{cm}]$ および $r_0 = 15[\text{cm}]$ に対する測定結果をそれぞれ、Fig. 4.15 および 4.16 に示す。

測定した入出力データから、ソフトウェアおよびハードウェアの制約を考慮し、Fig. 4.15 および 4.16 において黒点で示すサンプリング時間 0.3[s] のデータを同定に用い、ヒトの操作量 α を HHARX モデル、

$$\begin{aligned}\alpha_{t+1} &= f(\varphi_t, \theta) \\ &= \varphi_t' \theta_0 + \sum_{i=1}^H s_i \max\{\varphi_t' \theta_i, 0\} \\ s_i &\in \{-1, 1, 0\}\end{aligned}\quad (4.11)$$

として、提案手法を適用する。ここで、回帰ベクトルは、

$$\varphi_t = [r_t \quad v_t \quad \eta_t \quad 1]'\quad (4.12)$$

とする。ただし、 r_t 、 v_t および $\eta_t = \alpha_t - \alpha_{t-1}$ はそれぞれ、サンプリング時刻 t におけるボールの位置、速度およびギアの変化量である。なお、回帰ベクトルは測定可能な数種のデータの組み合わせとシステム同定法による予備実験の結果に基づき設定した。

Fig. 4.15 および 4.16 における黒点の入出力データに基づき、初期位置 $r_0 = -15[\text{cm}]$ および $r_0 = 15[\text{cm}]$ それぞれに対して、提案手法を適用した結果、

$$f_{\text{left}}(\varphi_t, \theta^*) = \varphi_t' \begin{bmatrix} -0.3 \\ -2.6 \\ 2.1 \\ -7.2 \end{bmatrix} + \max\left\{\varphi_t' \begin{bmatrix} 2.4 \\ 4.4 \\ -2.1 \\ 5.9 \end{bmatrix}, 0\right\}\quad (4.13)$$

および

$$f_{\text{right}}(\varphi_t, \theta^*) = \varphi_t' \begin{bmatrix} 2.6 \\ 3.2 \\ -0.2 \\ 0.4 \end{bmatrix} - \max\left\{\varphi_t' \begin{bmatrix} 2.3 \\ 5.5 \\ -1.6 \\ 1.4 \end{bmatrix}, 0\right\}\quad (4.14)$$

が得られた。なお、システム同定に使用した諸量を Table. 4.5 に示す。最適解は Intel(R) Pentium(R)4 CPU 3.2GHz メモリ 3GB の PC により Matlab R.14 および cplex を用いて約 13.5 時間で得られた。

4.2.3 モデルの妥当性の検証

$\eta = 0$ としたときの(4.13)式を Fig. 4.17 に示す。Fig. 4.17 において、たとえば、 $[r \ v] = [5 \ 2]'$ のときの値は 12.8 である。これは、Fig. 4.17 において、ボールが梁の中心より右側にあり、かつ、中心より遠ざかろうとしているときには、ギアの位置を 12.8[deg] にして、梁の中心にボールを駆動させようとすることを意味する。このように、同定結果のモデルは、物理量との関係が明確であるため、解析などに利用し易い特長を有する。

Fig. 4.15 および 4.16 (a), (b), (c) に対する同定結果のモデル(4.13)および(4.14)式と、同定に用いた出力データをそれぞれ、Fig. 4.18 および 4.19 に示す。Fig. 4.18 および 4.19 から、同定に用いたデータに対しては、同定結果のモデルは、おおむね、手動制御の特性を表していることがわかる。また、Fig. 4.24 および 4.25 にヒトの操作モードの解析結果を示す。Fig. 4.24 および 4.25 において、操作モードをある論理判断に従って適切に切り替えていることがわかる。

以上から、ある論理判断に従って操作モードを適切に切り替えるモデルとして、あるタスクでの熟練者の操作をモデリングできており、ヒトの操作モデルを用いた自動化やヒトの実操作とモデルに基づく出力の比較による行動の実時間予測、アシスト系や安全システムの構築など、工学的利用への応用が期待できる。

4.2.4 同定モデルを用いた自動制御への展開

ここでは、同定結果のヒトの操作モデルを自動制御へ展開する枠組みを提案する。

同定結果(4.13)および(4.14)式に基づく自動制御の実験結果を同定に用いた入出力データとともにそれぞれ、Fig. 4.22 および 4.23 に示す。Fig. 4.22 および 4.23 から、手動制御および自動制御の特性はおおむね同様であることがわかる。

また、Fig. 4.24 および 4.25 に同定結果のモデルに基づく自動制御時の操作モードの解析結果を示す。Fig. 4.24 および 4.25 と、Fig. 4.24 および 4.25 とを比較すると、自動制御時の操作モードの変化は手動制御時の操作モードとおおむね同様である。

以上から、同定結果のヒトの操作モデルを自動制御へ展開できる。

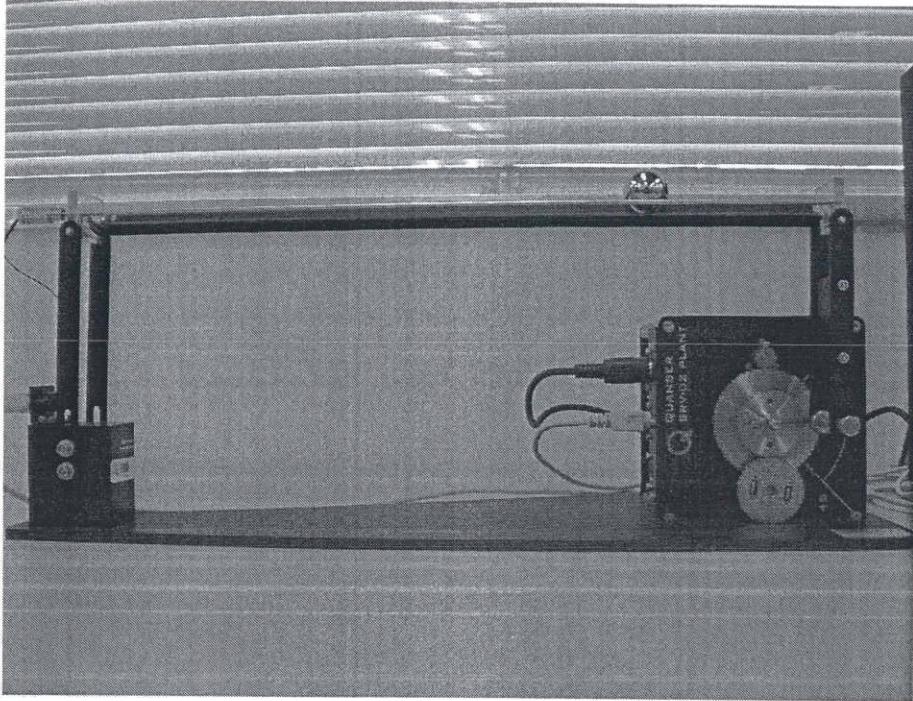


Fig. 4.12 ボール位置制御装置

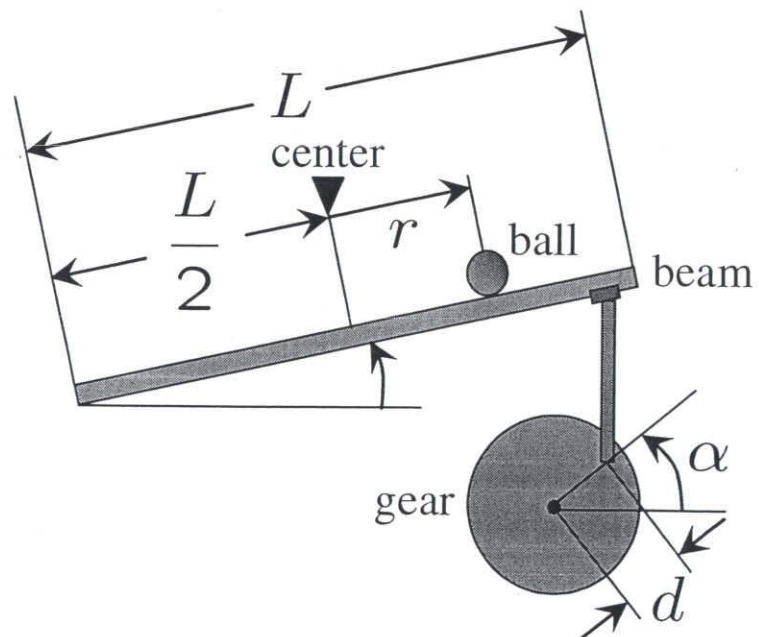


Fig. 4.13 ボール位置制御装置

Table 4.4 ボール位置制御実験装置の記号とパラメータ

$r[\text{cm}]$	position of ball from beam center
$\alpha[\text{deg}]$	position of gear
$L = 43[\text{cm}]$	length of beam
$d = 2.54[\text{cm}]$	radius of gear

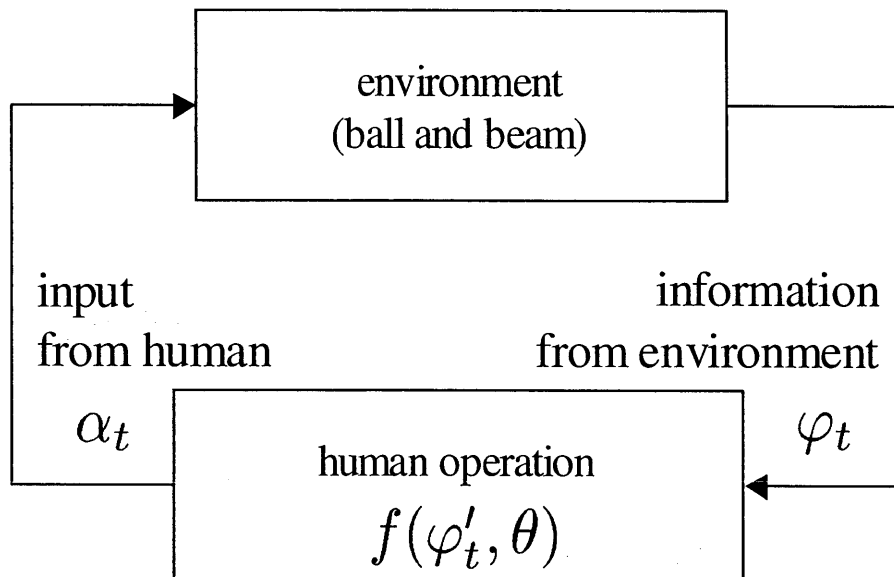


Fig. 4.14 ボール位置制御実験装置を用いた手動制御のブロック図

Table 4.5 システム同定に用いた諸量

	$r_0 = -15$	$r_0 = 15$
N	25	20
H	5	5
m, m_{θ_i}	-100	-100
M, M_{θ_i}	100	100
Q	100	100
total variables	1164	939
total constraints	5264	4214

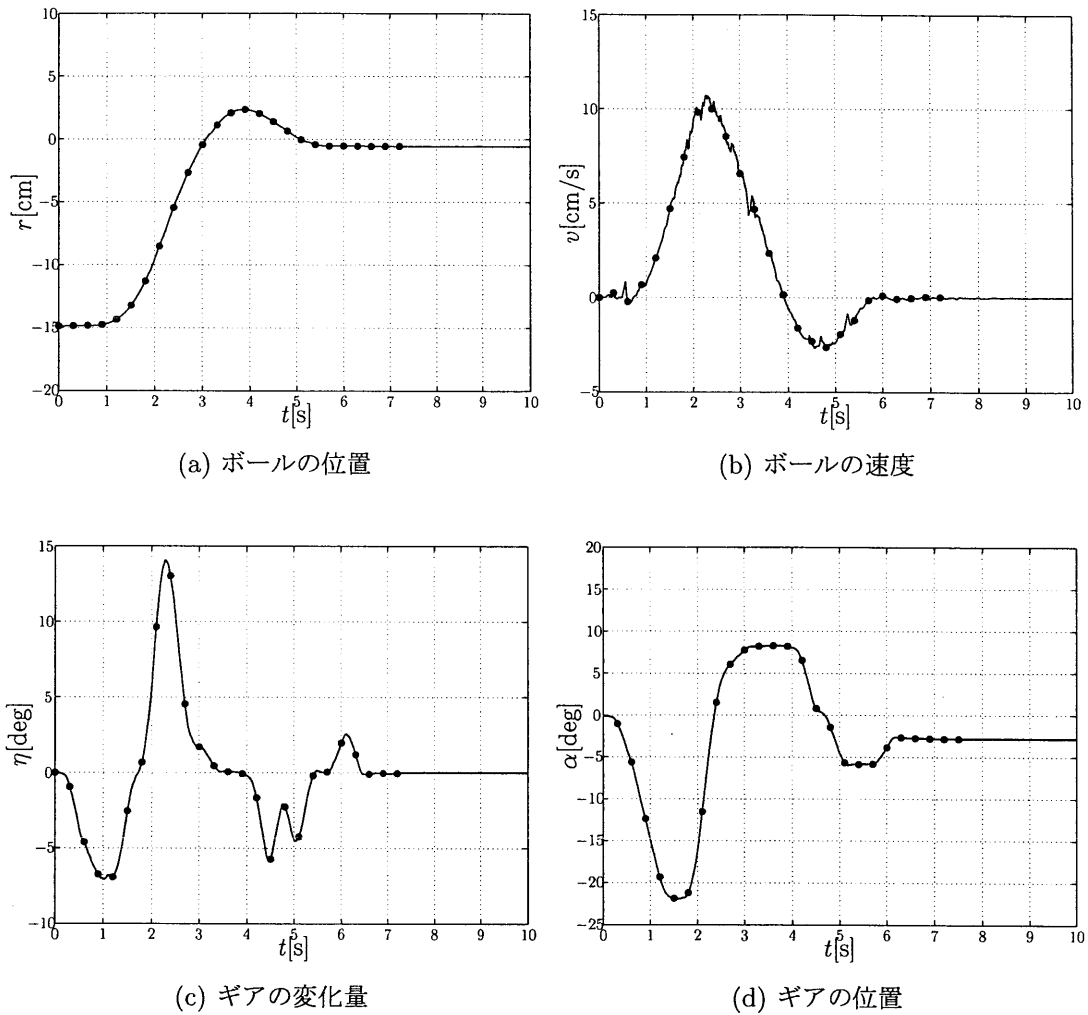


Fig. 4.15 初期位置 $r_0 = -15[\text{cm}]$ からの手動制御の実験結果 (実線) および同定に用いた入出力データ (黒点)

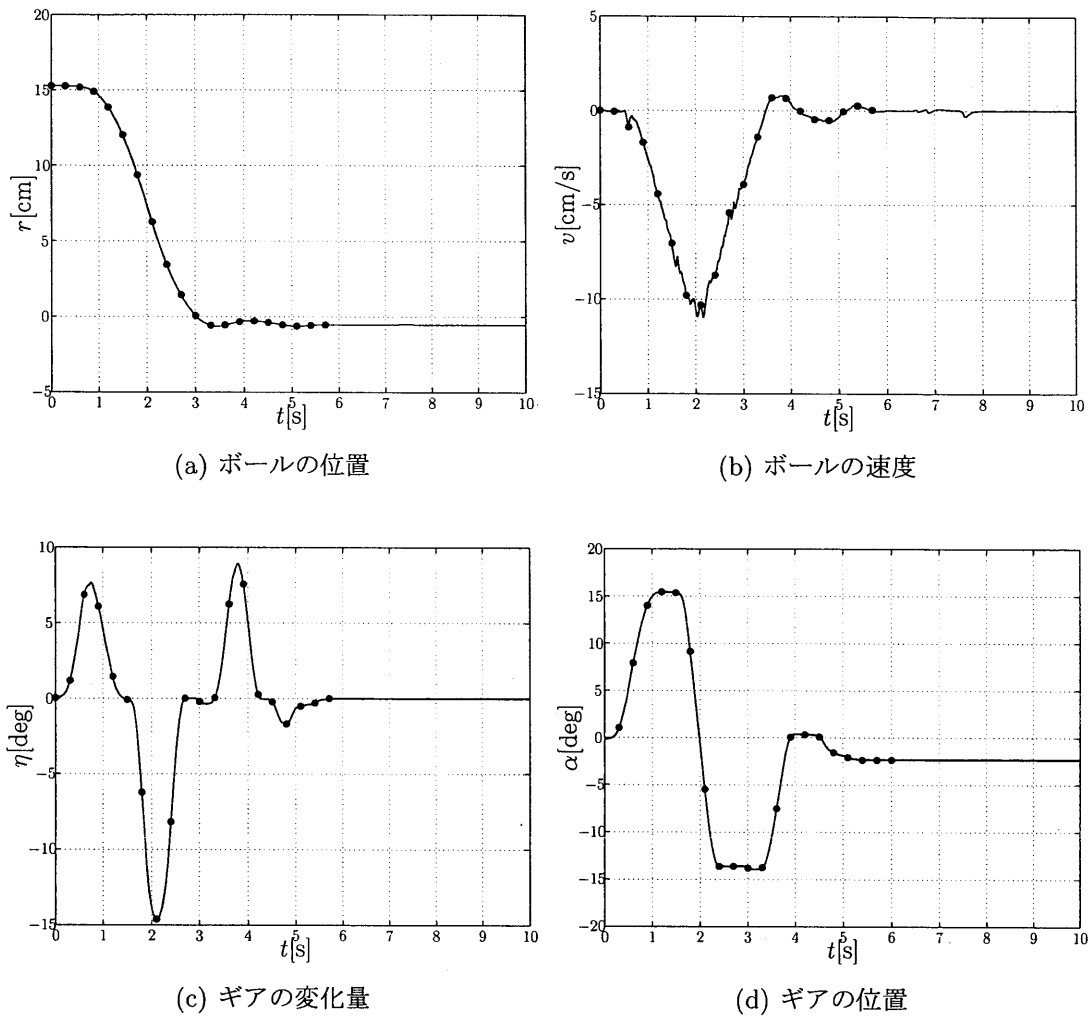


Fig. 4.16 初期位置 $r_0 = 15[\text{cm}]$ からの手動制御の実験結果（実線）および同定に用いた入出力データ（黒点）

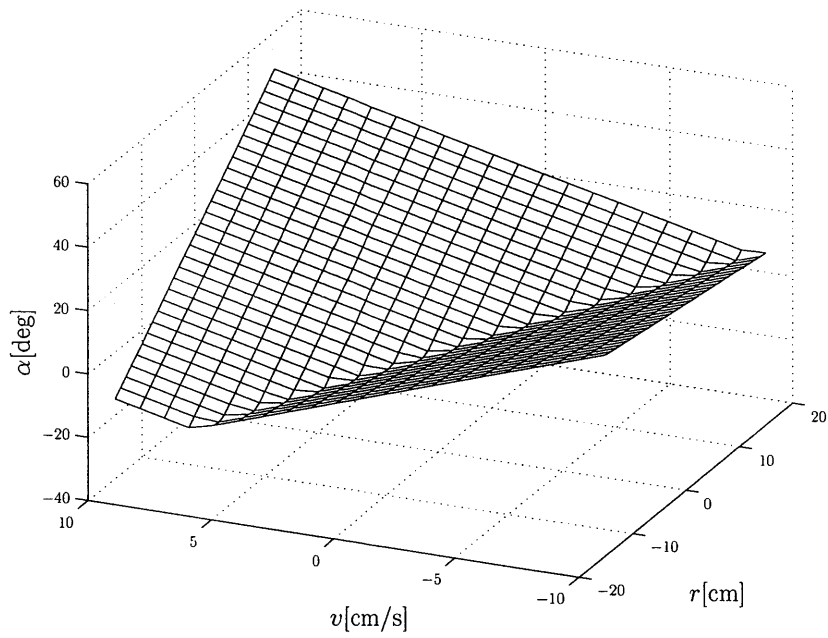


Fig. 4.17 同定結果のモデル(4.13)式 ($\eta = 0$)

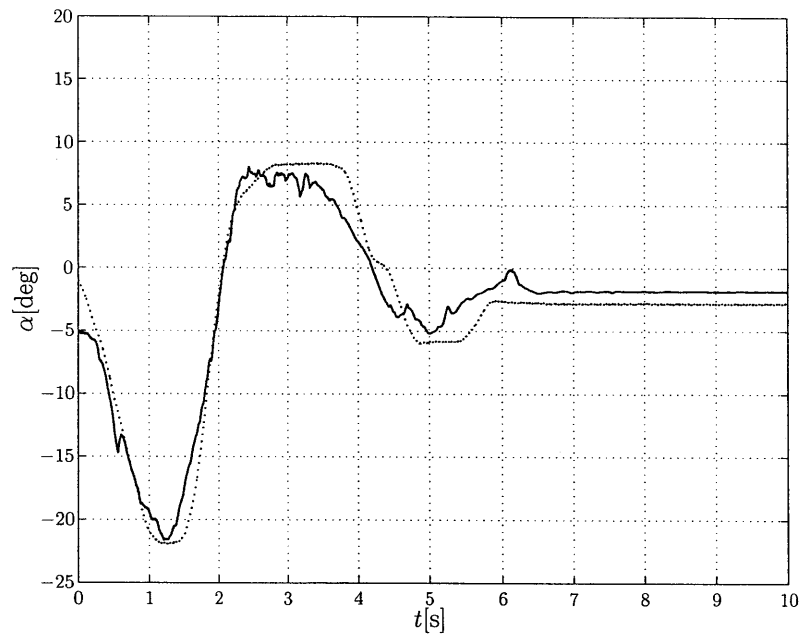


Fig. 4.18 初期位置 $r_0 = -15[\text{cm}]$ からの手動制御のギアの位置（点線）および同定結果のモデルに基づくギアの位置（実線）との比較

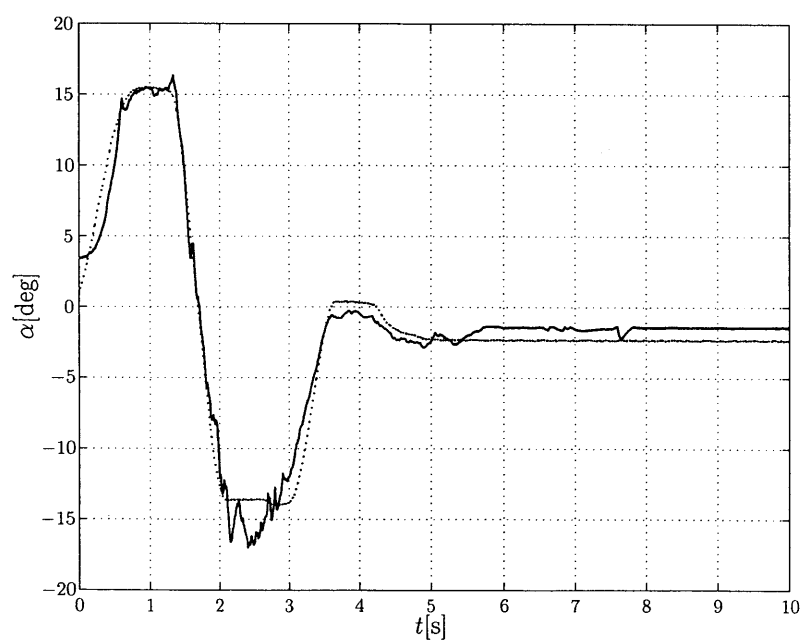


Fig. 4.19 初期位置 $r_0 = 15[\text{cm}]$ からの手動制御のギアの位置（点線）および同定結果のモデルに基づくギアの位置（実線）との比較

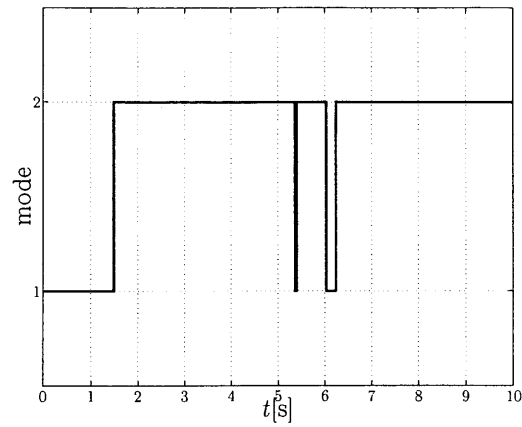


Fig. 4.20 初期位置 $r_0 = -15[\text{cm}]$ からの同定結果のモデルのモード変化

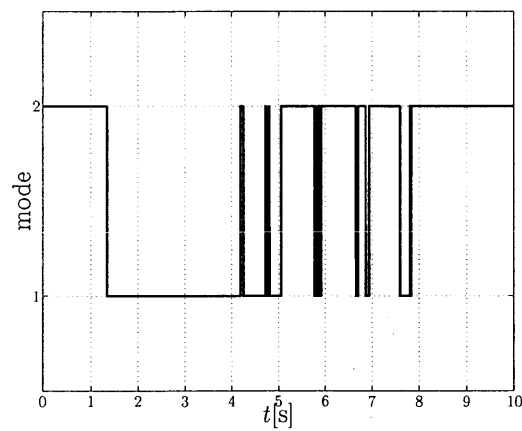


Fig. 4.21 初期位置 $r_0 = 15[\text{cm}]$ からの同定結果のモデルのモード変化

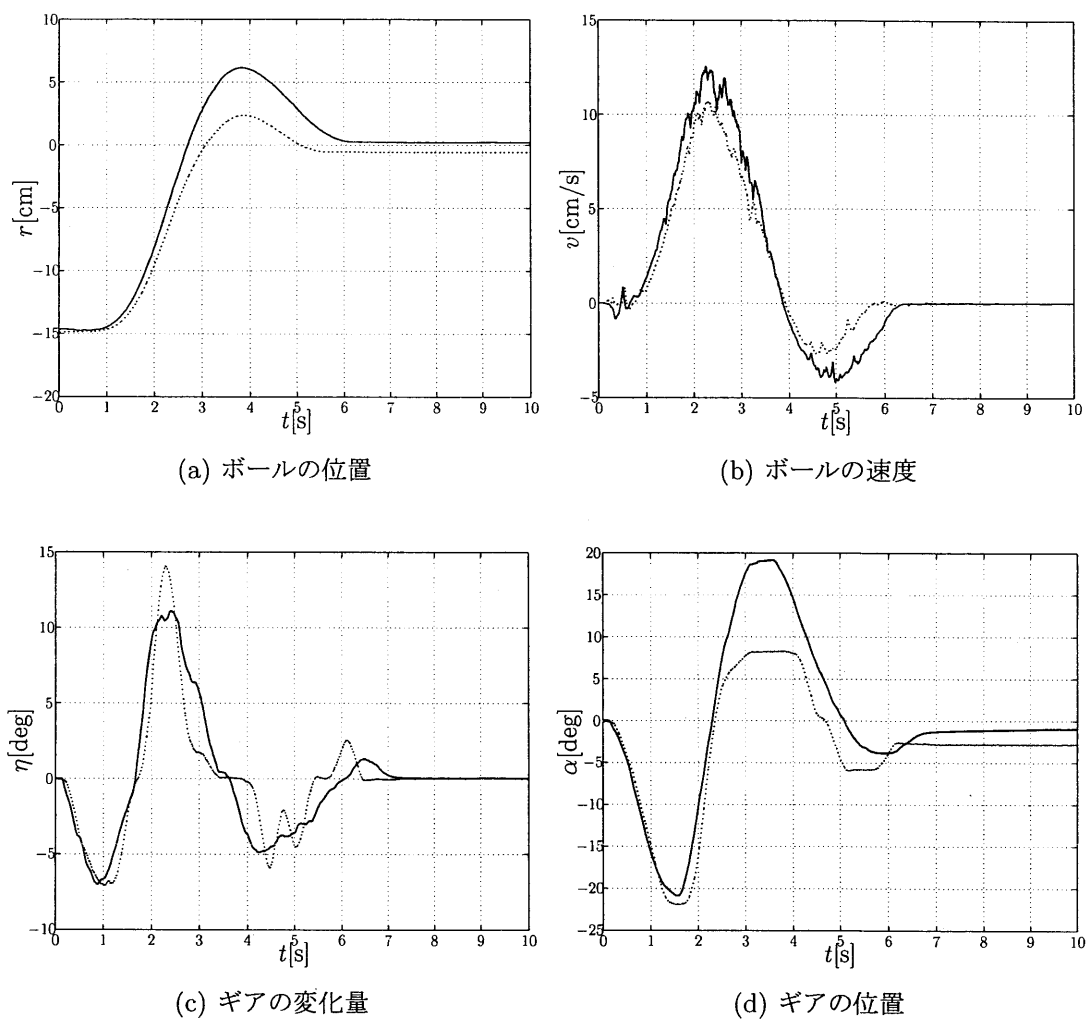


Fig. 4.22 初期位置 $r_0 = -15$ [cm] からの手動制御（破線）と同定結果に基づく自動制御（実線）の実験結果の比較

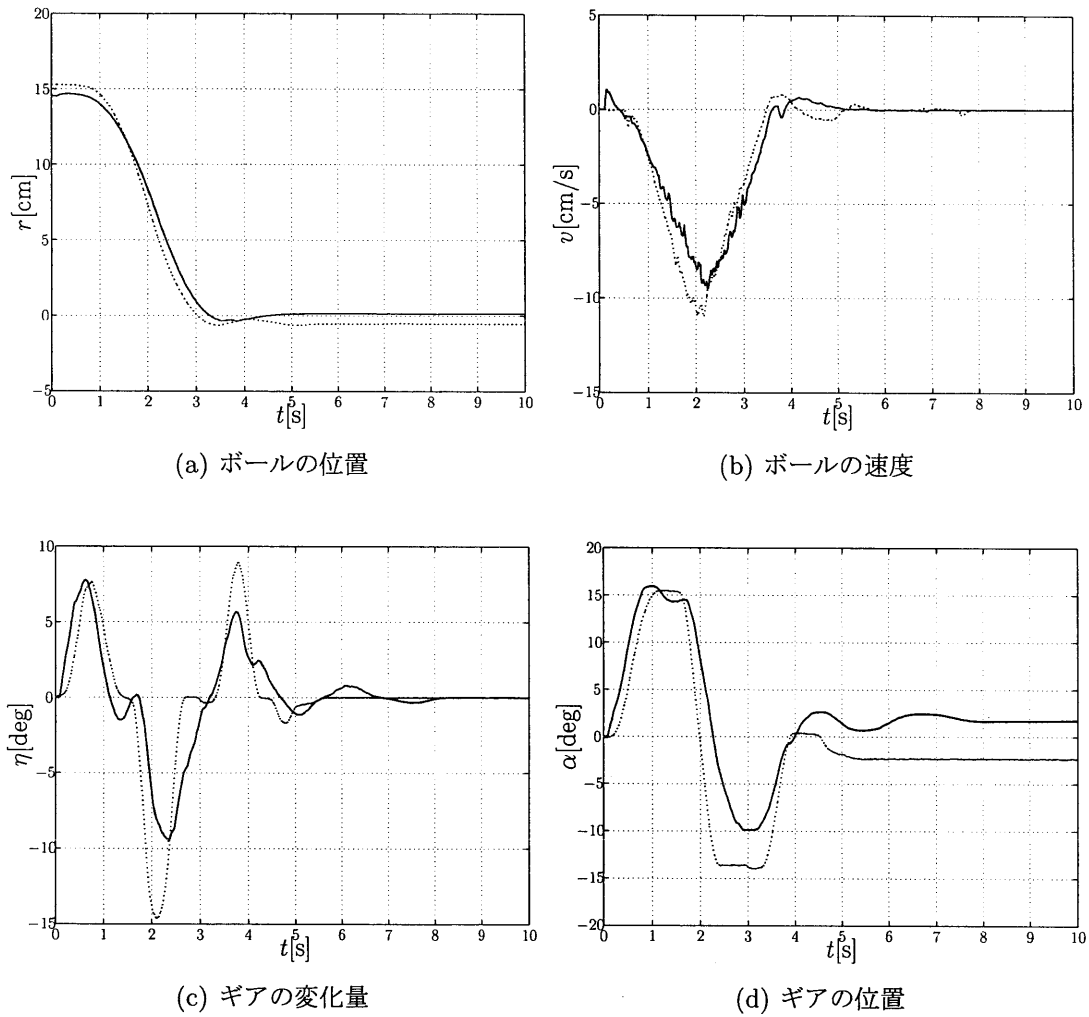


Fig. 4.23 初期位置 $r_0 = 15$ [cm] からの手動制御 (破線) と同定結果に基づく自動制御 (実線) の実験結果の比較

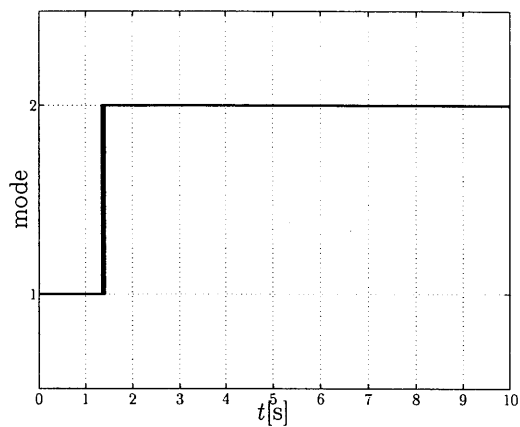


Fig. 4.24 初期位置 $r_0 = -15[\text{cm}]$ からの自動制御時のモード解析結果

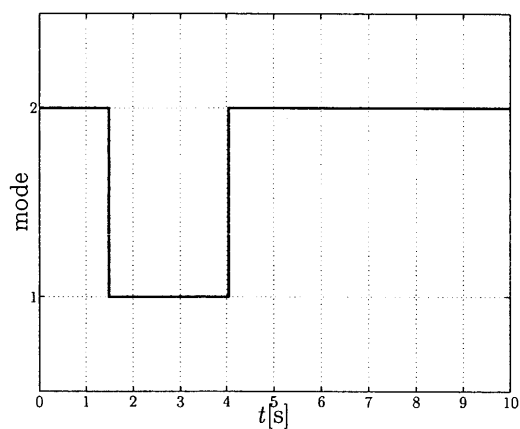


Fig. 4.25 初期位置 $r_0 = 15[\text{cm}]$ からの自動制御時のモード解析結果

第5章 結論

本研究では、サブシステム数を同定パラメータに含むPWAシステムの同定法を提案した。まず、サブシステム数を同定パラメータに含むために、PWAシステムのサブクラスである、サブシステム数可変のHHARXモデルを提案した。次に、HHARXモデルからMLDSへ変換し、モデルの精度とモデル構造の複雑さを考慮した評価関数を用いて、PWAシステムの同定を混合整数二次計画問題に帰着した。

また、静的システム、動的システムおよび入力に離散的な動的システムの3種類の数値例に提案手法を適用し、サブシステム数を同定パラメータに含むPWAシステムの同定が可能であることを明らかにした。さらに、提案手法の応用例として、ヒトの技能抽出へ応用した。具体的には、状態によって動作モードが切り替わるクラスのハイブリッド動的システムの一例として、ボール位置制御実験装置を用いた手動制御を取り上げ、ヒトの操作によって仕様を満足するような入出力データに対して提案手法を適用し、その操作モデルを抽出した。そして、同定結果の操作モデルを用いた自動制御へ応用し、実験によって、ヒトの操作モデル抽出に対する提案手法の有効性を示した。

以上から、ヒトの操作に対して提案手法を適用することで、その動作と判断を数理的に明示できる操作モデルが構築でき、ヒトの実操作とモデルに基づく出力の比較による行動の実時間予測、アシスト系や安全システムの構築など、工学的利用への応用が期待できる。

参考文献

- [1] “Hybrid Systems,” CIS 640, Lecture Notes in University of Pennsylvania, 2000.
- [2] W. P. M. H. Heemels, B. D. Schutter, A. Bemporad, “Equivalence of Hybrid Dynamical Models,” *Automatica*, vol. 37, pp. 1085–1091, 2001.
- [3] 鈴木達也：「ハイブリッドシステムモデルに基づく行動情報処理」, 計測と制御, 第44巻, 第7号, pp. 452–457, 2005.
- [4] 鈴木達也：「運転におけるヒューマンファクタの解析」, 計測と制御, 第45巻, 第3号, pp. 231–236, 2006.
- [5] S. Ma, T. Zanma, M. Ishida, “Identification of Switched Systems with Unknown Switch Points and Its Application,” *Proceedings of the International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, pp. 2885–2890, 2005.
- [6] 足立修一 著：「MATLABによる制御のためのシステム同定」, 東京電機出版局, pp. 1–114, 2002.
- [7] J. P. Hespanha, “System Identification,” ECE147C Lecture Notes, 2004.
- [8] A. L. Juloski, W. P. M. H. Heemels, G. F. Trecate, R. Vidal, S. Paoletti, J. H. G. Niessen, “Comparison of Four Procedures for the Identification of Hybrid Systems,” *HSCC 2005*, LNCS 3414, pp. 354–369, 2005.
- [9] G. F. Trecate, M. Muselli, D. Liberati, and M. Morari, “A Clustering Technique for the Identification of Piecewise Affine Systems,” *HSCC 2001*, LNCS 2034, pp. 218–231, 2001.
- [10] J. Roll, A. Bemporad, and L. Ljung, “Identification of Piecewise Affine Systems via Mixed-Integer Programming,” *Automatica*, vol. 40, pp. 37–50, 2004.

- [11] S. S. Niu, and P. Pucar, "Hinging Hyperplanes for Non-Linear Identification," Linkoping University, 2004.
- [12] P. Pucar, and J. Sjoberg, "Parameterization and Conditioning of Hinging Hyperplane Models," Linkoping University, 1996.
- [13] L. Breiman, "Hinging Hyperplanes for Regression, Classification, and Function Approximation," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 39, No. 3, 1993.
- [14] A. Bemporad, M. Morari, "Control of Systems Integrating Logic, Dynamics, and Constraints," *Automatica*, vol. 35, pp. 407–427, 1999.
- [15] A. Bemporad, M. Morari, V. Dua, E. N. Pistikopoulos, "The Explicit Linear Quadratic Regulator for Constrained Systems," *Automatica*, vol. 38, pp. 3–20, 2002.
- [16] "ILOG CPLEX 10.0 Release Notes," ILOG , 2006.
- [17] K. Holmstrom, A. O. Goran, and M. M. Edvall, "USER'S GUIDE FOR TOM-LAB/CPLEX v10.0," 2006.

関連論文および口頭発表

- (1) 福家慶造, 残間忠直, 石田宗秋: “混合論理動的システムを用いた区分的アフィンシステムの同定,” 平成17年度電気学会産業応用部門大会論文集, pp. 229–232, 2005.
- (2) 福家慶造, 残間忠直, 石田宗秋: “混合論理動的システム論に基づく区分的アフィンシステムとサブシステム数の同時同定,” 第48回自動制御連合講演会論文集, pp. 149–152, 2005.
- (3) 福家慶造, 残間忠直, 石田宗秋: “離散入力 of 区分的アフィンシステムの同定,” 平成17年システム・制御研究会資料, SC-05-25, pp. 35–38, 2005.
- (4) 福家慶造, 残間忠直, 石田宗秋: “混合論理動的システムを用いたスキルの抽出に関する一考察,” 平成18年システム・制御, 産業電力電気応用合同研究会資料, SC-06-18, IEA-06-37, pp. 37–42, 2006.
- (5) 残間忠直, 福家慶造, 馬尚昌, 石田宗秋: “混合論理動的システム論に基づく区分的アフィンシステムとサブシステム数の同時同定,” 電気学会論文誌C, 投稿中.

謝 辞

本研究の遂行ならびに本論文の作成に際し、終始並々ならぬ御指導と御鞭撻を賜りました三重大学 電気電子工学 教授 工学博士 石田宗秋先生，三重大学 電気電子工学 講師 工学博士 山村直紀先生，三重大学 電気電子工学 助手 工学博士 残間忠直先生に心より感謝し、深く御礼申し上げます。また、貴重な時間をさいて本論文を査読していただいた三重大学 電気電子工学 教授 工学博士 平井淳之先生に深く御礼申し上げます。

本研究の遂行にあたり、在籍中いろいろご指導いただいた三重大学 工学部電気系技術室技官 廣田栄毅氏，平成16年度博士前期課程修了生 須田三郎氏，宮林司氏，平成17年度博士前期課程修了生 武居洋輔氏，山梶章氏に心から感謝し，アドバンストグループに所属していた平成18年度博士後期課程 馬尚昌氏，修士1年生 浅野喜大君，伊與田一樹君，河合健司君，山本裕祐君，王麗麗君，学部4年生 上出祐也君，佐藤隼人君，山下優也君，山下佳裕君に感謝します。

また，私と同時代に制御システム講座およびエネルギーシステム講座に在籍し，共に修士学生生活送った安達渉一君，小川和俊君，名倉宏紀君，原真彦君，佐藤靖之君，西端幸一君，諸岡誉士君をはじめ，共に卒業研究をおこなった平成16年度の卒業生の皆さん，制御システム講座およびエネルギーシステム講座の皆様大変お世話になりました。深く感謝致します。

最後に，博士課程前期課程に進学し，6年間何不自由なく学生生活を送らせて頂いたのは家族の理解と協力のお蔭であります。末筆ながら，家族に対する深い感謝の念をもって本論文を締めくくりたいと思います。