

—修士学位論文—

多角形対象物に対する  
最大静止摩擦係数が最小となる  
指先配置範囲決定法

A Decision Method of Fingertip Region  
Minimizing Maximum Static Friction Coefficient  
for Polygon Objects

平成 22 年度

三重大学大学院工学研究科  
博士前期課程 電気電子専攻  
鈴木 克哉

# 目次

第1章 緒言	1
1.1 研究の背景と目的	1
1.2 論文の構成	2
第2章 把持・操りの基礎	3
2.1 指先力	3
2.2 摩擦条件	5
2.3 摩擦円錐稜線を用いた指先力表現	7
2.4 nonmarginal 平衡把持	7
第3章 nonmarginal 平衡把持の定式化	10
3.1 平衡把持を満足する $k$ の条件式	10
3.2 force-closure を付加した定式化	11
第4章 指先配置範囲導出アルゴリズム	14
4.1 線形性を有した制約式の導出	14
4.2 nonmarginal 平衡把持を満足する範囲導出	16
4.3 全ての指に対する範囲導出	17
第5章 最大静止摩擦係数が最小となる範囲決定アルゴリズム	20
5.1 必要指先配置範囲	20
5.2 摩擦係数最小アルゴリズム	20
5.2.1 一組の指先配置に対するアルゴリズム	21
5.2.2 具体例	22
5.3 範囲導出の高速化	23
5.3.1 代数計算による判別法 [7]	23
5.3.2 指先配置の計算前の処理	26
5.4 全体アルゴリズム	27

第6章 シミュレーション	28
6.1 シミュレーション条件	28
6.1.1 対象物1	28
6.1.2 対象物2	29
6.2 指先力及び最大静止摩擦係数の制限	29
6.3 シミュレーション結果	31
6.3.1 対象物1	31
6.3.2 対象物2	34
6.3.3 結果の考察	39
第7章 結言	40
論文目録	41
参考文献	42
謝辞	43

# 第1章 緒言

## 1.1 研究の背景と目的

近年，産業の分野において汎用性の高いロボットが求められている．これは，産業形態が少品種大量生産から多品種少量生産へ，シフトしていることが大きくかかわってきている．それらのニーズにこたえるためには，人間の手のように柔軟かつ複雑な対象物操作を実現する必要がある．これを実現するために，エンドエフェクターとして多指ロボットハンド（以下ハンド）が期待されている．しかし，ハンドの利点である汎用性の高さを最大限に生かし切れていないのが現状である．

ハンドが対象物把持を行う際，適切な指先配置を行うことが重要である．ここでの適切とは次の3つを満たすような把持である．1つ目は，対象物及びハンドに取り付けられたセンサ類の保護のため，必要最小限の指先力で把持可能であること．2つ目は，様々なタスクに対応するため，ハンドによってあらゆる方向への操りが可能であること．最後に3つ目は，対象物と指先との摩擦係数は未知であることが多いため，摩擦に対してロバストであることである．これら3つの条件を満たさず，無理な指先配置により対象物を把持した場合，指先に過大な力が発生する可能性が高くなり，対象物の変形や破壊につながる恐れがある．さらに，ハンドに取り付けられている力センサやアクチュエータの故障率の上昇といった弊害が発生しやすくなる．しかし，指先力が小さすぎると対象物を安定して把持できなくなり，指先と対象物間で滑りが発生し，対象物の落下の原因となる．また，ハンドがあらゆるタスクに対応出来ないと，汎用性の高さを有利に使えているとはいえなくなる．さらに，ハンドの指先と対象物の摩擦係数が分からないまま作業する場合，実際の摩擦が計算で用いる摩擦と比べ小さいと，タスクを達成するどころか，把持すら難しくなってしまう．そのため，これら3つに重点をおいた指先配置の導出が必要となる．

しかし，これらの要求を満足する指先配置が決定されたとしても，指先がずれずに作業を行うことは不可能である．これは，ハンドの指先が半球状の場合を取り上げるとよくわかる．半球状であれば，対象物を操作すると接触点移動が発生してしまう．これを，転がりと呼ぶ．転がりが発生すると，指先配置を決定しても，その時得られた安定性や対象物の拘束性を満足することが保証できなくなってしまう．このため，指先配置を点ではなく

範囲で導出する必要がある。

指先配置を決定するために接触点の組ごとの指先力に関する研究が多くなされてきた [1] [2]。またその指先力から最適な指先配置を決定していくといったことがなされてきた [3]。指先配置可能範囲を導出する手法としては、任意方向の外力に抗することが出来る force closure を満足する範囲を導出する手法が提案されている [4]。しかし、この手法は 1 つの指の指配置可能範囲しか導出されておらず、他の指の接触点は固定されている。また、指先力の大きさに関する拘束条件は不明瞭である。全ての指の指配置可能範囲を導出する手法 [5] も提案されているが、対象物の各辺に指を 1 つしか置けない制約がある。これらの問題に対して、「force closure」と「指先力の拘束条件」を付加し、指先可能範囲を導出する手法が提案されている [6]。しかし、これら全てにおいて摩擦係数は任意の数値とし、変化がないものとして扱っている。

そこで本研究では、[6] の手法に「最大静止摩擦係数の最小化」を加え、摩擦に対してロバストな指先配置可能範囲の導出手法について提案する。対象物把持の為の平衡把持の条件式に、指先力の拘束条件を付加した「nonmarginal 平衡把持」の条件式を最適化問題として扱う。この条件式は線形で表現可能な為、この時の解を範囲導出に利用する。ここで、ハンドの幾何形状が既知であるという問題設定の為、必要となる範囲はあらかじめ決まっているものとしている。そのため、その範囲で把持可能な指先配置に対して、最大静止摩擦係数を減少させていき摩擦が小さいワーストケースであっても、把持の安定性と拘束性を満足できる把持範囲を導出していく。

## 1.2 論文の構成

以下に本論文の構成を示す。

2 章では、ハンドの研究を行う上で、必要不可欠な基礎論として指先力の表現方法、摩擦条件及び、平衡把持について述べる。

3 章では、「force closure」と「指先力の拘束条件」を満足する条件式を導出する。

4 章では、指先配置範囲決定アルゴリズムを説明する。

5 章では、最大静止摩擦係数が最小となる範囲決定アルゴリズムを提案する。

6 章では、与えられた対象物に対して提案アルゴリズムを適応し、その有効性を示す。

7 章では、本論文のまとめと今後の課題について述べ結びとする。

## 第2章 把持・操りの基礎

対象物の把持・操りを行うためには、指先力が満足しなければならない条件の理解が必要である。また、対象物把持を可能にする指先配置の条件を理解しなくてはならない。そのため、把持・操りに関する基礎論として、指先力、摩擦条件、平衡把持と Force-Closure について述べる。

### 2.1 指先力

対象物を要求どおりに操るためには、指により対象物へ力とモーメントを与えなくてはならない。そこで、指先力を  $f$ 、対象物に加わる合力・合モーメントを  $t$  とすると、

$$t = Gf \quad (2.1)$$

の関係が成立する。ここで、指の数を  $n$  本とすると、指先力  $f$ 、合力・合モーメント  $t$  はそれぞれ

$$f = [f_1^T \ f_2^T \ \dots \ f_n^T]^T \quad (2.2)$$

$$f_n = [f_{nx} \ f_{ny} \ f_{nz}]^T \quad (2.3)$$

$$t = [F_x \ F_y \ F_z \ m_x \ m_y \ m_z]^T \quad (2.4)$$

となる。このとき  $G$  は把持行列であり、

$$G = \begin{bmatrix} I_3 & I_3 & \dots & I_3 & \dots & I_3 \\ R_1 & R_2 & \dots & R_i & \dots & R_n \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

で与えられる。このときの  $I_3$  は三次元単位行列である。また、 $R_i$  は歪対称行列であり、

$$R_i = \begin{bmatrix} 0 & -r_{iz} & r_{iy} \\ r_{iz} & 0 & -r_{ix} \\ -r_{iy} & r_{ix} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

となる．このとき， $r_{ix}$ ， $r_{iy}$ ， $r_{iz}$  は対象物座標系での，把持対象物の重心位置から指先での接触点に向かう接触点位置ベクトル  $r_i$  の各成分であり，

$$\mathbf{r}_i = \begin{bmatrix} r_{ix} & r_{iy} & r_{iz} \end{bmatrix}^T \quad (2.7)$$

となる．

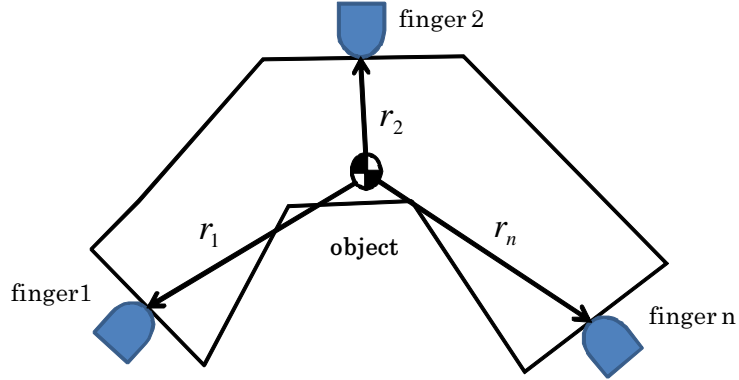


図 2.1: 接触点位置ベクトル

$f$  を一つ指定すると式 (2.1) により  $t$  が一意に定まるが， $f$  の次元数は一般に  $t$  の次元よりも大きいので， $t$  を一つ指定しても  $f$  は一意には定まらない．その冗長性を表すのが把持力と呼ばれるものである．そこで式 (2.1) の  $f$  に関する一般解を求めると，

$$\mathbf{f} = \mathbf{G}^+ \mathbf{t} + [\mathbf{I} - \mathbf{G}^+ \mathbf{G}] \mathbf{k} \quad (2.8)$$

となる．ただし  $\mathbf{A}^+$  は行列  $\mathbf{A}$  の擬似逆行列であり， $\mathbf{k}$  は任意の定数ベクトルである．次に，把持力の表現法やその性質について述べる．

3 本指ハンドの場合を考えると，以下の形で表現できる．

$$[\mathbf{I} - \mathbf{G}^+ \mathbf{G}] \mathbf{k} = \begin{bmatrix} 0 & e_{13} & e_{12} \\ e_{23} & 0 & e_{21} \\ e_{32} & e_{31} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{23} \\ k_{31} \\ k_{12} \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{E}} \tilde{\mathbf{k}} \quad (2.9)$$

ただし  $e_{ij}$  は接触点  $i$  から接触点  $j$  へと向かう三次元単位ベクトルであり， $e_{ji} = -e_{ij}$  である．

したがって，把持力の 3 自由度は，各一對の指先間での圧縮力または引張り力の 3 自由度で表現される．

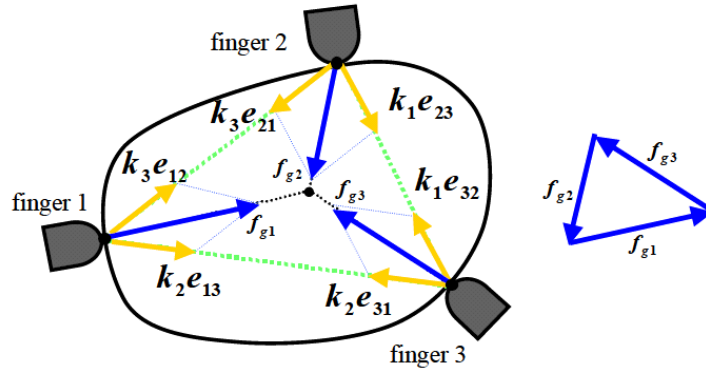


図 2.2: 3 本指ハンドにおける把持力の表現

## 2.2 摩擦条件

指先と対象物との接触は摩擦により維持されているので，滑りを発生させず把持・操りを行うためには，接触点において各指先が摩擦条件を満足する必要がある．

図 2.3 に示すように，指先が対象物に対して指先力  $f_i (i = 1, 2, \dots, n)$  を発生させ，その接触点において最大静止摩擦係数  $\mu_i$  が与えられているとする．

このとき，指先力  $f_i$  の対象物表面の法線方向成分  $f_{ni}$  と接線方向成分  $f_{ti}$  は

$$|f_{ti}| \leq \mu_i |f_{ni}| \quad (2.10)$$

を満足しなければ，滑りが発生する．

ここで， $i$  番目の接触点における内向き単位法線ベクトル  $n_i = [n_{ix} \ n_{iy} \ n_{iz}]^T$  と指先力  $f_i$  との内積は

$$\frac{n_i^T f_i}{\sqrt{f_i^T f_i}} = \cos \theta_i \quad (2.11)$$

と表せる．ただし， $\theta_i$  は  $n_i$  と  $f_i$  のなす角である．

一方， $i$  番目の接触点における最大静止摩擦係数  $\mu_i$  と図 2.3 の摩擦角  $\alpha_i$  の関係は

$$\tan \alpha_i = \mu_i \quad (2.12)$$

となり，その余弦は

$$\cos \alpha_i = \left( \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha_i} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu_i^2}} \quad (2.13)$$



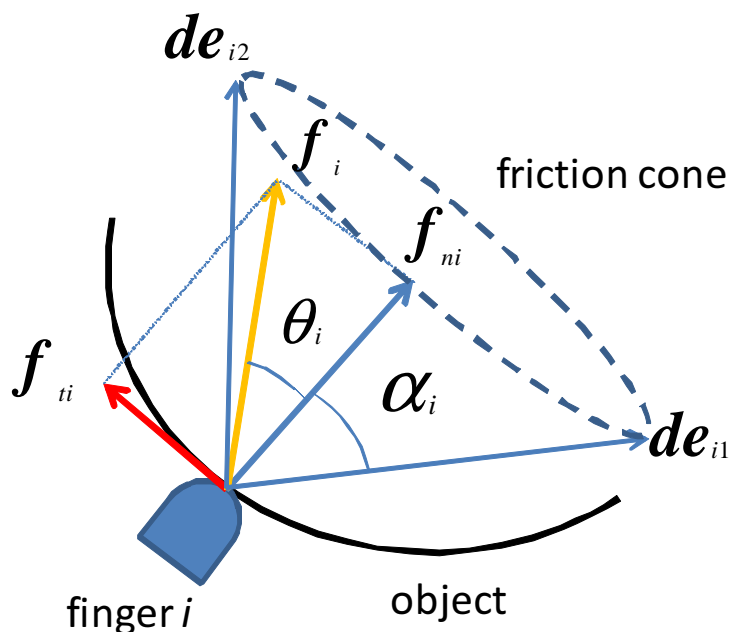


図 2.3: 摩擦円錐

となる．

ここで，摩擦角  $\alpha_i$  を用いると，接触点を頂点とし，接触点における法線方向を中心軸とした一つの円錐を描くことができる．これをここでは摩擦円錐と呼ぶ．つまり，この摩擦円錐内に接触点位置を始点とする指先力ベクトルの終点が存在するとき摩擦条件は満たされる．

$$\theta_i \leq \alpha_i \quad (2.14)$$

よって，摩擦条件を満たすためには

$$\cos \theta_i \geq \cos \alpha_i \quad (2.15)$$

であるから，摩擦条件は，

$$\frac{\mathbf{n}_i^T \mathbf{f}_i}{\sqrt{\mathbf{f}_i^T \mathbf{f}_i}} \geq \frac{1}{\sqrt{1 + \mu_i^2}} \quad (2.16)$$

となる．

## 2.3 摩擦円錐稜線を用いた指先力表現

前節で説明した指先力は，全ての方向に力を出せる前提で表現されている．しかし，ハンドが対象物を把持する際には，摩擦が重要である．そのため，摩擦条件を満足した形で指先力を表現する．

そこで，摩擦条件より導出することが可能な摩擦円錐の稜線を用いて指先力を定義していく．摩擦円錐単位稜線ベクトル  $de$  を用いることにより，摩擦条件を考慮した指先力を以下に表現する．

$$\mathbf{f}_i = k_{i1} \mathbf{de}_{i1} + k_{i2} \mathbf{de}_{i2} = \mathbf{de}_i \mathbf{k}_i \quad (2.17)$$

またここで，

$$\mathbf{de}_i = [\mathbf{de}_{i1} \ \mathbf{de}_{i2}] \quad (2.18)$$

$$\mathbf{de}_{i1} = [de_{i1x} \ de_{i1y} \ de_{i1z}]^T \quad (2.19)$$

$$\mathbf{de}_{i2} = [de_{i2x} \ de_{i2y} \ de_{i2z}]^T \quad (2.20)$$

$$\mathbf{k}_i = [k_{i1} \ k_{i2}]^T \quad (2.21)$$

であり，さらに摩擦条件を満足するために  $k_{i1} > 0, k_{i2} > 0$  でなければならない．

## 2.4 nonmarginal 平衡把持

ハンドが対象物を把持・操りを行うためには，nonmarginal 平衡把持を満足することが望ましい．nonmarginal 平衡把持とは，force-closure を満足する平衡把持のことである．ここで平衡把持とは，対象物に加える合力・合モーメントが 0 となる非零指先力が存在する把持のことである．そこで，前節で定義した指先力と基準座標からの位置ベクトルを用いて数式で表すと，以下のようにあらわすことが出来る．

合力は各指の指先力の和であるので，

$$(\text{合力}) = \mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2 + \cdots + \mathbf{f}_n = \mathbf{E} \mathbf{k} \quad (2.22)$$

$$\mathbf{E} = [\mathbf{de}_1 \ \mathbf{de}_2 \ \cdots \ \mathbf{de}_n] \quad (2.23)$$

$$\mathbf{k} = [\mathbf{k}_1 \ \mathbf{k}_2 \ \cdots \ \mathbf{k}_n]^T \quad (2.24)$$

となり，指  $i$  のモーメントが，

$$\mathbf{r}_i \times \mathbf{f}_i = \begin{bmatrix} r_{ix} \\ r_{iy} \\ r_{iz} \end{bmatrix} \times \mathbf{de}_i \mathbf{k}_i \quad (2.25)$$

$$= \begin{bmatrix} r_{ix} \\ r_{iy} \\ r_{iz} \end{bmatrix} \times \left( k_{i1} \begin{bmatrix} de_{i1x} \\ de_{i1y} \\ de_{i1z} \end{bmatrix} + k_{i2} \begin{bmatrix} de_{i2x} \\ de_{i2y} \\ de_{i2z} \end{bmatrix} \right) \quad (2.26)$$

$$= \begin{bmatrix} R_{i1x} \\ R_{i1y} \\ R_{i1z} \end{bmatrix} k_{i1} + \begin{bmatrix} R_{i2x} \\ R_{i2y} \\ R_{i2z} \end{bmatrix} k_{i2} \quad (2.27)$$

$$= \mathbf{R}_i \mathbf{k}_i \quad (2.28)$$

として表現できる．またここで，

$$\mathbf{R}_i = [\mathbf{R}_{i1} \ \mathbf{R}_{i2}] \quad (2.29)$$

$$\mathbf{R}_{i1} = \begin{bmatrix} R_{i1x} \\ R_{i1y} \\ R_{i1z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{iy}de_{i1z} - de_{i1y}r_{iz} \\ r_{iz}de_{i1x} - de_{i1x}r_{iz} \\ r_{ix}de_{i1y} - de_{i1x}r_{iy} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

$$\mathbf{R}_{i2} = \begin{bmatrix} R_{i2x} \\ R_{i2y} \\ R_{i2z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{iy}de_{i2z} - de_{i2y}r_{iz} \\ r_{iz}de_{i2x} - de_{i2x}r_{iz} \\ r_{ix}de_{i2y} - de_{i2x}r_{iy} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

よって，各指のモーメントの和である合モーメントは，

$$(\text{合モーメント}) = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{f}_1 + \mathbf{r}_2 \times \mathbf{f}_2 + \cdots + \mathbf{r}_n \times \mathbf{f}_n = \mathbf{R}\mathbf{k} \quad (2.32)$$

$$\mathbf{R} = [\mathbf{R}_1 \ \mathbf{R}_2 \ \cdots \ \mathbf{R}_n] \quad (2.33)$$

として表現できる．そのため，式 (2.22),(2.32) より，

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{R} \end{bmatrix} \mathbf{k} = 0 \quad (2.34)$$

である．式 (2.34) において  $\mathbf{k}$  の要素全てが非負であり，式 (2.34) を満足すれば平衡把持が成立する．

次に force-closure について説明する．force-closure とは，任意の方向の力とモーメントに抗することが出来ることをいい，そのような把持のことを force-closure 把持という．この概念は，平衡把持とは違い内力と外力全てを含んだ力の総和が 0 となれば force-closure であるといえる．しかし，force-closure 把持は外力と釣り合っているため，外力がなくなってしまうと把持できなくなる場合がある．

そこで，平衡把持と force-closure 把持の特性を有した，nonmarginal 平衡把持を満足するようにしていく．ここで，図 2.4 のように 3 本指ハンドでの把持の場合を見ていく．図 2.4(a) の指先配置の場合，平衡把持は満足できているが，外力として反時計回りの力が加

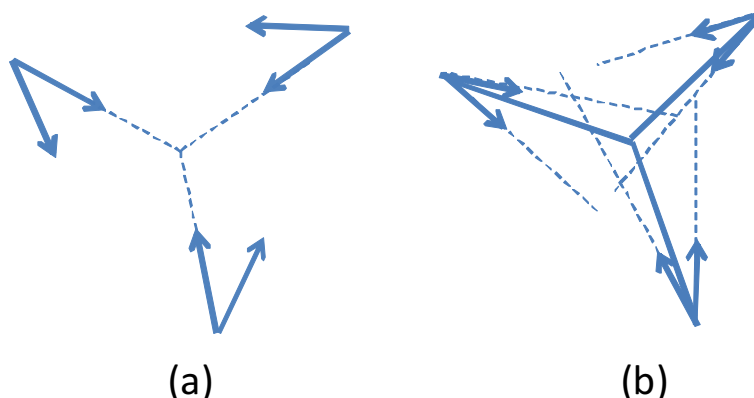


図 2.4: 平衡把持 (a) と nonmarginal 平衡把持 (b)

わったとき，その外力に抗することができない．これでは，任意の方向の外力に抗することが出来ていないため，force-closure 把持とはいえない．そこで，図 2.4(b) の把持のみを選び出す必要がある．こうすることにより，任意の方向の外力にも抗することが出来る把持となり，平衡把持も force-closure 把持も達成することが出来る nonmarginal 平衡把持であることが分かる．これは，摩擦円錐稜線境界近傍では指先力を出さず，摩擦円錐の内側にしか指先力が発生しないように制約をかけることで達成することが可能となる．

一方，対象物に作用する既知の外力  $D_{\text{known}}$  は

$$D_{\text{known}} = \begin{bmatrix} mg \\ 0 \end{bmatrix} + D_{\text{etc}} \quad (2.35)$$

と書ける．ここで， $m$  は対象物の重量， $g$  は重力加速度ベクトル，そして  $D_{\text{etc}}$  はそれ以外の外力を表す．したがって，nonmarginal 平衡把持が成り立つには

$$\begin{bmatrix} E \\ R \end{bmatrix} k = D_{\text{known}} \quad (2.36)$$

となればよい．また，慣性などの動的な効果は無視している．

## 第3章 nonmarginal 平衡把持の定式化

### 3.1 平衡把持を満足する $k$ の条件式

前章で示した平衡把持の定式

$$\begin{bmatrix} E \\ R \end{bmatrix} k = D_{\text{known}} \quad (3.1)$$

であるが、ここで対象物の重さを無視した定式として

$$\begin{bmatrix} E \\ R \end{bmatrix} k = 0 \quad (3.2)$$

を満足する条件式を導出していく。まず、上式を各要素で表すと次式のようなになる。

$$\begin{bmatrix} de_{11x} & de_{12x} & de_{21x} & de_{22x} & \cdots & de_{n2x} \\ de_{11y} & de_{12y} & de_{21y} & de_{22y} & \cdots & de_{n2y} \\ de_{11z} & de_{12z} & de_{21z} & de_{22z} & \cdots & de_{n2z} \\ R_{11x} & R_{12x} & R_{21x} & R_{22x} & \cdots & R_{n2x} \\ R_{11y} & R_{12y} & R_{21y} & R_{22y} & \cdots & R_{n2y} \\ R_{11z} & R_{12z} & R_{21z} & R_{22z} & \cdots & R_{n2z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{11} \\ k_{12} \\ k_{21} \\ k_{22} \\ \vdots \\ k_{n2} \end{bmatrix} = 0 \quad (3.3)$$

ここで、式 (3.3) の係数行列を簡約化すると、

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{17} & a_{18} & \cdots & a_{1(n+6)} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{27} & a_{28} & \cdots & a_{2(n+6)} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & a_{37} & a_{38} & \cdots & a_{3(n+6)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & a_{47} & a_{48} & \cdots & a_{4(n+6)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & a_{57} & a_{58} & \cdots & a_{5(n+6)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & a_{67} & a_{68} & \cdots & a_{6(n+6)} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

このように表すことが出来る。よって、 $k$  の解は

$$\begin{bmatrix} k_{11} \\ k_{12} \\ k_{21} \\ k_{22} \\ \vdots \\ k_{n2} \end{bmatrix} = AC \succ 0 \quad (3.5)$$

このように表すことが出来る．この時， $\succ$  は行列の全ての要素に対するものであり，全ての  $k$  は正である．ここで，

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -a_{17} & -a_{18} & \cdots & -a_{1(n+6)} \\ -a_{27} & -a_{28} & \cdots & -a_{2(n+6)} \\ -a_{37} & -a_{38} & \cdots & -a_{3(n+6)} \\ -a_{47} & -a_{48} & \cdots & -a_{4(n+6)} \\ -a_{57} & -a_{58} & \cdots & -a_{5(n+6)} \\ -a_{67} & -a_{68} & \cdots & -a_{6(n+6)} \\ & & \mathbf{I}_{2n-3} & \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_{2n-3} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

である． $\mathbf{I}$  は， $2n - 3$  行  $2n - 3$  列の単位行列を表しており， $\mathbf{C}$  は任意の変数ベクトルを表している．

## 3.2 force-closure を付加した定式化

前節では，平衡把持を満足するかどうかを判別するために，式 (3.5) を導出した．しかし，平衡把持を満足しても対象物に加わる外力によって把持不可能になってしまう．また，指先力の大きさに制限もないため，対象物把持後の操りには不十分である．そこで，force-closure を満足させるために条件式の拡張を行う．

式 (3.5) の  $k$  は摩擦円錐稜線ベクトルの大きさであり，指先力の大きさにも直結する．しかし，式 (3.5) には大きさ  $k$  に関する制約がないため以下のように拡張する．

$$\alpha \prec \mathbf{AC} \prec \beta \quad (3.8)$$

このような制約を持たせることで， $\alpha < k_{ij} < \beta$  のような制約が加えられるようになる．ここで，指先力の大きさは

$$|\mathbf{f}_i| = \sqrt{\left(\sum_{j=1}^2 k_{ij} de_{ijx}\right)^2 + \left(\sum_{j=1}^2 k_{ij} de_{ijy}\right)^2 + \left(\sum_{j=1}^2 k_{ij} de_{ijz}\right)^2} \quad (3.9)$$

であるので，このときの指先力の最大値  $f_{i\_max}$  と最小値  $f_{i\_min}$  は，

$$|\mathbf{f}_{i\_max}| = \beta |\mathbf{f}_i| \quad (3.10)$$

$$= \beta \sqrt{\left(\sum_{j=1}^2 k_{ij} de_{ijx}\right)^2 + \left(\sum_{j=1}^2 k_{ij} de_{ijy}\right)^2 + \left(\sum_{j=1}^2 k_{ij} de_{ijz}\right)^2} \quad (3.11)$$

$$|f_{i\_min}| = \alpha |f_i| \quad (3.12)$$

$$= \alpha \sqrt{\left(\sum_{j=1}^2 k_{ij} de_{ijx}\right)^2 + \left(\sum_{j=1}^2 k_{ij} de_{ijy}\right)^2 + \left(\sum_{j=1}^2 k_{ij} de_{ijz}\right)^2} \quad (3.13)$$

このようになる。

ここで、対象物と指先との最大静止摩擦係数が決まれば、上式の平方根は定数となり  $\alpha, \beta$  を指定することで、指先力の大きさに関する制約条件を付加できる。

次に、指先力の方向についてみる。指先力は摩擦円錐稜線ベクトルの和によって表現されている。そのため、指先力が以下のように与えられていた時のことを考える。

$$f_i = k_{i1} de_{i1} + k_{i2} de_{i2} \quad (3.14)$$

この時、 $k_{i1} \gg k_{i2}$  といった条件下では、指先力は

$$f_i \approx k_{i1} de_{i1} \quad (3.15)$$

となってしまう、指先力の方向が摩擦円錐の境界と一致してしまう恐れがある。これでは、nonmarginal 平衡把持を満足しない指先配置が導出されてしまう可能性が出てくる。しかし、先程の式 (3.8) の様に制約を加えておけば、方向に対して制約をかけることができるようになり、摩擦円錐の境界付近で指先力を発生させることは無くなる。以上により、平衡把持と force-closure の特徴を有する、nonmarginal 平衡把持を満足するような指先配置が導出できる。

実際に、二次元における指先力表現を図 3.1 を用いて説明していく。二次元における指先力の表現は、

$$f_i = k_{i1} de_{i1} + k_{i2} de_{i2} \quad (3.16)$$

$$de_{i1} = \begin{bmatrix} de_{i1x} \\ de_{i1y} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$$de_{i2} = \begin{bmatrix} de_{i2x} \\ de_{i2y} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

として表される。

図からもわかるように、指先力は図 3.1 の点線内部にしかその終点が存在しないように制限が出来る。つまり、指先力の大きさと方向を同時に制限を加えることが出来ている。こうすることによって、nonmarginal 平衡把持となる指先力のみ表現できる。

また、制限された指先力が最も摩擦円錐の境界に近づくのは、 $k_{i1} = \alpha, k_{i2} = \beta$  もしくは、 $k_{i1} = \beta, k_{i2} = \alpha$  の時である。その時の点は、 $\epsilon_1$  と  $\epsilon_2$  であり、摩擦円錐となす角  $\phi$  は、

$$\phi = \cos^{-1} \left( \frac{\beta + \alpha de_{i1} de_{i2}}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta de_{i1} de_{i2}}} \right) \quad (3.19)$$

として表現できる .

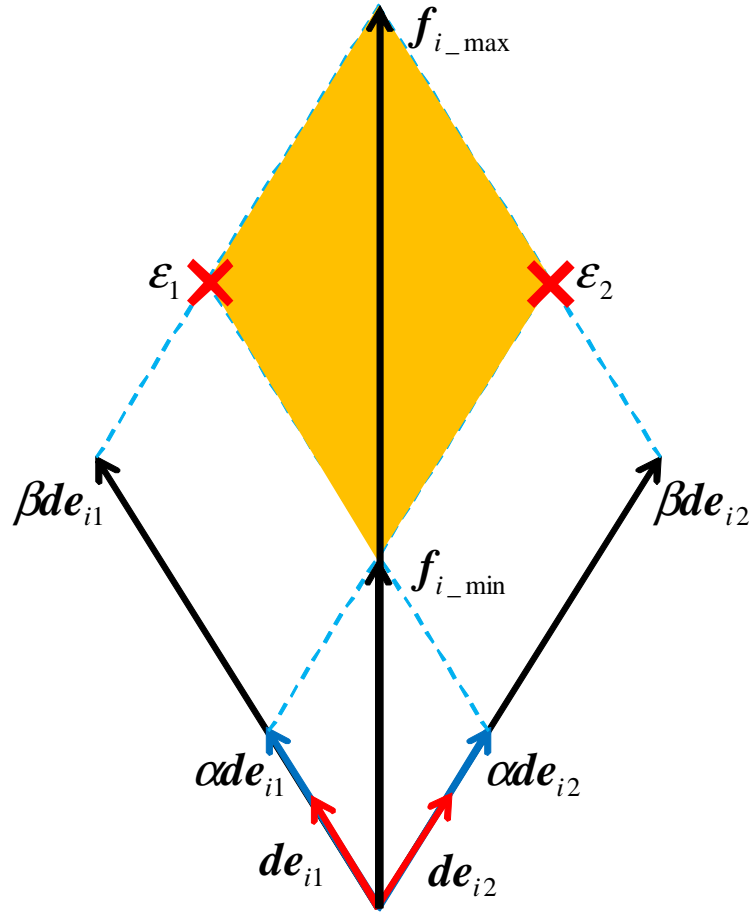


図 3.1: 二次元における指先力表現とその制限



## 第4章 指先配置範囲導出アルゴリズム

### 4.1 線形性を有した制約式の導出

前章では、ある1組の指先配置において nonmarginal 平衡把持条件を満足する条件式の導出を示した。しかし、固定された指先配置では操りによって発生する転がりに対して、nonmarginal 平衡把持を満足することを保証できない。そこで、多角形対象物の同一辺上における線形性を利用し、式 (3.8) を範囲導出の為の条件式に拡張する。

今後は、計算の簡単化および理解のしやすさのため、二次元空間上における数式を上げて説明していく。なお、三次元空間の表現にしても線形性は失われない。

図 4.1 は多角形対象物と各指の接触点を表しており、指 1 から指 (n-1) は固定されているものとする。また、指 n の接触点のみ同一辺上で変化するものとして考える。ではここで、図 4.2 のように指 n の指先が同一辺上の接触点  $C_{n1}$  と  $C_{n2}$  にわたって変化するものとする。

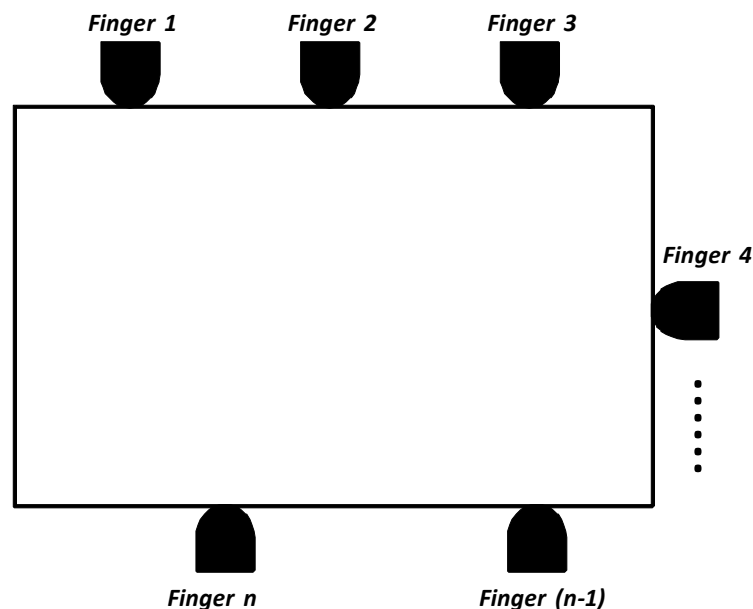


図 4.1: 指 1 から指 n までの指先配置例

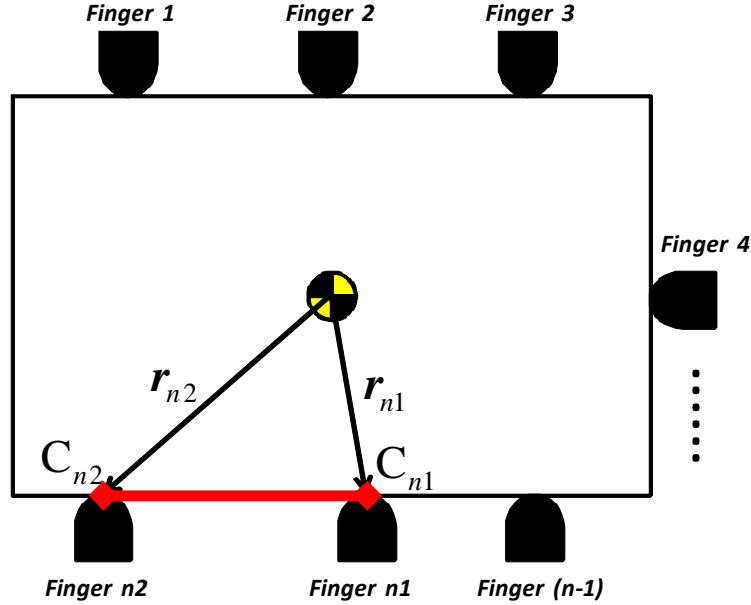


図 4.2: 指 n の接触点範囲

まず，接触点  $C_{n1}$  と  $C_{n2}$  の接触点位置ベクトル  $r_{n1}, r_{n2}$  をそれぞれ定義する．すると， $r_{n1}$  と  $r_{n2}$  を端点としたとき，二点間の接触点ベクトル  $r_{n12}(\theta)$  は同一辺上であるため変数  $\theta$  を用いると，

$$r_{n12}(\theta) = \theta r_{n1} + (1 - \theta)r_{n2} \quad 0 \leq \theta \leq 1 \quad (4.1)$$

と表現できる． $r_{n12}(\theta)$  は  $C_{n1}$  と  $C_{n2}$  を結ぶ線分上を表しているため，接触点  $r_{n12}(\theta)$  での摩擦円錐稜線ベクトル  $de_n$  は同一である．よって，指 1 から指 n までの合力である式 (2.22) は  $\theta$  に依存しない．一方， $r_{n12}(\theta)$  の関数である合モーメントの式 (2.32) は，

$$(\text{合モーメント}) = r_1 \times f_1 + r_2 \times f_2 + r_3 \times f_3 + \cdots + r_{n12}(\theta) \times f_n \quad (4.2)$$

$$= R(\theta)k \quad (4.3)$$

$$R(\theta) = [R_1 \ R_2 \ R_3 \ \cdots \ R_n(\theta)] \quad (4.4)$$

と表現できる．ここで  $R_n(\theta)$  は，

$$R_n(\theta) = [R_{n1}(\theta)R_{n2}(\theta)] \quad (4.5)$$

$$= \begin{bmatrix} r_{n12x}(\theta)de_{n1y} - de_{n1x}r_{n12y}(\theta) \\ r_{n12x}(\theta)de_{n2y} - de_{n2x}r_{n12y}(\theta) \end{bmatrix}^T \quad (4.6)$$

$$= \begin{bmatrix} \{\theta(r_{n1x} - r_{n2x}) + r_{n2x}\}de_{n1y} - de_{n1x}\{\theta(r_{n1y} - r_{n2y}) + r_{n2y}\} \\ \{\theta(r_{n1x} - r_{n2x}) + r_{n2x}\}de_{n2y} - de_{n2x}\{\theta(r_{n1y} - r_{n2y}) + r_{n2y}\} \end{bmatrix}^T \quad (4.7)$$

であり， $\theta$  に対して線形に表現される．よって平衡把持の条件である式 (3.3) は二次元空間において，

$$\begin{bmatrix} de_{11x} & de_{12x} & de_{21x} & de_{22x} & \cdots & de_{n1x} & de_{n2x} \\ de_{11y} & de_{12y} & de_{21y} & de_{22y} & \cdots & de_{n1y} & de_{n2y} \\ R_{11z} & R_{12z} & R_{21z} & R_{22z} & \cdots & R_{n1z}(\theta) & R_{n2z}(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{11} \\ k_{12} \\ k_{21} \\ k_{22} \\ \vdots \\ k_{n1} \\ k_{n2} \end{bmatrix} = 0 \quad (4.8)$$

になる．ここで，式 (4.8) の係数行列を簡約化すると，

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1(2n-3)}(\theta) \\ 0 & 1 & 0 & a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2(2n-3)}(\theta) \\ 0 & 0 & 1 & a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{3(2n-3)}(\theta) \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

となる．簡約化を行うと各要素の四則演算が行われるが，二次元及び三次元の場合でも指の数が次元の数+1 本以上，すなわち三本以上と四本以上であれば計算の際  $\theta$  が分母に来ず線形性は保たれる．また，式 (3.5) に示す平衡把持を満たすための条件式と，force-closure を満たすための制約式 (3.8) に線形性を付加すると，

$$\alpha \prec \mathbf{A}_{n12} \mathbf{C} \prec \beta \quad (4.10)$$

となる．ここで，

$$\mathbf{A}_{n12} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1(2n-3)}(\theta) \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2(2n-3)}(\theta) \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{3(2n-3)}(\theta) \\ & & & \mathbf{I}_{2n-3} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_{2n-3} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

である．これによって，指の本数の条件さえ満たせば nonmarginal 平衡把持の為の条件式を  $\theta$  に対して線形な形で表現できる．つまり，1 つの指を除いて固定した状態ならば同様に線形性を有した形で表現できる．

## 4.2 nonmarginal 平衡把持を満足する範囲導出

前節で，同一辺上の指先接触点位置ベクトルを変数とする条件式及び制約式を導出し，その線形性を示した．すなわち，その条件式及び制約式は線形最適化問題として扱うこと

が出来る．線形という性質上，同一辺上の接触点  $C_{n1}$  と  $C_{n2}$  でそれぞれ解をもつならば，その二つの接触点間でも同様に解を持つ．したがって，その 2 つの端点を導出できれば範囲を導出出来る．この考えは，三次元空間でも同様である．隣接する接触点間が基準座標に対して平行もしくは垂直で，範囲を導出する指以外が全て固定とすると，同一平面上で 4 つの端点が導出できれば範囲が導出出来る．

### 4.3 全ての指に対する範囲導出

前節の範囲導出では，1 つを除く指を固定し範囲を導出したが，全ての指での範囲導出を行っていく．

以下の 4 通りの場合において，指 1 から指  $(n-2)$  は任意の固定された接触点にあるものとする．また，最適化問題の解が得られるものとする．

- (1) 指  $(n-1)$  はある接触点  $C_{(n-1)1}$  に配置されている．指  $n$  は接触点  $C_{n1}$  に配置されている．
- (2) 指  $(n-1)$  は (1) と同様に接触点  $C_{(n-1)1}$  に配置されている．指  $n$  は (1) の時と同一辺上に存在する異なる接触点  $C_{n2}$  に配置されている．
- (3) 指  $(n-1)$  は (1) の時と同一辺上に存在する異なる接触点  $C_{(n-1)2}$  に配置されている．指  $n$  は (1) の時と同一辺上に存在する異なる接触点  $C_{n3}$  に配置されている．
- (4) 指  $(n-1)$  は (3) と同様の接触点  $C_{(n-1)2}$  に配置されている．指  $n$  は (1) の時と同一辺上に存在する異なる接触点  $C_{n4}$  に配置されている．

(1) と (2) から，指  $n$  は接触点  $C_{n1}$  と  $C_{n2}$  を端点を持つ範囲  $\text{region}_{n1}$  を導出出来る．また，(3) と (4) から，接触点  $C_{n3}$  と  $C_{n4}$  を端点を持つ範囲  $\text{region}_{n2}$  を導出出来る．ここで指  $(n-1)$  に注目すると，接触点  $C_{(n-1)1}$  と  $C_{(n-1)2}$  を端点を持つ範囲  $\text{region}_{(n-1)}$  が出来ているのが分かる．しかし，範囲  $\text{region}_{(n-1)}$  であれば nonmarginal 平衡把持を満足するわけではない．それを満足するためには，指  $n$  の範囲が共通した範囲を持っていなくてはならない．ここで，共通する範囲は

$$\text{region}_n \in \text{region}_{n1} \cap \text{region}_{n2} \quad (4.13)$$

である．この共通した範囲  $\text{region}_n$  における接触点  $C_n$  に対して，指  $(n-1)$  の接触点  $C_{(n-1)1}$  と  $C_{(n-1)2}$  はともに平衡把持を満足していることは自明である．よって，指 1 から指  $(n-2)$  が固定されている状態で，指  $(n-1)$  の範囲  $\text{region}_{(n-1)}$  と指  $n$  の範囲を  $\text{region}_n$  が指先配置可能範囲として導出されたことになる．

同様に，指 1 から指 (n-3) を固定し指 (n-2) の接触点を变化させたときに，指 (n-1) と指 n の範囲が得られたとする．すると，その時共通する範囲が存在すれば指 (n-2) の範囲  $region_{(n-2)}$  も導出出来る．この作業を繰り返していくことによって，全ての指に対する範囲を導出することは可能である．

では次に，二次元対象物・指の数を 3 本の場合における具体例をあげる．図 4.3 のよう

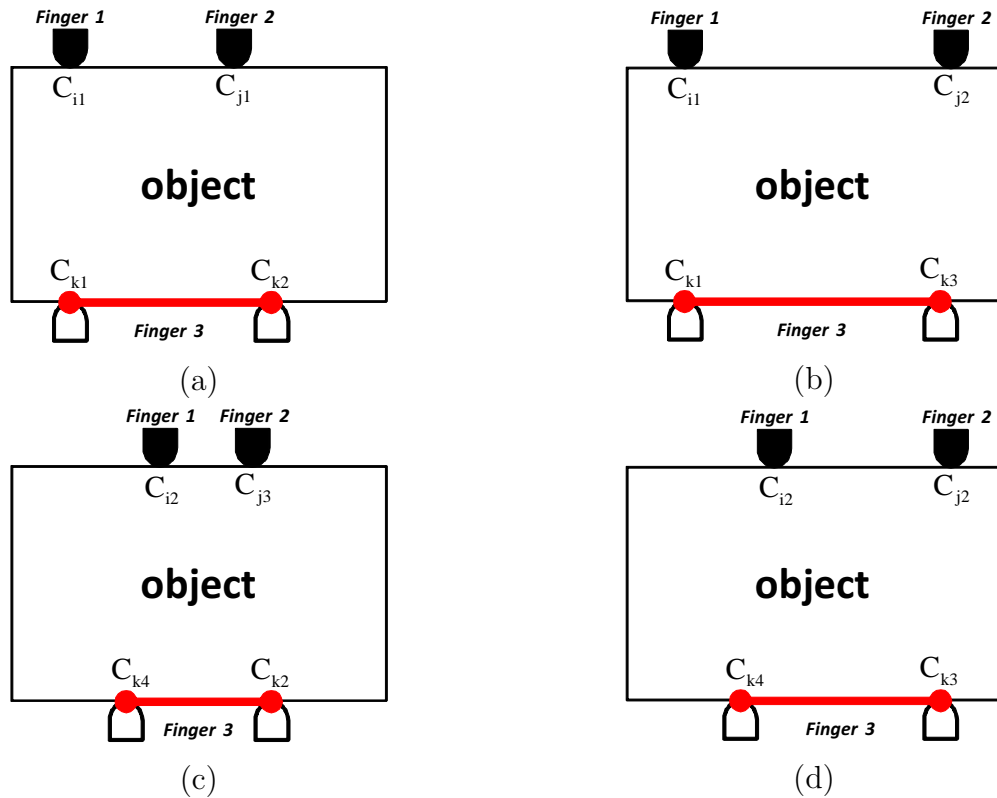


図 4.3: 指先配置範囲決定例

に，二つの指が固定された状態で指 3 の範囲が導出されたものとする．

まずここで，図 4.3(a) と (b) に注目する．指 1 は同じ接触点  $C_{i1}$  で固定され，指 2 は同一边上の異なる接触点  $C_{j1}$  と  $C_{j2}$  に配置されている．その時の指 3 は共通の範囲として接触点  $C_{k1}$  と  $C_{k2}$  を端点とする範囲が得られる．すると，指 2 と指 3 の範囲は図 4.4(a) のように範囲が導出出来る．同様に，図 4.3(c) と (d) に注目し範囲を導出すると，指 3 は共通の範囲として接触点  $C_{k2}$  と  $C_{k4}$  を端点とする範囲が得られる．すると，指 2 と指 3 の範囲は図 4.4(b) のように範囲が導出出来る．ここで，新たに得られた範囲である図 4.4(a)(b) に注目していく．すると，指 2 で共通する範囲として接触点  $C_{j2}$  と  $C_{j3}$  を端点とする範囲と，指 3 で共通する範囲として接触点  $C_{k2}$  と  $C_{k4}$  を端点とする範囲が得られる．この時，指 1 の固定された接触点  $C_{i1}$  と  $C_{i2}$  ではともに解を持っているため，指 1 はその二つの接

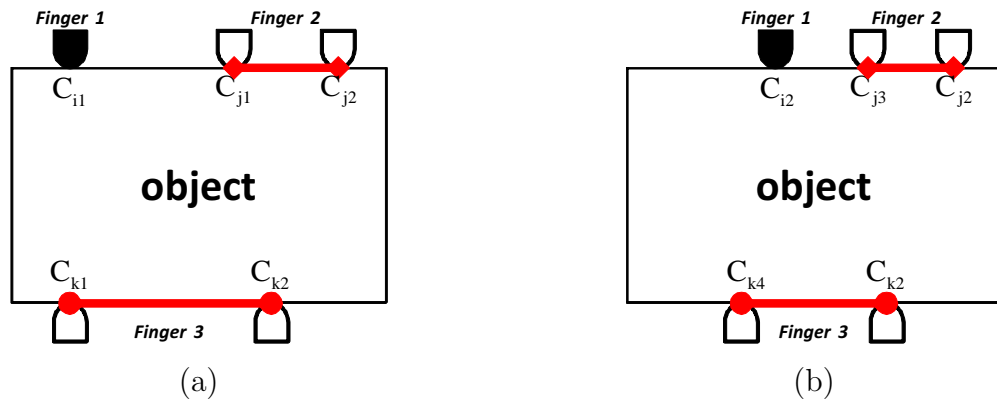


図 4.4: 指 2 と指 3 の指先配置範囲

触点を端点とする範囲を得られる．このようにすることで，図 4.5 のように全ての指に対して，指先配置可能範囲を導出することが出来る．

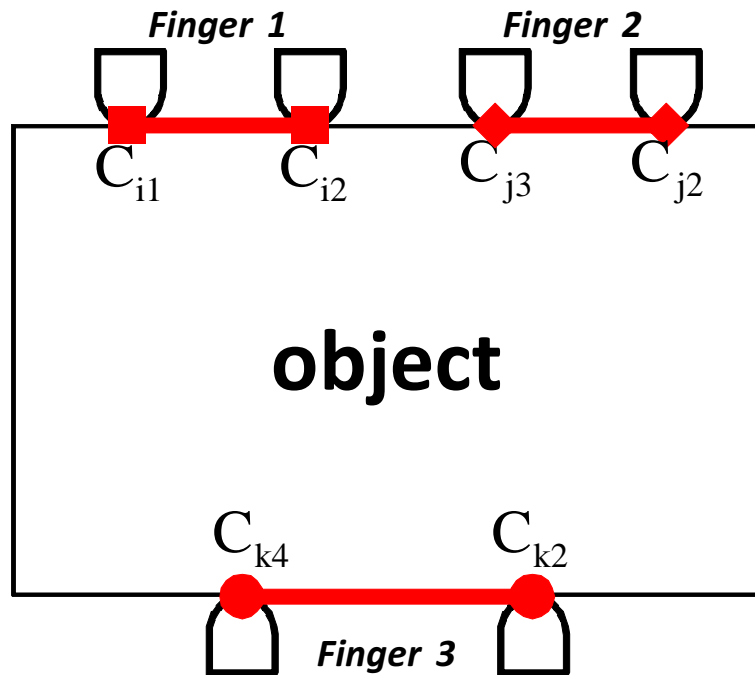


図 4.5: 全ての指先配置可能範囲

## 第5章 最大静止摩擦係数が最小となる範囲決定アルゴリズム

前章の全ての指先配置可能範囲決定法を用いて，最大静止摩擦係数が最小となるような範囲決定アルゴリズムを提案する．ここでは，対象物表面上の接触点は事前にこちらが与えているものとする．

### 5.1 必要指先配置範囲

最大静止摩擦係数  $\mu$  を最小にするためには， $\mu$  を変数にする必要がある．しかし， $\mu$  を変数にしてしまうと，指先配置範囲を導出する際に不都合が発生する．それは，操りによって発生する転がりの範囲が分からないとどれだけの範囲を導出すればいいのか不明な点である．そうなってしまうと，出来る限り広範囲な指先配置を導出しようとして  $\mu$  が大きくなってしまい，目的とする最大静止摩擦係数の最小化を実現できない．

そこで，あらかじめ必要な指先配置範囲を決定しておく．実際に，ハンドで対象物を把持する際には指先の形状は既知であるはずである．指先形状が既知であるならば，対象物を操った際に転がる範囲はあらかじめ分かるはずである．

### 5.2 摩擦係数最小アルゴリズム

前節で必要とする指先配置範囲を決定したのでそれを利用し，最大静止摩擦係数が最小となる範囲を決定するアルゴリズムを示していく．

前章の手法より，それぞれの範囲の端点で解を持てば全ての指の範囲の導出が可能であるため，初めから範囲が決まっている時も同様にそれぞれの端点で解を持てばその範囲は条件を満たすことが分かる．すなわち指の数が  $n$  本である場合には  $2n$  個の解を持てばよいことになる．

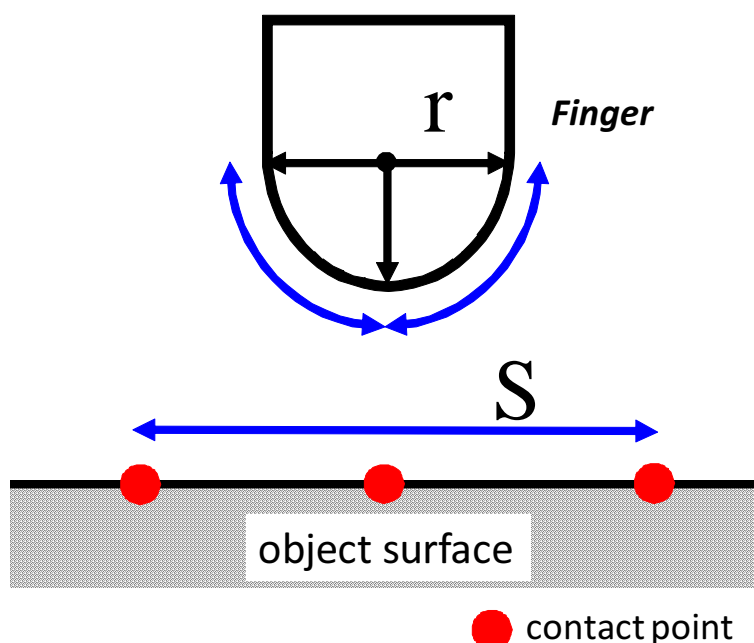


図 5.1: 必要指先配置範囲

### 5.2.1 一組の指先配置に対するアルゴリズム

ここでは一組の指先配置に対するアルゴリズムを示す．初期設定として，最大静止摩擦係数の上限値を  $\mu_{\max}$ ，下限値を  $\mu_{\min}$ ，更新ステップ幅を  $\epsilon$ ，更新回数を  $t$  を与え，それぞれの指先配置範囲の端点における指先配置に対して行うものとする．

step1 最大静止摩擦係数  $\mu_t = \mu_{\max}$  の条件のもと，任意の範囲端点組に対して最適化問題を解く．

step2 最大静止摩擦係数の最小値  $\mu_{t-\min} = \mu_t$  を保存する．

step3  $t \rightarrow t + 1$ ， $\mu_t = \mu_{t-1} - \epsilon$  と更新し，最適化問題を解く．解を導出できない，もしくは  $\mu_t < \mu_{\min}$  になれば step4 へ，解を導出出来れば step2 に移る．

step4  $\mu_{\min} = \mu_{t-\min}$  とし，範囲端点組を変更する．step1 へ戻る．

この一連の流れを全ての指の範囲導出が可能になる回数，すなわち  $2n$  回行う．すると，最終的に得られる  $\mu_{\min}$  はその時の指先配置可能範囲に対する最低限必要な最大静止摩擦係数ということになる．数式で表すと，

$$\mu_{\min} = \max_{2n \text{ 通りの範囲端点}} \min_{\text{条件を満たす}} \mu \quad (5.1)$$



が導出される。

次に具体例をあげて説明する。

### 5.2.2 具体例

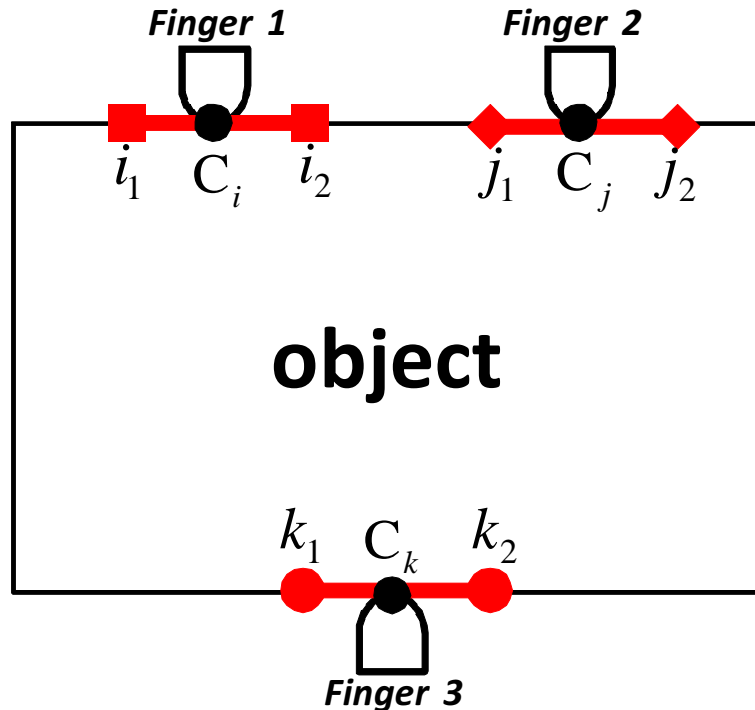


図 5.2: 摩擦係数最小アルゴリズム例

例として、図5.2のように三本指ハンドを用いたときを考える。各指がある接触点 ( $C_i, C_j, C_k$ ) に配置されている。このとき、必要指先配置範囲が決定しておりそれぞれの指における範囲の端点が  $(i_1, i_2), (j_1, j_2), (k_1, k_2)$  であったとする。するとまず、範囲端点組  $(i_1, j_1, k_1)$  に対して  $\mu = \mu_{\max}$  の条件のもと、nonmarginal 平衡把持を満足するかを最適化問題を用いて計算を行う。もし解けなければ、新たな指先配置に変更する。解けるなら、 $\mu$  を徐々に小さくしていき解を導出出来る中で最も小さい値を決定する。この時の最大静止摩擦係数を  $\mu_1$  とする。この結果が

$$\mu_1 = \min_{\text{条件を満たす}} \mu$$

に相当する。

次に範囲端点組を変更し  $(i_1, j_1, k_2)$  に対して同様の作業を行っていく。この作業を全ての組み合わせ、すなわち

$(i_1, j_1, k_1), (i_1, j_1, k_2), (i_1, j_2, k_1), (i_1, j_2, k_2), (i_2, j_1, k_1), (i_2, j_1, k_2), (i_2, j_2, k_1), (i_2, j_2, k_2)$

に対して行う．この時得られたそれぞれの最大静止摩擦係数を  $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5, \mu_6, \mu_7, \mu_8$  とすると，最終的に得られる最大静止摩擦係数  $\mu_{\min}$  は，

$$\mu_{\min} = \max(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5, \mu_6, \mu_7, \mu_8)$$

ということになる．

### 5.3 範囲導出の高速化

前節で最大静止摩擦係数を最小にするアルゴリズムを提案した．しかしこのアルゴリズムは一つの指先配置に対して  $2n$  回最適化問題を解く必要があるため，全ての接触点に対して計算を行うと範囲導出に掛かる計算時間が長くなってしまふ．そこで，まず配置された接触点において nonmarginal 平衡把持の条件を満たすかを判別する．この時用いる手法は，簡単な代数計算による判別法 [7] であるため計算時間の高速化が期待できる．

#### 5.3.1 代数計算による判別法 [7]

この手法は，それぞれの指先接触点の位置関係からモーメント平衡を達成しうる配置なのかを判別する手法である．利点として高速に把持の可能・不可能の判別は出来るが，その半面指先力といった難しい計算を要するものに対して評価することが出来ない．しかし，他の手法と組み合わせることによって，高速に判別できるという利点のみを利用することが可能となる．

では，この手法の概要を説明する．まず，指  $i, j, k$  が接触点  $C_i, C_j, C_k$  に配置され，その時の摩擦円錐稜線  $de$  及び指先力  $f$  が図 5.3 のような関係にあるものとする．ここで， $C_k$  点回りのモーメント平衡を満足するためには，

$$\overrightarrow{C_k C_i} \times \mathbf{f}_i + \overrightarrow{C_k C_j} \times \mathbf{f}_j = 0 \quad (5.2)$$

を満足しなくてはならない．しかし，もし指  $j$  が  $\overrightarrow{C_j C_k}$  と  $de_{j2}$  の方向に指先力を発生させてしまうと，モーメント平衡を達成することが出来ない．そのため，図 5.4 のように摩擦円錐の単位稜線ベクトルの  $de_{j2}$  を  $\overrightarrow{C_j C_k} / |\overrightarrow{C_j C_k}|$  に変更し，摩擦円錐を削る作業を行う．このように摩擦円錐を削る作業を行っても，平衡把持の結果には影響を及ぼさない．これを全ての接触点回りに対して行い，新たに出来た摩擦円錐によって共通領域が存在すれば，その指先配置は nonmarginal 平衡把持を満足するものとして判別できる．正確なフローチャートは，図 5.5 を参照されたい．

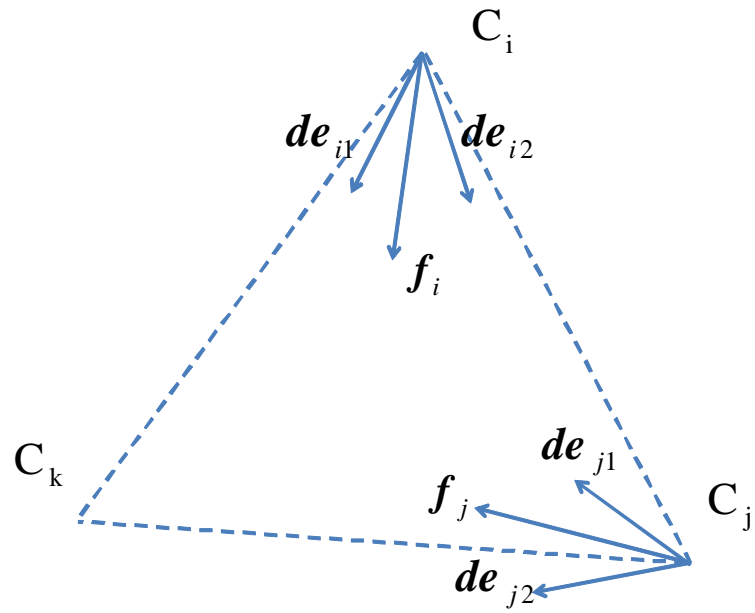


図 5.3: 指 i と指 j のモーメント平衡

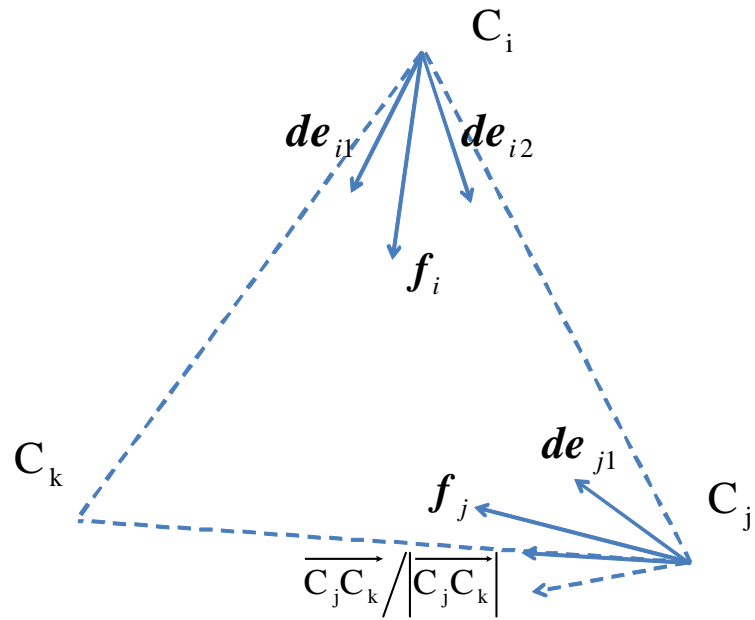


図 5.4: 摩擦円錐を削った後

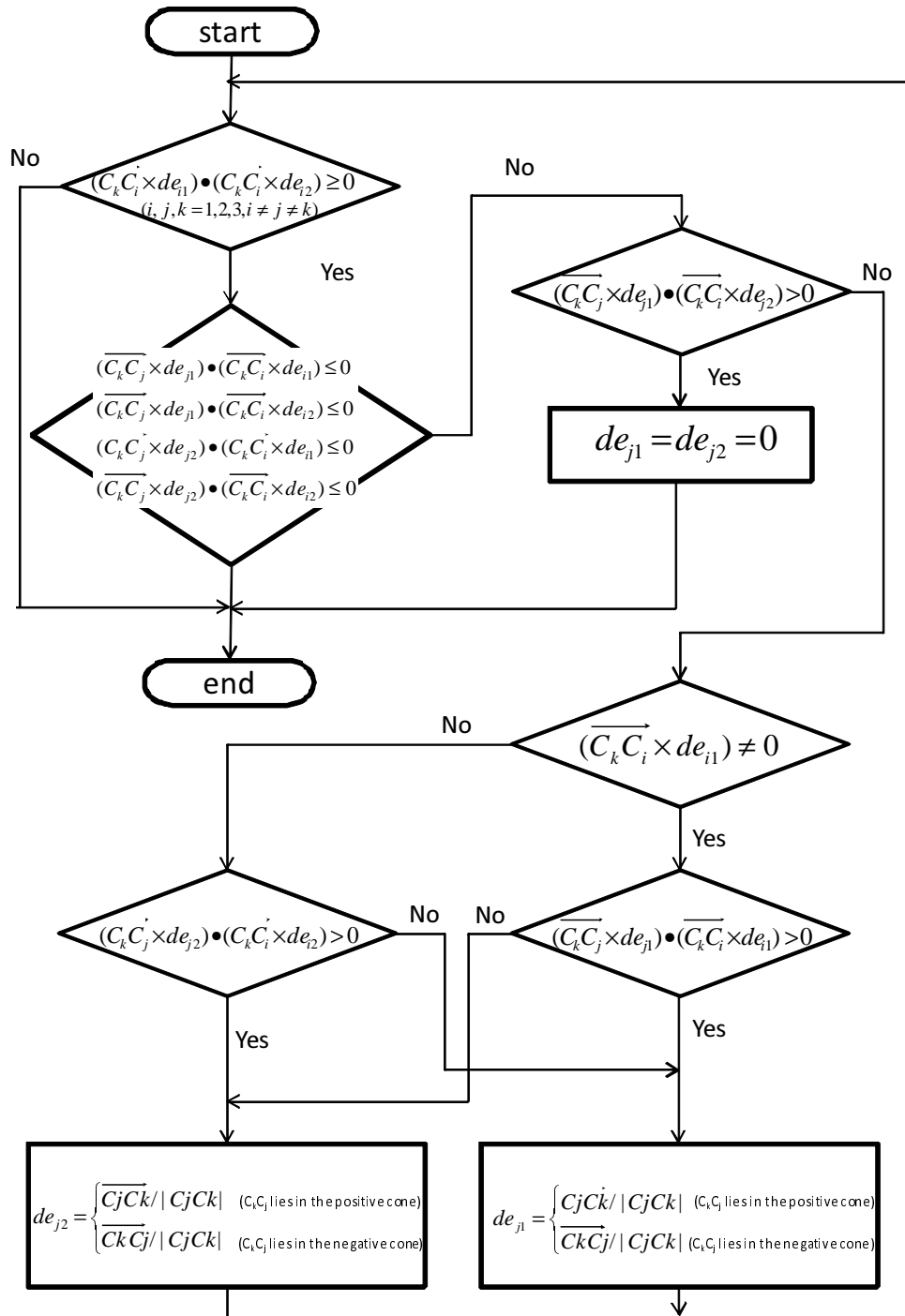


図 5.5: 代数計算判別のフローチャート

### 5.3.2 指先配置の計算前の処理

計算前に簡単な処理を行うことでも高速化を図ることが出来る．式 (4.8) の，摩擦円錐単位稜線ベクトルを含む係数行列に注目する．ここで，全ての指先力は式 (2.17) において， $k_{i1} > 0, k_{i2} > 0$  であるため押し方向にしか発生させることが出来ない．そのため，全ての単位摩擦稜線の  $x$  または  $y$  成分が正方向，もしくは負方向に存在すればその指先配置は合力=0 を達成出来ないことが瞬時に分かる．ここで，

$$\text{Sign}(M) = \begin{cases} 1 & M > 0 \\ -1 & M < 0 \\ 0 & M = 0 \end{cases}$$

とすると，

$$\text{Sign}(de_{11x}) = \text{Sign}(de_{12x}) = \cdots = \text{Sign}(de_{n1x}) = \text{Sign}(de_{n2x}) = \begin{cases} 1 \\ \text{or} \\ -1 \end{cases}$$

もしくは，

$$\text{Sign}(de_{11y}) = \text{Sign}(de_{12y}) = \cdots = \text{Sign}(de_{n1y}) = \text{Sign}(de_{n2y}) = \begin{cases} 1 \\ \text{or} \\ -1 \end{cases}$$

であるならば，その指先配置は計算せずに排除することが出来る．

## 5.4 全体アルゴリズム

アルゴリズム全体の概要を図 5.6 に示す．このアルゴリズムは一つの接触点に対するものである．まず，代数計算による判別法で nonmarginal 平衡把持を満足するかを算出する．そして把持が不可能ならば終了し，次の指先配置に移行する．把持が可能ならば，範囲導出を行っていく．ここで，範囲導出を行う前に計算前の処理を行い，最大静止摩擦係数が下限の時でも合力=0 を達成可能かを見る．もし，最大静止摩擦係数が上限の時の値で把持可能だとしても，下限に近づくにつれて合力=0 が達成できないのであれば，その時の指先力は摩擦円錐稜線近傍の方向を出していることになる．それでは，操りにおいても外力に抗することにおいてもロバストであるとは言い難いのでこのような処理を行っている．この二つによって合モーメントと合力を簡易的に判別している．その後，最大静止摩擦係数が最小となるように指先配置範囲導出を行っていく．

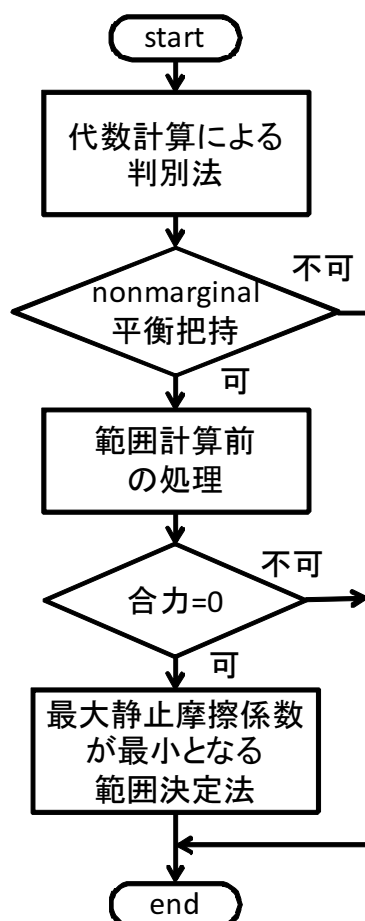


図 5.6: アルゴリズム全体の概要

## 第6章 シミュレーション

本章ではシミュレーションにより提案したアルゴリズムを適用する。

### 6.1 シミュレーション条件

適用する対象物体は二次元対象物で、指の数を3本とする。必要指先配置範囲  $S$  は2とし、その範囲の midpoint に接触点があるように指を配置するものとする。対象物体形状は、長方形及び正五角形の2つに対して行うものとする。なお、シミュレーションに用いたPCはIntel(R) Core(TM)2 Duo CPU E7200:2.53GHzのCPUと、メモリは2GBを搭載したものをを用いる。また、シミュレーションはMathWorks(R) MATLAB(R) R2007aを用いている。

#### 6.1.1 対象物1

対象物1は図6.1に示す長方形とし、接触点数は28点とする。接触点間の長さは1とする。なお、図6.1には最大静止摩擦係数  $\mu$  が0.5の時の、摩擦円錐の単位稜線ベクトルを示しておく。

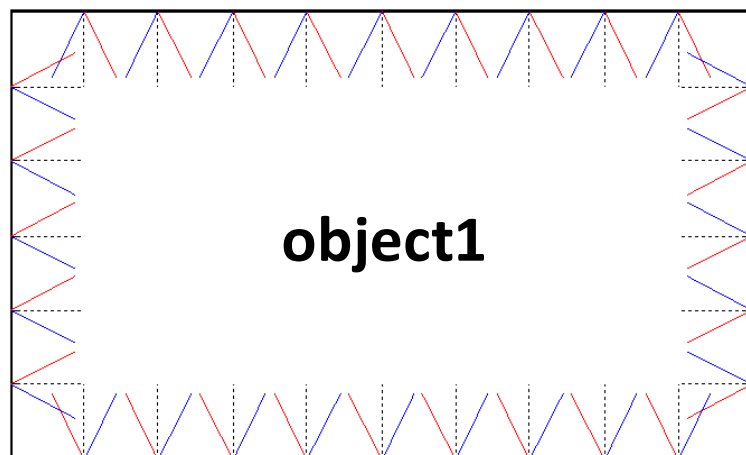


図 6.1: 対象物1

### 6.1.2 対象物 2

対象物 2 は図 6.2 に示す正五角形とし，接触点数は 25 点とする．接触点間の長さは，対象物 1 と同様に 1 とする．こちらの図にも最大静止摩擦係数  $\mu$  が 0.5 の時の，摩擦円錐の単位稜線ベクトルを示しておく．

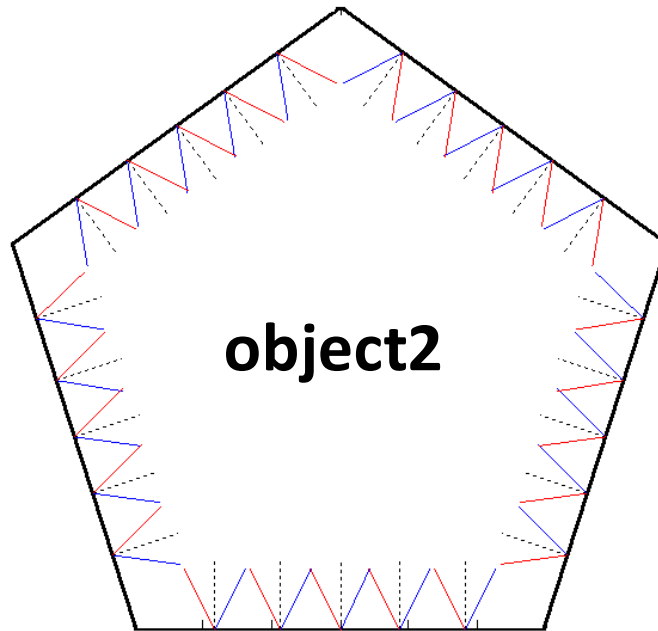


図 6.2: 対象物 2

## 6.2 指先力及び最大静止摩擦係数の制限

指先力は式 (3.8) に示したように， $\alpha$  と  $\beta$  により制限することが可能である．今回のシミュレーションでは  $|\mathbf{f}_{\min}| = 1[\text{N}]$ ,  $|\mathbf{f}_{\max}| = 6[\text{N}]$  のように与える．このように制限すると， $\alpha$  及び  $\beta$  は

$$\alpha = |\mathbf{f}_{\min}|/2 \cos(\tan \mu^{-1})$$

$$\beta = |\mathbf{f}_{\max}|/2 \cos(\tan \mu^{-1})$$

と制限することが可能となる．

また，最大静止摩擦係数の上限  $\mu_{\max}$  及び下限  $\mu_{\min}$  を以下のように設定する．

$$\mu_{\max} = 0.50$$

$$\mu_{\min} = 0.01$$



これは、表 6.1 からゴムとゴムの最大静止摩擦係数が 0.5 であるためこの値を上限とする。また、下限の 0.01 において把持可能ならば、ほぼ全ての対象物体を把持しているものであると考えられるので、この値を用いた。

表 6.1: 摩擦係数

摩擦片	摩擦面	摩擦係数 $\mu$
レンガ	レンガ	0.6 ~ 0.7
レンガ	金属	0.3 ~ 0.4
レンガ	土	0.5(乾) ~ 0.3(湿)
土	土	0.25 ~ 1.0
木	木	0.5(乾) ~ 0.2(湿)
木	石	0.4
木	金属	0.6(乾) ~ 0.2(湿)
ゴム	ゴム	0.5
毛織	毛織	0.44(*1)
布地	布地	0.44(*1)
皮革	金属	0.4 ~ 0.6
ナイロン	ナイロン	0.15 ~ 0.25
テフロン	テフロン(鋼)	0.04
コルク	木(松)	0.5(*1)
カーボン	軟鋼	0.21(*1)
ガラス	ガラス	0.7(*1)
水晶	水晶	0.9(*1)
ルビー	ルビー	0.16(*1)
銅(黄銅)	ガラス	0.25(*1)
焼入鋼	ガラス	0.7(*1)
焼入鋼	ルビー	0.25(*1)
焼入鋼	水晶	0.8(*1)
鉄	氷	0.027(*1)
スキー	雪(0°C)	0.08(0.06(*1))

(\*1) 運動個体摩擦係数を示す

## 6.3 シミュレーション結果

### 6.3.1 対象物 1

図 6.3 に指先配置範囲を示す。

なお，この範囲で必要な最小最大静止摩擦係数は 0.01 であった．また，この範囲の端点及び中点に指先を配置した時の必要指先力を表 6.2 に示す．表 6.2 より，把持に必要な最大指先力の大きさは 2.8286[N] であった．この力の大きさは，必要指先配置範囲を満たすものの中で最小の値となっていた．

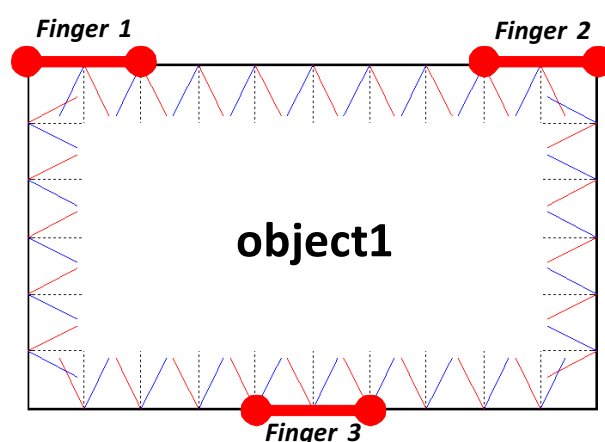


図 6.3: 対象物 1 の指先配置範囲結果 1

表 6.2: 結果 1 の指先力 [N]

		指 1 の左端点	指 1 の中点	指 1 の右端点
指 2 の左端点	指 3 の左端点	2.0005	2.1694	2.4092
	指 3 の中点	2.3404	2.1710	2.0074
	指 3 の右端点	2.8279	2.6196	2.4098
指 2 の中点	指 3 の左端点	2.1441	2.3396	2.6183
	指 3 の中点	2.1482	1.9996	2.1694
	指 3 の右端点	2.5186	2.3391	2.1709
指 2 の右端点	指 3 の左端点	2.2913	2.5171	2.8286
	指 3 の中点	2.0007	2.1441	2.3412
	指 3 の左端点	2.2924	2.1482	2.0005

次に次点で最大静止摩擦係数が小さい値となった 3 つの結果を図 6.4,6.5,6.6 に示す。

なお、これらの範囲で必要である最小最大静摩擦係数は3つとも 0.07であった。また、この範囲の端点及び中点に指先を配置した時の必要指先力の値が全て同じだったため、まとめて表 6.3 に示す。表 6.3 より、把持に必要な最大指先力の大きさも3つとも 3.0423[N]であった。

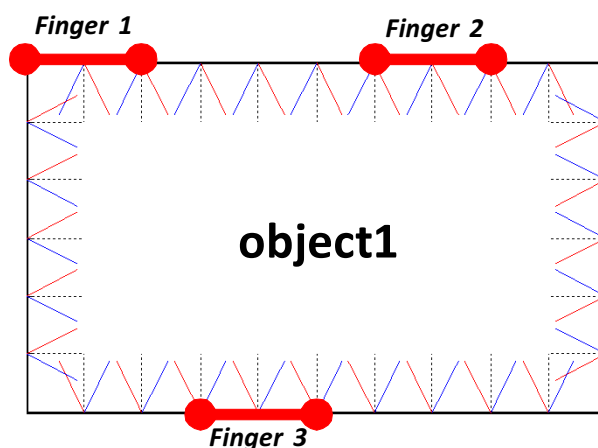


図 6.4: 対象物 1 の指先配置範囲結果 2

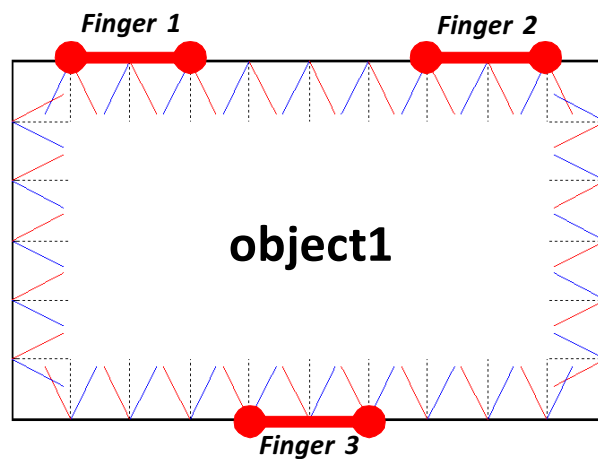


図 6.5: 対象物 1 の指先配置範囲結果 3

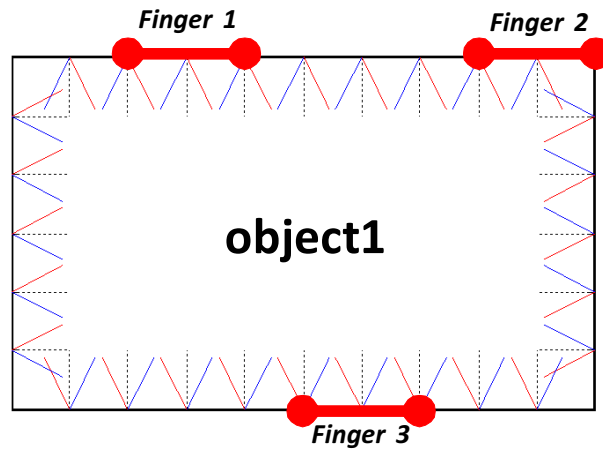


図 6.6: 対象物 1 の指先配置範囲結果 4

表 6.3: 結果 2,3,4 の指先力 [N]

		指 1 の左端点	指 1 の中点	指 1 の右端点
指 2 の左端点	指 3 の左端点	2.0074	2.2040	2.5143
	指 3 の中点	2.4098	2.2033	2.0007
	指 3 の右端点	3.0434	2.7769	2.5120
指 2 の中点	指 3 の左端点	2.1694	2.4092	2.7765
	指 3 の中点	2.1710	2.0074	2.2040
	指 3 の右端点	2.6196	2.4098	2.2033
指 2 の右端点	指 3 の左端点	2.3396	2.6183	3.0424
	指 3 の中点	1.9996	2.1694	2.4092
	指 3 の左端点	2.3391	2.1709	2.0074

### 6.3.2 対象物 2

図 6.7 に指先配置範囲を示す。

なお、この範囲で必要な最小最大静止摩擦係数は 0.07 であった。また、この範囲の端点及び中点に指先を配置した時の必要指先力を表 6.4 に示す。表 6.4 より、把持に必要な最大指先力の大きさは 2.2352[N] であった。この力の大きさは、必要指先配置範囲を満たすものの中で最小の値となっていた。

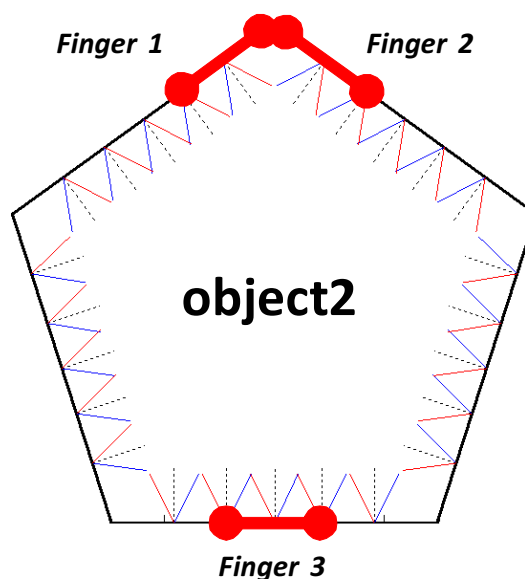


図 6.7: 対象物 2 の指先配置範囲結果 1

表 6.4: 結果 1 の指先力 [N]

		指 1 の左端点	指 1 の中点	指 1 の右端点
指 2 の左端点	指 3 の左端点	1.6712	1.6398	1.7108
	指 3 の中点	1.8001	1.7000	1.6203
	指 3 の右端点	2.2309	1.8277	1.7110
指 2 の中点	指 3 の左端点	1.6527	1.7273	1.8264
	指 3 の中点	1.6948	1.6191	1.6998
	指 3 の右端点	1.8406	1.7266	1.6400
指 2 の右端点	指 3 の左端点	1.7433	1.8409	2.2352
	指 3 の中点	1.6190	1.6947	1.8025
	指 3 の右端点	1.7442	1.6525	1.6713

次に次点で最大静止摩擦係数が小さい値となった4つの結果を図6.8,6.9,6.10,6.11に示す．  
 なお，これらの範囲で必要である最小最大静止摩擦係数は3つとも0.08であった．また，  
 この範囲の端点及び中点に指先を配置した時の必要指先力をそれぞれ表6.5,6.6,6.7,6.8に  
 示す．表6.5,6.6,6.7,6.8より，把持に必要な最大指先力の大きさはそれぞれ順番に  
 2.2456[N],2.3621[N],2.5699[N],2.9714[N]であった．

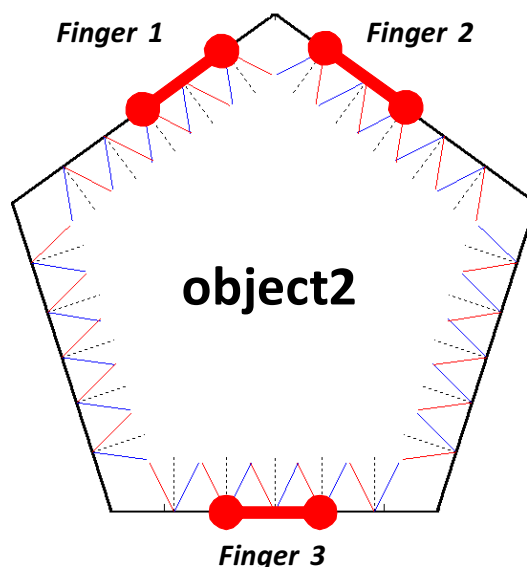


図 6.8: 対象物 2 の指先配置範囲結果 2

表 6.5: 結果 2 の指先力 [N]

		指 1 の左端点	指 1 の中点	指 1 の右端点
指 2 の左端点	指 3 の左端点	1.6555	1.6527	1.7273
	指 3 の中点	1.7988	1.6948	1.6191
	指 3 の右端点	2.2456	1.8406	1.7266
指 2 の中点	指 3 の左端点	1.6631	1.7433	1.8409
	指 3 の中点	1.6982	1.6190	1.6947
	指 3 の右端点	1.8775	1.7442	1.6525
指 2 の右端点	指 3 の左端点	1.7657	1.8736	2.2469
	指 3 の中点	1.6202	1.6983	1.7969
	指 3 の左端点	1.7659	1.6692	1.6534

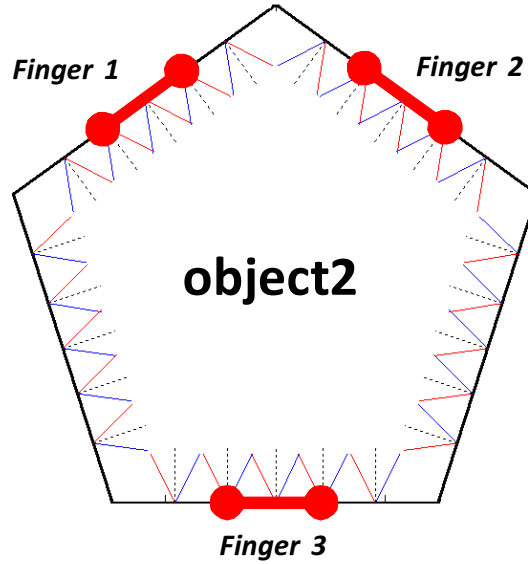


図 6.9: 対象物 2 の指先配置範囲結果 3

表 6.6: 結果 3 の指先力 [N]

		指 1 の左端点	指 1 の中点	指 1 の右端点
指 2 の左端点	指 3 の左端点	1.6510	1.6631	1.7433
	指 3 の中点	1.8205	1.6982	1.6190
	指 3 の右端点	2.3620	1.8775	1.7442
指 2 の中点	指 3 の左端点	1.6711	1.7657	1.8736
	指 3 の中点	1.7122	1.6202	1.6983
	指 3 の右端点	1.9757	1.7659	1.6692
指 2 の右端点	指 3 の左端点	1.7941	1.9769	2.3548
	指 3 の中点	1.6188	1.7137	1.8204
	指 3 の右端点	1.7939	1.6710	1.6508

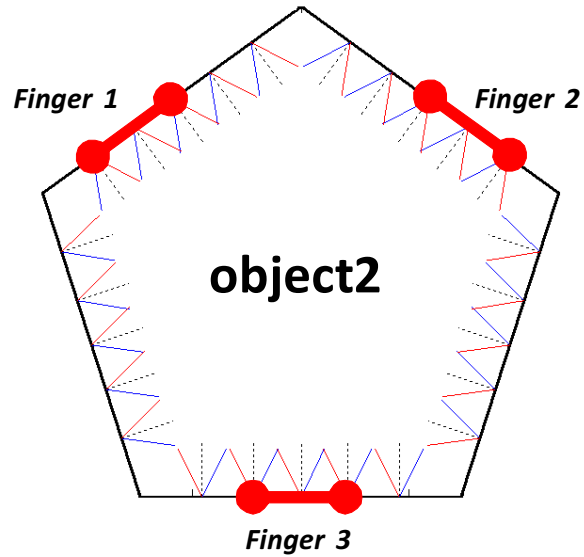


図 6.10: 対象物 2 の指先配置範囲結果 4

表 6.7: 結果 4 の指先力 [N]

		指 1 の左端点	指 1 の中点	指 1 の右端点
指 2 の左端点	指 3 の左端点	1.6665	1.6711	1.7657
	指 3 の中点	1.8923	1.7122	1.6202
	指 3 の右端点	2.5699	1.9757	1.7659
指 2 の中点	指 3 の左端点	1.6711	1.7941	1.9769
	指 3 の中点	1.7498	1.6188	1.7137
	指 3 の右端点	2.1441	1.7939	1.6710
指 2 の右端点	指 3 の左端点	1.8530	2.1436	2.5696
	指 3 の中点	1.6208	1.7478	1.8890
	指 3 の右端点	1.8477	1.6712	1.6663



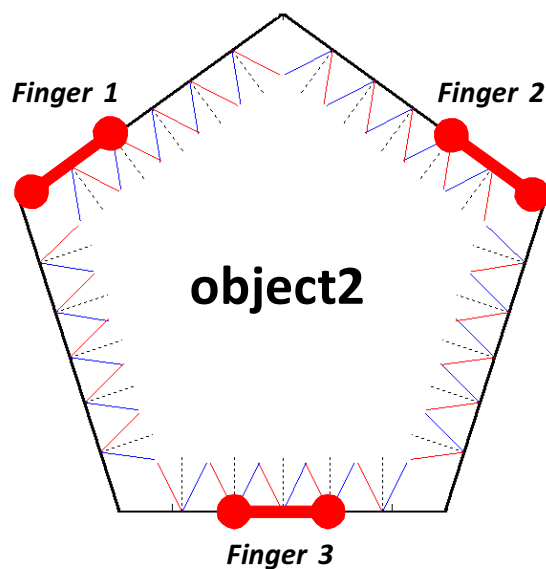


図 6.11: 対象物 2 の指先配置範囲結果 5

表 6.8: 結果 5 の指先力 [N]

		指 1 の左端点	指 1 の中点	指 1 の右端点
指 2 の左端点	指 3 の左端点	1.7303	1.6711	1.7941
	指 3 の中点	2.1454	1.7498	1.6188
	指 3 の右端点	2.9714	2.1441	1.7939
指 2 の中点	指 3 の左端点	1.6557	1.8530	2.1436
	指 3 の中点	1.8467	1.6208	1.7478
	指 3 の右端点	2.4050	1.8477	1.6712
指 2 の右端点	指 3 の左端点	1.9653	2.4069	2.9703
	指 3 の中点	1.6188	1.8507	2.1472
	指 3 の右端点	1.9675	1.6572	1.7307

### 6.3.3 結果の考察

提案手法を用いることで，最大静止摩擦係数の値が最小となる指先配置範囲を導出出来ることを示した．

対象物 1 及び対象物 2 の結果は客観的に見て，把持しやすそうな指先配置範囲であることが分かる．また，指先力を見てみると最大静止摩擦係数が小さい値になった指先配置範囲のほうが小さい力で把持できることが確認できる．このことから，対象物を把持する時の必要指先力は何らかの関連性はあることは分かる．しかし，今回は必要指先力は最大静止摩擦係数と比例関係の傾向であることしか分からず，数学的に証明されたわけではない．また，対象物形状によって変化することも確認できているため，他の対象物ではこの関係が成り立たない可能性もある．

対象物 2 の指先力の結果において，左右対称の指先配置にも関わらず指先力の値が小数点第 3 位のオーダーで差異がみられる点がある．これは，nonmarginal 平衡把持の条件式を最小化問題として解いているが，最小化問題を解く際の初期点や計算誤差が存在するために発生するものだと考えられる．

## 第7章 結言

本研究では従来手法の、対象物把持の為の不等式条件を最適化問題で表現し、対象物上の「nonmarginal 平衡把持」と「指先力の拘束条件」を満足する指先配置範囲決定法に「最大静止摩擦係数の最小化」を導入し、摩擦係数の変動にロバストな指先配置範囲決定法を提案した。まず、nonmarginal 平衡把持を達成するための条件式を導出した。これにより、指先力の拘束条件を規定できるようになり、対象物に対し過剰または過小な指先力が加わるのを防いだ。次に、指先位置を変数にした最小化問題を構築することで指先配置範囲を導出出来ることを示した。そして、指先配置範囲を固定し範囲の端点で最大静止摩擦係数を最小になるように繰り返し計算をさせることで、摩擦係数の変動に対処可能なアルゴリズムを提案した。最後に、シミュレーションにより与えられた対象物に対して提案したアルゴリズムを適用した。シミュレーション結果より、最大静止摩擦係数が最小となる指先配置範囲を導出出来ることを確認し、その時の指先力が小さく把持しやすい範囲であることも確認した。

しかし、本手法は最大静止摩擦係数と指先力の関係を数学的に証明していないので、証明を行う必要性がある。また、ハンドの機械的構造を考慮していない。そのため、導出された範囲ではハンドが把持する際に無理な姿勢となってしまう可能性がある。これを解決するために、リンク長などのロボットパラメータからハンドのモデルを構築し、その情報をアルゴリズムに付加することが考えられる。これにより、機械的構造を考慮した指先配置範囲決定が行える。さらに、範囲導出を行う前に無理な姿勢となる指先配置を排除することが出来るならば、範囲導出の時間を短縮できる可能性がある。

# 論文目録

[1] 鈴木克哉，駒田諭，平井淳之：「三本指ロボットハンドにおける簡易な Force-Closure 判定法を用いた指先配置決定の高速化」，平成 22 年 三重地区計測制御研究講演会講演論文集，B-05(2010.12)

[2] 鈴木克哉，駒田諭，平井淳之：「多角形対象物に対する最大静止摩擦係数最小化を目的とした指先配置範囲決定」，電気学会研究会資料 産業計測制御研究会 (2011.3)

## 参考文献

- [1] 吉川恒夫 :「基礎と操りの基礎論 1. 受動高速と能動高速」, 日本ロボット学会誌 Vol.13 No.7, pp.950-957, 1995.
- [2] 吉川恒夫 :「基礎と操りの基礎論 2. 指先力」, 日本ロボット学会誌 Vol.14 No.1, pp.48-54, 1996.
- [3] Li Han, Jeff C. Trinkle, Zexiang X. Li: "Grasp Analysis as Linear Matrix Inequality Problems," IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS AND AUTOMATION, VOL.16, NO.6, DECEMBER 2000, pp.663-674.
- [4] Jean Ponce, Bernard Faverjon: "On Computing Three-Finger Force-Closure Grasps of Polygonal Object," IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS AND AUTOMATION, VOL.11, NO.6, DECEMBER 1995, pp.868-881.
- [5] Ying Li, Yong Yu, Showzou Tshjio, "Analysis of Object Grasp Regions for Multifingered Hand", JOURNAL of The Robotics Society of Japan, Vol.24, No.1, pp,84-93, 2006
- [6] 三宅圭二, 駒田諭, 平井淳二 :「多指ロボットハンドのための force closure と最大最小指先力を満足する多面体上の指先配置範囲決定」, 平成 21 年 産業計測制御研究会 IIC-09-124, 2009.3
- [7] Jia-Wei Li, Hong Liu, He-Gao Cai: "On Computing Three-Finger Force-Closure Grasps on 2-D and 3-D Objects," IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS AND AUTOMATION, VOL.19, NO.1, FEBRUARY 2003, pp.155-161.

# 謝辞

本研究の遂行及び卒業論文の制作にあたり，丁寧かつ親切なご指導を賜りました，三重大学工学部電機システム研究室 平井淳之 教授に心より感謝致します．

本研究の遂行にあたり，ご指導ご教授を頂きました，同大学 駒田諭 准教授に心より感謝致します．

また，本研究の遂行にあたり，的確なご意見を頂きました，同大学 弓場井一裕 准教授に心より感謝致します．

日頃より親しくして頂き，研究環境の管理など大変お世話になりました技術職員 中村勝 氏に心より感謝致します．

研究活動において，同じ研究グループとして共に協力し貴重な経験を頂いた，三宅圭二氏，近藤啓介君，宮島啓伍君，西村健君に心より感謝致します．

今後のご活躍を心より期待しております．

研究室生活を共にした臼井伸充君，奥村文博君，杉野貴基君，山口敦由君，藤井宏樹君，水谷彰孝君，ならびに電機システム研究室の皆様により，研究室での生活を有意義に過ごせたことを心より感謝致します．

最後に，何不自由なく6年間もの長い間大学生活を送らせて頂いた両親に心より深く感謝いたします．