

—修士学位論文—

制御対象の入出力データを用いた
最小二乗法による相関法に基づく
多変数二自由度制御器の直接調整に関する研究

A Study on Correlation-based Direct Tuning of
Multivariable 2DOF Controller by Least Squares
Using Input/Output Data of the Controlled Plant



平成21年度

三重大学大学院工学部研究科
博士前期課程 電気電子工学専攻

宇佐見 秀徳

目次

第1章 緒言	1
1.1 研究の背景と目的	1
1.2 論文の構成	3
第2章 準備	4
2.1 表記	4
2.2 伝達関数行列の入れ替え [8]	4
第3章 提案する2自由度制御器調整法	7
3.1 仮定	7
3.2 問題設定	8
3.3 フィードバック制御器調整法	10
3.3.1 NCbT の MIMO システムへの拡張	10
3.3.2 相互相関関数を利用した制御器調整	13
3.3.3 重み関数の導出	14
3.3.4 近似による影響	15
3.3.5 設計アルゴリズム	15
3.4 前置補償器, フィードフォワード制御器調整法	17
3.4.1 前置補償器調整法	17
3.4.2 フィードフォワード制御器調整法	19
3.4.3 設計アルゴリズム	21
第4章 制御対象	24
4.1 張力・速度制御装置	24
4.2 運動方程式	24
第5章 シミュレーション	29
5.1 制御対象モデル	29

5.2	設計結果:フィードバック制御器	29
5.3	設計結果:前置補償器	33
5.4	設計結果:フィードフォワード制御器	36
第 6 章	実験	40
6.1	文献 [8] による制御器調整法	40
6.2	実験結果:フィードバック制御器	40
6.3	実験結果:前置補償器	49
6.4	実験結果:フィードフォワード制御器	53
第 7 章	結言	57
	参考文献	59
	謝辞	61
	論文目録	62

第1章 緒言

1.1 研究の背景と目的

現在、制御対象モデルを用いて設計仕様に応じた制御器を設計するモデルベース制御器設計法が広く用いられており、大きな成果を挙げている。モデルベース制御器設計法は様々な仕様や制御対象の不確かさに対するロバスト性を数式モデルを用いて評価できる反面、制御対象が複雑でモデル次数が高い場合、設計される制御器の次数が高くなる問題を有する。実装や現場における調整の容易さの観点からは低次制御器が好まれており、実際、計算機能力が発達した今日でも多くの産業プロセスでPID 制御器が用いられている。モデルベース制御器設計法において低次もしくはPID 制御器のように構造を固定された制御器の設計問題は非凸最適化問題となり、解析的な解法は与えられていない。高次モデルに基づいて設計された高次制御器を低次元化する方法も考えられるが、所望の性能を保証することはできないうえ、最悪の場合、制御系が不安定化する恐れもある。また、制御対象を低次モデルとして同定し、そのモデルを用いて低次制御器を設計する方法も考えられるが制御器設計に有効な情報を含んだ低次モデルの同定は困難である。また、モデル同定は入出力データに含まれる制御対象の情報の有限個のパラメータへの情報圧縮と解釈でき、モデルを介した制御器設計は間接的と言える。

一方、近年では、モデルフリー制御器設計法の研究が盛んに行われている [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 12]。モデルフリー制御器設計法とは、制御対象から得られた入出力データを用いて、モデルを同定することなく望みの閉ループ特性を達成するように制御器パラメータを調整する手法である。そのため、制御対象のモデルを必要とせず、制御器の次数や構造を設計者が任意に設定できる利点を持つ。また、制御対象の入出力データから情報圧縮を行わず制御器パラメータを調整するため、直接的な制御器設計と言える。現在、モデルフリー制御器設計法として Iterative Feedback Tuning [1, 2](以下, IFT と略する), Correlation-based Tuning [3](以下, CbT と略する), Virtual Reference Feedback Tuning [4, 5](以下, VRFT と略する) などが提案されている。実システムへの適用例も報告されており、モデルベース制御器設計法に代わる制御器設計法として

期待されている。

モデルフリー制御器設計法が満たすべき要求として、(a) 制御対象の入出力データを取得する回数が少なく、(b) 制御器パラメータの調整が観測雑音に対して低感度であり、(c) 設計者が事前に定める参照モデルに対して制約がなく、(d) 多入力多出力 (Multi-Input-Multi-Output 以下, MIMO と略する) システムへの適用が可能であることが挙げられる。

IFT, CbT は Gauss-Newton 法におけるパラメータ更新ごとに多数回のデータ取得実験を必要とし、(a) を満たさない。VRFT は一組の入出力データしか必要としないため、(a) を満たす。しかし、パラメータ調整に参照モデルの逆システムを利用するため、参照モデルはバイプロパーなシステムに制限され、(c) を満たさない。また、実システムへ適用する際、取得する入出力データには観測雑音が重畳する。そのため、入出力データに観測雑音が重畳する状況においても、良好にパラメータ調整されなければならない。CbT は評価関数に相互相関関数を用いているため、観測雑音に対して低感度なパラメータ調整が可能であり、(b) を満たす。しかし、IFT, VRFT では観測雑音に対する耐性を明確に扱っていないため、観測雑音の影響を受け、(b) を満たさない。以上より、すべての要求を満たすモデルフリー制御器設計法は提案されていない。

上記の問題を緩和するための一つの手法として、前任者らは Fictitious Correlation-based Tuning [6] (以下, FCbT と略する) を提案してきた。FCbT は疑似参照信号を MIMO システムに対する CbT に導入することで、1 回の実験により MIMO システムに対する制御器パラメータを調整できる。また、CbT を基にしているため観測雑音に対してある程度低感度なパラメータ調整が可能である。そのため、上記の手法と比べ制約を受けない FCbT は実用的な手法と言える。しかし、評価関数は制御器パラメータに対して非線形であるために、非線形最適化法である Gauss-Newton 法を利用し (準) 最適な制御器パラメータを導出する。Gauss-Newton 法を用いた解法では初期制御器パラメータを適切に与えなければ局所最適解に陥り、十分な制御性能を実現できない問題点があった。

一方、Karimi らは CbT と同様に評価関数に相関関数を用いた Noniterative Correlation-based Tuning [7] (以下, NCbT と略する) を提案した。NCbT は原問題を線形化することによりパラメータ調整に一組の入出力データしか要せず、観測雑音に対してロバストな調整が可能であり参照モデルの制約もない。さらに、FCbT とは異なり最小二乗法という簡単な計算でパラメータ調整するため、初期制御器パラメータを適切に与える必要がない長所を有する。しかし、1 入力 1 出力 (Single-Input-Single-Output 以下, SISO

と略する) システムに制限されているため、前述の問題点の (d) のみを満たさない。

これらを背景に、本研究では文献 [8] で記述されている方法を利用し、NCbT の特徴をできる限り保持したまま NCbT を MIMO システムへ拡張し、最小二乗法により簡易にパラメータを導出する新たなモデルフリー制御器設計法を提案する。また、制御系の設計においては、外乱抑圧などをフィードバック特性により実現するとともに、目標値に対して所望の追従性を与える目標値応答特性を実現することが要求される。そこで、本研究では文献 [8] を応用し、フィードバック制御器のみならず 2 自由度制御系を構成するための前置補償器、フィードフォワード制御器の設計法を提案する。また、モデルフリー制御器設計法は様々提案されてきているが、これまでに実機による検証はほとんど行われていない。特に MIMO システムに対する実験は著者らが知る限り、比較的目標値変化が小さい蒸気の供給設備 [5, 8] への適用しか行われていない。そこで、本研究の第二の目的として、2 入力 2 出力システムである張力・速度制御装置に提案手法を適用し、観測雑音が重畳した入出力データを用いても良好にかつ簡易に多変数制御器を調整可能であることを実機実験を通して示す。特に、MIMO システムに対する適用例は報告されていないので、一連の実験結果は実用化に大きく寄与するものと考えられる。

1.2 論文の構成

本論文の構成は以下の通りである。まず、第 2 章で表記、そして文献 [8] で提案されている MIMO システムに対する伝達関数行列の入れ替えについて述べる。そして、第 3 章で提案する NCbT を MIMO システムに拡張した制御器調整方法の考え方について説明する。さらに、周波数領域で適切な重み関数を考慮することで入出力データに基づいたモデルフリー制御器設計法の評価関数が周波数領域で記述されたモデル参照制御問題の評価関数に漸近することを示すとともに、近似による影響に関する考察を行う。そして、文献 [8] を応用し、2 自由度制御系を構成するための前置補償器、フィードフォワード制御器の調整方法について示す。第 4 章では、3 章で提案する制御器調整法の有効性を確認するために用いる 2 入力 2 出力システムの張力・速度制御装置について述べる。第 5 章では、提案する制御器設計法を張力・速度制御装置のシミュレーションモデルに適用し、観測雑音が重畳した入出力データを用いても良好に制御器パラメータが調整可能であることを示す。第 6 章では、提案する制御器設計法を張力・速度制御装置へ適用し、有効性を実験により確認する。そして、最後に第 7 章で本研究のまとめと今後の課題を述べる。

第2章 準備

本章では、NCbT を MIMO システムへ拡張するために用いる伝達関数行列の入れ替え [8] についての説明を行う。NCbT は制御器と制御対象の位置を入れ替え、データ取得回数を低減した。しかし、MIMO システムの場合、制御器と制御対象は伝達関数行列となるため単純に入れ替えることができない。一方、文献 [8] では、伝達関数行列の位置を列単位ではあるが入れ替えて表現できることが示されている。その考えを 2 入力 2 出力システムを例に述べる。

2.1 表記

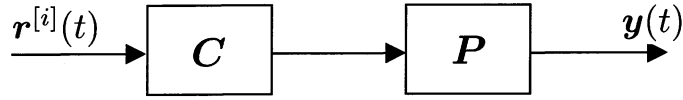
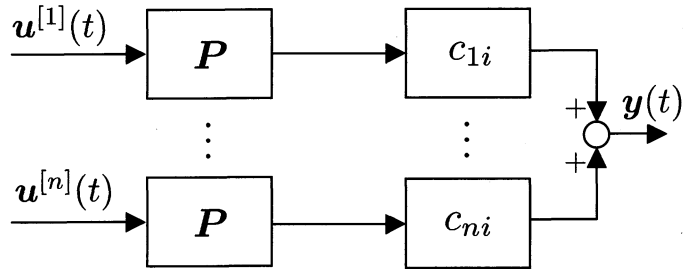
本研究を通して用いる表記を以下に示す。 z^{-1} はシフトオペレータであり、 t 番目の離散時刻における離散時間信号 $x(t)$ に対して $z^{-1}x(t) = x(t-1)$ と表記する。以後、簡単のため t 番目の離散時刻を時刻 t と表記する。 $E[x(t)]$ は $x(t)$ の数学的期待値を表す。 \mathbf{I} は単位行列を表し、特に、 \mathbf{I}_n は n 次の単位行列を表す。 a_{ij} を要素に持つ行列 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 、 $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{p \times q}$ に対して、クロネッカー積 $\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}$ を以下のように定義する。

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11}\mathbf{B} & \dots & a_{1n}\mathbf{B} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}\mathbf{B} & \dots & a_{mn}\mathbf{B} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(m \times p) \times (n \times q)}$$

2.2 伝達関数行列の入れ替え [8]

伝達関数行列 $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 、 $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ に対して、 \mathbf{C}_i を \mathbf{C} の第 i 列ベクトル、 c_{ij} を \mathbf{C} の ij 要素とする。また、 $s(t)$ を制御器調整の際に設計者が与えるスカラー信号とし、 $\mathbf{r}^{[i]}(t)$ を第 i 要素が $s(t)$ で、残りが 0 の m 次列ベクトルとし、同様に $\mathbf{u}^{[k]}(t)$ を第 k 要素が $s(t)$ で、残りが 0 の n 次列ベクトルとする。このとき (2.1) 式が成り立つ。

$$\mathbf{P}\mathbf{C}\mathbf{r}^{[i]}(t) = \mathbf{P}\mathbf{C}_i s(t) = \sum_{k=1}^n c_{ki} \mathbf{P}\mathbf{u}^{[k]}(t) \quad (2.1)$$

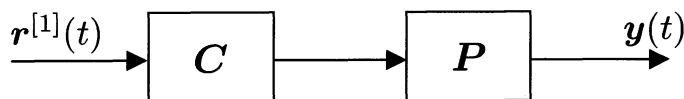
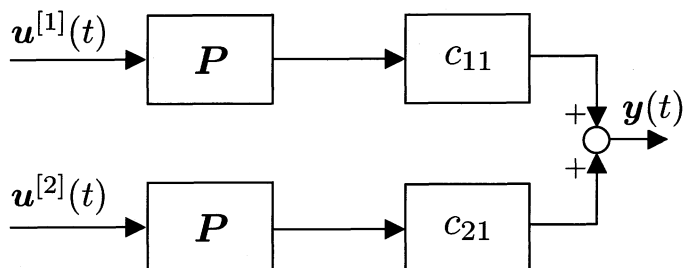

 図 2.1: $r^{[i]}(t)$ に対する PC の出力

 図 2.2: 図 2.1 における $y(t)$ の他の表現

P , C をそれぞれ制御対象と制御器の伝達関数行列とすると, 図 2.1 のように C に入力信号として $r^{[i]}(t)$ を与えた時の出力 $y(t)$ は, 図 2.2 のように P と C の位置を列単位ではあるが入れ替えて表現できることを意味している。

(2.1) 式を利用することで P , C の入れ替えができることを 2 入力 2 出力システム ($m = 2, n = 2$) を例に確認する。 P , C をそれぞれ (2.2), (2.3) 式に示す。 $i = 1$ とした場合, 図 2.1, 2.2 は図 2.3, 2.4 として表すことができる。図 2.3 において, C に入力信号として $r^{[1]} = [s(t), 0]$ を与えた時の出力 $y(t)$, また, 図 2.4 において P に入力信号として $u^{[1]} = [s(t), 0]$, $u^{[2]} = [0, s(t)]$ を与えた時の出力 $y(t)$ をそれぞれ (2.4), (2.5) 式に示す。

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$


 図 2.3: $r^{[1]}(t)$ に対する PC の出力 (2 入力 2 出力システム)

 図 2.4: 図 2.3 における $y(t)$ の他の表現 (2 入力 2 出力システム)

$$\begin{aligned}
 y(t) &= PCr^{[1]}(t) \\
 &= \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s(t) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{21} \end{bmatrix} s(t) \\
 &= \begin{bmatrix} p_{11}c_{11} + p_{12}c_{21} \\ p_{21}c_{11} + p_{22}c_{21} \end{bmatrix} s(t) = c_{11} \begin{bmatrix} p_{11} \\ p_{21} \end{bmatrix} s(t) + c_{21} \begin{bmatrix} p_{12} \\ p_{22} \end{bmatrix} s(t) \quad (2.4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y(t) &= \sum_{k=1}^2 c_{k1} P u^{[k]}(t) \\
 &= c_{11} \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s(t) \\ 0 \end{bmatrix} + c_{21} \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ s(t) \end{bmatrix} \\
 &= c_{11} \begin{bmatrix} p_{11} \\ p_{21} \end{bmatrix} s(t) + c_{21} \begin{bmatrix} p_{12} \\ p_{22} \end{bmatrix} s(t) \quad (2.5)
 \end{aligned}$$

(2.4), (2.5) 式より $i = 1$ においてそれぞれの出力 $y(t)$ は等しく, 図 2.3, 2.4 より P と C の 1 列目の位置を入れ替えて表現できていることがわかる。 $i = 2$ においても同様の計算で, P と C の 2 列目の位置を入れ替えることができる。以上より, 2 入力 2 出力システムを例にとり, (2.1) 式を用いて伝達関数行列の入れ替えができることを確認をしたが, $P \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $C \in \mathbb{R}^{n \times m}$ であれば一般性が失われることはなく, 伝達関数行列を入れ替えて表現できる。

第3章 提案する2自由度制御器調整法

本章では、まず SISO システムに限定されている NCbT を 2.2 節で述べた方法を利用し、MIMO システムへ拡張したフィードバック制御器設計法について説明する。次に、2.2 節の方法を応用した、2 自由度制御器系を構成するための前置補償器またはフィードフォワード制御器設計法について説明する。

3.1 仮定

本研究では、制御対象 $P(z^{-1}) \in \mathbb{R}^{m \times n}$ は未知の安定かつ最小位相な線形時不変離散時間システムとし、その入出力関係は (3.1) 式で表現されとする。

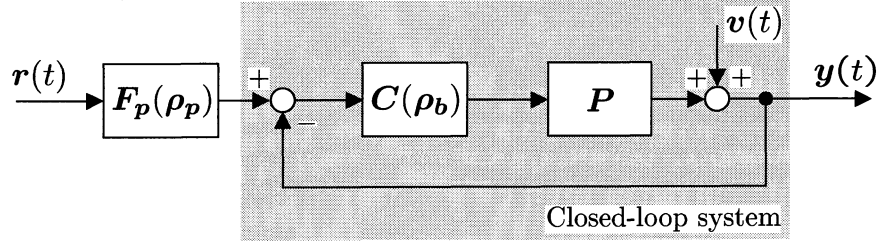
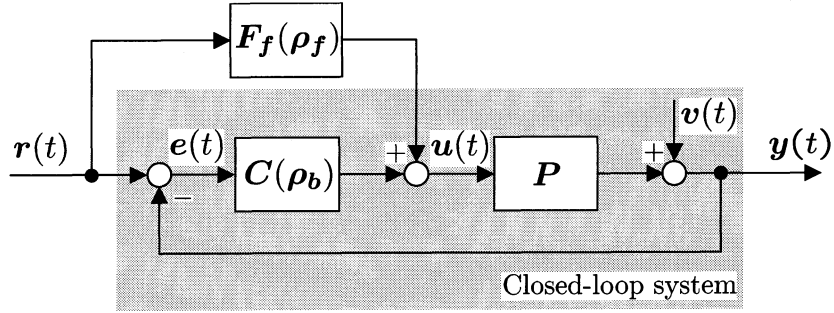
$$\mathbf{y}(t) = P(z^{-1})\mathbf{u}(t) + \mathbf{v}(t) \quad (3.1)$$

ここで、 $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^n$ 、 $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^m$ はそれぞれ制御対象の時刻 t における入出力であり、開ループで取得可能であるとする。 $\mathbf{v}(t) \in \mathbb{R}^m$ は出力に作用する観測雑音であり、平均 0 の弱定常確率過程とする。また $\mathbf{v}(t)$ の各要素はパラメータ調整に用いる入力信号 $\mathbf{u}(t)$ の要素 $s_b(t)$ 、 $\mathbf{y}_d(t)$ の要素 $s_p(t)$ 、 $s_f(t)$ と無相関であると仮定する。

フィードバック制御器 $C(z^{-1}, \boldsymbol{\rho}_b) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ は線形時不変離散時間システムであり、(3.2) 式に示すようにパラメータ行列 $\boldsymbol{\rho}_b \in \mathbb{R}^{(n \times n_\rho) \times m}$ に対して線形にパラメトライズされる伝達関数行列とする。

$$C(z^{-1}, \boldsymbol{\rho}_b) = \boldsymbol{\beta}_b^T(z^{-1})\boldsymbol{\rho}_b \quad (3.2)$$

ここで、 $\boldsymbol{\beta}_b(z^{-1}) \in \mathbb{R}^{n \times (n \times n_\rho)}$ は設計する制御器の構造に応じて定義される伝達関数行列であり、 n_ρ は制御器の各要素 c_{ij} を記述するパラメータ数を表している。(3.2) 式は VRFT や NCbT と同様に制御器の分子パラメータしか調整できず、制御器の自由度は大きく制限される。しかし、現在でも多くの産業プロセスで PID 制御器や可調整パラメータを持つ簡単な構造の制御器により制御され、最適とは言えないまでも実用的に満足できる性能が得られている。 $C(\boldsymbol{\rho}_b)$ は PID 制御器を表現できることから、(3.2) 式は現実的に十分に意味のある仮定と言える。また、前置補償器 $F_p(z^{-1}, \boldsymbol{\rho}_p)$ 、フィード


 図 3.1: 前置補償器 $F_p(\rho_p)$ を含んだ2自由度制御系

 図 3.2: フィードフォワード制御器 $F_f(\rho_f)$ を含んだ2自由度制御系

フィードフォワード制御器 $F_f(z^{-1}, \rho_f)$ も同様の仮定であり, (3.3), (3.4) 式に示すようにそれぞれパラメータ行列 ρ_p, ρ_f に対して線形にパラメトライズされる伝達関数行列とする。

$$F_p(z^{-1}, \rho_p) = \beta_p^T(z^{-1})\rho_p \quad (3.3)$$

$$F_f(z^{-1}, \rho_f) = \beta_f^T(z^{-1})\rho_f \quad (3.4)$$

表記の簡単化のために以下よりシフトオペレータ z^{-1} を省略する。

3.2 問題設定

本研究での設計目的は, 参照信号 $r(t)$ から出力 $y(t)$ までの閉ループ特性 $G_{yr}(z^{-1})$ に対して評価関数

$$J_{MR} = \|M(z^{-1}) - G_{yr}(z^{-1})\|_2^2$$

を最小化するフィードバック制御器 $C(z^{-1})$, 前置補償器 $F_p(z^{-1})$, フィードフォワード制御器 $F_f(z^{-1})$ の制御器パラメータ ρ_b, ρ_p, ρ_f を求めることである。ここで, $M(z^{-1})$ は $G_{yr}(z^{-1})$ に対して設計者が事前に定めた線形時不変な参照モデルである。

まず、フィードバック制御器 $C(\rho_b)$ の設計問題として、図 3.1, 3.2 より

$$J_b(\rho_b) = \|M - (I + PC(\rho_b))^{-1}PC(\rho_b)\|_2^2 \quad (3.5)$$

を最小化する ρ_b を求める問題を考える。次に、 C はすでに設計されているものとし前置補償器、フィードフォワード制御器の設計において、

$$J_p(\rho_p) = \|M - (I + PC)^{-1}PCF_p(\rho_p)\|_2^2 \quad (3.6)$$

$$J_f(\rho_f) = \|M - PF_f(\rho_f)\|_2^2 \quad (3.7)$$

をそれぞれ最小化する ρ_p , ρ_f を求める問題を考える。

$J_b(\rho_b)$, $J_p(\rho_p)$, $J_f(\rho_f)$ の最小化問題は制御対象のモデル P を用いることができる場合、 H_2 制御問題として定式化でき、容易に $C(\rho_b)$, $F_p(\rho_p)$, $F_f(\rho_f)$ を求めることができる。しかし、本研究では制御対象のモデルは利用できず、制御対象に関して得られる情報は (3.1) 式における制御入力 $u(t)$ と観測雑音が重畳した出力 $y(t)$ のみである。本研究では、この観測雑音が重畳した入出力データのみを用いて $J_b(\rho_b)$, $J_p(\rho_p)$, $J_f(\rho_f)$ を (近似的に) 最小化する制御器パラメータ ρ_b , ρ_p , ρ_f を求める問題を扱う。

3.3 フィードバック制御器調整法

本節では、制御対象の入力次元数の入出力データのみを用いた多変数フィードバック制御器調整法について述べる。

3.3.1 NCbT の MIMO システムへの拡張

設計目的は、制御対象 P に対して、閉ループシステムの出力が参照モデル M の出力に追従するような、フィードバック制御器 $C(\rho_b)$ の制御器パラメータ ρ_b を求めることである。この問題は、モデル参照制御問題と呼ばれ、 M と閉ループシステムの差の 2 ノルムを最小化する ρ_b を求める問題として定式化できる。その評価関数は周波数領域において (3.5) 式のように定義される。モデルベースの評価関数 $J_b(\rho_b)$ の最小化問題は Parseval の定理によれば、図 3.3 において、 $v(t) = 0$ のとき $\|\epsilon_{cl}(\rho_b, t)\|_2^2$ を与えられた参照信号 $r(t)$ に対して最小化する問題と等価である。

$$\epsilon_{cl}(\rho_b, t) = [M - (I + PC(\rho_b))^{-1}PC(\rho_b)] r(t) - (I + PC(\rho_b))^{-1}v(t) \quad (3.8)$$

しかし、(3.8) 式は $C(\rho_b)$ ，すなわち ρ_b に対して非線形であり、 $\|\epsilon_{cl}(\rho_b, t)\|_2^2$ を最小化する ρ_b の求解には勾配法などの非線形最適化を必要とし、評価関数の勾配推定のたびに入出力データを取り直す必要がある。

入出力データの取得回数を低減するため、(3.9) 式を満たす理想制御器 C^* による近似を導入し、 $J_b(\rho_b)$ を線形化する。

$$M = (I + PC^*)^{-1}PC^* \quad (3.9)$$

(3.9) 式より、 $(I + PC^*)^{-1}$ は (3.10) 式に変形できる。

$$(I + PC^*)^{-1} = I - M \quad (3.10)$$

最適化の結果、近似 $(I + PC(\hat{\rho}_b))^{-1} \simeq I - M$ が成り立つとすると、(3.5) 式を (3.11) 式のように近似できる。ただし、 $\hat{\rho}_b$ は $J(\rho_b)$ の最小解である。

$$J(\rho_b) = \|M - (I - M)PC(\rho_b)\|_2^2 \quad (3.11)$$

$J(\rho_b)$ の最小化問題は、図 3.4 において $v(t) = 0$ のとき $\|W_1 \tilde{\epsilon}_{cl}(\rho_b, t)\|_2^2$ を最小化する問題と等価である。ここで、 W_1 は重み関数であり、後述するように適切に選択することにより $\|W_1 \tilde{\epsilon}_{cl}(\rho_b, t)\|_2^2$ を $J_b(\rho_b)$ の良い近似とすることができる。 $C(\rho_b)$ は仮

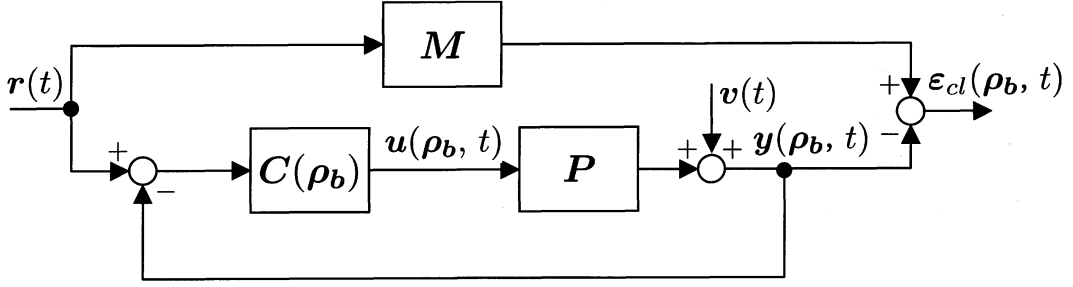


図 3.3: MIMO システムに対するモデル参照制御問題

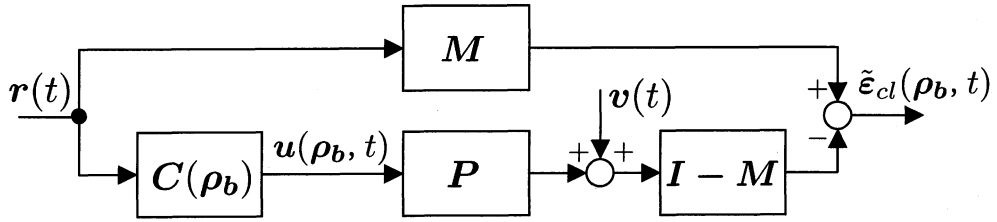


図 3.4: モデル参照制御問題の近似

定より ρ_b に関して線形であるため、 $J(\rho_b)$ は ρ_b に関して凸となり、その最小解は最小二乗法により求めることができる。しかし、図 3.4 において、 P への入力 $u(\rho_b, t)$ は制御器 $C(\rho_b)$ に依存するため、異なる ρ_b に対して $\tilde{\epsilon}_{cl}(\rho_b, t)$ を評価するためには再度入出力データを取得する必要がある。Karimi らが文献 [7] で提案した Noniterative Correlation-based Tuning (以下、NCbT と略する) は、 P を SISO システムに限定することで、 $C(\rho_b)$ と P の位置の入れ替えを行っていた。それにより、 P への入力は $r(t)$ に固定され、1 回の入出力データの取得で ρ_b の調整を可能にした。しかし、MIMO システムにおいては $C(\rho_b)$ と P は伝達関数行列となるため単純に入れ替えることはできない。

MIMO システムにおいてパラメータ調整に要するデータ取得回数を低減するために、2.2 節で述べた方法を用いて P と $C(\rho_b)$ の位置を入れ替える。まず、図 3.4 における $r(t)$ に $r^{[i]}(t)$ を与えた時の $\tilde{\epsilon}_{cl}(\rho_b, t)$ を $\tilde{\epsilon}_{cl}^{[i]}(\rho_b, t)$ とすると (3.12) 式を得る。 $\tilde{\epsilon}_{cl}^{[i]}(\rho_b, t)$ の $r^{[i]}(t)$ に関する項は $J(\rho_b)$ で評価したい伝達関数と一致していることがわかる。

$$\begin{aligned}
 \tilde{\epsilon}_{cl}^{[i]}(\rho_b, t) &= M r^{[i]}(t) - (I - M)(P C(\rho_b) r^{[i]}(t) + v(t)) \\
 &= [M - (I - M) P C(\rho_b)] r^{[i]}(t) - (I - M) v(t) \quad (3.12)
 \end{aligned}$$

次に、図 3.5 のように定義される $\tilde{\epsilon}^{[i]}(\rho_b, t)$ を考える。 $\tilde{\epsilon}^{[i]}(\rho_b, t)$ は (3.13) 式のように表

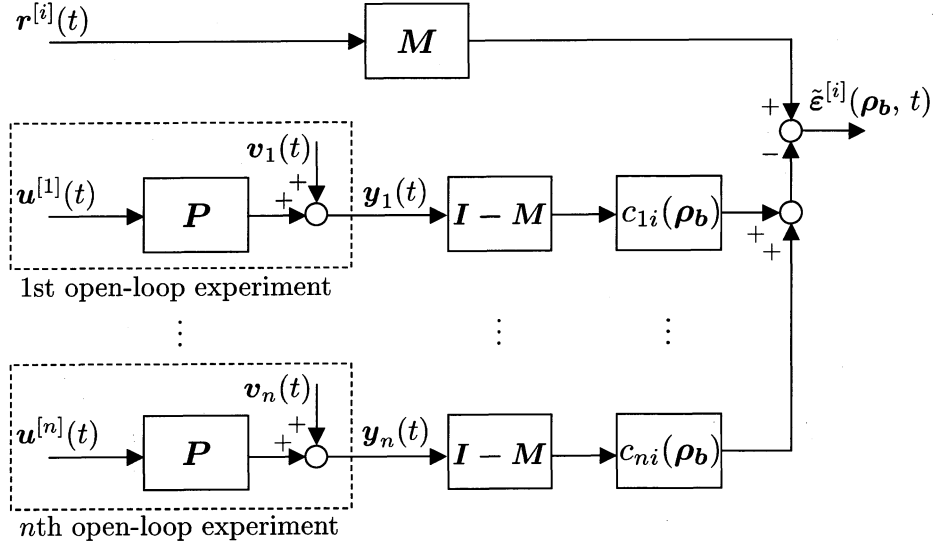


図 3.5: 図 3.4 に対する制御器と制御対象の入れ替え

すことができ、 $r^{[i]}(t)$ に関する項は $\tilde{\epsilon}_{cl}^{[i]}(\rho_b, t)$ と同様に $J(\rho_b)$ で評価したい伝達関数と一致している。

$$\begin{aligned} \tilde{\epsilon}^{[i]}(\rho_b, t) &= M r^{[i]}(t) - \sum_{k=1}^n c_{ki}(\rho_b)(I - M)y_k(t) \\ &= [M - (I - M)PC(\rho_b)] r^{[i]}(t) - \sum_{k=1}^n c_{ki}(\rho_b)(I - M)v_k(t) \quad (3.13) \end{aligned}$$

ここで、 $y_k(t)$ ($k = 1, \dots, n$) は (3.1) 式に従い

$$y_k(t) = P u^{[k]}(t) + v_k(t) \quad (3.14)$$

のように $u^{[k]}(t)$ に対してそれぞれ独立に取得された出力である。ここでは (3.13) 式より、 n 回の開ループ実験を行い、 $y_i(t)$ ($i = 1, \dots, n$) を取得することで $\tilde{\epsilon}^{[i]}(\rho_b, t)$ をオフラインで評価でき、異なる ρ_b に対する $\tilde{\epsilon}^{[i]}(\rho_b, t)$ の評価に際して (3.12) 式のように入出力データを再び取得する必要がないことを強調したい。

(3.12) 式と (3.13) 式は $v(t)$ および $v_k(t)$ に関する項がなければ等しいことは明らかであり、これらの観測雑音が存在しなければ最適な ρ_b は $\|W_1 \tilde{\epsilon}^{[i]}(\rho_b, t)\|_2^2$ を最小化することで求めることができる。しかし、 $v_k(t)$ が存在する場合、 $\|W_1 \tilde{\epsilon}^{[i]}(\rho_b, t)\|_2^2$ と $J(\rho_b)$ の最小解は一致しない。そこで、 $v_k(t)$ の影響を減らすことができる相関関数に基づいた評価関数を導入する。

3.3.2 相互相関関数を利用した制御器調整

本小節では，パラメータ調整における観測雑音の影響を低減するために相互相関関数を利用した制御器調整の方法について説明する。

(3.13) 式において $C(\rho_b^*) = C^*$ を満たす最適制御器パラメータ ρ_b^* が存在する時，(3.15) 式を得る。

$$\tilde{\epsilon}^{[i]}(\rho_b^*, t) = - \sum_{k=1}^n c_{ki}(\rho_b^*)(I - M)v_k(t) \quad (3.15)$$

$v_k(t)$ と参照入力 $r^{[i]}(t)$ に相関がなければ，理想制御器に対する誤差信号 $\tilde{\epsilon}^{[i]}(\rho_b^*, t)$ と $r^{[i]}(t)$ もまた相関がない。そこで， $\tilde{\epsilon}^{[i]}(\rho_b, t)$ と $r^{[i]}(t)$ が相関を持たないように ρ_b を調整すれば， $v_k(t)$ が含まれていても最適な制御器パラメータ ρ_b^* を求めることができる。以上の考察に基づき，観測雑音の影響を低減するために $\tilde{\epsilon}^{[i]}(\rho_b, t)$ と $r^{[i]}(t)$ の相関関数 $f_b^{[i]}(\rho_b, t)$ を (3.16) 式として定義する。

$$\begin{aligned} f_b^{[i]}(\rho_b, t) &= E[W_2 \zeta_b(t) \otimes W_1 \tilde{\epsilon}^{[i]}(\rho_b, t)] \\ \zeta_b(t) &= [s_b(t+l), \dots, s_b(t), \dots, s_b(t-l)]^T \end{aligned} \quad (3.16)$$

ここで， $\zeta_b(t)$ は $r^{[i]}(t)$ と相関を持ち， $v_k(t)$ と無相関な補助変数ベクトルを示し， l はデータシフト数で十分大きい整数とする。また， $W_1 \in \mathbb{R}^{m \times m}$ ， W_2 は後述する重み関数である。

この相互相関関数 $f_b^{[i]}(\rho_b, t)$ を用いた評価関数として，(3.17) 式で定義される二乗和を考える。 $J_C(\rho_b)$ を最小化することで，観測雑音が重畳した入出力データを用いても，出力誤差を最小化する制御器パラメータの導出が可能である。

$$\begin{aligned} J_C(\rho_b) &= \sum_{i=1}^m \left(f_b^{[i]}(\rho_b, t) \right)^T f_b^{[i]}(\rho_b, t) \\ &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{\tau=-l}^l R_{ij}^2(\tau) \\ R_{ij}(\tau) &= E[\tilde{\epsilon}_j^{[i]}(\rho_b, t) W_2 s_b(t-\tau)] \end{aligned} \quad (3.17)$$

$\tilde{\epsilon}_j^{[i]}(\rho_b, t)$ は $\tilde{\epsilon}^{[i]}(\rho_b, t)$ の第 j 要素を表し， $R_{ij}(\tau)$ は $\tilde{\epsilon}_j^{[i]}(\rho_b, t)$ と $s_b(t)$ 間の相互相関関数である。

3.3.3 重み関数の導出

本小節では、入出力データを用いた評価関数 $J_C(\rho_b)$ をモデル参照制御問題の評価関数 $J_b(\rho_b)$ に漸近的に近付けるための重み関数 W_1, W_2 の導出について述べる。

まず、 $J_b(\rho_b)$ を C^* を用いて書き換えると (3.18) 式の表現を得る。

$$\begin{aligned}
 J_b(\rho_b) &= \|M - PC(\rho_b)(I + PC(\rho_b))^{-1}\|_2^2 \\
 &= \|(I + PC^*)^{-1}PC^* - PC(\rho_b)(I + PC(\rho_b))^{-1}\|_2^2 \\
 &= \|(I + PC^*)^{-1}PC^*(I + PC(\rho_b))(I + PC(\rho_b))^{-1} \\
 &\quad - (I + PC^*)^{-1}(I + PC^*)PC(\rho_b)(I + PC(\rho_b))^{-1}\|_2^2 \\
 &= \|(I - M)P(C^* - C(\rho_b))(I + PC(\rho_b))^{-1}\|_2^2
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

また、 $W_1\tilde{\epsilon}^{[i]}(\rho_b, t)$ は近似 $C^* \simeq C$ を用いると (3.19) 式となる。

$$\begin{aligned}
 W_1\tilde{\epsilon}^{[i]}(\rho_b, t) &= W_1[M - PC(I + PC)^{-1}]r^{[i]}(t) \\
 &= W_1[PC^*(I + PC^*)^{-1} - PC(I + PC)^{-1}]r^{[i]}(t) \\
 &\simeq W_1P(C^* - C)(I + PC^*)^{-1}r^{[i]}(t) \\
 &\equiv Hr^{[i]}(t)
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

$l \rightarrow \infty$ としたとき、 $J_C(\rho_b)$ は Parseval の定理により (3.20) 式の周波数領域での表現を得る。

$$\lim_{l \rightarrow \infty} J_C(\rho_b) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |H_{ij}(e^{j\omega})|^2 |W_2(j\omega)|^2 \Phi_{sb}^2(\omega) d\omega \tag{3.20}$$

ただし、 $\Phi_{sb}(\omega)$ は $s_b(t)$ のスペクトル密度であり、 H_{ij} は H の ij 要素である。(3.20) 式を (3.18) 式に近付けるためには重み関数 W_1, W_2 を (3.21) 式とすれば良いことがわかる。

$$W_1 = I - M, W_2 = \Phi_{sb}^{-1}(\omega) \tag{3.21}$$

$C^* \simeq C$ が良い近似であれば、(3.21) 式の重み関数を用いることで、 $J_C(\rho_b)$ を $J_b(\rho_b)$ に漸近的に近づけることができ、 $J_b(\rho_b)$ を最小化する制御器パラメータを求めることが可能となる。

3.3.4 近似による影響

3.3.1 小節では $J_b(\rho_b)$ を $J(\rho_b)$ に線形化するために、近似 $(I + PC(\hat{\rho}_b))^{-1} \simeq I - M$ を利用し、3.3.3 小節では重み関数を導出するために、近似 $C^* \simeq C$ を用いた。本小節では、これらの近似による影響を考察する。

$J_b(\rho_b)$, $J(\rho_b)$ の対応について考える。それぞれの評価関数を示す。

$$\begin{aligned} J_b(\rho_b) &= \|(I - M)P(C^* - C(\rho_b))(I + PC(\rho_b))\|_2^2 \\ J(\rho_b) &= \|W_1(I - M)P(C^* - C(\rho_b))\|_2^2 \end{aligned}$$

上式より、 $C^* \in C(\rho_b)$ のとき、 $(I + PC(\rho_b))^{-1} = I - M$ を満たす ρ_b は存在し、 $J_b(\rho_b)$ と $J(\rho_b)$ の最小解は一致する。つまり、 $J_e(\hat{\rho}_b) = J(\hat{\rho}_b) = 0$ となるパラメータを求めることができ、近似による影響は受けない。しかし、制御器の構造に制約を受け、 $C^* \notin C(\rho_b)$ となる場合が存在する。その場合、近似を用いているため、 $J_b(\rho_b)$ と $J(\rho_b)$ の最小解は当然一致しない。しかし、 $J(\rho_b)$ の最小解は $J_b(\rho_b)$ の良い近似になることが文献 [4] で述べられている。また、 $J(\rho_b)$ の式から、制御器パラメータは与えられた制御器構造の中で C^* と $C(\rho_b)$ の差が小さくなるように調整され、さらに、適切な重み W_1 を利用するため $J(\rho_b)$ の最小解は $J_b(\rho_b)$ の最小解に近づけることができる。

3.3.5 設計アルゴリズム

本小節ではフィードバック制御器パラメータ ρ_b を求めるアルゴリズムを示す。

ρ_b の第 i 列ベクトルを $\rho_{b,i}$ と書くと、 $\tilde{\varepsilon}^{[i]}(\rho_b, t)$ は (3.22) 式のように書くことができる。

$$\begin{aligned} \tilde{\varepsilon}^{[i]}(\rho_b, t) &= Mr^{[i]}(t) - \sum_{k=1}^n c_{ki}(\rho_b)(I - M)y_k(t) \\ &= Mr^{[i]}(t) - \Phi_b^T \rho_{b,i} \\ \Phi_b(t) &= \beta_b^T((I - M)Y_b(t))^T \\ Y_b(t) &= [y_1(t), \dots, y_n(t)] \end{aligned} \tag{3.22}$$

このとき、有限のデータ数 N に対する $\mathbf{f}_b^{[i]}(\boldsymbol{\rho}_b, t)$ の推定値は (3.23) 式より得られる。

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{f}}_b^{[i]}(\boldsymbol{\rho}_b, t) &= \boldsymbol{\Psi}_b^{[i]} - \boldsymbol{\Omega}_b \boldsymbol{\rho}_{b,i} \\ \boldsymbol{\Psi}_b^{[i]} &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N W_2 \boldsymbol{\zeta}_b(t) \otimes \mathbf{W}_1 \mathbf{M} \mathbf{r}^{[i]}(t) \\ \boldsymbol{\Omega}_b &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N W_2 \boldsymbol{\zeta}_b(t) \otimes \mathbf{W}_1 \boldsymbol{\Phi}_b(t)\end{aligned}\tag{3.23}$$

$\hat{\mathbf{f}}_b^{[i]}(\boldsymbol{\rho}_b, t)$ は $\boldsymbol{\rho}_{b,i}$ に関して線形である。また各 $\boldsymbol{\rho}_{b,i}$ を求める問題はたがいに独立であるため、最適な制御器パラメータ $\hat{\boldsymbol{\rho}}_b$ は最小二乗法により (3.24) 式のように求めることができる。

$$\hat{\boldsymbol{\rho}}_b = (\boldsymbol{\Omega}_b^T \boldsymbol{\Omega}_b)^{-1} \boldsymbol{\Omega}_b^T \boldsymbol{\Psi}_b\tag{3.24}$$

ただし、 $\boldsymbol{\Psi}_b = [\boldsymbol{\Psi}_b^{[1]}, \dots, \boldsymbol{\Psi}_b^{[m]}]$ である。

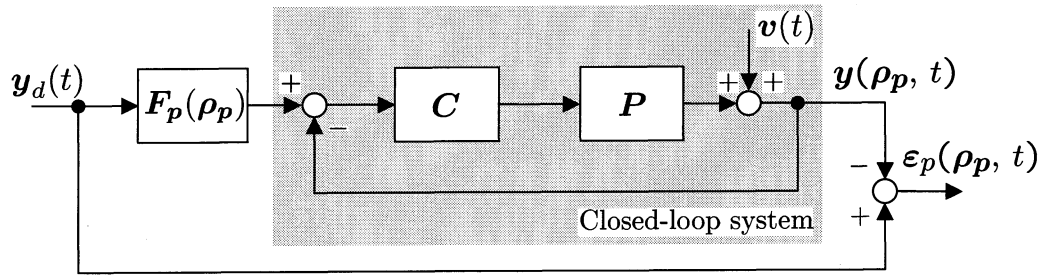
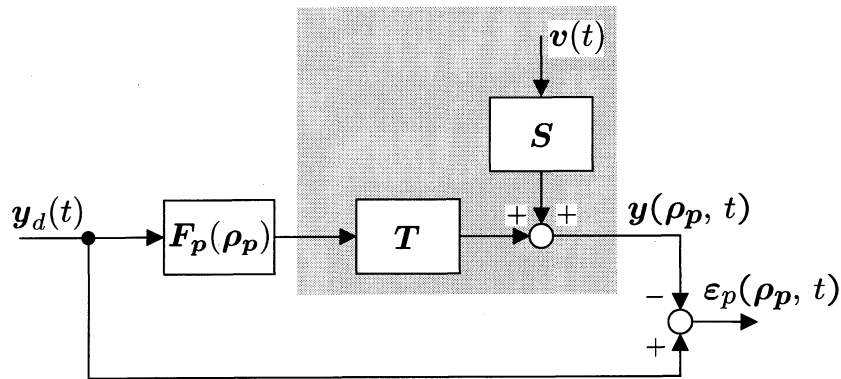


図 3.6: 前置補償器を追加した二自由度制御系


 図 3.7: 図 3.7 に対して S , T を用いた表現

3.4 前置補償器, フィードフォワード制御器調整法

MIMO システムに対して希望する参照モデルに追従するフィードバック制御器の設計が可能であることを 3.3 節で示した。制御系の設計において、外乱抑圧、ロバスト安定化、非干渉化を満たすフィードバック特性を実現するとともに、次に目標値に対して所望の追従性を与えるような目標値応答特性を実現することが要求される。目標値追従特性を改善する方法としては、前置補償器やフィードフォワード制御器を閉ループシステムに追加し 2 自由度制御系へ拡張する方法がよく用いられる。本節では、閉ループシステムの入出力データを用いた前置補償器 $F_p(\rho_p)$ 、フィードフォワード制御器 $F_f(\rho_f)$ の調整方法について説明する。

3.4.1 前置補償器調整法

本小節では、2.2 節で示した伝達関数行列の入れ替えを応用した前置補償器調整法について説明する。前置補償器の設計において、周波数領域における評価関数 $J_p(\rho_p)$ は

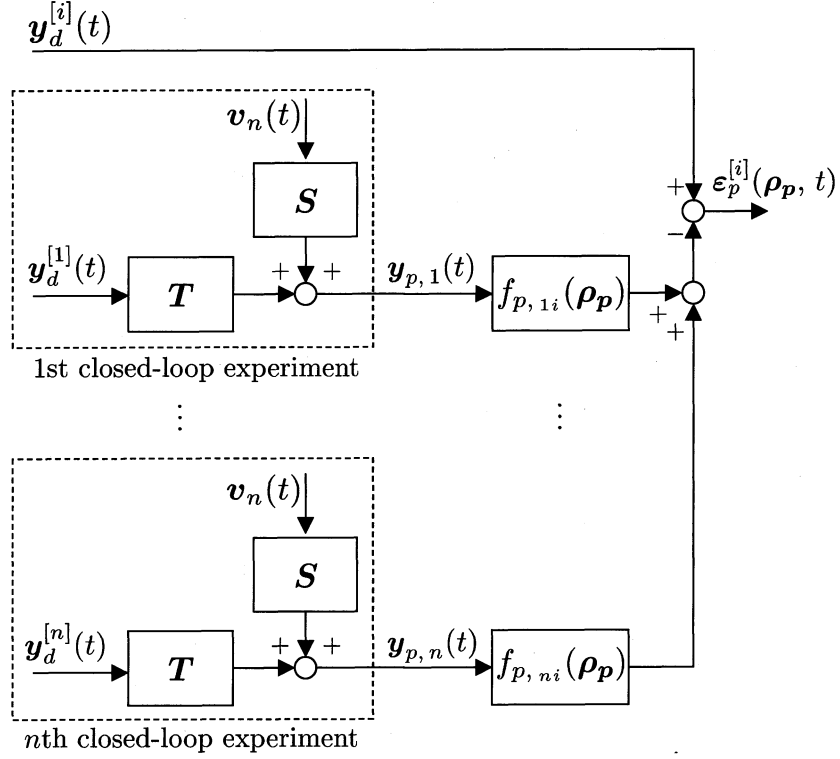


図 3.8: 図 3.7 に対しての前置補償器と閉ループシステムの入れ替え

(3.6) 式となる。ここで、フィードバック制御器 C はすでに設計されているものとする。 $J_p(\rho_p)$ の最小化問題は Parseval の定理によれば、図 3.6 において、 $\|\epsilon_p(\rho_p, t)\|_2^2$ を追従させたい参照信号 $y_d(t)$ に対して最小化する問題と等価である。ここで、 S , T はそれぞれ P と C からなる閉ループシステムの感度関数と相補感度関数とすると、図 3.6 は図 3.7 となり、 $\epsilon_p(\rho_p, t)$ は (3.25) 式となる。

$$\begin{aligned}\epsilon_p(\rho_p, t) &= y_d(t) - y(\rho_p, t) \\ &= y_d(t) - TF_p(\rho_p)y_d(t) - Sv(t)\end{aligned}\quad (3.25)$$

$F_p(\rho_p)$ は仮定より ρ_p に関して線形であるため、 $\|\epsilon_p(\rho_p, t)\|_2^2$ は ρ_p に関して凸となり、その最小解は最小二乗法により求めることができる。しかし、閉ループシステムへの入力 $F_p(\rho_p)$ の出力であり、パラメータ ρ_p に依存することがわかる。そこで、フィードバック制御器の設計と同様の理由から $F_p(\rho_p)$ と T の入れ替えを行う。まず、図 3.7 における $y_d(t)$ に $y_d^{[i]}(t)$ を与えた時の $\epsilon_p(\rho_p, t)$ を $\epsilon_p^{[i]}(\rho_p, t)$ とすると (3.26) 式を得る。

$$\epsilon_p^{[i]}(\rho_p, t) = y_d^{[i]}(t) - TF_p(\rho_p)y_d^{[i]}(t) - Sv(t)\quad (3.26)$$

次に、図 3.8 のように定義される $\tilde{\epsilon}_p^{[i]}(\rho_p, t)$ を考える。 $\tilde{\epsilon}_p^{[i]}(\rho_p, t)$ は (3.27) 式のように表すことができる。

$$\begin{aligned}\tilde{\epsilon}_p^{[i]}(\rho_p, t) &= \mathbf{y}_d^{[i]}(t) - \sum_{k=1}^n f_{p, ki}(\rho_p) \mathbf{y}_{p, k}(t) \\ &= \mathbf{y}_d^{[i]}(t) - \sum_{k=1}^n f_{p, ki}(\rho_p) \mathbf{T} \mathbf{y}_d^{[i]}(t) - \sum_{k=1}^n f_{p, ki}(\rho_p) \mathbf{S} \mathbf{v}_k(t)\end{aligned}\quad (3.27)$$

ここで、 $\mathbf{y}_{p, k}(t)$ ($k = 1, \dots, n$) は (3.28) 式のように $\mathbf{y}_d^{[k]}(t)$ に対してそれぞれ独立に取得された閉ループシステムの出力である。

$$\mathbf{y}_{p, k}(t) = \mathbf{T} \mathbf{y}_d^{[k]}(t) + \mathbf{v}_k(t) \quad (3.28)$$

ここでは (3.27) 式より、 n 回の閉ループ実験を行い、 $\mathbf{y}_{p, i}(t)$ ($i = 1, \dots, n$) を取得することで $\tilde{\epsilon}_p^{[i]}(\rho_p, t)$ をオフラインで評価でき、異なる ρ_p に対する $\tilde{\epsilon}_p^{[i]}(\rho_p, t)$ の評価に際して (3.26) 式のように入出力データを再び取得する必要がないことを強調したい。

(3.26) 式と (3.27) 式は $\mathbf{v}(t)$ および $\mathbf{v}_k(t)$ に関する項が異なるが、フィードバック制御器設計と同様に評価関数に相互相関関数を導入することにより、 $\mathbf{v}_k(t)$ の影響を低減することができる。相関法に基づいた評価関数 $J_C(\rho_p)$ は、(3.17) 式に対して $\tilde{\epsilon}^{[i]}(\rho_b, t) \rightarrow \tilde{\epsilon}_p^{[i]}(\rho_p, t)$, $s_b(t) \rightarrow s_p(t)$ と置き換えることでフィードバック制御器の設計問題と対応が取れる。

3.4.2 フィードフォワード制御器調整法

本小節では、2.2 節で示した伝達関数行列の入れ替えを応用したフィードフォワード制御器調整法について説明する。フィードフォワード制御器の設計において、周波数領域における評価関数 $J_f(\rho_f)$ は (3.7) 式となる。 $J_f(\rho_f)$ の最小化問題は Parseval の定理によれば、図 3.9 において、 $\|\epsilon_f(\rho_f, t)\|_2^2$ を追従させたい参照信号 $\mathbf{y}_d(t)$ に対して最小化する問題と等価である。図 3.9 より、 $\epsilon_f(\rho_f, t)$ は (3.29) 式となる。

$$\begin{aligned}\epsilon_f(\rho_f, t) &= \mathbf{y}_d(t) - \mathbf{y}(\rho_f, t) \\ &= \mathbf{S} \mathbf{y}_d(t) - \mathbf{S} \mathbf{P} \mathbf{F}_f(\rho_f) \mathbf{y}_d(t) - \mathbf{S} \mathbf{v}(t)\end{aligned}\quad (3.29)$$

$\mathbf{F}_f(\rho_f)$ は仮定より ρ_f に関して線形であるため、 $\|\epsilon_f(\rho_f, t)\|_2^2$ は ρ_f に関して凸となり、その最小解は最小二乗法により求めることができる。しかし、 $\mathbf{S} \mathbf{P}$ への入力 $\mathbf{F}_f(\rho_f)$ の出力であり、パラメータ ρ_f に依存することがわかる。そのため、フィードフォワード

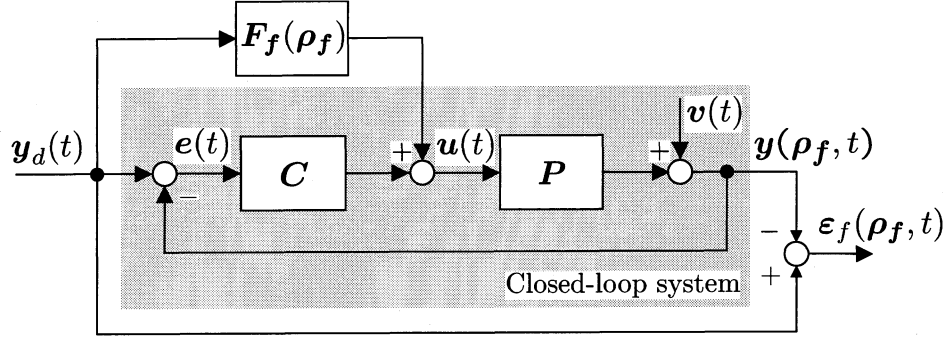


図 3.9: フィードフォワード制御器を追加した二自由度制御系

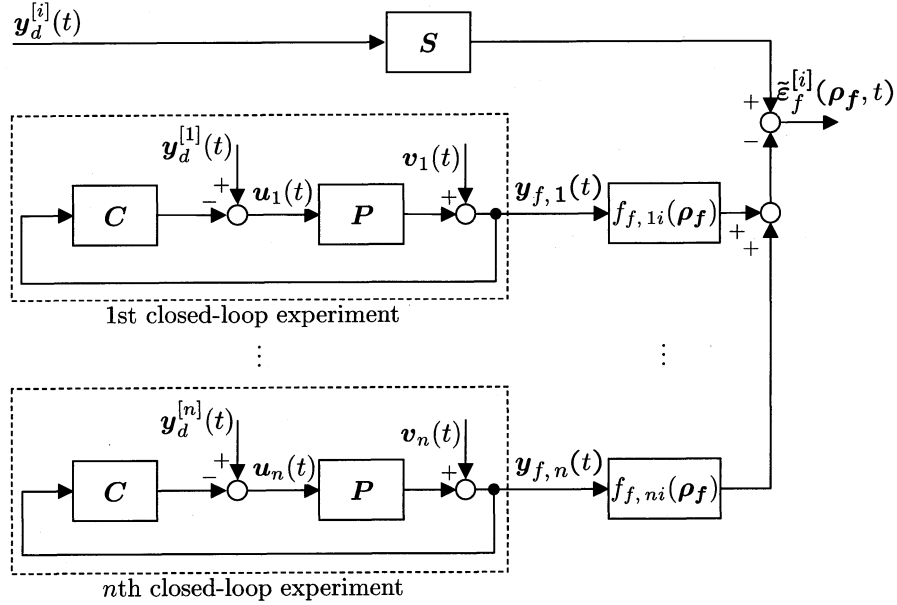


図 3.10: 図 3.9 に対してのフィードフォワード制御器と閉ループシステムの入れ替え

ド制御器設計も同様に、制御器の位置を入れ替えなければならない。まず、図 3.9 における $y_d(t)$ に $y_d^{[i]}(t)$ を与えた時の $\epsilon_f(\rho_f, t)$ を $\epsilon_f^{[i]}(\rho_f, t)$ とすると (3.30) 式を得る。

$$\epsilon_f^{[i]}(\rho_f, t) = S y_d^{[i]}(t) - S P F_f(\rho_f) y_d^{[i]}(t) - S v(t) \quad (3.30)$$

次に、図 3.10 のように定義される $\tilde{\epsilon}_f^{[i]}(\rho_f, t)$ を考える。 $\tilde{\epsilon}_f^{[i]}(\rho_f, t)$ は (3.31) 式のように表すことができる。

$$\begin{aligned}
 \tilde{\mathbf{e}}_f^{[i]}(\boldsymbol{\rho}_f, t) &= \mathbf{S}\mathbf{y}_d^{[i]}(t) - \sum_{k=1}^n f_{f, ki}(\boldsymbol{\rho}_f) \mathbf{y}_k^{[i]}(t) \\
 &= \mathbf{S}\mathbf{y}_d^{[i]}(t) - \sum_{k=1}^n f_{f, ki}(\boldsymbol{\rho}_f) \mathbf{S}\mathbf{P}\mathbf{y}_d^{[i]}(t) - \sum_{k=1}^n f_{f, ki}(\boldsymbol{\rho}_f) \mathbf{S}\mathbf{v}_k(t) \quad (3.31)
 \end{aligned}$$

ここで, $\mathbf{y}_{f, k}(t) (k = 1, \dots, n)$ は (3.32) 式のように $\mathbf{y}_d^{[k]}(t)$ に対してそれぞれ独立に取得された閉ループシステムの出力である。

$$\mathbf{y}_{f, k}(t) = \mathbf{S}\mathbf{P}\mathbf{y}_d^{[k]}(t) + \mathbf{v}_k(t) \quad (3.32)$$

ここでは (3.31) 式より, 閉ループシステムに対して n 回の閉ループ実験を行い, $\mathbf{y}_{f, i}(t) (i = 1, \dots, n)$ を取得することで $\tilde{\mathbf{e}}_f^{[i]}(\boldsymbol{\rho}_f, t)$ をオフラインで評価でき, 異なる $\boldsymbol{\rho}_f$ に対する $\tilde{\mathbf{e}}_f^{[i]}(\boldsymbol{\rho}_f, t)$ の評価に際して (3.30) 式のように入出力データを再び取得する必要がないことを強調したい。

(3.30) 式と (3.31) 式は $\mathbf{v}(t)$ および $\mathbf{v}_k(t)$ に関する項が異なるが, フィードバック制御器設計と同様に評価関数は相関関数を導入することにより, $\mathbf{v}_k(t)$ の影響を低減することができる。相関法に基づいた評価関数 $J_C(\boldsymbol{\rho}_f)$ は, (3.17) 式に対して $\tilde{\mathbf{e}}^{[i]}(\boldsymbol{\rho}_b, t) \rightarrow \tilde{\mathbf{e}}_f^{[i]}(\boldsymbol{\rho}_f, t)$, $s_b(t) \rightarrow s_f(t)$ と置き換えることでフィードバック制御器の設計問題と対応が取れる。

3.4.3 設計アルゴリズム

本小節では前置補償器, フィードフォワード制御器パラメータ $\boldsymbol{\rho}_p$, $\boldsymbol{\rho}_f$ を求めるアルゴリズムを示す。

前置補償器 $\mathbf{F}_p(\boldsymbol{\rho}_p)$ の制御器パラメータ $\boldsymbol{\rho}_p$ の第 i 列ベクトルを $\boldsymbol{\rho}_{p, i}$ と書くと, $\tilde{\mathbf{e}}_p^{[i]}(\boldsymbol{\rho}_p, t)$ は (3.33) 式のように書くことができる。

$$\begin{aligned}
 \tilde{\mathbf{e}}_p^{[i]}(\boldsymbol{\rho}_p, t) &= \mathbf{y}_d^{[i]}(t) - \sum_{k=1}^n f_{p, ki}(\boldsymbol{\rho}_p) \mathbf{y}_{p, k}^{[i]}(t) \\
 &= \mathbf{y}_d^{[i]}(t) - \boldsymbol{\Phi}_p^T \boldsymbol{\rho}_{p, i} \quad (3.33) \\
 \boldsymbol{\Phi}_p(t) &= \boldsymbol{\beta}_p^T \mathbf{Y}_p(t)^T \\
 \mathbf{Y}_p(t) &= [\mathbf{y}_{p, 1}(t), \dots, \mathbf{y}_{p, n}(t)]
 \end{aligned}$$

このとき、有限のデータ数 N に対する $\mathbf{f}_p^{[i]}(\rho, t)$ の推定値は (3.34) 式より得られる。

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{f}}_p^{[i]}(\rho_p, t) &= \Psi_p^{[i]} - \Omega_p \rho_{p,i} \\ \Psi_p^{[i]} &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta_p(t) \otimes \mathbf{y}_d^{[i]}(t) \\ \Omega_p &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta_p(t) \otimes \Phi_p(t) \\ \zeta_p(t) &= [s_p(t+l), \dots, s_p(t), \dots, s_p(t-l)]^T\end{aligned}\tag{3.34}$$

$\hat{\mathbf{f}}_p^{[i]}(\rho_p, t)$ は $\rho_{p,i}$ に関して線形である。また各 $\rho_{p,i}$ を求める問題はたがいに独立であるため、最適な制御器パラメータ $\hat{\rho}_p$ は最小二乗法により (3.35) 式のように求めることができる。

$$\hat{\rho}_p = (\Omega_p^T \Omega_p)^{-1} \Omega_p^T \Psi_p\tag{3.35}$$

ただし、 $\Psi_p = [\Psi_p^{[1]}, \dots, \Psi_p^{[m]}]$ である。

同様に、フィードフォワード制御器 $\mathbf{F}_f(\rho_f)$ の制御器パラメータ ρ_f の第 i 列ベクトルを $\rho_{f,i}$ と書くと、 $\tilde{\varepsilon}_f^{[i]}(t)$ は (3.36) 式のように書くことができる。

$$\begin{aligned}\tilde{\varepsilon}_f^{[i]}(\rho_f, t) &= \mathbf{S} \mathbf{y}_d^{[i]}(t) - \sum_{k=1}^n f_{f,ki}(\rho_f) \mathbf{y}_{f,k}^{[i]}(t) \\ &= \mathbf{S} \mathbf{y}_d^{[i]}(t) - \Phi_f^T \rho_{f,i} \\ \Phi_f(t) &= \beta_f^T \mathbf{Y}_f(t)^T \\ \mathbf{Y}_f(t) &= [\mathbf{y}_{f,k}(t), \dots, \mathbf{y}_{f,n}(t)]\end{aligned}\tag{3.36}$$

このとき、有限のデータ数 N に対する $\mathbf{f}_f^{[i]}(\rho, t)$ の推定値は (3.37) 式より得られる。

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{f}}_f^{[i]}(\rho, t) &= \Psi_f^{[i]} - \Omega_f \rho_{f,i} \\ \Psi_f^{[i]} &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta_f(t) \otimes \mathbf{S} \mathbf{y}_d^{[i]}(t) \\ \Omega_f &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta_f(t) \otimes \Phi_f(t) \\ \zeta_f(t) &= [s_f(t+l), \dots, s_f(t), \dots, s_f(t-l)]^T\end{aligned}\tag{3.37}$$

$\hat{\mathbf{f}}_f^{[i]}(\rho_f, t)$ は $\rho_{f,i}$ に関して線形である。また各 $\rho_{f,i}$ を求める問題はたがいに独立であるため、最適な制御器パラメータ $\hat{\rho}_f$ は最小二乗法により (3.38) 式のように求めること

ができる。

$$\hat{\rho}_f = (\Omega_f^T \Omega_f)^{-1} \Omega_f^T \Psi_f \quad (3.38)$$

ただし, $\Psi_f = [\Psi_f^{[1]}, \dots, \Psi_f^{[m]}]$ である。

第4章 制御対象

本章では，提案する2自由度制御器調整法の有効性を検証するために用いる制御対象について説明する。

4.1 張力・速度制御装置

張力・速度制御装置とその模式図をそれぞれ図4.1，図4.2に示す。この装置は，ビデオテープの駆動，製紙工業の巻取りシステムなどを模擬した装置である[9]。2つのプーリがモータ1，2に接続されており，3つ目のプーリは弾性ベルトを介してその2つのプーリと接続され，プーリ速度と弾性ベルトの張力を制御する装置である。弾性ベルトの張力は線形バネの変位から計算され，その変位はアーム角 θ を通して検出される。そして，そのアーム角はモータ1，2の速度差により制御される。しかしながら，プーリ速度とアーム角の間に干渉が存在し，プーリ速度とアーム角すなわち弾性ベルトの張力の独立な制御が難しい制御対象である。

4.2 運動方程式

制御対象のパラメータを表4.1に示し，各パラメータとの対応は図4.2に示す。図4.2より，運動エネルギー T ，ポテンシャルエネルギー V ，消費エネルギー R はそれぞれ(4.1)，(4.2)，(4.3)式となる。ただしプーリーの慣性 I_3 ，摩擦 b_3 は無視できるものと仮定する。

$$T = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}I_1\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}I_2\dot{\theta}_2^2 \quad (4.1)$$

$$V = \frac{1}{2}k[r(\theta_1 - \theta_2)]^2 + \frac{1}{2}k[r(\theta_1 - \theta_3) - x \cos \alpha]^2 + \frac{1}{2}k[r(\theta_3 - \theta_2) - x \cos \alpha]^2 + \frac{1}{2}k_0x^2 \quad (4.2)$$

$$R = \frac{1}{2}b_1\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}b_2\dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2}b_0\dot{x}^2 \quad (4.3)$$

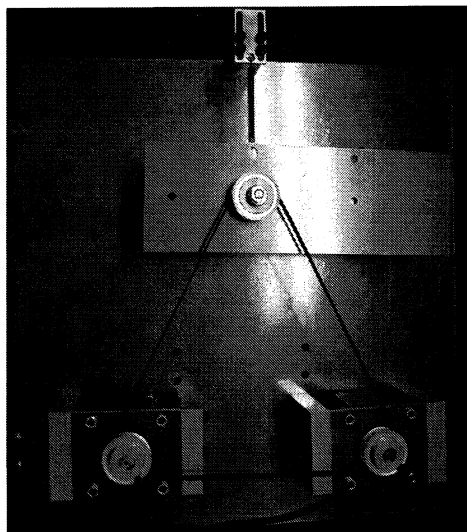


図 4.1: 張力・速度制御装置

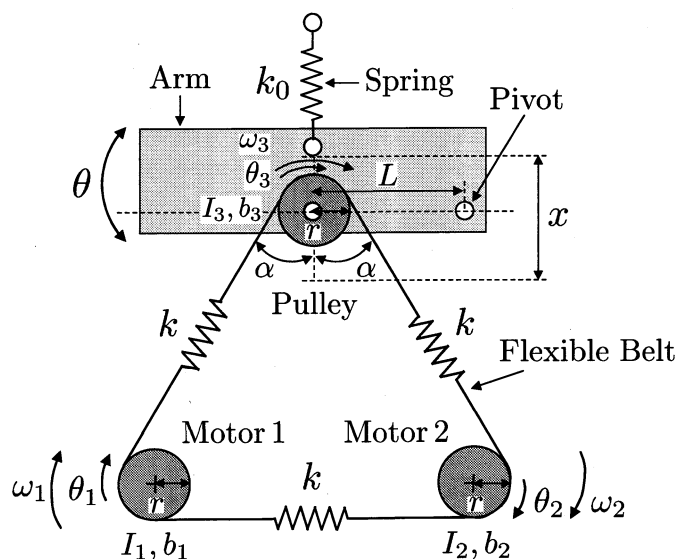


図 4.2: 張力・速度制御装置の模式図

表 4.1: 張力・速度制御装置のパラメータ

Symbol	Description
θ_1, θ_2	Angular position of Motor 1 & 2 [rad]
θ_3	Pulley angular position [rad]
ω_1, ω_2	Angular velocity of Motor 1 & 2 [rad/s]
ω_3	Pulley angular velocity [rad/s]
x	Pulley linear position [m]
I_1, I_2	Inertia of Motor 1 & 2 [kgm ²]
I_3	Pulley inertia [kgm ²]
m	Pulley mass [kg]
r	Radius all pulleys [m]
k	Belt stiffness [N/m]
k_0	Spring stiffness [N/m]
b_0	Arm friction [Nm/s]
b_1, b_2	Friction of Motor 1 & 2 [Nm/s]
b_3	Pulley friction [Nm/s]
θ	Angle [rad]

ここで、プーリー角度 θ_3 ，速度 $\dot{\theta}_3$ が (4.4) 式を満たすと仮定する。

$$\theta_3 = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}, \quad \dot{\theta}_3 = \frac{\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2}{2} \quad (4.4)$$

(4.4) 式の仮定より， R ， V はそれぞれ (4.5)，(4.6) 式として表現できる。

$$V = \frac{1}{2}k[r(\theta_1 - \theta_2)]^2 + k\left[\frac{r}{2}(\theta_1 - \theta_2) - x \cos \alpha\right]^2 + \frac{1}{2}k_0x^2 \quad (4.5)$$

$$R = \frac{1}{2}b_1\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}b_2\dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2}b_0\dot{x}^2 \quad (4.6)$$

以上の式を (4.7) 式のラグランジュの運動方程式に代入することで，(4.8)，(4.9) 式の運動方程式が得られる。

$$L = T - V \quad (4.7)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} + \frac{\partial R}{\partial \dot{\theta}_i} = \tau_i \quad (i = 1, 2) \quad (4.8)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial R}{\partial \dot{x}} = 0 \quad (4.9)$$

(4.8)，(4.9) 式は (4.10) 式のように表現できる。

$$M\ddot{z} + B\dot{z} + K_s z = U \quad (4.10)$$

ここで，

$$\begin{aligned} z &= [\theta_1 \ \theta_2 \ x]^T, \quad U = [\tau_1 \ \tau_2 \ 0]^T \\ M &= \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & b_0 \end{bmatrix} \\ K_s &= \begin{bmatrix} \frac{3}{2}kr^2 & -\frac{3}{2}kr^2 & -kr \cos \alpha \\ -\frac{3}{2}kr^2 & \frac{3}{2}kr^2 & kr \cos \alpha \\ -kr \cos \alpha & kr \cos \alpha & k_0 + 2k \cos \alpha \end{bmatrix} \end{aligned}$$

である。(4.10) 式はラプラス変換により (4.11) 式となる。

$$z(s) = G(s)U(s) \quad (4.11)$$

$$G(s) = (s^2I + M^{-1}BsI + M^{-1}K)^{-1}M^{-1} \quad (4.12)$$

$$U(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = K_{\text{in}} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$\begin{bmatrix} \omega \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{s}{2} & \frac{s}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ x \end{bmatrix} = K_{\text{out}} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ x \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$J = I_1 = I_2$, $B = b_1 = b_2$ と仮定すると, (4.12), (4.13), (4.14) 式より制御対象 \mathbf{P} は入力としてモータ 1, 2 への入力トルク τ_1, τ_2 , 出力としてプーリ速度 ω とアーム角 θ を持つ 2 入力 2 出力システムとして (4.15) 式のように記述できる。

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \omega \\ \theta \end{bmatrix} &= \mathbf{P} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} P_\omega & P_\omega \\ -P_\theta & P_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} P_\omega & 0 \\ 0 & P_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \\
 P_\omega &= \frac{1}{2(Js + B)} \\
 P_\theta &= \frac{\sqrt{3}kr}{(Js^2 + 3kr^2)(2ms^2 + 2k_0 + 3k) - sk^2r^2}
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

ここで, 入力トルク τ からアームの位置 x までの伝達関数 P_x は実験環境に合わせるため, (4.16) 式により入力トルク τ からアーム角 θ までの伝達関数 P_θ に近似していることに注意する。

$$P_\theta = \frac{1}{L} \times \frac{180}{\pi} \times P_x \tag{4.16}$$

ここで, L は pivot からプーリの中心までの距離である。(4.15) 式からわかるようにプーリ速度 ω は $\tau_1 + \tau_2$, アーム角 θ は $-\tau_1 + \tau_2$ により制御され, プーリ速度とアーム角の非干渉制御を行うためには (4.17) 式に示す構造を持つフィードバック制御器 \mathbf{C} が必要であることがわかる。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_\omega & 0 \\ 0 & C_\theta \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} C_\omega & -C_\theta \\ C_\omega & C_\theta \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

ここで, C_ω, C_θ はそれぞれプーリ速度とアーム角を制御するフィードバック制御器である。すなわち, 非干渉化を実現するため, フィードバック制御器の各要素は次の関係を満たす必要がある。

$$c_{11} = c_{21}, c_{12} = -c_{22} \tag{4.18}$$

また、前置補償器 \mathbf{F}_p 、フィードフォワード制御器 \mathbf{F}_f はそれぞれ (4.19), (4.21) 式の関係から (4.20), (4.22) 式を満たす必要がある。

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_p &= \mathbf{T}^{-1} \\ &= \begin{bmatrix} C_\omega & 0 \\ 0 & C_\theta \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{4.19}$$

$$c_{p, 12} = c_{p, 21} = 0\tag{4.20}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_f &= \mathbf{P}^{-1} \\ &= \begin{bmatrix} C_\theta & -C_\omega \\ C_\theta & C_\omega \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{4.21}$$

$$c_{f, 11} = c_{f, 21}, -c_{f, 12} = c_{f, 22}\tag{4.22}$$

(4.18), (4.20), (4.22) 式の関係は得られた制御器を評価するためだけに用い, $\mathbf{C}(\boldsymbol{\rho}_b)$, $\mathbf{F}_p(\boldsymbol{\rho}_p)$, $\mathbf{F}_f(\boldsymbol{\rho}_f)$ の構造の決定には用いないことを注意しておく。

第5章 シミュレーション

本章では，図 4.2 に示す張力・速度制御装置のシミュレーションモデルに対して提案手法を適用し，有効性を検証する。また，制御対象モデルを用いずに 4.2 節で示した非干渉化の条件を満たすようなパラメータ調整が可能であることを示す。

5.1 制御対象モデル

制御対象モデルは (4.15) 式に対して，文献 [9] で用いられている (5.1)，(5.2) 式を与えた。

$$P_\omega = \frac{1000}{0.3s + 1} \quad (5.1)$$

$$P_\theta = \frac{-18560}{(s^2 + 11s + 150)(s^2 + 1.6s + 800)} \quad (5.2)$$

5.2 設計結果：フィードバック制御器

参照モデル M として連続時間システム (5.3) 式を与え，サンプリングタイム $T_s = 0.05\text{s}$ で離散化したものを用いた。ここでは， $\alpha = 5\text{ rad/s}$ とした。フィードバック制御器 $C(\rho_b)$ の構造は (5.4) 式で表される PID 制御器とし， K_p ， K_i ， K_d は求めるべき 2×2 のゲイン行列である。

$$\begin{aligned} M(s) &= \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{s+\alpha} & 0 \\ 0 & \frac{\alpha^2}{(s+\alpha)^2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.3)$$

$$\begin{aligned} C(\rho_b) &= K_p + \frac{T_s}{1-z^{-1}} K_i + \frac{1-z^{-1}}{T_s} K_d \\ &= \begin{bmatrix} I_2 & \frac{T_s}{1-z^{-1}} I_2 & \frac{1-z^{-1}}{T_s} I_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_p \\ K_i \\ K_d \end{bmatrix} \\ &= \beta_b^T \rho_b \end{aligned} \quad (5.4)$$

制御対象は 2 つの入力 (τ_1, τ_2) を持つため、制御器パラメータの調整には 2 回の入出力データの取得が必要となる。入力信号 $\mathbf{u}(t) = [\tau_1, \tau_2]^T$ を $\mathbf{u}^{[1]}(t) = [s_b(t), 0]^T$, $\mathbf{u}^{[2]}(t) = [0, s_b(t)]^T$ とし、 $s_b(t)$ は図 5.1 で与えられるデータ数 $N = 2000$ 個の白色信号とした。相互相関関数を計算する際のデータシフト数は $l = 200$ とした。図 5.2 に $\mathbf{u}^{[1]}(t)$, $\mathbf{u}^{[2]}(t)$ に対するプリー速度 ω_1, ω_2 を、図 5.3 に $\mathbf{u}^{[1]}(t)$, $\mathbf{u}^{[2]}(t)$ に対するアーム角 θ_1, θ_2 を示す。制御対象の出力にはプリー速度、アーム角に対してそれぞれ平均 0、分散 0.001 の異なる白色雑音を与えた。

以上の条件の下で、提案手法により調整した制御器を実装した。その参照モデルの各成分に対する応答を図 5.4, 5.5 に示す。図 5.4, 5.5 より、提案手法は θ に対してやや遅れが見られるが、 ω, θ ともに参照モデルの出力に対して良好に追従でき、 ω と θ の非干渉化も達成できている。

また、提案手法により調整したフィードバック制御器の $\mathbf{K}_p, \mathbf{K}_i, \mathbf{K}_d$ の各要素を (5.5) から (5.7) 式に示す。調整されたフィードバック制御器のゲインは非干渉化の条件である (4.18) 式をおおよそ満たしている。

以上より、提案手法は制御対象の出力に観測雑音加わるような MIMO システムに対しても有効にフィードバック制御器を設計可能であることが確認できた。

$$\mathbf{K}_p = \begin{bmatrix} 5.96 \times 10^{-4} & -1.80 \times 10^{-1} \\ 5.90 \times 10^{-4} & -1.80 \times 10^{-1} \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

$$\mathbf{K}_i = \begin{bmatrix} 9.71 \times 10^{-4} & 6.70 \\ 3.46 \times 10^{-3} & -6.70 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

$$\mathbf{K}_d = \begin{bmatrix} 3.05 \times 10^{-5} & 1.09 \times 10^{-2} \\ 3.21 \times 10^{-5} & -1.09 \times 10^{-2} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

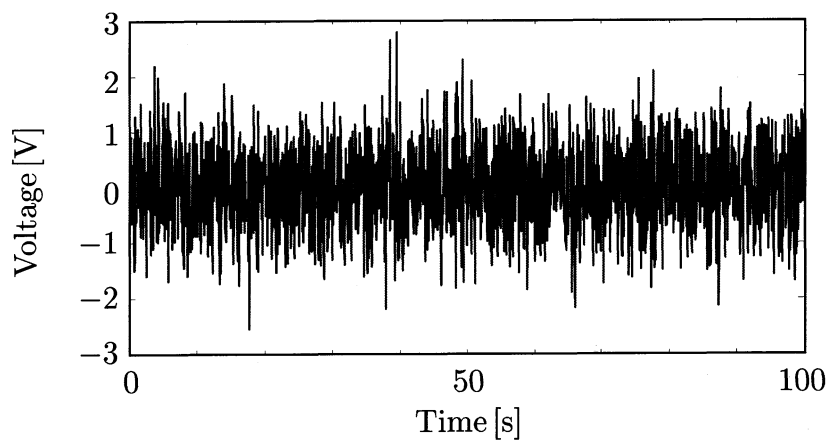


図 5.1: パラメータ調整に用いた白色信号 $s_b(t)$

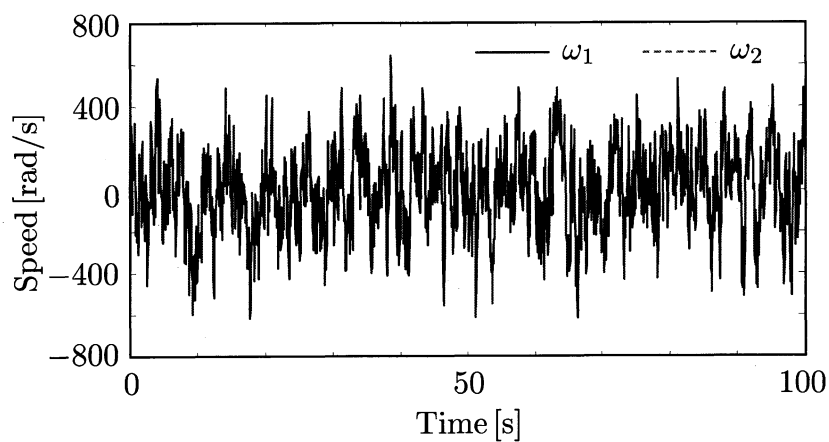


図 5.2: $\mathbf{u}^{[1]}(t)$, $\mathbf{u}^{[2]}(t)$ に対するプーリ速度 ω_1 , ω_2

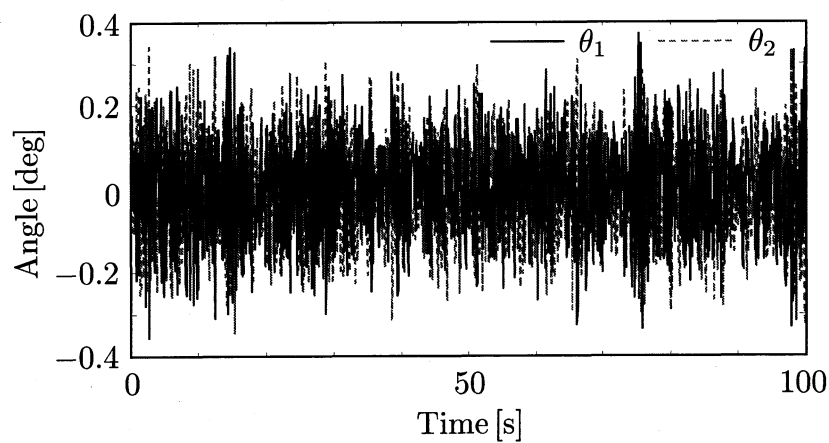


図 5.3: $\mathbf{u}^{[1]}(t)$, $\mathbf{u}^{[2]}(t)$ に対するアーム角 θ_1 , θ_2

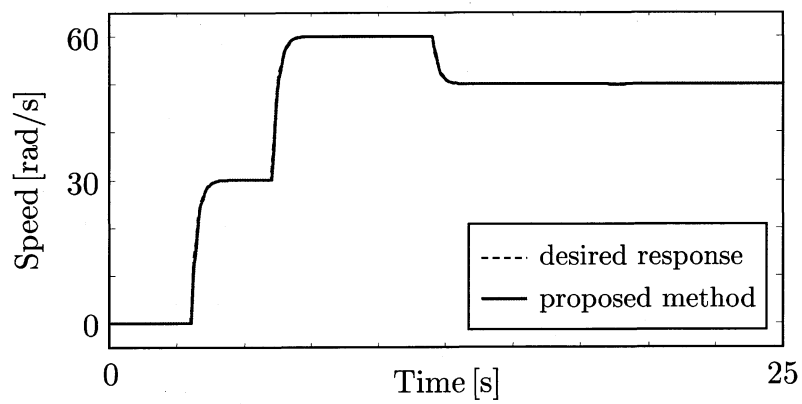


図 5.4: プーリ速度応答

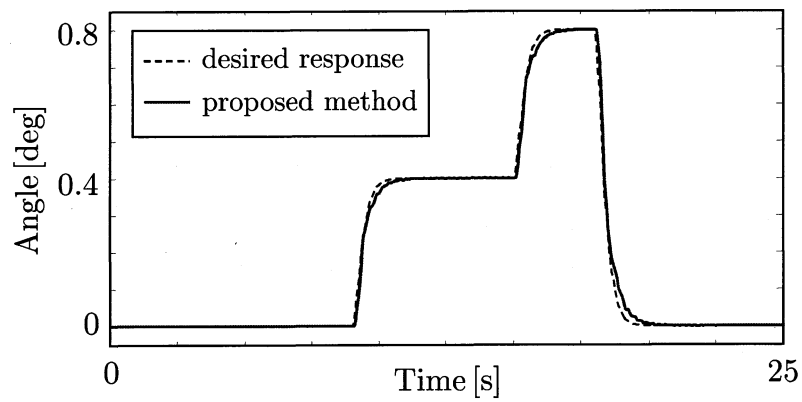


図 5.5: アーム角応答

5.3 設計結果：前置補償器

前節のフィードバック制御器の設計結果より，フィードバック制御により非干渉化を達成したものの，プーリ速度，アーム角は参照値に対してわずかに遅れを生じていた。この応答の遅れを補償するため，前置補償器 $F_p(\rho_p)$ の設計を行う。参照モデルはフィードバック制御器の設計と同様に (5.3) 式とした。ここで， $\alpha = 5 \text{ rad/s}$ とした。前置補償器 $F_p(\rho_p)$ の構造は (5.8) 式の FIR フィルタとし，その係数行列を求めるパラメータとする。

$$\begin{aligned} F_p(z^{-1}) &= \rho_1 z^2 + \rho_2 z \\ &= \beta_p^T \rho_p \end{aligned} \quad (5.8)$$

入力信号 $\mathbf{y}_d^{[i]}(t)$ ($i = 1, 2$) を $\mathbf{y}_{d,\omega}^{[1]}(t) = [s_{p,\omega}(t), 0]^T$ ， $\mathbf{y}_{d,\omega}^{[2]}(t) = [0, s_{p,\omega}(t)]^T$ また， $\mathbf{y}_{d,\theta}^{[1]}(t) = [s_{p,\theta}(t), 0]^T$ ， $\mathbf{y}_{d,\theta}^{[2]}(t) = [0, s_{p,\theta}(t)]^T$ とた。 $s_{p,\omega}(t)$ ， $s_{p,\theta}(t)$ はそれぞれ図 5.6 で与えられるデータ数 $N = 2000$ 個の参照信号である。ここで，(5.3) 式で与えた参照モデルの対角要素の構造が異なるため，図 5.6 に示すようにそれぞれの参照信号を $s_{p,\omega}(t)$ ， $s_{p,\theta}(t)$ とし与えていることに注意する。 $\mathbf{y}_{p,i}(t) = [\omega_i, \theta_i]^T$ ($i = 1, 2$) は $\mathbf{y}_d^{[i]}(t)$ を入力した時に観測される閉ループシステムの出力データである。図 5.7 に $\mathbf{y}_{d,\omega}^{[1]}(t)$ ， $\mathbf{y}_{d,\omega}^{[2]}(t)$ に対するプーリ速度 ω_1 ， ω_2 ，図 5.8 に $\mathbf{y}_{d,\omega}^{[1]}(t)$ ， $\mathbf{y}_{d,\omega}^{[2]}(t)$ に対するアーム角 θ_1 ， θ_2 を示す。また，図 5.9 に $\mathbf{y}_{d,\theta}^{[1]}(t)$ ， $\mathbf{y}_{d,\theta}^{[2]}(t)$ に対するプーリ速度 ω_1 ， ω_2 ，図 5.10 に $\mathbf{y}_{d,\theta}^{[1]}(t)$ ， $\mathbf{y}_{d,\theta}^{[2]}(t)$ に対するアーム角 θ_1 ， θ_2 を示す。制御対象の出力にはプーリ速度，アーム角に対してそれぞれ平均 0，分散 0.001 の異なる白色雑音を与えた。

以上の条件の下で，提案手法により調整した前置補償器を実装した。その参照モデルの各成分に対しての応答結果を図 5.11，5.12 に示す。図 5.11，図 5.12 より，前置補償器を追加することにより参照値に対する追従性能を改善できていることがわかる。

提案手法により調整した前置補償器のパラメータゲインの各要素を (5.9)，(5.10) 式に示す。調整された前置補償器のゲインは非干渉化の条件である (4.20) 式をおおよそ満たしている。

以上より，提案手法は制御対象の出力に観測雑音が加わるような MIMO システムに対しても有効に前置補償器を設計可能であることが確認できた。

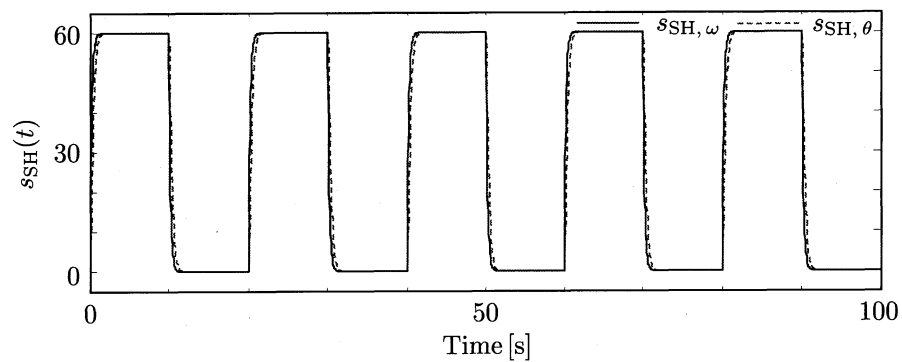


図 5.6: 参照信号 $s_p(t)$

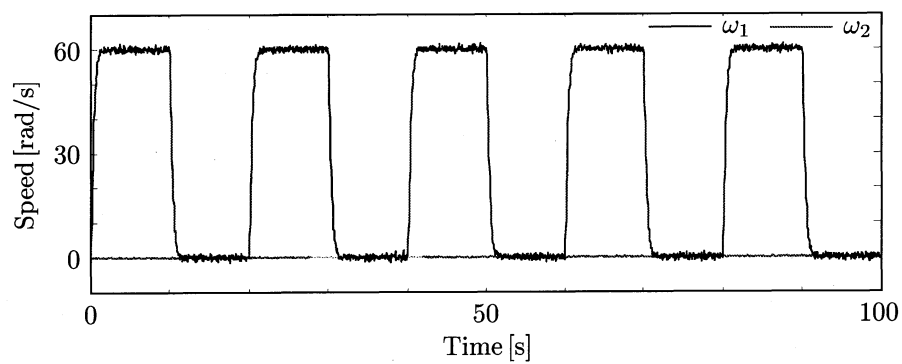


図 5.7: $\mathbf{y}_{d,\omega}^{[1]}(t)$, $\mathbf{y}_{d,\omega}^{[2]}(t)$ に対するプーリ速度 ω_1 , ω_2

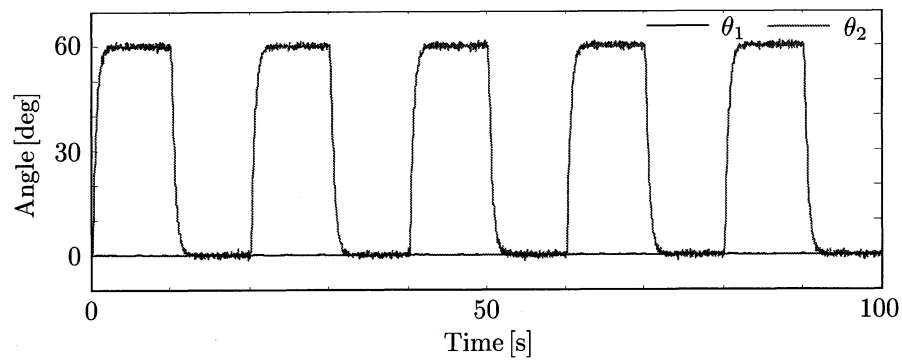


図 5.8: $\mathbf{y}_{d,\omega}^{[1]}(t)$, $\mathbf{y}_{d,\omega}^{[2]}(t)$ に対するアーム角 θ_1 , θ_2

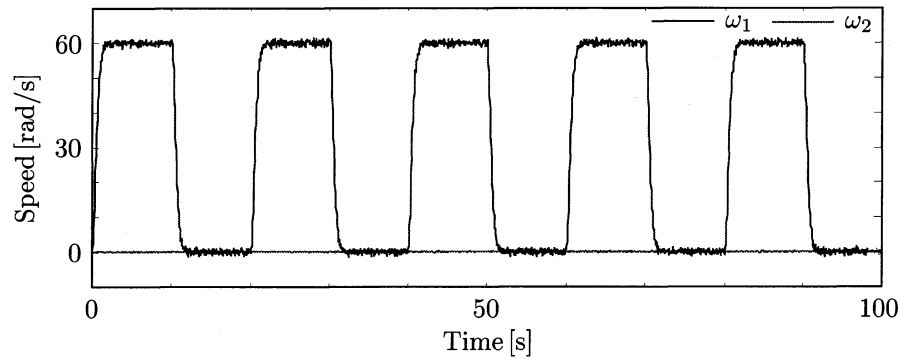


図 5.9: $y_{d,\theta}^{[1]}(t)$, $y_{d,\theta}^{[2]}(t)$ に対するプーリ速度 ω_1 , ω_2

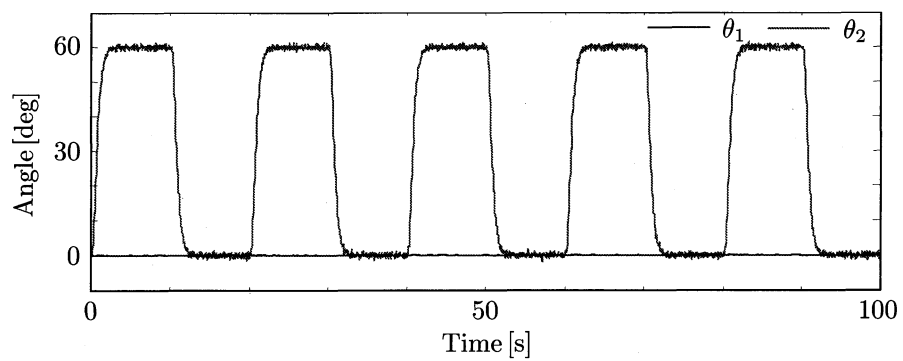


図 5.10: $y_{d,\theta}^{[1]}(t)$, $y_{d,\theta}^{[2]}(t)$ に対するアーム角 θ_1 , θ_2

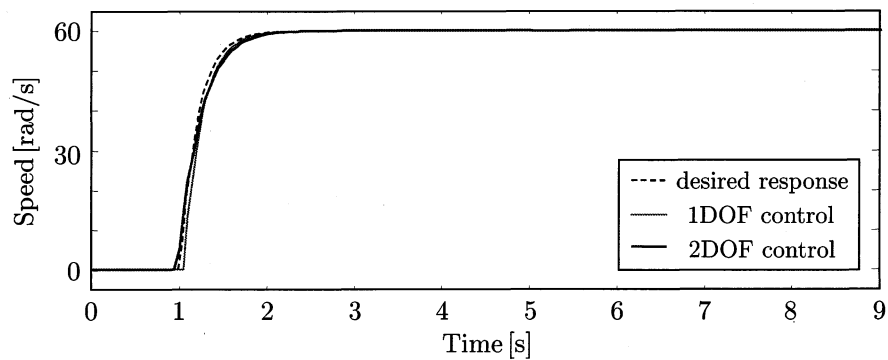


図 5.11: プーリ速度応答 (2DOF)

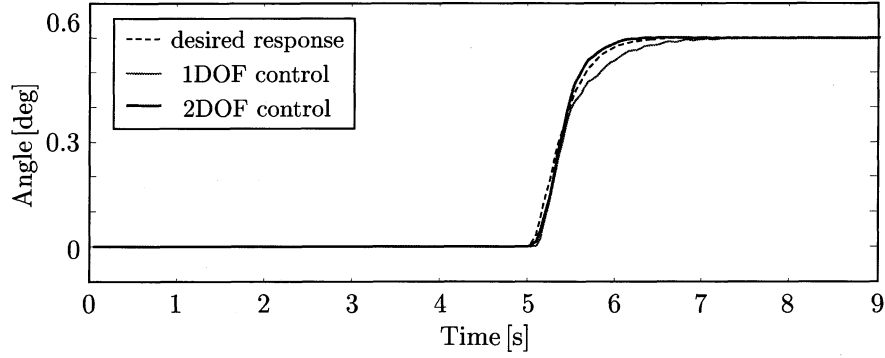


図 5.12: アーム角応答 (2DOF)

$$\rho_1 = \begin{bmatrix} 3.45 & 4.95 \times 10^{-3} \\ 1.64 \times 10^{-3} & -9.33 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

$$\rho_2 = \begin{bmatrix} -2.45 & 4.97 \times 10^{-3} \\ 1.64 \times 10^{-3} & -8.33 \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

5.4 設計結果: フィードフォワード制御器

前置補償器と同様、応答を改善するために $F_f(\rho_f)$ の設計を行う。参照モデル M として連続時間システム (5.11) 式を与え、サンプリングタイム $T_s = 0.1\text{s}$ で離散化したものを用いた。

$$\begin{aligned} M(s) &= \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{10}{s+10} & 0 \\ 0 & \frac{10}{s+10} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.11)$$

フィードフォワード制御器 $F_f(\rho_f)$ の構造は (6.13) 式の FIR フィルタとし、その係数行列を求めるパラメータとする。

$$\begin{aligned} F_f(\rho_f) &= \rho_1 z^2 + \rho_2 z + \rho_3 + \rho_4 z^{-1} \\ &= \beta_f^T \rho_f \end{aligned} \quad (5.12)$$

入力信号 $\mathbf{y}_d^{[i]}(t)$ ($i = 1, 2$) を $\mathbf{y}_d^{[1]}(t) = [s_f(t), 0]^T$, $\mathbf{y}_d^{[2]}(t) = [0, s_f(t)]^T$ とし、 $y_d(t)$ は図 5.13 で与えられるデータ数 $N = 600$ 個の参照信号である。 $\mathbf{y}_{f,i}(t) = [\omega_i, \theta_i]^T$ ($i = 1, 2$) は $\mathbf{y}_d^{[i]}(t)$ を制御入力に入力した時に観測される閉ループシステムの出力データである。

図 5.14 に $\mathbf{y}_d^{[1]}(t)$, $\mathbf{y}_d^{[2]}(t)$ に対するプーリ速度 ω_1 , ω_2 , 図 5.15 に $\mathbf{y}_d^{[1]}(t)$, $\mathbf{y}_d^{[2]}(t)$ に対するアーム角 θ_1 , θ_2 を示す。制御対象の出力にはプーリ速度, アーム角に対してそれぞれ平均 0, 分散 0.001 の異なる白色雑音を与えた。

以上の条件の下で, 提案手法により調整したフィードフォワード制御器を実装した。その参照モデルの各成分に対する応答を図 5.16, 5.17 に示す。図 5.16, 図 5.17 より, フィードフォワード制御器を追加することにより参照値に対する追従性能を改善できていることがわかる。

提案手法により調整したフィードフォワード制御器のパラメータゲインの各要素を (5.13) から (5.16) 式に示す。調整されたフィードフォワード制御器のゲインは非干渉化の条件である (4.22) 式をおおよそ満たしている。

以上より, 提案手法は制御対象の出力に観測雑音加わるような MIMO システムに対しても有効にフィードフォワード制御器を設計可能であることが確認できた。

$$\rho_1 = \begin{bmatrix} 0 & 3.52 \times 10^{-4} \\ 0 & -3.52 \times 10^{-4} \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

$$\rho_2 = \begin{bmatrix} 1.17 \times 10^{-2} & 7.55 \times 10^{-1} \\ 1.17 \times 10^{-2} & -7.55 \times 10^{-1} \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

$$\rho_3 = \begin{bmatrix} 3.59 \times 10^{-2} & 6.02 \times 10^{-4} \\ 3.59 \times 10^{-2} & -6.02 \times 10^{-4} \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

$$\rho_4 = \begin{bmatrix} 1.63 \times 10^{-4} & 0 \\ 1.63 \times 10^{-4} & 0 \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

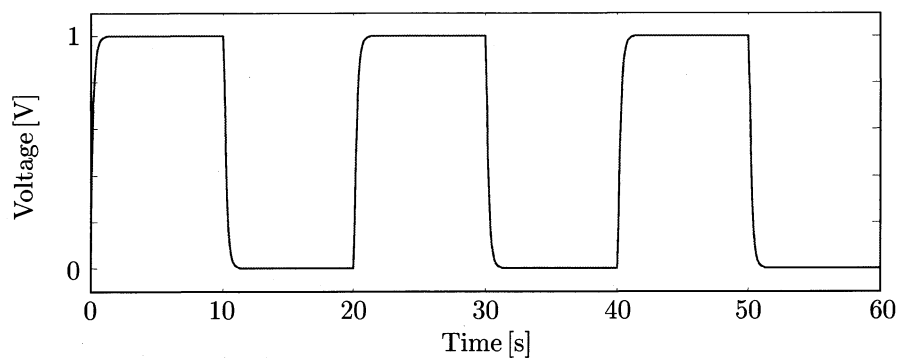


図 5.13: 参照信号 $s_f(t)$

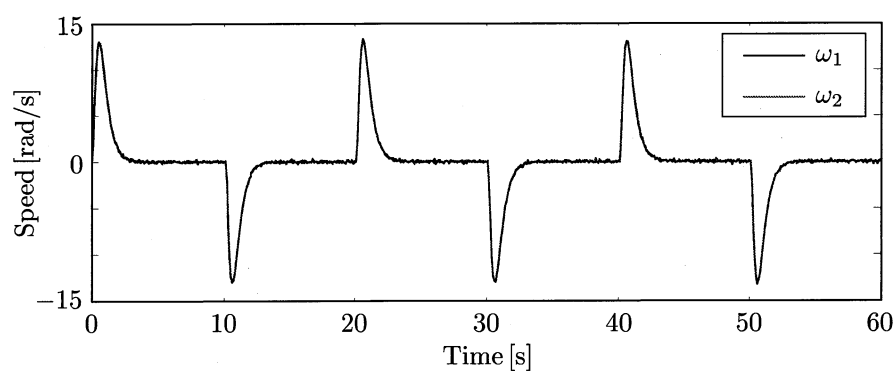


図 5.14: $\mathbf{y}_d^{[1]}(t)$, $\mathbf{y}_d^{[2]}(t)$ に対するプーリ速度 ω_1 , ω_2

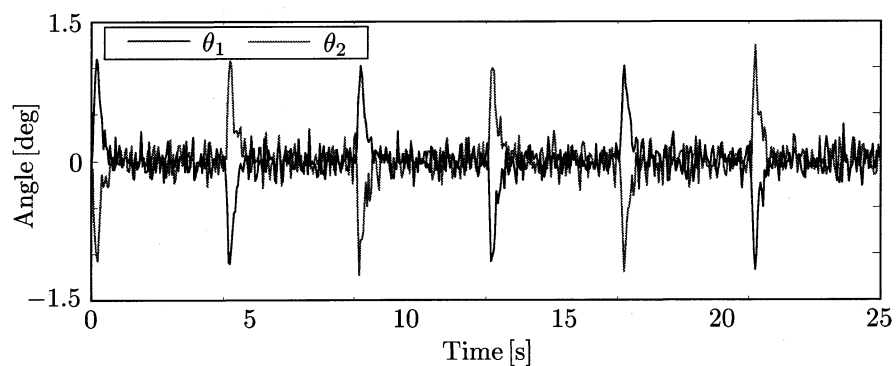


図 5.15: $\mathbf{y}_d^{[1]}(t)$, $\mathbf{y}_d^{[2]}(t)$ に対するアーム角 θ_1 , θ_2

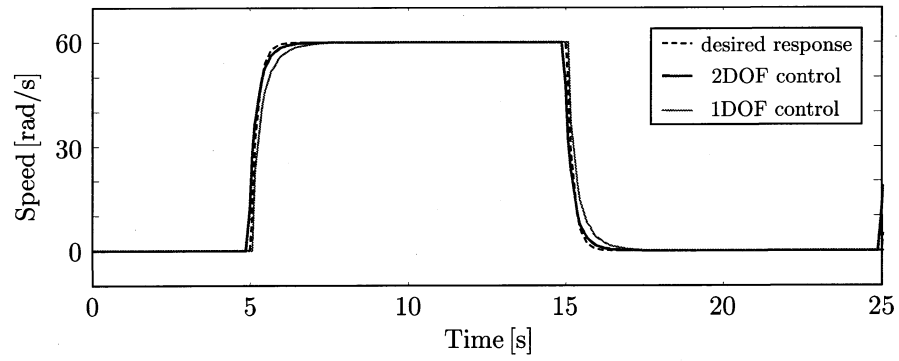


図 5.16: プーリ速度応答 (2DOF)

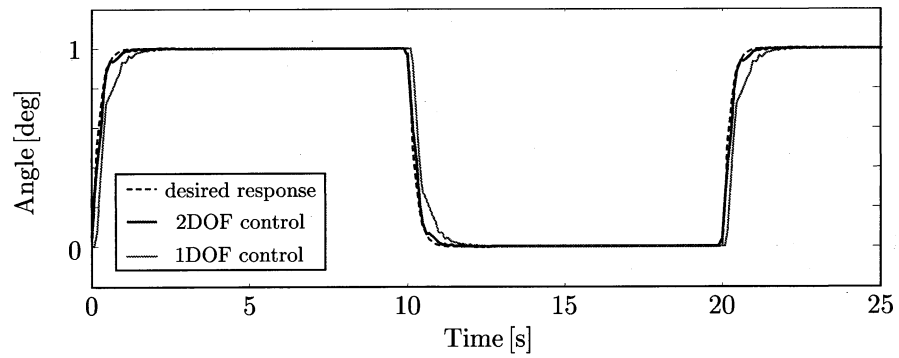


図 5.17: アーム角応答 (2DOF)

第6章 実験

本章では、図 4.2 に示す張力・速度制御装置に対する実験を通して提案手法の有効性を示す。また、文献 [8] で提案されている手法により設計した結果との比較も行った。

6.1 文献 [8] による制御器調整法

本節では提案手法と比較するモデルフリー制御器設計手法の一つである文献 [8] について説明する。文献 [8] で用いられている評価関数を (6.1) 式に示す。文献 [8] で提案された方法は MIMO システムに対して適用可能ではあるが、評価関数は単純に参照モデルの出力に対する偏差の二乗和を評価しており、相互相関関数に基づいていないため観測雑音の影響を大きく受けると考えられる。

$$J_n(\rho_n) = \sum_{i=1}^n \left(f_n^{[i]}(\rho_n, t) \right)^T f_n^{[i]}(\rho_n, t) \quad (6.1)$$
$$f_n^{[i]}(\rho_n, t) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N W_2 W_1 \tilde{\epsilon}^{[i]}(\rho_n, t)$$

ここで、重み関数 W_1, W_2 は提案手法と同様に、 $J_n(\rho_n)$ を $J_b(\rho_b)$ に漸近的に近づける役割を持ち、以下のように与えればよい。

$$W_1 = I - M, W_2 = \Phi_{sb}^{-\frac{1}{2}}(\omega) \quad (6.2)$$

6.2 実験結果：フィードバック制御器

参照モデル M はシミュレーションと同様に連続時間システム (5.3) 式を与え、サンプリングタイム $T_s = 1 \text{ ms}$ で離散化したものをを用いた。ここでは、 $\alpha = 20 \text{ rad/s}$ とした。フィードバック制御器 $C(\rho_b)$ の構造は (5.4) 式で表される PID 制御器とし、 K_p, K_i, K_d は求めるべき 2×2 のゲイン行列である。

制御対象は 2 つの入力 (τ_1, τ_2) を持つため、制御器パラメータの調整には 2 回の入出力データの取得が必要となる。入力信号 $\mathbf{u}(t) = [\tau_1, \tau_2]^T$ を $\mathbf{u}^{[1]}(t) = [s_b(t), 0]^T$, $\mathbf{u}^{[2]}(t) =$

$[0, s_b(t)]^T$ とし, $s_b(t)$ は図 6.5 で与えられるデータ数 $N = 20000$ 個の PRBS 信号とした [10]。PRBS 信号を生成するシフトレジスタは 9 段とし, 振幅は 0.7 とした。相互相関関数を計算する際のデータシフト数は $l = 200$ とした。ここで, $\mathbf{y}_i(t) = [\omega_i, \theta_i]^T$ ($i = 1, 2$) は $\mathbf{u}^{[i]}(t)$ を入力した時に観測される制御対象の出力である。

図 6.2 に $\mathbf{u}^{[1]}(t)$, $\mathbf{u}^{[2]}(t)$ に対するプーリ速度 ω_1, ω_2 , 図 6.3 に $\mathbf{u}^{[1]}(t)$, $\mathbf{u}^{[2]}(t)$ に対するアーム角 θ_1, θ_2 を示す。図 6.2, 6.3 より, $\omega_1 = \omega_2, \theta_1 = -\theta_2$ の関係が実現されており, (4.15) 式から得られる関係と一致している。

プーリ速度 ω はタコジェネレータより取得しており, モータドライバで発生した雑音がタコジェネレータの出力に重畳する。プーリ速度 ω に重畳する観測雑音を評価するために, $\mathbf{u}(t) = [0, 0]^T$ としたときのプーリ速度 ω を図 6.4 に示す。図 6.4 より, 観測雑音は平均 $\mu = -0.157 \text{ rad/s}$, 分散 $\sigma^2 = 4.93 \text{ rad}^2/\text{s}^2$ となり, この観測雑音が制御器パラメータの調整に悪影響を与えると予想される。

張力・速度制御装置システムのようなメカニカルシステムにおいて, 観測雑音だけではなく制御対象の入力端に加わるクーロン摩擦に代表される外乱の存在を無視することができない。入力外乱が作用したときの出力は (3.14) 式と同様に (6.3) 式のように表現できる。

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{P}(\mathbf{u}^{[k]}(t) + \mathbf{d}_k(t)) \quad (6.3)$$

ここで, $\mathbf{d}_k(t)$ は k 回目のデータ取得における入力外乱を表す。 $\mathbf{v}_k(t) = \mathbf{P}\mathbf{d}_k$ と見なせば外乱が存在する場合にも観測雑音が存在する場合と同様に扱うことができるが, クーロン摩擦は非零の平均を持つため, パラメータ調整の結果に外乱の影響が現れると考えられる。しかし, $s_b(t)$ を白色信号に近い性質を持つ PRBS とすることで $s_b(t)$ と外乱との相互相関関数を 0 に近付けることができ, 外乱の影響を受けないパラメータ調整が可能になると考えられる。

以上の条件の下で, 提案手法, 文献 [8] で提案された手法 (以後, 従来法と呼ぶ) により調整した制御器を実装した。その参照モデルの各成分に対する応答を図 6.5, 6.6 に示す。まず, 図 6.5 よりプーリ速度応答は従来法・提案手法ともに参照モデルの応答に良好に追従できていることがわかる。また, 図 6.6 よりアーム角では, 従来法は参照モデルの出力に対して大幅に遅れており, 3s 付近では干渉が見受けられる。これは制御器パラメータ ρ_n は $J_n(\rho_n)$ を最小化するように一括して評価されるため, プーリ速度に対して出力の小さいアーム角の影響が観測雑音に埋もれ, 従来法ではアーム角に対する制御器が良好に調整できなかったと考えられる。一方, 提案手法は ω, θ ともに参照モデルの出力に対して良好に追従でき, ω と θ の非干渉化も達成できている。

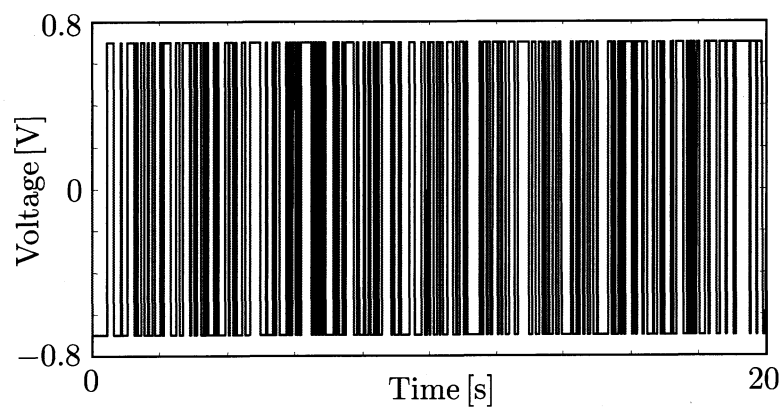


図 6.1: パラメータ調整に用いた M 系列信号 $s_b(t)$

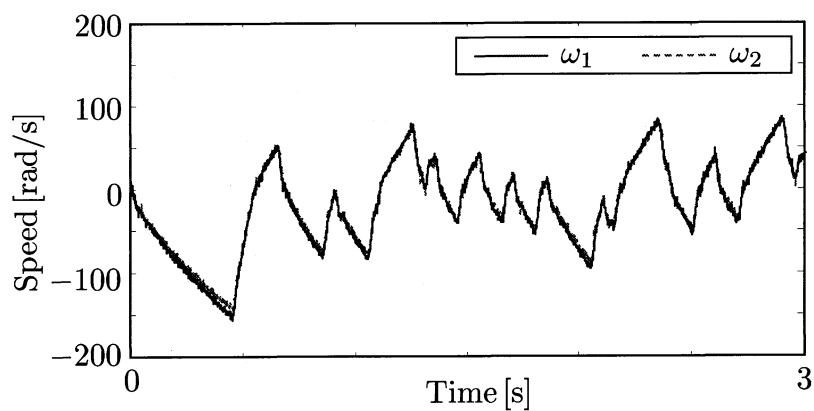


図 6.2: $\mathbf{u}^{[1]}(t)$, $\mathbf{u}^{[2]}(t)$ に対するプーリ速度 ω_1 , ω_2

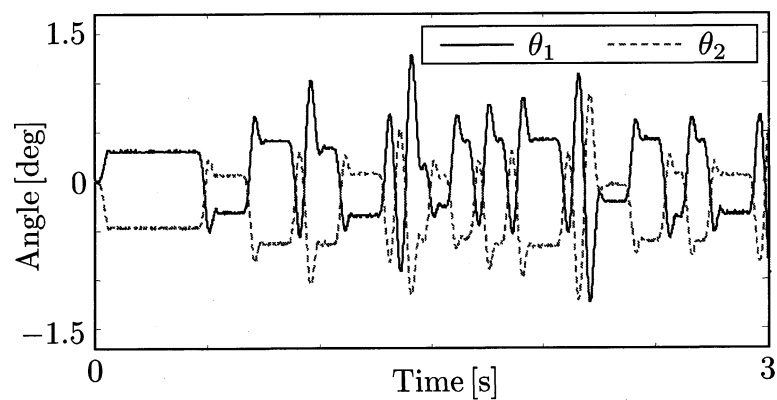


図 6.3: $\mathbf{u}^{[1]}(t)$, $\mathbf{u}^{[2]}(t)$ に対するアーム角 θ_1 , θ_2

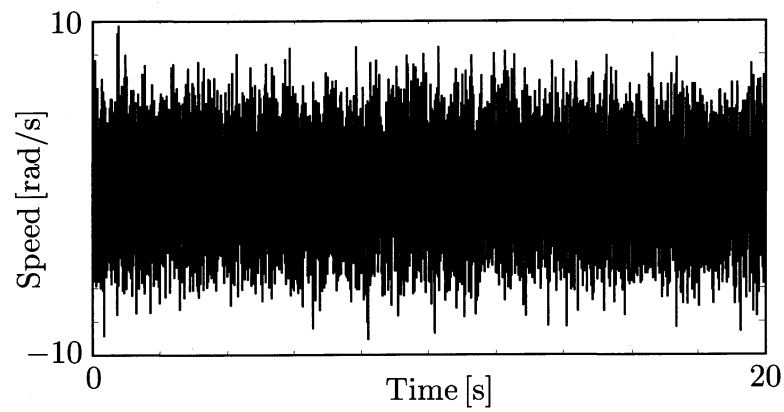


図 6.4: $\mathbf{u}(t) = [0, 0]^T$ に対するプーリ速度 ω に重畳する観測雑音の評価

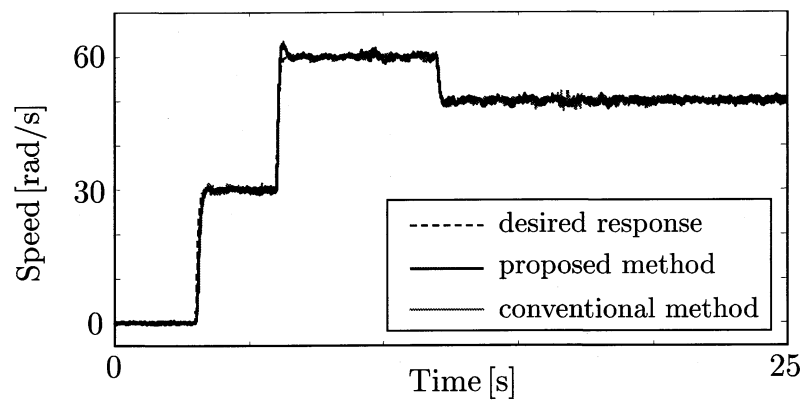


図 6.5: プーリ速度応答 ($\alpha = 20 \text{ rad/s}$)

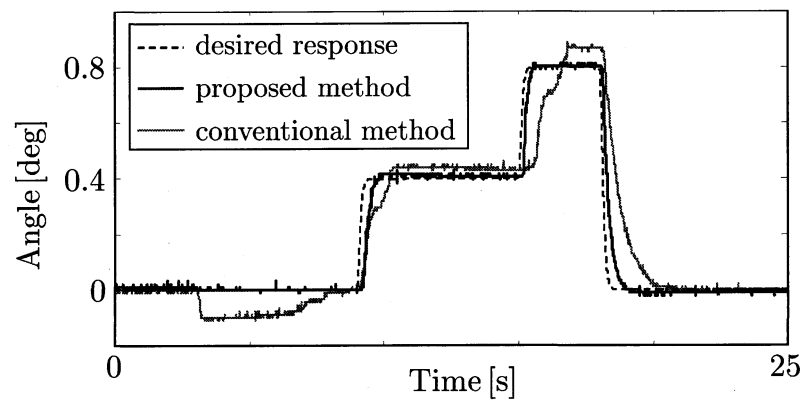


図 6.6: アーム角応答 ($\alpha = 20 \text{ rad/s}$)

図 6.7, 6.8 に提案手法, 従来法により達成された $\mathbf{r}(t)$ から $\mathbf{y}(t)$ までの閉ループ特性 T_{ij} ($i = 1, 2, j = 1, 2$) とその参照モデルの各成分 M_{ij} のゲイン特性をそれぞれ示す。図 6.8 より, 従来法では T_{22} のゲイン特性は対応する参照モデルの特性 M_{22} に対して大幅に小さく, 所望の特性が実現できていないことがわかる。これは前述のプリー速度 ω に重畳した観測雑音による影響であると考えられる。一方, 提案手法は対角要素に対して参照モデルに近い特性が得られていることがわかる。また, 提案手法, 従来法ともにアーム角の参照値からプリー速度までの伝達特性 T_{12} のゲイン特性が T_{21} のゲイン特性と比べ大きいことが見受けられる。これは, 2つの物理量のスケールの違いに起因すると考えられる。実際にはアーム角に与える参照値は 1 deg 程度であり, T_{12} のゲインが大きくてもプリー速度に与える影響は微小である。逆に T_{21} はプリー速度の参照値からアーム角までの伝達特性であるため T_{12} に比べゲインは小さい。時間応答では提案法, 従来法ともに非干渉化が達成されているが, 提案法は従来法と比べ, 特に低周波数帯域で T_{12} , T_{21} のゲインをより強く抑圧できている。以上より, 近似 $(\mathbf{I} + \mathbf{PC}(\hat{\rho}_b))^{-1} \simeq \mathbf{I} - \mathbf{M}$ はおおよそ成り立っており, 本来最小化すべき評価関数である $J_b(\rho_b)$ を近似的にはあるが最小化できていることがわかる。

表 6.1 に提案手法, 従来法により調整された PID ゲインを示す。提案手法, 従来法により調整された PID ゲインは非干渉化の条件である (4.18) 式をおおよそ満たしている。しかし, 従来法では提案手法と比較して, 全体的に制御器パラメータゲインが小さくなっている。特に \mathbf{K}_i は大幅に小さくなっている。これらの相違が, 角度応答に影響を与えたと考えられる。

次に, (5.3) 式に対して, $\alpha = 10, 30, 40$ rad/s と参照モデルのカットオフ周波数を変更した時の実験結果を図 6.9 から 6.14 に示す。図 6.9 から図 6.12 より, カットオフ周波数を $\alpha = 10, 30$ rad/s と変更した 2 パタンに関しても非干渉化が達成されており参照モデルの応答に対して良好な追従ができている。しかし, 図 6.13, 6.14 より, $\alpha = 40$ まで上げた場合では調整した制御器により閉ループ系は不安定化し応答が発散してしまった。この原因は張力・速度制御装置が持つむだ時間による影響からだと考えられる。張力・速度制御装置のアーム角はモータ 1, 2 の速度差により制御されるが, 速度差がアーム角まで伝播するまでに遅れが生じてしまう。むだ時間を持つシステムに対してむだ時間より早い閉ループシステムの時間応答は実現することができず, 容易に閉ループシステムを不安定化することが文献 [8] でも述べられている。参照モデルの設定には達成可能な閉ループシステムの範囲から離れすぎないこと, むだ時間を考慮しなければならないことなど注意が必要ではあるが, 参照モデルのカットオフ周波数の

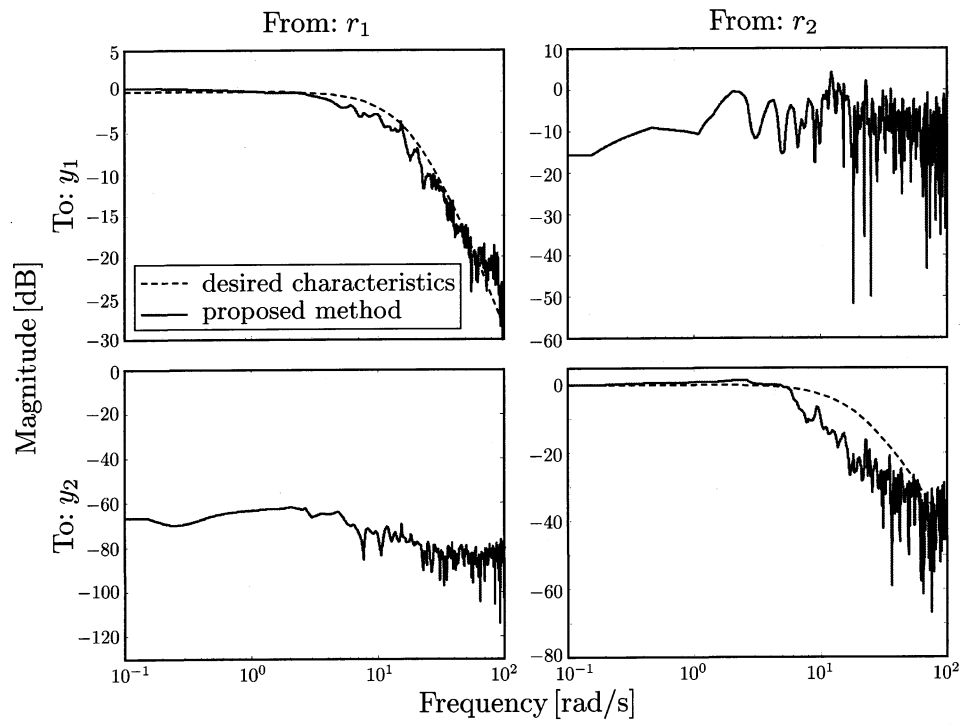


図 6.7: 達成した閉ループ特性: 提案手法

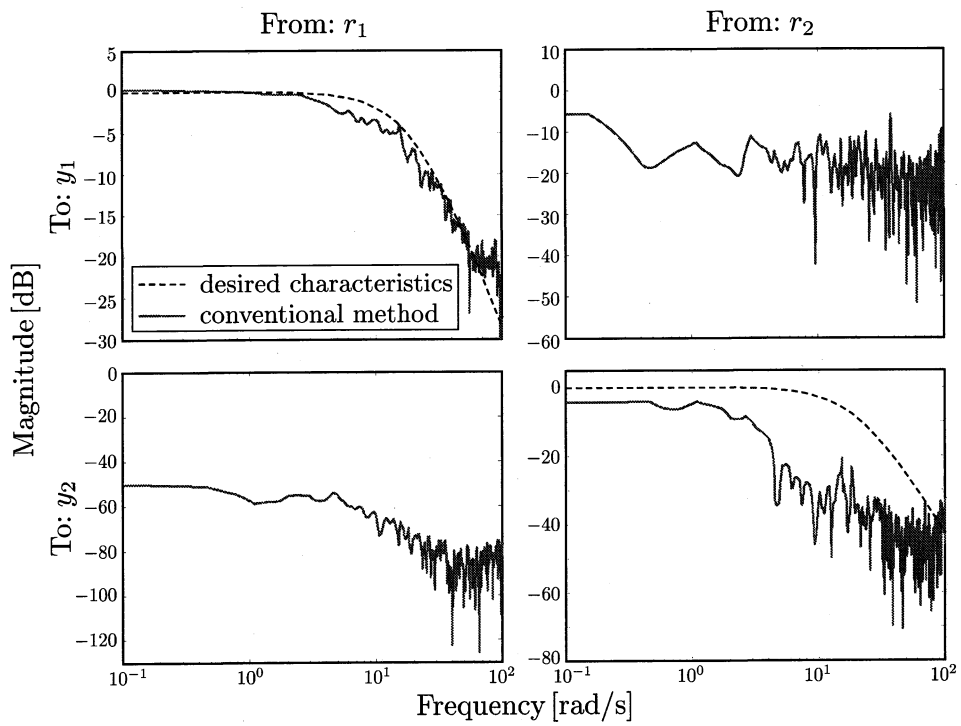


図 6.8: 達成した閉ループ特性: 従来手法

変更に対しても、参照応答に良好に追従する制御器パラメータの調整が可能であることが言える。

以上より、従来法では観測雑音の影響を受け適切に制御器パラメータが調整されていないことがわかる。これに対し、提案手法は制御対象の出力に大きな観測雑音が加わるような MIMO システムに対しても有効にフィードバック制御器を設計可能であることが確認できた。

表 6.1: 提案手法, 従来法により調整した PID 制御器パラメータ

	proposed method		conventional method	
K_p	1.05×10^{-2}	-2.80×10^{-2}	7.94×10^{-3}	-4.28×10^{-3}
	3.42×10^{-3}	2.51×10^{-2}	6.22×10^{-3}	3.29×10^{-3}
K_i	3.23×10^{-2}	-4.93	1.24×10^{-4}	-1.63×10^{-3}
	8.43×10^{-2}	5.21	-2.95×10^{-5}	1.70×10^{-3}
K_d	1.53×10^{-5}	6.05×10^{-6}	-1.96×10^{-6}	2.26×10^{-6}
	1.50×10^{-5}	1.17×10^{-5}	-1.42×10^{-6}	-1.24×10^{-6}

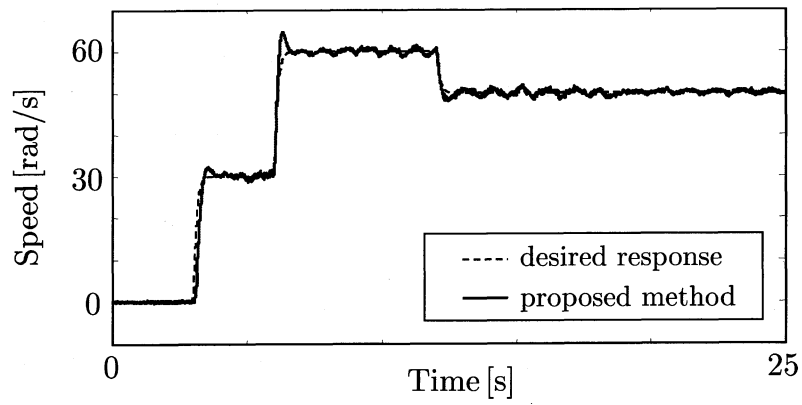


図 6.9: プーリ速度応答 ($\alpha = 10 \text{ rad/s}$)

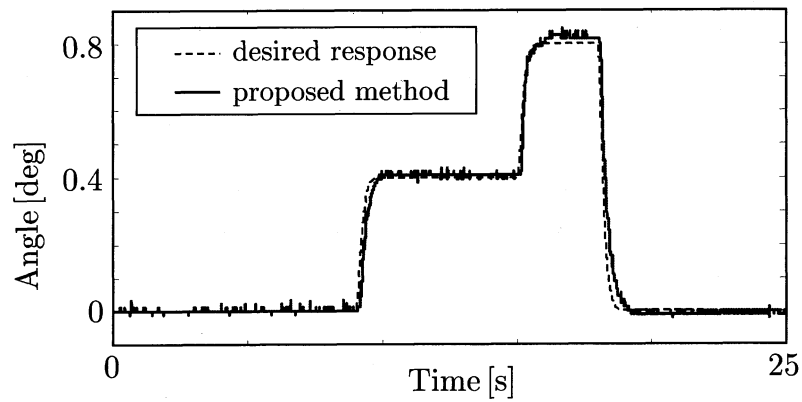


図 6.10: アーム角応答 ($\alpha = 10 \text{ rad/s}$)

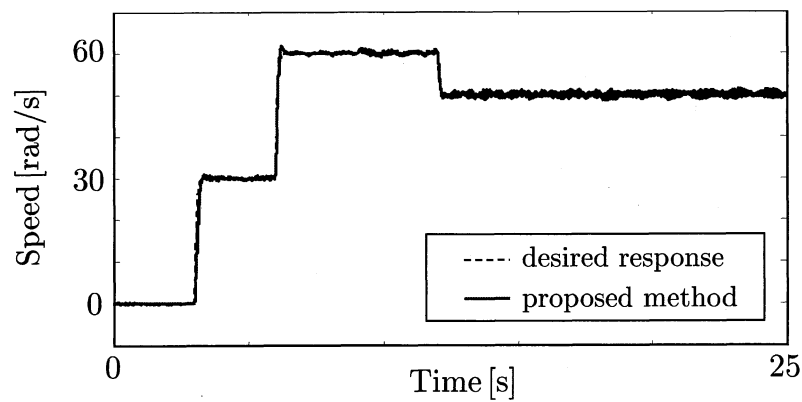


図 6.11: プーリ速度応答 ($\alpha = 30 \text{ rad/s}$)

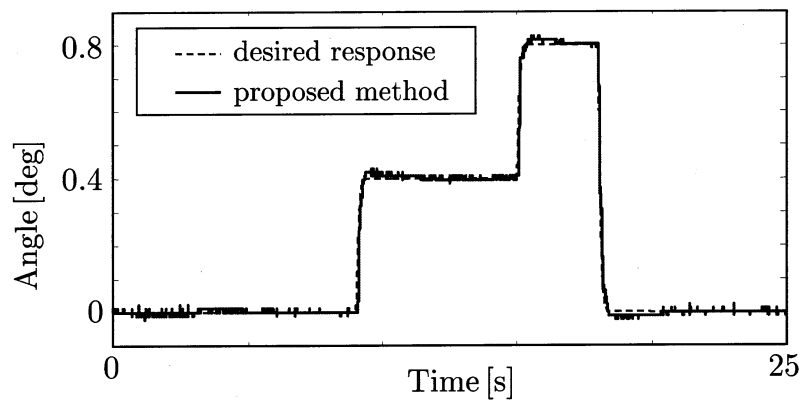


図 6.12: アーム角応答 ($\alpha = 30 \text{ rad/s}$)

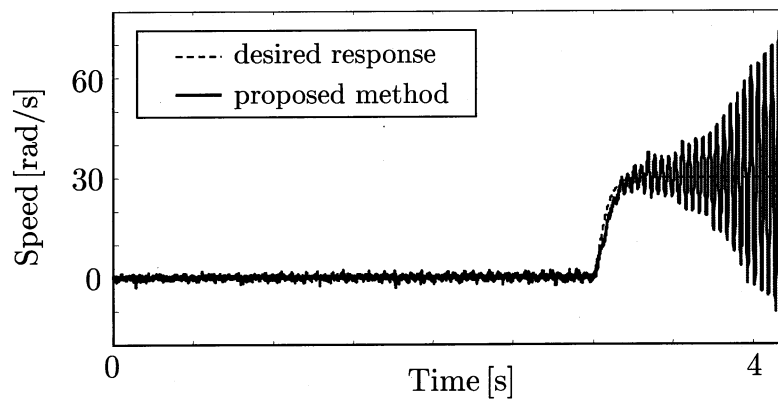


図 6.13: プーリ速度応答 ($\alpha = 40 \text{ rad/s}$)

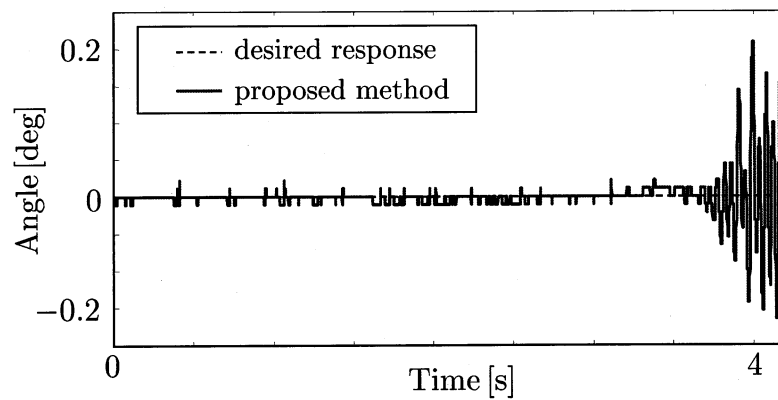


図 6.14: アーム角応答 ($\alpha = 40 \text{ rad/s}$)

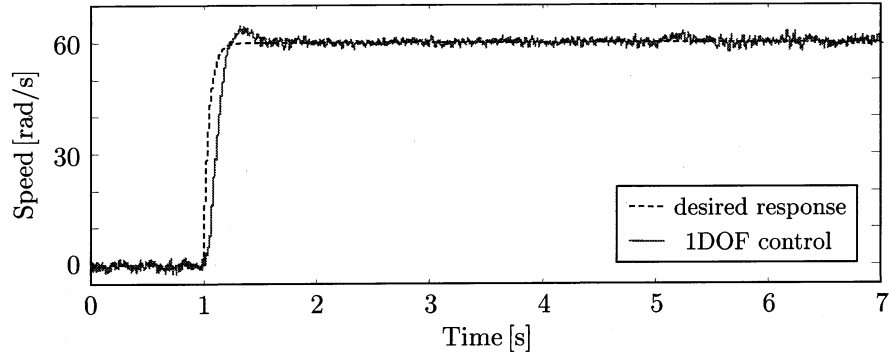


図 6.15: プーリ速度応答 (1DOF)

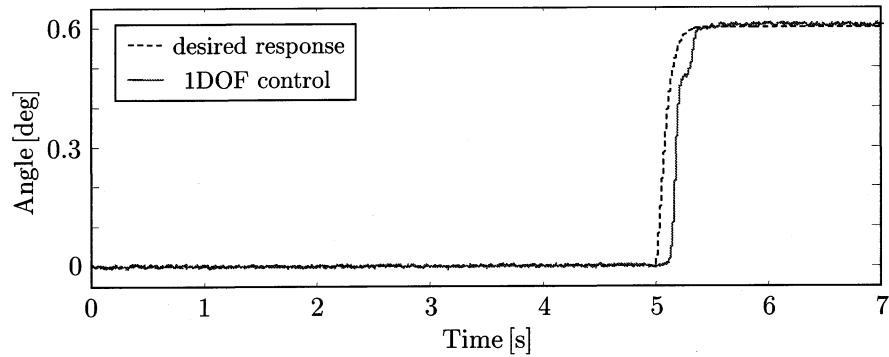


図 6.16: アーム角応答 (1DOF)

6.3 実験結果：前置補償器

前節のフィードバック制御器の設計結果より，非干渉化を達成したものの，プーリ速度，アーム角は参照値に対してわずかに遅れを生じていた。この応答の遅れを補償するため，前置補償器 $F_p(\rho_p)$ の設計を行う。参照モデルはフィードバック制御器の設計と同様に (5.3) 式とした。図 6.15, 6.16 に前節で達成したフィードバック制御系とその参照モデルの各成分の応答を示す。図 6.15, 6.16 より，プーリ速度は参照応答に対して最大幅約 80 サンプル程度追従誤差があり，アーム角は参照応答に対して 120 サンプル程度遅れていることがわかる。これらの追従誤差は，参照信号を事前に整形し入力することで改善できことが知られている [13]。そのため，前置補償器 $F_p(\rho_p)$ の構造は (6.4) 式の FIR フィルタとし，その係数行列を求めるパラメータとする。

$$\begin{aligned}
 F_p(z^{-1}) &= \rho_1 z^{120} + \rho_2 z^{119} + \rho_3 z^{80} + \rho_4 z^{79} \\
 &= \beta_p^T \rho_p
 \end{aligned} \tag{6.4}$$

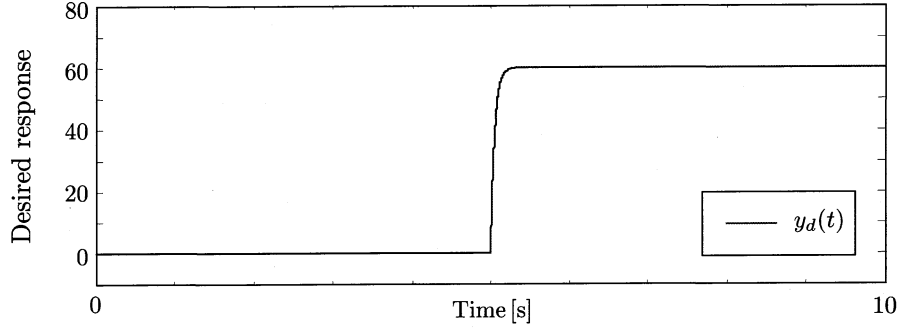


図 6.17: 参照信号 $s_p(t)$

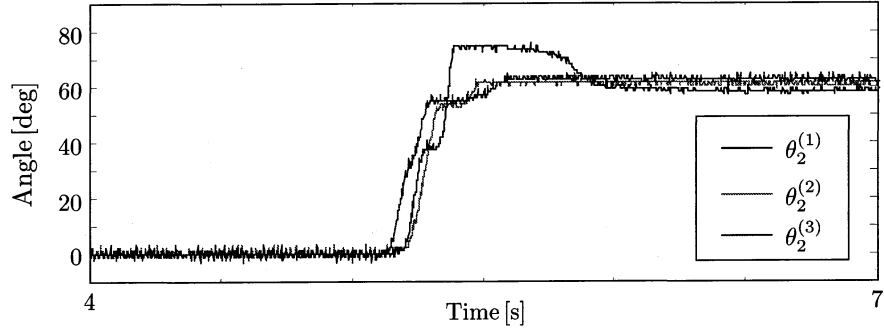


図 6.18: $\mathbf{y}_d^{[2]}(t)$ に対する再現性のないアーム角データ θ_2

入力信号 $\mathbf{y}_d^{[i]}(t)$ ($i = 1, 2$) を $\mathbf{y}_d^{[1]}(t) = [s_p(t), 0]^T$, $\mathbf{y}_d^{[2]}(t) = [0, s_p(t)]^T$ とし, $s_p(t)$ は図 6.17 で与えられるデータ数 $N = 10000$ 個の参照信号である。 $\mathbf{y}_{p, i}(t) = [\omega_i, \theta_i]^T$ ($i = 1, 2$) は $\mathbf{y}_d^{[i]}(t)$ を入力した時に観測される閉ループシステムの出力データである。図 6.18 に $\mathbf{y}_d^{[2]}(t)$ に対する 3 回のアーム角データ $\theta_2^{(i)}$ ($i = 1, 2, 3$) を示す。図 6.18 より, 閉ループシステムに対して同一の $\mathbf{y}_d^{[2]}(t)$ を入力しているにも関わらず, θ_2 はすべて異なり θ_2 に再現性がないことがわかる。これは, モータ 1, 2 の摩擦による影響であると考えられる。まず, $\mathbf{y}_d^{[2]}(t)$ を入力した際の出力 $\mathbf{y}_{p, 2}(t) = [\omega_2, \theta_2]^T$ は (3.28) 式より, (6.5) 式のように表すことができる。ここで, $\mathbf{v}_k(t) = 0$ とする。

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{p, 2}(t) = \begin{bmatrix} \omega_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} &= \mathbf{T} \mathbf{y}_d^{[2]}(t) = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \mathbf{y}_d^{[2]}(t) \\ &= \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ s_p(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{12}s_p(t) \\ T_{22}s_p(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.5)$$

(6.5) 式より, 閉ループシステムの 2 列目のデータを取得するために, $\mathbf{y}_d^{[2]}(t) = [0, s_p(t)]^T$ のように入力しなければならない。しかし, アーム角はモータ 1, 2 の速度差により制

御される。そのため、 $\omega_2 = 0$ では摩擦の影響を受け、 $\mathbf{y}_d^{[2]}(t)$ に対して再現性のある θ_2 を取得することができなかった。以上から、モータの摩擦の影響を低減するため、 $\mathbf{y}_d^{[2]}(t)$ にある一定の速度を加えデータ取得する必要がある。まず、 $\mathbf{y}_d^{[2]}(t) = [b(t), s_p(t)]^T$ のように $\mathbf{y}_d^{[2]}(t)$ に対して速度バイアス信号 $b(t)$ を加える。 $b(t)$ は大きさ一定の信号とする。 $\mathbf{y}_d^{[2]}(t)$ を入力信号としたときの出力 $\mathbf{y}'_{p,2}(t)$ は (6.6) 式となる。

$$\begin{aligned}\mathbf{y}'_{p,2}(t) &= \mathbf{T}\mathbf{y}_d^{[2]}(t) = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \mathbf{y}_d^{[2]}(t) \\ &= \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b(t) \\ s_p(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}b(t) + T_{12}s_p(t) \\ T_{21}b(t) + T_{22}s_p(t) \end{bmatrix} \quad (6.6)\end{aligned}$$

$\mathbf{y}_d^{[2]}(t)$ とすることで、摩擦の影響を低減でき再現性あるの θ_2 を得ることが可能となる。しかし、 $\mathbf{y}_{p,2}(t)$ と比べ $b(t)$ による項が含まれるため、本来取得したい $\mathbf{y}_{p,2}(t)$ を得たことにはならない。そこで、次に (6.7) 式で表される $\mathbf{y}_d^{[1]}(t) = [b(t), 0]^T$ を入力信号とし、そのときの出力 $\mathbf{y}'_{p,1}(t)$ を取得する。さらに、(6.8) 式のように $\mathbf{y}'_{p,2}(t)$ と $\mathbf{y}_{p,1}(t)$ との差をとることで本来評価したい $\mathbf{y}_{p,2}(t)$ を得ることができる。

$$\begin{aligned}\mathbf{y}'_{p,1}(t) &= \mathbf{T}\mathbf{y}_d^{[1]}(t) = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \mathbf{y}_d^{[1]}(t) \\ &= \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b(t) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}b(t) \\ T_{21}b(t) \end{bmatrix} \quad (6.7)\end{aligned}$$

$$\mathbf{y}_{p,2}(t) - \mathbf{y}_{p,1}(t) = \begin{bmatrix} T_{11}b(t) + T_{12}s_p(t) \\ T_{21}b(t) + T_{22}s_p(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} T_{11}b(t) \\ T_{21}b(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{12}s_p(t) \\ T_{22}s_p(t) \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

図 6.19 に $\mathbf{y}_d^{[1]}(t)$, $\mathbf{y}_d^{[2]}(t)$ に対するプーリ速度 ω_1 , ω'_2 , 図 6.20 に $\mathbf{y}_d^{[1]}(t)$, $\mathbf{y}_d^{[2]}(t)$ に対するプーリ速度 θ_1 , θ'_2 を示す。

以上の条件の下で、 $\alpha = 20 \text{ rad/s}$ としたときに提案手法により調整した前置補償器を実装した。その参照モデルの各成分に対する応答を図 6.21, 6.22 に示す。図 6.21, 図 6.22 より、前置補償器を追加することにより参照値に対する追従性能を改善できていることがわかる。

提案手法により調整した前置補償器のパラメータゲインの各要素を (6.9) から (6.12) 式に示す。調整された前置補償器のゲインは非干渉化の条件である (4.20) 式をおおよ

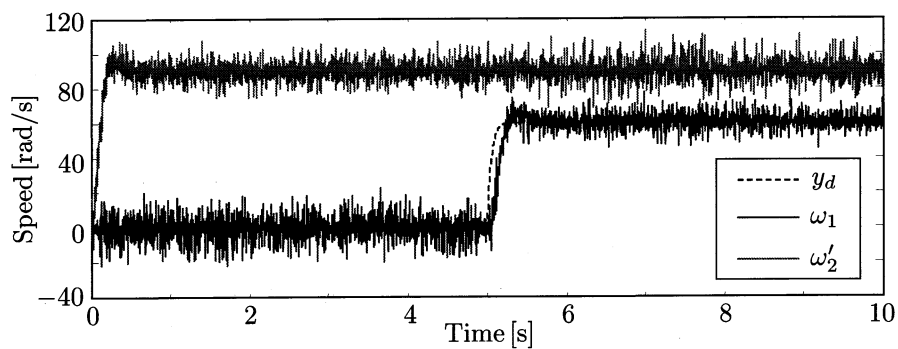


図 6.19: $y_d^{[1]}(t)$, $y_d^{[2]}(t)$ に対するプーリ速度 ω_1 , ω'_2

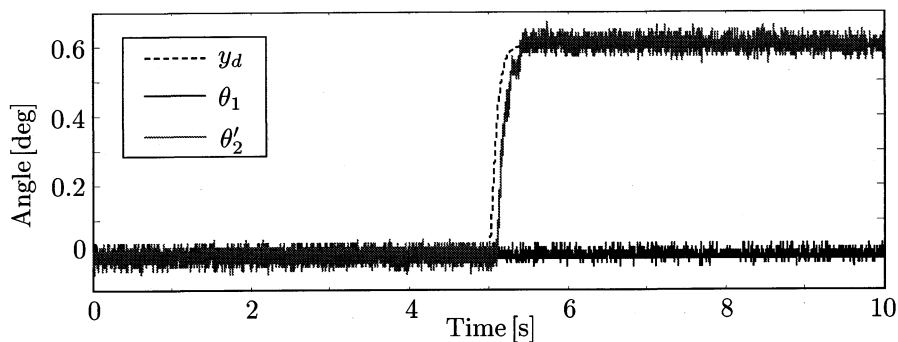


図 6.20: $y_d^{[1]}(t)$, $y_d^{[2]}(t)$ に対するプーリ速度 θ_1 , θ'_2

そ満たしている。

$$\rho_1 = \begin{bmatrix} 0 & -2.85 \\ 0 & 77.8 \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

$$\rho_2 = \begin{bmatrix} 0 & 2.85 \\ 0 & -76.8 \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

$$\rho_3 = \begin{bmatrix} 3.98 & 0 \\ -3.91 \times 10^{-2} & 0 \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

$$\rho_4 = \begin{bmatrix} -2.85 & 0 \\ 4.01 \times 10^{-2} & 0 \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

以上より，提案手法は制御対象の出力に大きな観測雑音が加わるような MIMO システムに対しても有効に前置補償器を設計可能であることが確認できた。

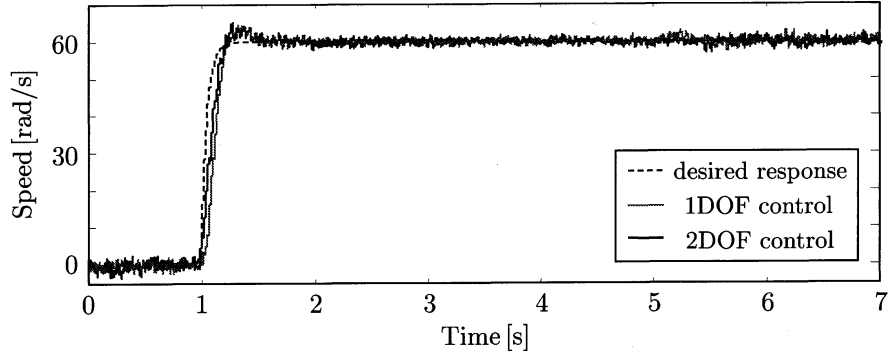


図 6.21: プーリ速度応答 (2DOF)

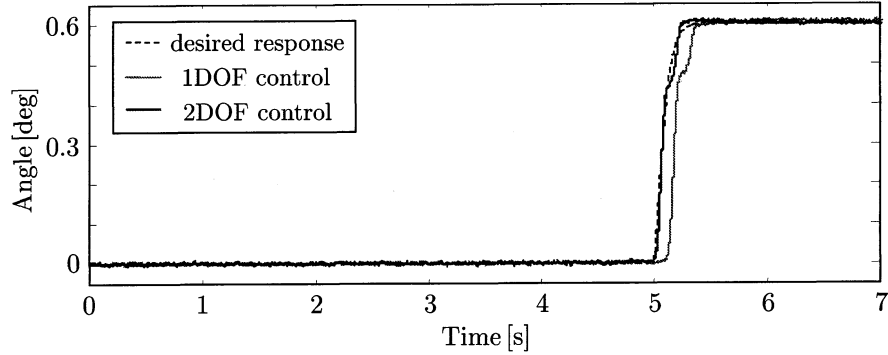


図 6.22: アーム角応答 (2DOF)

6.4 実験結果：フィードフォワード制御器

図 6.23, 6.24 に達成したフィードバック制御系とその参照モデルの各成分の応答を示す。前置補償器と同様，図 6.23, 6.24 での応答の遅れを補償するため， $\mathbf{F}_f(\rho_f)$ の設計を行う。参照モデル \mathbf{M} として連続時間システム (5.11) 式を与え，サンプリングタイム $T_s = 1 \text{ ms}$ で離散化したものを用いた。

フィードフォワード制御器 $\mathbf{F}_f(\rho_f)$ の構造は前置補償器設計と同様の理由から (6.13) 式の FIR フィルタとし，その係数行列を求めるパラメータとする。

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_f(z^{-1}) &= \rho_1 z^{120} \\ &= \boldsymbol{\beta}_f^T \boldsymbol{\rho}_f \end{aligned} \quad (6.13)$$

入力信号 $\mathbf{y}_d^{[i]}(t)$ ($i = 1, 2$) を $\mathbf{y}_d^{[1]}(t) = [s_f(t), 0]^T$, $\mathbf{y}_d^{[2]}(t) = [0, s_f(t)]^T$ とし， $s_f(t)$ は図 6.25 で与えられるデータ数 $N = 10000$ 個の参照信号である。 $\mathbf{y}_{f,i}(t) = [\omega_i, \theta_i]^T$ ($i = 1, 2$) は $\mathbf{y}_d^{[i]}(t)$ を制御入力に入力した時に観測される閉ループシステムの出力データである。

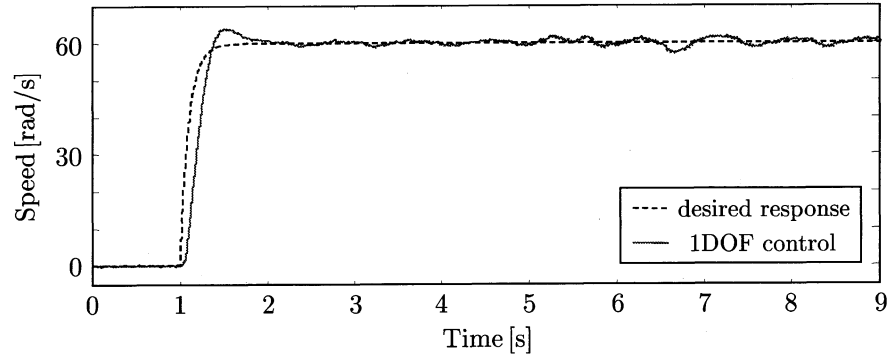


図 6.23: プーリ速度応答 (1DOF)

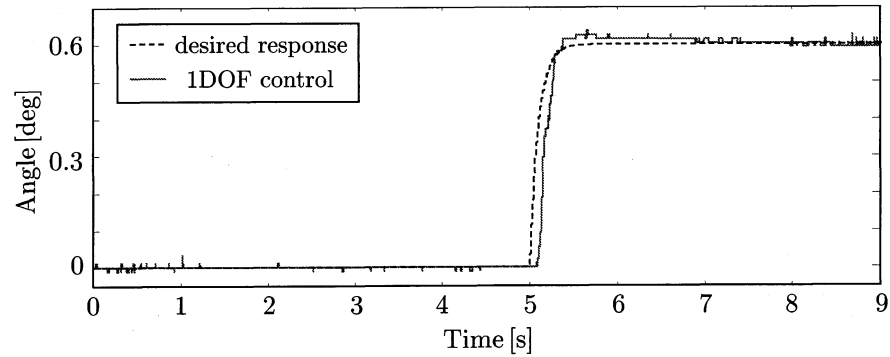


図 6.24: アーム角応答 (1DOF)

制御入力に参照信号を直接入力するため、前置補償器調整と異なり再現性のあるアーム角データの取得が可能である、図 6.26 に $\mathbf{y}_d^{[1]}(t)$, $\mathbf{y}_d^{[2]}(t)$ に対するプーリ速度 ω_1 , ω_2 , 図 6.27 に $\mathbf{y}_d^{[1]}(t)$, $\mathbf{y}_d^{[2]}(t)$ に対するアーム角 θ_1 , θ_2 を示す。

以上の条件の下で、提案手法により調整したフィードフォワード制御器を実装した。その参照モデルの各成分に対する応答を図 6.28, 6.29 に示す。図 6.28, 図 6.29 より、フィードフォワード制御器を追加することにより参照値に対する追従性能を改善できていることがわかる。

提案手法により調整したフィードフォワード制御器のパラメータゲインの各要素を (6.14) 式に示す。調整されたフィードフォワード制御器のゲインは非干渉化の条件である (4.22) 式をおおよそ満たしている。

以上より、提案手法は制御対象の出力に大きな観測雑音加わるような MIMO システムに対しても有効にフィードフォワードを設計可能であることが確認できた。

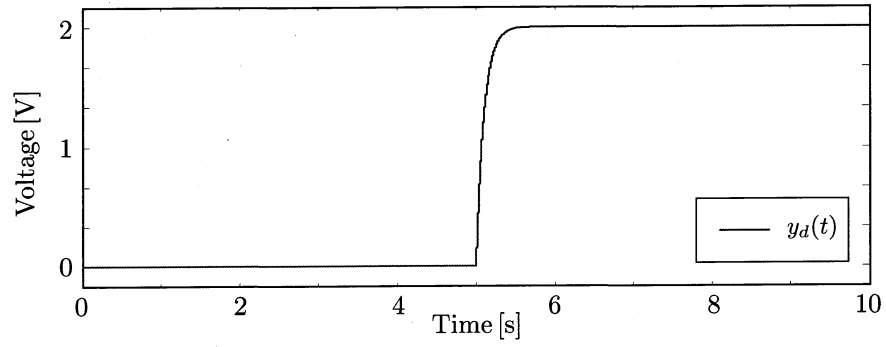


図 6.25: 参照信号 $s_f(t)$

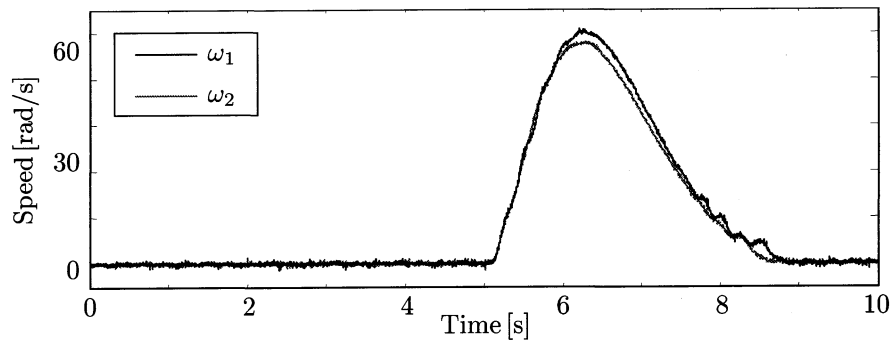


図 6.26: $y_d^{[1]}(t)$, $y_d^{[2]}(t)$ に対するプーリ速度 ω_1 , ω_2

$$\rho_1 = \begin{bmatrix} 4.31 \times 10^3 & -9.61 \times 10^1 \\ 1.68 \times 10^4 & 1.02 \times 10^2 \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

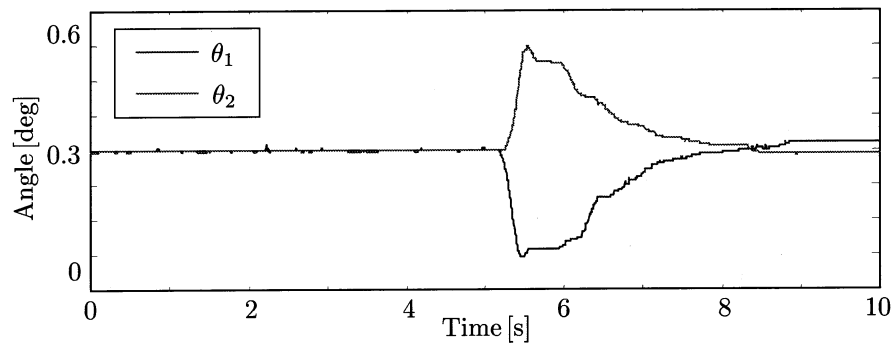


図 6.27: $y_d^{[1]}(t)$, $y_d^{[2]}(t)$ に対するアーム角 θ_1 , θ_2

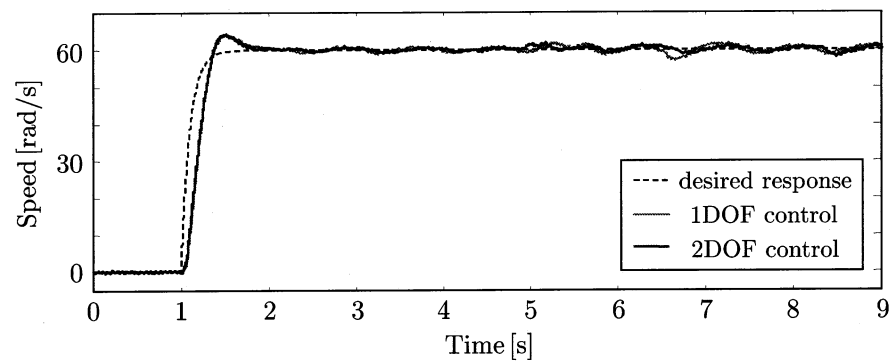


図 6.28: プーリ速度応答 (2DOF)

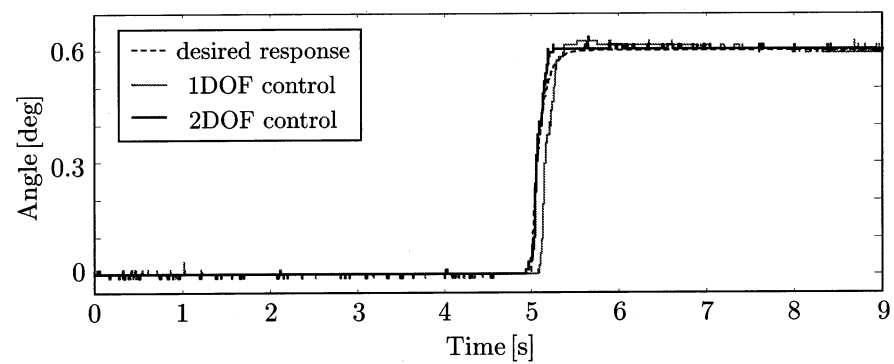


図 6.29: アーム角応答 (2DOF)

第7章 結言

本研究では主張は次のとおりである。まず、第一に制御対象の入出力データを用いた MIMO システムに対する新たなモデルフリー 2 自由度制御器設計法を提案した。提案手法は Karimi らが SISO システムに対して提案した NCbT を文献 [8] で記述されている方法を利用し P と C を入れ替え、MIMO システムへ拡張し、制御対象の入力次元と同じ回数のデータ取得実験を行うことで、目的に応じたフィードバック制御器の設計が可能である。さらに、文献 [8] の方法を応用することで、目標値応答特性を改善する前置補償器またはフィードフォワード制御器を構成した閉ループシステムの入出力データを用いて設計することができる。提案手法は参照モデルに制約が少なく、相互相関関数の 2 ノルムを最小化しているため観測雑音に対して低感度である。また、制御対象の入力次元と同じ回数のデータ取得実験のみで MIMO システムに対しても制御器パラメータの調整を可能とし、モデルフリー制御器設計法に対する要求をすべて答える手法であると言える。さらに、FCbT とは異なり初期制御器パラメータを必要としない最小二乗法による求解が可能である。第二に、提案手法の有効性を 2 入力 2 出力システムである張力・速度制御装置に対する実機実験を通して確認し、実プロセスへの適用可能性を示した。モデルフリー制御器設計法は、モデルベース制御器設計法に代わる制御器設計法と期待されているが、MIMO システムに対しての実機検証はほとんど報告されていない。これを背景に、提案手法により調整されたパラメータや近似 $(I + PC(\hat{\rho}_b))^{-1} \simeq I - M$ の妥当性など多くの考察を含んだ一連の実験結果は実用化に大きく寄与するものと考えられる。

今後の課題として、以下の点が挙げられる。まず、第一に、閉ループデータを利用可能にし、不安定システムへ適用することが必要であろう。本研究でのデータ取得条件は開ループ実験によるものに限定されているため、閉ループデータを用いた制御器パラメータ調整が可能となるよう拡張する必要がある。第二に、調整された制御器により構成される閉ループシステムの安定性を実装前に評価する方法の開発も必要であろう。第三に、前置補償器、フィードフォワード制御器構造選定を評価する方法の開発も必要である。本研究では、取得した入出力データを基に構造を決定しているが、文献 [11] で提案された確率分布を利用した構造決定方法を MIMO システムへ拡張する必

要がある。第四に，非最小位相システムへの適用も大きな課題である。

参考文献

- [1] H. Hjalmarsson, M. Gevers, S. Gunnarsson and O. Lequin: “Iterative feedback tuning: theory and applications”, *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 18, No. 4, pp. 26–41 (1998)
- [2] H. Hjalmarsson: “Efficient Tuning of Linear Multivariable Controllers Using Iterative Feedback Tuning”, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Vol. 13, No. 7, pp. 553–572 (1999)
- [3] L. Mišković, A. Karimi, D. Bonvin and M. Gevers: “Correlation-based Tuning of Linear Multivariable Decoupling Controller”, *Proceedings of the joint CDC-ECC Conference 2005*, Seville, Spain, pp. 7144–7149 (2005)
- [4] M. C. Campi, A. Lecchini and S. M. Savaresi: “Virtual Reference Feedback Tuning: A Direct Method for the Design of Feedback Controllers”, *Automatica*, Vol. 38, pp. 1337–1346 (2002)
- [5] 中本政志: 「VRFT を応用した多変数のプロセス制御系の調整」, 計測自動制御学会論文集, Vol. 41, No. 4, pp. 330–337 (2005)
- [6] 弓場井一裕, 若山直矢, 平井淳之: 「FCbT による 2 自由度制御器の直接設計と閉ループ同定への応用」, 電気学会論文誌 D, Vol. 128, No. 6, pp. 775–784 (2008)
- [7] A. Karimi, K. V. Heusden and D. Bonvin: “Noniterative Data-driven Controller Tuning Using the Correlation Approach”, *Proceedings of European Control Conference 2007* (2007)
- [8] 中本政志: 「データを使った制御パラメータの直接計算」, 計測自動制御学会論文集, Vol. 42, No. 8, pp. 863–868 (2006)
- [9] P. E. Wellstead, *Introduction to Physical Modeling Systems*, Academic Press (1979)

- [10] 足立修一：「MATLAB による制御のためのシステム同定」，東京電機大学出版局 (1996)
- [11] A. Karimi, M. Butcher and R. Longchamp: “Model-Free Precompensator Tuning Based on the Correlation Approach”, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 16, Nr. 5, pp. 1013–1020 (2008).
- [12] A. Karimi, M. Butcher, and R. Longchamp, “Model-free precompensator and feed-forward tuning based on the correlation approach,” in *44th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*, Seville, Spain, pp. 4493–4498 (2005)
- [13] D. Hoover, R. Longchamp, and J. Rosenthal, “Two-degree-of-freedom l2-optimal tracking with preview”, *Automatica*, vol. 40, no. 1, pp. 155–162 (2004)

謝辞

本論文は、筆者の三重大学大学院 工学研究科 博士前期課程 電気電子工学専攻在学中における研究活動の成果を纏めたものであります。

本研究の遂行および本論文の作成にあたり、熱心な御指導と適切な御意見を賜りました三重大学教授 平井 淳之先生に深く感謝いたします。また先生には機会のある度に研究者、技術者、そして社会人の先輩としてたいへん貴重な御意見を頂き、併せてこの場を借りて感謝いたします。

本研究の遂行および本論文の作成にあたり、適切な御指導と御助言を頂きました同大学准教授 弓場井 一裕先生に深く感謝いたします。また日頃から本研究の遂行および学生生活において、貴重な御意見を頂きました同大学准教授 駒田 諭先生、同大学技術職員 中村 勝氏に深く感謝いたします。

本論文の作成にあたり、貴重な御指導と御意見を頂きました同大学教授 石田 宗秋先生、同大学准教授 残間 忠直先生に深く感謝いたします。

本研究の遂行にあたり、制御理論グループの先輩として親身な御指導を頂きました同大学院卒業生 遠藤 広志氏、藪井 将太氏、片山 周氏に感謝いたします。先輩方には私事においても御指導を頂き、深く感謝いたします。

研究室の同期として時には切磋琢磨し合い、時には互いを励まし合い、また時には馴れ合いながら研究を遂行してきた上村 章仁君、木下 弘輔君、灰屋 和勇君、村上 洋輔君には、共に研究室での生活が楽しく有意義に過ごせたことに感謝いたします。そして同じ研究グループとして共に研究を進め、貴重な経験を頂いた北村 政仁君、藤井 宏樹君、水谷 彰孝君、川北 将大君、寺田 真也君、長坂 太郎君、山本 真資君に感謝いたします。

また、何かと至らない自分を受け入れ、多くのご協力を頂き、学部から大学院までの三年間の研究生活を充実したものにしてくれた電機システム研究室の皆さんに深く感謝いたします。電機システム研究室の更なる発展を心より願っております。

最後に、大学院まで進学する機会を与えて下さり、さらには何一つ不自由なく学生生活を送らせて頂いた家族に心から深く感謝いたします。

論文目録

- (1) 宇佐見, 弓場井, 平井: 「NCbT の MIMO システムへの拡張」 平成 19 年 SICE 三重地区計測制御研究講演会講演論文集, B-6 (2007.12)
- (2) 宇佐見, 弓場井, 平井: 「制御対象の入出力データを用いた相関法に基づく多変数制御器の直接設計」, 平成 20 年 電気学会産業応用部門大会論文集, 1-O6-3 (2008.8)
- (3) 弓場井, 宇佐見, 平井: 「モデルフリー制御器設計法のモーションコントロールへの応用」, 平成 20 年度 電気関係学会東海支部連合大会論文集, S1-1 (2008.9)
- (4) H.Usami, K.Yubai, J.Hirai: “Correlation-based Direct Tuning of Multivariable Controllers by Least-squares”, CACS International Automatic Control Conference, FB05-88 (2008.11)
- (5) 宇佐見, 弓場井, 平井: 「制御対象の入出力データを用いた相関法に基づくフィードバック制御器と前置補償器の直接設計」, 産業計測制御研究会論文集, II C-09-33 (2009.3)
- (6) 宇佐見, 弓場井, 平井: 「最小二乗法による相関法に基づく多変数制御器の直接設計」, 平成 21 年 電気学会産業応用部門大会論文集, Y-58 (2009.8)
- (7) K.Yubai, H.Usami, J.Hirai: “Correlation-based Direct Tuning of MIMO Controllers by Least-squares and Its Application to Tension-and-speed Control Apparatus”, ICROS-SICE International Joint Conference, 2A02-4 (2009.8)
- (8) 宇佐見, 弓場井, 平井: 「相関法に基づくフィードフォワード制御器の直接調整」, 平成 21 年度 電気関係学会東海支部連合大会論文集, O-491 (2009.9)
- (9) 宇佐見, 弓場井, 平井: 「制御対象の入出力データを用いた最小二乗法による相関法に基づく多変数二自由度制御器の直接調整」, 産業計測制御研究会論文集, IIC-10-038 (2010.3 発表予定)

- (10) H.Usami, K.Yubai, J.Hirai: “Correlation-based Direct Tuning of 2DOF Controller by Least Squares”, The 11th IEEE International Workshop on Advanced Motion Control in Nagaoka, TD-001384 (2010.3 発表予定)
- (11) 宇佐見, 弓場井, 平井: 「制御対象の入出力データを用いた最小二乗法による相関法に基づく多変数制御器の調整ー張力・速度制御装置に対する適用ー」, (投稿中)