

修士論文

故障と攻撃の両方に強いネットワーク  
の構築について



平成 22 年度修了

三重大学大学院 工学研究科  
博士前期課程 情報工学専攻

木下勝之

# 目次

はじめに	1
<b>第1章 準備</b>	<b>2</b>
1.1 複雑ネットワーク	2
1.1.1 スモールワールド性	2
1.1.2 スケールフリー性	2
1.2 成長ネットワークモデル	3
1.3 ノードの故障	4
<b>第2章 ネットワークの構造と耐故障性</b>	<b>6</b>
2.1 ネットワーク構造の分類	6
2.2 耐故障性の評価方法	7
<b>第3章 既存のネットワークモデル</b>	<b>8</b>
3.1 ランダムモデル	8
3.2 ランダム成長モデル	8
3.3 BA モデル	9
3.4 LC モデル	10
<b>第4章 従来研究</b>	<b>12</b>
4.1 概要	12
4.2 耐故障性	13
<b>第5章 提案モデル</b>	<b>15</b>
5.1 提案モデル1	15
5.1.1 概要	15
5.1.2 アルゴリズム	17
5.1.3 耐故障性	21

5.2	提案モデル2	22
5.2.1	概要	22
5.2.2	アルゴリズム	23
<b>第6章</b>	<b>評価実験</b>	<b>27</b>
6.1	平均次数	27
6.2	次数分布	28
6.3	耐故障性	30
6.4	実験のまとめと考察	32
	おわりに	33
	謝辞	34
	参考文献	35

# はじめに

近年、ネットワークの構造を研究する分野として、複雑ネットワークに関する研究が注目されてきている [1]. 複雑ネットワークとは、「スモールワールド性」と「スケールフリー性」という二つの性質を持つ大規模ネットワークのことであり、World-Wide-Web や電力網、人間同士の交友関係等の現代の多くのネットワークに代表される [2]. このうち、スケールフリー性を持つネットワークには、ランダムに発生するノードの故障（以下、ランダム故障）が起きたとしても問題なくその連結性を保つことができるという特徴がある。しかしその一方で、ハブと呼ばれる中心的なノードへの意図的な集中攻撃（以下、意図的攻撃）を受けると、わずかな数のノードが故障するだけでネットワークの連結性が壊れてしまうという問題がある。

この問題に対する従来研究として、谷澤氏の研究 [3] [4] [5] [6] がある。このうち論文 [3] では、ランダム故障と意図的攻撃の両方に対する耐性（以下、耐故障性）の高いネットワークの構造が解析的に求められており、その結果として、ある二つの次数のみからなる次数分布（以下、TP 分布）に従うネットワークの耐故障性が最も高いと述べられている。ここで、次数とはあるノードに接続しているエッジの個数であり、次数分布とはネットワークに所属するノードが持つ次数の確率分布である。しかし、TP 分布を持つネットワークの構築手法として谷澤氏が示しているのは、TP 分布に従う次数を持つノードの集合を一挙にランダム接続するというものであり、実際にそのようなネットワークを構築する上ではあまり現実的な手法ではない。

本研究の目的は、耐故障性の高いネットワークの現実的な構築手法を確立することである。本稿では成長ネットワークモデル（1.2 節参照）の一つとして知られる BA モデルを基にして、次数の大きいノードからエッジを除去して次数の小さいノードに与えることで、TP 分布を持つネットワークを成長ネットワークモデルによって構築する手法を提案した。また、提案したネットワークモデル（以下、提案モデル）の有用性を、自作のシミュレータを用いたシミュレーション実験によって検証した。

本稿の構成は次の通りである。まず 1 章では準備として、本稿の内容を理解するために必要となる用語を簡単に説明する。次に 2 章では、ネットワークの構造によって耐故障性がどのような影響を受けるかについて説明する。続いて、3 章では代表的な既存のネットワークモデルをいくつか挙げ、それらの特徴を紹介する。4 章では従来研究である谷澤氏のネットワークモデル（以下、従来モデル）の詳細について、また 5 章では提案モデルの詳細について説明する。そして 6 章では既存のネットワークモデルと提案モデルとをシミュレーション実験によって比較・評価し、最後に、本研究のまとめと今後の課題を述べる。

## 第 1 章

# 準備

この章では、本稿の内容を理解するために必要となるいくつかの用語について簡単に説明する。

### 1.1 複雑ネットワーク

インターネット, World-Wide-Web のハイパーリンク構造, 航空網, 電力網, 人間同士の交友関係など, 現代社会には多くの大規模ネットワークが存在する。これらのネットワークは自然に生まれたものであり, 誰かが意図的に構築したわけではない。それにもかかわらず, これらのネットワークには「スモールワールド性」や「スケールフリー性」などの共通の性質があることが明らかにされている [7]。このようなネットワークを複雑ネットワークという。

以下, 複雑ネットワーク全般に共通の性質である, 「スモールワールド性」と「スケールフリー性」を紹介する。

#### 1.1.1 スモールワールド性

ノードの集合  $V$  とエッジの集合  $E$  からなるネットワーク  $G(V, E)$  がスモールワールド性を持つとは, ネットワーク内のノード数を  $N$ , ノード  $i$  とノード  $j$  ( $i, j \in V$ ) の間の最短経路が含むエッジ数を  $d(i, j)$  としたとき,

$$\frac{\sum_{i,j=1, i \neq j}^N d(i, j)}{N(N-1)} \ll N \quad (1)$$

を満たすことをいう。これは, ネットワーク内のどのノード対  $i, j$  も, 全体のノード数に対して十分に少ないノードを介して接続していることを意味する。

#### 1.1.2 スケールフリー性

ネットワーク  $G(V, E)$  がスケールフリー性を持つとは, ノード  $i$  の次数を  $k_i$  と表記するとき, ネットワーク内における次数の確率分布  $P(k)$  が

$$P(k) \propto k^{-\gamma} \quad (2)$$

を満たすことをいう。これは, ネットワーク内のノードがすべて同等ではなく, 次数の非常に大きい特別なノードがわずかながら存在することを意味する。このようなノードは「ハブ」と呼ばれる。また, 式中のべき指数  $\gamma$  は, 現代社会に存在する多くの複雑ネットワークにおいて,  $2 \leq \gamma \leq 3$  の値をとることが知られている。図 1 に, (2) 式で示されている次数分布を図示する。

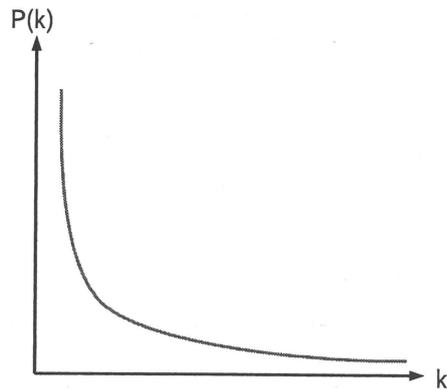


図1 スケールフリー性を持つネットワークの次数分布

## 1.2 成長ネットワークモデル

計算機上でネットワークを構築するためのアルゴリズムを、ネットワークモデルという。成長ネットワークモデルはネットワークモデルの一種であり、時間の経過によりノード数が増えていくネットワークを記述できる。成長ネットワークモデルでは、初期ノード数  $m_0$ 、初期エッジ数  $e_0$ 、単位時間毎の追加エッジ数  $m$ 、タイムステップ数  $T$  を基本的な入力としてネットワークを構築する。成長ネットワークモデルの基本的なアルゴリズムは、次の通りである。

1. 初期ノード数  $m_0$ 、初期エッジ数  $e_0$  から構成される初期ネットワークを与える。
2. 単位時間毎に、一つのノードと  $m$  個のエッジをネットワークに追加する。
3. 手順2を、タイムステップ数  $T$  回繰り返す。

また、手順2におけるネットワークの成長（ノードとエッジの追加）の様子を図2に示す。ここで、図中ではノードを丸で、エッジを線で表現している。

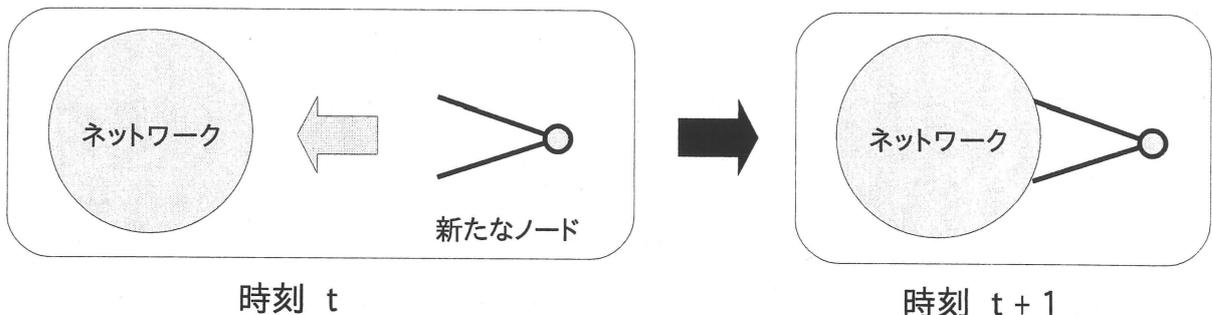


図2 ネットワークの成長の様子

アルゴリズムの手順 2 で示したように，成長ネットワークモデルでは単位時間毎に  $m$  個のエッジを追加していくため，最終的に得られるネットワークのノード数は  $m_0 + T$  個，エッジ数は  $e_0 + mT$  個となる．よって， $T$  に比べて  $m_0$  および  $e_0$  が十分に小さいと考えると，得られるネットワークの平均次数は  $2m$  となる．また，追加エッジ数  $m$  が初期ノード数  $m_0$  よりも大きいと，追加エッジの接続先が見つからなくなるので，ネットワークを構築できなくなってしまう．そのため，入力値には  $m \leq m_0$  という制約がある．

成長ネットワークモデルのアルゴリズムについて，順に説明する．まず，アルゴリズムの手順 1 では，成長前の初期ネットワークを構築する．初期ネットワークの構造については明確な定義が存在しないが，この初期ネットワークが大きすぎると手順 2 におけるネットワークの成長がネットワークモデルの構造に影響を与えにくくなるため，ノード数とエッジ数が少ない簡素なネットワークがよく用いられる．そこで本稿では，成長ネットワークにおける初期ネットワークとして，ノード数  $m_0$  の完全グラフを用いることにする．

次に，アルゴリズムの手順 2 では，図 2 に示したようにネットワークを成長させる．このとき，追加エッジの一端をネットワーク内のどのノードに接続するかによって，最終的に得られるネットワークの特性が決定する．ネットワークの成長過程において，追加エッジの一端をノード  $i$  に接続する確率は，接続確率  $\Pi(i)$  によって決定される．例えば，既存のネットワークモデルの一つである BA モデル (3.3 節参照) では，接続確率を  $\Pi(i) \propto k_i$  としている．

最後に，手順 2 をタイムステップ数  $T$  回繰り返すことでネットワークが構築される．

### 1.3 ノードの故障

あるノード  $i$  が故障するとは，そのノード  $i$  とそれに接続している  $k_i$  本のエッジが利用できない状態になることである．耐故障性の高いネットワークの構築手法を提案するに当たって，どのような種類の故障が発生し得るかを定義することが必要である．本研究では，ネットワーク内のノードが故障する原因として，「ランダム故障」と「意図的攻撃」の二種類のみを考える．

ランダム故障とは，例えば航空網において天候の悪化などにより空港が利用できなくなることや，人間同士の交友関係のネットワークにおいて人が死亡することなどの，偶発的に発生するノードの故障を意味する．偶発的な故障であるランダム故障は，ネットワーク内のどのノードも故障確率が等しいと考えることができる．よって，ノード  $i$  の故障確率  $B(i)$  は，

$$B(i) \propto 1 \quad (3)$$

となる．

次に意図的攻撃とは、例えば WWW のハイパーリンク構造においてハブノードに当たる *Google* などの検索サイトが悪質なクラッカーから集中攻撃を受けることなどの、重要なノードから順に発生する故障を意味する。「重要なノード」の定義には様々な種類があると考えられるが、本研究では「次数のより大きいノード」がより重要なノードであると定義する。そのため、意図的攻撃に対するノード  $i$  の故障確率  $B(i)$  は、

$$B(i) \propto 1 (i \in \{j | k_j = \max(k_1, k_2, \dots, k_N)\}) \quad (4)$$

となる。これは、ネットワーク内で次数の最も大きいノードの中から、ランダムに故障するノードが決定することを意味する。

## 第2章

# ネットワークの構造と耐故障性

ネットワークの耐故障性はネットワークの構造によって大きな影響を受けるが、ネットワークに含まれるノード数やエッジ数などの他の要因によっても影響を受けると考えられる。特に、ネットワークに含まれるエッジ数に関しては、ネットワーク  $G(V, E)$  内のノードの平均次数  $\langle k \rangle := \frac{\#\{i \in E\}}{N}$  が  $N-1$  のとき、すなわちネットワーク全体が完全グラフとなるときに、耐故障性が最大となることは明白である。そのため本研究では、各ネットワークモデルのノード数および平均次数を可能な限り固定し、耐故障性に影響する要因としてネットワークの構造のみに着目することとする。

以下、ネットワーク構造の分類とそれに対する耐故障性の変化、およびネットワークの耐故障性の評価方法について説明する。

### 2.1 ネットワーク構造の分類

ネットワークの構造は、大きく「ハブがある場合」と「ハブがない場合」の二つに分類できる。

ネットワーク内にハブが存在する場合の極端な例として、一般に「スター型」と呼ばれるような構造が挙げられる (図3)。このようなネットワークでは、ネットワークに所属するノード同士が少ないエッジを介して接続するため、「効率のよい」ネットワークであると言える。しかし一方で、ネットワークの中心であるハブノード (図3ではノードA) に次数が集中しているため、ハブノードがほんの数個故障するだけで、そのネットワークの連結性が壊れてしまうという問題がある。そのため、重要なノード (次数の大きいノード) から故障する意図的攻撃に対しては非常に弱い。ただし、ハブノードが存在するネットワークは、ハブノードが故障しない限り高い連結性を保つことができるため、どのノードも故障する確率が等しいランダム故障に対しては非常に強い。

また、ネットワーク内にハブが存在しない場合の極端な例として、一般に「リング型」と呼ばれるような構造が挙げられる (図4)。このようなネットワークでは、ネットワークに所属するノード同士が多くのエッジを介して接続するため、「効率の悪い」ネットワークであると言える。しかし、どのノードもほぼ等しい次数を持ち、狙われるべき重要なノードが存在しないため、ハブノードが存在する場合に比べて意図的攻撃に強い。またランダム故障に対しては、ハブノードが存在するネットワークではハブノードが故障しない限り高い連結性が保たれるのに対して、ハブノードが存在しないネットワークではどのノードも故障しても同等の影響を受ける。そのため、ハブノードが存在しないネットワークはハブノードが存在するネットワークに比べて相対的にランダム故障に弱いと考えられる。

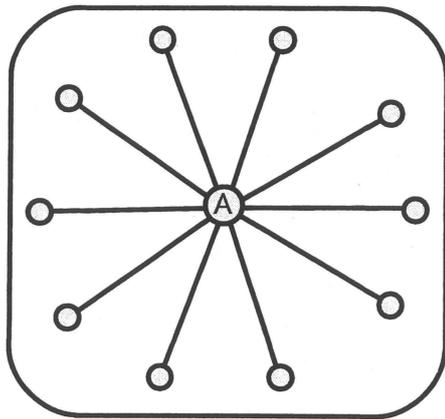


図3 ハブがある場合

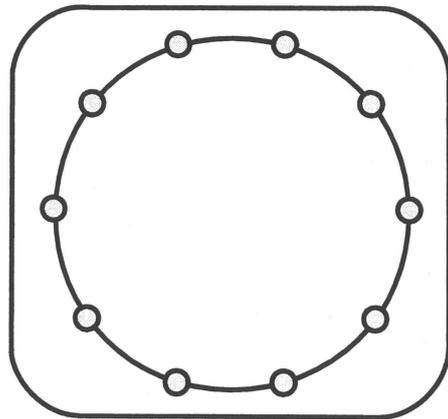


図4 ハブがない場合

## 2.2 耐故障性の評価方法

前節で述べた「ネットワークの効率の良さ」は、次の(5)式で定義されるネットワーク効率 [8] という値によって評価できる。これは、ネットワーク内のノード同士がどれくらい数のエッジを介して接続しているかを表す値であり、この値が大きいほどノード同士が少ないエッジを介して接続している、いわゆる効率のよいネットワークであることを意味する。

$$E = \frac{d(i, j)}{N(N-1)} \quad (5)$$

ここで、式中の  $N$  はネットワーク内のノード数、 $d(i, j)$  はノード  $i, j$  間の最短経路が含むエッジ数を意味する。

ネットワークの耐故障性は、ランダム故障または意図的攻撃によっていくつかのノードが故障した後のネットワーク効率を(5)式によって計算することによって評価する。これにより、そのネットワークがランダム故障および意図的攻撃にどの程度強いかを評価できる。

## 第3章

# 既存のネットワークモデル

1998年にD.J.WattsとS.H.Strogatsが「スモールワールド性」と「スケールフリー性」の二つの性質を公表して以来[7], 実在のネットワークをモデル化してその特性を明らかにしようとする動きが広まった。それに伴い, 実在のネットワークに近いネットワークモデルや耐故障性の高いネットワークモデルなど, 様々なネットワークモデルが提案されてきている。この章ではその中でも, 耐故障性の観点から重要であると考えられる, いくつかの代表的な既存のネットワークモデルを紹介する。

### 3.1 ランダムモデル

ランダムモデル[9]とは, その名の通りノード間をエッジで繋ぐかどうかをランダムに選択することによりネットワークを構築するネットワークモデルである。ランダムモデルのネットワーク構築アルゴリズムを次に示す。

1. 総ノード数  $N$  と平均次数  $\langle k \rangle$  を与える。
2.  $N$  と  $\langle k \rangle$  から接続確率  $p$  を計算する。 ( $p = \langle k \rangle / (N - 1)$ )
3. 全てのノードの組み合わせに対して, 確率  $p$  でそれらのノード間をエッジで繋ぐ。

ランダムモデルで得られるネットワークでは, 次数分布  $P(k)$  は平均次数  $\langle k \rangle$  を中心とした正規分布になる。そのため, ネットワーク内に極端に次数の大きいノードは形成されず, ハブノードの存在しないネットワークが構築される。これは, 2.1節で述べたように, 得られるネットワークがランダム故障に弱くかつ意図的攻撃に強いことを意味する。しかし, 接続確率  $p$  によって接続するかどうかが決定的なため, すべてのノードが連結であるとは限らない。

### 3.2 ランダム成長モデル

ランダム成長モデルは成長ネットワークモデルの一種であるため, 1.2節で述べたように, 初期ネットワークに単位時間毎に一つのノードと  $m$  個のエッジを追加していくことでネットワークが構築される。ただしこのとき, ランダム成長モデルでは追加エッジの接続確率を  $\Pi(i) \propto 1$  とする。これは, 追加エッジの接続先を一様ランダムに選択することを意味する。ランダム成長モデルのネットワーク構築アルゴリズムを次に示す。

1. 初期ネットワーク（ノード数  $m_0$  の完全グラフ），追加エッジ数  $m$ ，タイムステップ数  $T$  を与える．
2. 次のネットワーク成長処理を  $T$  回繰り返す．
  - 2-1. 一つのノードと  $m$  個のエッジをネットワークに追加する．
  - 2-2. ネットワークの中からランダムに  $m$  個のノードを選択する．
  - 2-3. 手順 2-1 における  $m$  個の各追加エッジの一端を追加ノード，もう一端をそれぞれ手順 2-2 で選択された  $m$  個のノードとする．

ランダム成長モデルでは，先にネットワークに参加したノードの方が後にネットワークに参加したノードよりも追加エッジの接続先として判定される回数が多い．そのため，タイムステップ  $T$  回の成長後に得られるネットワークでは，ネットワーク内の各ノードの次数は同程度でなく，偏りがある．ランダム成長モデルによって得られるネットワークの次数分布  $P(k)$  は，

$$P(k) \propto e^{-k/m} \quad (6)$$

となることが知られている．

ランダム成長モデルでは，得られるネットワークの次数分布に偏りがあるため，次数のある程度大きいノードがネットワーク内に存在することになる．これは，ネットワーク内に中程度のハブが存在することを意味するため，2.1 節で述べたように，得られるネットワークはランダム故障に強くかつ意図的攻撃に弱い．

### 3.3 BA モデル

BA モデル [10] もランダム成長モデルと同じく成長ネットワークモデルの一種である．そのため，初期ネットワークに単位時間毎に一つのノードと  $m$  個のエッジを追加していくことでネットワークが構築される．BA モデルでは，追加エッジの接続確率を  $\Pi(i) \propto k_i$  とする．これは，追加エッジを次数の大きいノードに優先的に接続することを意味する．BA モデルのネットワーク構築アルゴリズムを次に示す．

1. 初期ネットワーク（ノード数  $m_0$  の完全グラフ），追加エッジ数  $m$ ，タイムステップ数  $T$  を与える．
2. 次のネットワーク成長処理を  $T$  回繰り返す．
  - 2-1. 一つのノードと  $m$  個のエッジをネットワークに追加する．
  - 2-2. ネットワークの中から次数優先で  $m$  個のノードを選択する．
  - 2-3. 手順 2-1 における  $m$  個の各追加エッジの一端を追加ノード，もう一端をそれぞれ手順 2-2 で選択された  $m$  個のノードとする．

BA モデルでは、次数の大きいノードに優先的に追加エッジを接続する。そのため、次数の大きいノードはさらにエッジが接続されて次数が大きくなり、タイムステップ  $T$  回の成長後には次数の極端に大きいノードがいくつか存在することになる。これは非常に強力なハブノードがネットワーク内に存在することを意味し、得られるネットワークは複雑ネットワークとなる。すなわち、次数分布  $P(k)$  はべき分布に従い (2) 式のようなになる。よって、得られるネットワークはランダム故障に非常に強く、意図的攻撃には極端に弱い。

### 3.4 LC モデル

LC モデル [11] とは、ランダム成長モデルと BA モデルの中間を求めることで、耐故障性の高いネットワークを構築するために提案されたモデルであり、成長ネットワークの一種である。LC モデルでは、成長ネットワークモデルに "local-world" という概念を導入する。local-world とは、追加ノードが知っているノードの集合であり、ネットワーク内からランダムに選択される。そしてネットワークの成長過程においては、追加エッジの接続先が local-world に属するノードの中から選択される。LC モデルでは、成長ネットワークモデルの基本的な入力に加え、この local-world の大きさ  $M$  も入力として用いる。このとき、local-world の大きさ  $M$  には、追加エッジ数  $m$  以上でなければならないという制約がある ( $M \geq m$ )。また、接続確率は BA モデルと同様に  $\Pi(i) \propto k_i$  である。LC モデルのネットワーク構築アルゴリズムを次に示す。

1. 初期ネットワーク (ノード数  $m_0$  の完全グラフ)、local-world の大きさ  $M$ 、追加エッジ数  $m$ 、タイムステップ数  $T$  を与える。
2. 次のネットワーク成長処理を  $T$  回繰り返す。
  - 2-1. 一つのノードと  $m$  個のエッジをネットワークに追加する。
  - 2-2. ネットワークの中からランダムに  $M$  個のノードを選択し、追加ノードの local-world とする。
  - 2-3. local-world の中から次数優先で  $m$  個のノードを選択する。
  - 2-4. 手順 2-1 における  $m$  個の各追加エッジの一端を追加ノード、もう一端をそれぞれ手順 2-3 で選択された  $m$  個のノードとする。

LC モデルでは、local-world の大きさ  $M$  の値によってタイムステップ  $T$  回の成長後に得られるネットワークの特性が異なる。

$M \geq N$  のとき、local-world の大きさ  $M$  は常にネットワーク内のノード数よりも大きいので、追加ノードはネットワーク内のすべてのノードを知っていることになる。これは、BA モデルと同様にネットワーク全体から接続先ノードを次数優先で選択していることを意味する。すなわち、この場合の成長後のネットワークは、次数分布がべき分布となる複雑ネットワークである。

$M = m$  のとき, 手順 2-2 でランダムに選択された  $M$  個のノードは, 手順 2-3 ですべて追加エッジの接続先として選択されることになる. これは, ランダム成長モデルと同様にネットワーク全体から接続先ノードをランダムに選択していることを意味する. すなわち, この場合の成長後のネットワークは, 次数分布が指数分布となる.

3.2 節で述べたように, BA モデルはランダム故障に非常に強くかつ意図的攻撃に極端に弱い. また 3.3 節で述べたように, ランダム成長モデルはランダム故障に強くかつ意図的攻撃に弱い, BA モデルと比較すれば相対的にランダム故障に弱くかつ意図的攻撃に強い. そのため, local-world の大きさを  $m < M < N$  ととるとき,  $M$  の値を調整することでランダム故障と意図的攻撃の両方に強いネットワークが構築できる. このとき得られるネットワークの次数分布はべき分布と指数分布の間となる.

また, 実際にネットワークを構築する上でも, 追加ノードはネットワーク内のすべてのノードの情報を知っているとは考えられない. そのため, local-world の概念を導入している LC モデルは実際にネットワークを構築する上で現実的な構築手法であると考えられる.

## 第 4 章

# 従来研究

2.1 節で述べたように、ネットワーク内にハブが存在するとランダム故障に強くかつ意図的攻撃に弱くなり、またハブが存在しないとランダム故障に弱く意図的攻撃に強くなる。そのため、ランダム故障と意図的攻撃の両方に強いネットワークを構築するためには、ハブが存在するネットワークとハブが存在しないネットワークとをうまく組み合わせる必要がある。これに対して、従来モデル [6] では次数分布を二極化することでランダム故障と意図的攻撃の両方に強いネットワークを構築している。

### 4.1 概要

従来モデルでは、総ノード数  $N$  と平均次数  $\langle k \rangle$  を入力として、図 5 に示すような完全に二極化した次数分布 (TP 分布) を持つネットワークをランダム接続によって構築する。

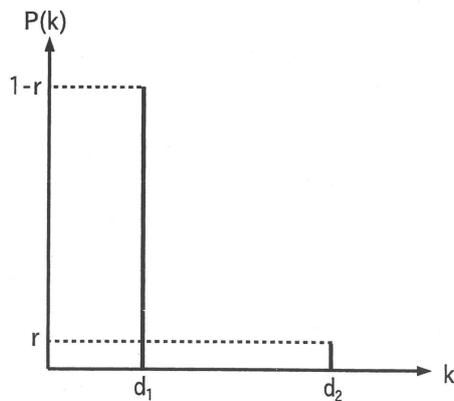


図 5 TP 分布

ここで、図中の値はそれぞれ次の通りである。

- ハブの割合 :  $r = \left( \frac{A^2}{\langle k \rangle} \right)^{\frac{3}{4}} N^{\frac{1}{4}}$
- 定数 :  $A = \frac{2\langle k \rangle^2 (\langle k \rangle - 1)^2}{2\langle k \rangle - 1}$
- ハブでないノードの次数 :  $d_1 = \langle k \rangle$
- ハブノードの次数 :  $d_2 = \sqrt{\langle k \rangle N}$

TP 分布において、ハブの割合  $r$  は全体のノード数に対して非常に小さい値になる。例えば、平均次数  $\langle k \rangle = 4$  のとき、ハブの割合は  $r \approx 2.3 \times 10^{-3}$  である。そのため、TP 分布に従う従来モデルのネットワークは、一様に中程度の次数を持つ多数のノードからなる「ハブの存在しないネットワーク」の中に、ショートカットのような役割で非常に大きい次数を持つごく少数のハブノードが存在する構造となる。また、厳密には異なるにもかかわらず、小さいほうの次数  $d_1$  が平均次数  $\langle k \rangle$  と等しいとしているのは、ハブの割合  $r$  が非常に小さい値であるため、ハブノードを含めた平均次数  $\langle k \rangle$  が近似的に

$$\langle k \rangle = d_1 \cdot (1 - r) + d_2 \cdot r = d_1 + r \cdot (d_2 - d_1) \approx d_1 \quad (7)$$

となるからである。そのため、従来モデルでは実際の平均次数は与えた平均次数  $\langle k \rangle$  よりも少し大きくなる。また、従来モデルのネットワーク構築アルゴリズムは次の通りである。

1. ノード数  $N$  と平均次数  $\langle k \rangle$  を与える。
2.  $N$  と  $\langle k \rangle$  から、ハブの割合  $r$  と次数  $d_1, d_2$  を求める。
3.  $r, d_1, d_2$  に従って各ノードに次数を割り当て、それらのノードをランダムに選択する。

## 4.2 耐故障性

TP 分布を持つネットワークではハブノードはごく少数であるため、故障確率がどのノードも等しいランダム故障に対しては、中程度の次数のノードが高確率で故障することになる。そのため、故障後もハブノードが残りやすく、このハブノードによってネットワークの効率の良さが維持される。このときの次数分布の変化を図 6 に示す。

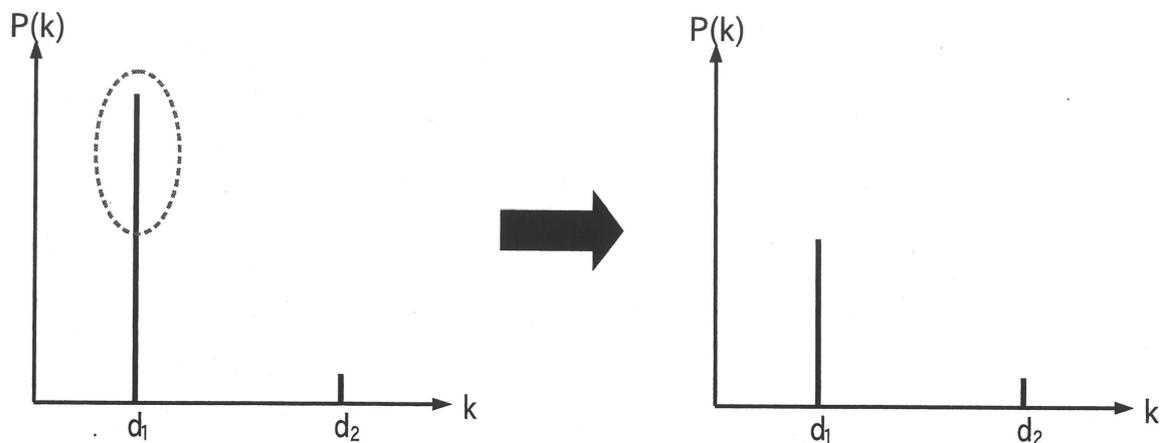


図 6 ランダム故障による TP 分布の変化

また、次数の大きいノードから順に故障する意図的攻撃に対しては、まず少数のハブノードが全て故障し、その後で中程度の次数のノードが故障する。ハブノードはすぐに全て故障してしまうが、複雑ネットワークとは異なり残ったノードも一様に中程度の次数を持つため、故障後もある程度のネットワークの効率の良さが保たれる。このときの次数分布の変化を図7に示す。

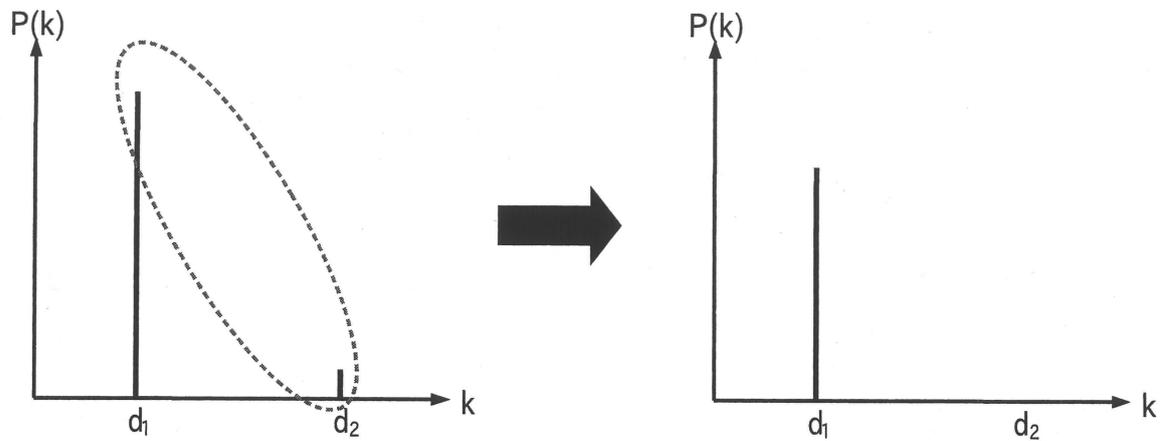


図7 意図的攻撃によるTP分布の変化

## 第 5 章

# 提案モデル

従来モデルのネットワーク構築アルゴリズムでは、最初に与えられた総ノード数  $N$  と平均次数 ( $k$ ) から次数分布が決定し、その次数分布に従ってノードの集合を接続する。そのため、一度構築したネットワークの大きさを変更しようとするとき、新たな総ノード数  $N$  を用いて次数分布を再計算してからすべてのノードを接続しなおす必要がある。よって、従来モデルのネットワーク構築アルゴリズムは実際にネットワークを構築する上ではあまり現実的な手法ではないと考えられる。この問題に対して、1.2 節で示した成長ネットワークモデルを用いて TP 分布を持つネットワークを構築することで、耐故障性の高いネットワークの現実的な構築手法を提案した。異なる観点から二つの新モデルを提案したため、以下、それらの提案モデルの詳細について述べる。

### 5.1 提案モデル 1

提案モデル 1 [12] では、「ネットワーク内のノードの次数に上限を設ける」ことで成長ネットワークモデルによって得られるネットワークの次数分布を TP 分布に近づける。

#### 5.1.1 概要

3.3 節で述べたように、成長ネットワークモデルによって構築されるネットワークの次数分布  $P(k)$  は、追加エッジを次数の大きいノードに優先的に接続する場合  $P(k) \propto k^{-\gamma}$  となる。この次数分布を図で表すと、図 1 のような形になる。そこで、ネットワーク内のノードの次数に上限  $k_{max}$  を設けることで、図 8 のように次数分布を二極化できると考えた。

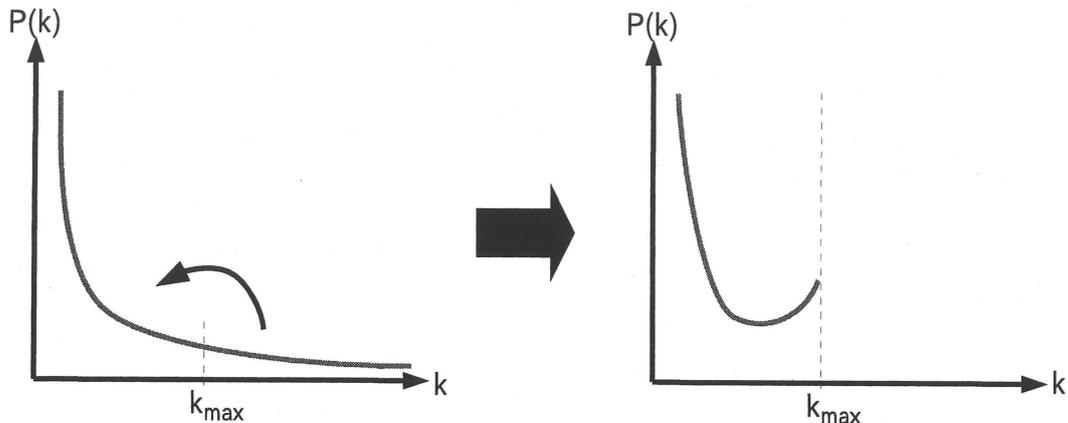


図 8 提案モデル 1 における次数分布の変化の予想

提案モデル1では、ネットワークの成長過程においてノードとエッジが追加される際に、もし追加エッジの接続先として次数が  $k_{max} - 1$  のノード  $i$  が選択されたならば、成長後に次数が  $k_{max}$  になったノード  $i$  を非活性状態にする。ここで非活性状態とは、これ以上エッジを接続できない状態を意味する。これにより、タイムステップ  $T$  回の成長後に得られるネットワーク内には、次数が  $k_{max}$  より大きいノードは存在しないことになる。ただし、 $k_{max}$  には成長ネットワークモデルの平均次数  $2m$  以上でなければならないという制約がある ( $k_{max} \geq 2m$ )。

また、提案モデル1では一回の成長過程で非活性化するノードを一つまでとし、非活性化したノード  $i$  の接続確率  $\Pi(i)$  を追加ノード  $j$  が継承する ( $\Pi(j) \leftarrow \Pi(j) + \Pi(i)$ ,  $\Pi(i) \leftarrow 0$ )。これにより、本来の成長ネットワークモデルではハブノードとなるはずだったノード  $i$  に接続されるはずの追加エッジが、接続確率を継承したノード  $j$  に接続されることになり、タイムステップ  $T$  回の成長後には「一つのハブノードの役割を複数のノードが担う複雑ネットワーク」が構築されると考えられる。そのため、「次数の大きいノードに優先的に接続する」という条件を残したまま、次数に上限を設けることができると考えられる。

接続確率の継承を記述するために、提案モデル1では優先度  $k'$  を用いて接続確率を  $\Pi(i) \propto k'_i$  とする。ここで、優先度  $k'$  は初期値を  $k'_i = k_i$  とする値であり、成長過程で上記のような接続確率の継承が発生したとき更新される ( $k'_j \leftarrow k'_j + k'_i$ ,  $k'_i \leftarrow 0$ )。

### 5.1.2 アルゴリズム

提案モデル1のネットワーク構築アルゴリズムを、簡単な例を用いて紹介する。

1. 初期ネットワーク (ノード数  $m_0$  の完全グラフ), 次数の最大値  $k_{max}$ , 追加エッジ数  $m$ , タイムステップ数  $T$  を与える。

提案モデル1は成長ネットワークモデルであるため、最初に初期ネットワークを与える。1.2節で述べたように、本稿では初期ネットワークとしてノード数  $m_0$  の完全グラフを用いる。しかし、完全グラフではネットワーク内の各ノードの次数に差がないため、説明のためにここでは例として図9に示すネットワークを初期ネットワークとする。また、次数の最大値  $k_{max} = 9$ , 追加エッジ数  $m = 2$  とし、タイムステップ数は省略する。

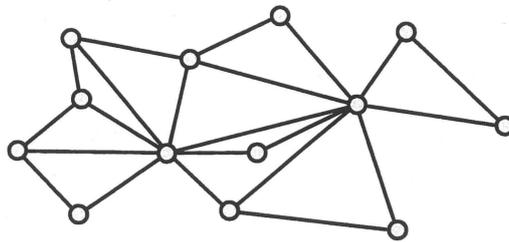


図9 初期ネットワーク (提案モデル1)

2. 初期ネットワーク内の各ノードの優先度  $k_i^0$  の初期値として各ノードの次数を設定する。

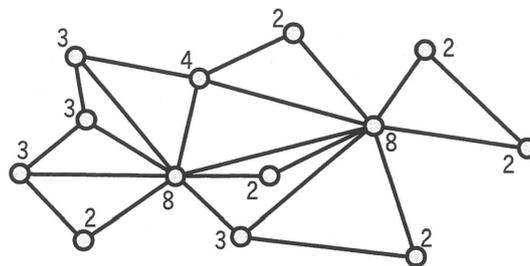


図10 各ノードの優先度の初期値 (提案モデル1)

3. 次のネットワーク成長処理を  $T$  回繰り返す.

3-1. 一つのノードと  $m$  個のエッジをネットワークに追加する.

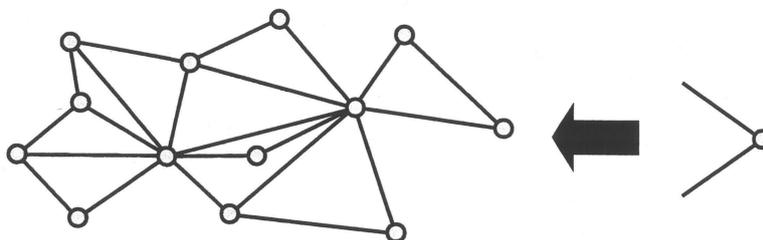


図 11 ノードとエッジを追加する (提案モデル 1)

3-2. 接続確率 (優先度) に従い, ネットワークの中から  $m$  個のノードを選択する.

接続確率は  $\Pi(i) \propto k^c$  であるため, 優先度の大きいノードが優先的に選択される. 例における優先度は図 10 に示す通りであるため, 例えば図 12 ではノード  $A, B$  が選択される.

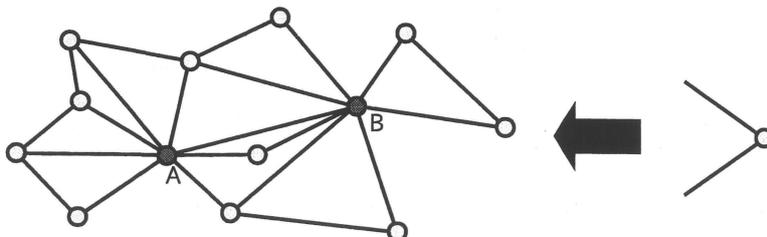


図 12  $m$  個のノードを選択する (提案モデル 1)

I. 選択したノードの中に次数が  $k_{max} - 1$  のノードがあるならば

3-3. 手順 3-2 で選択したノードの中に次数が  $k_{max} - 1$  のノードが複数あるならば, その中からランダムに一つのノードを選択する.

提案モデル 1 では, 成長によって次数が  $k_{max}$  となるノードを一つまでと制限しているため, 次数を  $k_{max}$  にして非活性化するノードを一つに絞る必要がある. 例では  $k_{max} = 9$  であり, ノード  $A, B$  ともに次数が 8 なので, 例としてノード  $B$  が選択されたとする.

- 3-4. 手順 3-1 における  $m$  個の追加エッジのうちの一つの一端を追加ノード, もう一端を手順 3-3 で選択したノード (ノード  $B$ ) とする.

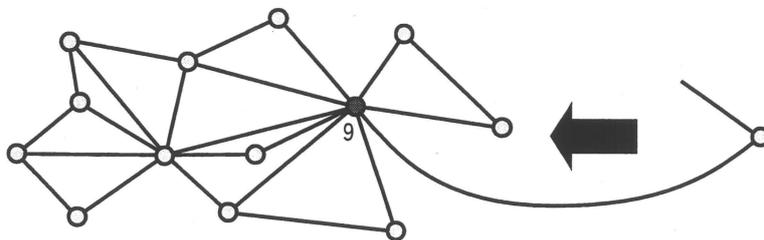


図 13 追加エッジのうち一つをネットワークに接続する (提案モデル 1)

- 3-5. 3-3 で選択したノード (ノード  $B$ ) を非活性 (それ以上ノードを接続できない) 状態にする.

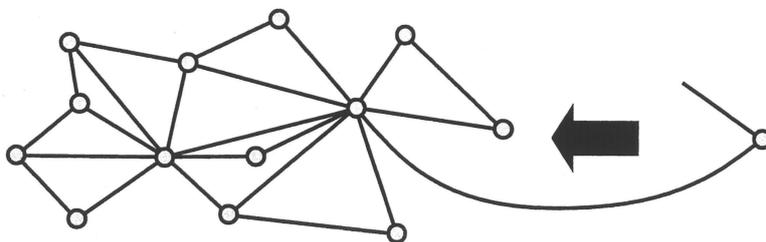


図 14 次数が  $k_{max}$  になったノードを非活性状態にする (提案モデル 1)

- 3-6. 接続確率 (優先度) に従い, ネットワーク内の「次数が  $k_{max} - 1$  未満のノード」の中から  $m - 1$  個のノードを選択する.

提案モデル 1 では成長によって次数が  $k_{max}$  となるノードを一つまでと制限しているため, 残りの  $m - 1$  個の追加エッジの接続先を「次数が  $k_{max} - 1$  未満のノード」の中から再度選択する. 例ではノード  $C$  が選択されたとする.

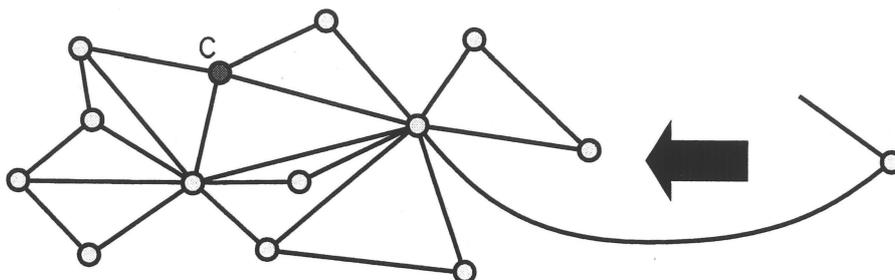


図 15  $m - 1$  個のノードを選択する (提案モデル 1)

- 3-7. 手順 3-1 における  $m$  個の追加エッジのうち, 手順 3-3 で選択したノード (ノード  $B$ ) に接続していない  $m-1$  個の追加エッジの一端を追加ノード, もう一端をそれぞれ手順 3-6 で選択したノード (ノード  $C$ ) とする.

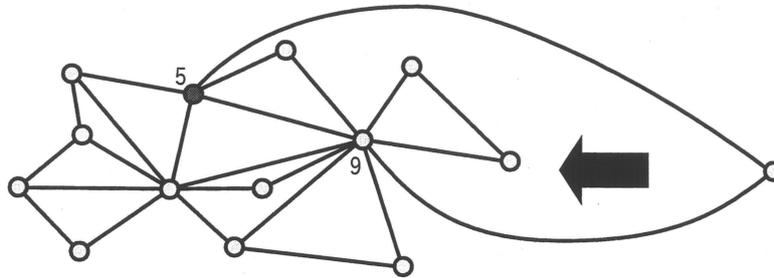


図 16 残りの追加エッジを接続する (提案モデル 1)

- 3-8. 手順 3-3 で選択したノードを  $i$ , 追加ノードを  $j$  としたとき,  $k'_j \leftarrow k'_j + k'_i$ ,  $k'_i \leftarrow 0$  で優先度を更新する.

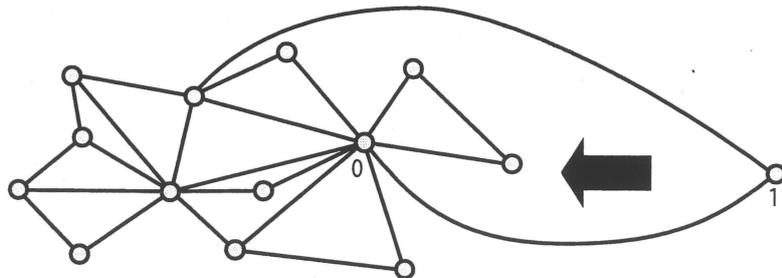


図 17 優先度を更新する (提案モデル 1)

## II. 選択したノードの中に次数が $k_{max} - 1$ のノードがないならば

3-3. 手順 3-1 における  $m$  個の各追加エッジの一端を追加ノード, もう一端をそれぞれ手順 3-2 で選択された  $m$  個のノードとする.

例では図 12 で示すように, 選択したノードの中に次数が  $k_{max} - 1$  のノードが存在する. そこで別の例として, 手順 3-2 で選択されたノードが図 18 のノード  $A, B$  であるとする, 提案モデル 1 では図 19 のように追加エッジが接続される.

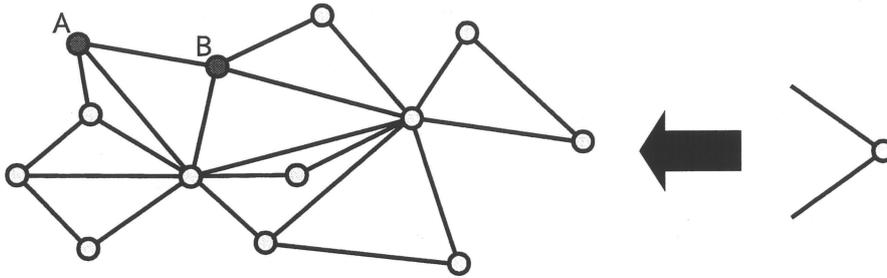


図 18  $m$  個のノードを選択する (提案モデル 1)

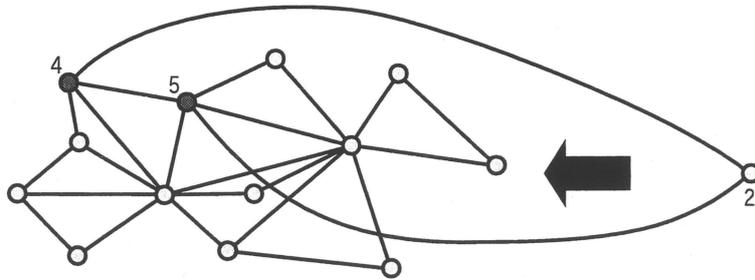


図 19 追加エッジを接続する (提案モデル 1)

### 5.1.3 耐故障性

提案モデル 1 の耐故障性の詳細については次章で詳しく述べるが, 先に結論を述べると, 提案モデル 1 の耐故障性は従来モデルと比べて非常に低い. これは, 上記アルゴリズムに起因して, 次の二つの点で提案モデル 1 によって得られるネットワークの次数分布が TP 分布と異なるからであると考えられる.

1. 次数の最大値  $k_{max}$  を小さくしなければ次数分布を二極化できないため, ハブノードの次数が TP 分布と比べて非常に小さい.
2. 大部分のノードが非常に小さな次数となる成長ネットワークモデルを改良しているにもかかわらず, 次数が小さい方のノードには手を加えていないため, 小さい方の次数が中程度にならない.

## 5.2 提案モデル 2

提案モデル 2 では、「次数の大きいノードからエッジを除去し、次数の小さいノードに与える」ことで成長ネットワークモデルによって得られるネットワークの次数分布を TP 分布に近づける。

### 5.2.1 概要

前節で説明した提案モデル 1 では、次数分布を TP 分布にあまり近づけられなかった。そこで提案モデル 2 では、成長ネットワークモデルにおいて次の三つの点を変更することにより、次数分布を TP 分布に近づける。

1. TP 分布には大量の「中程度の次数を持つノード」が存在するため、単位時間毎に次数の大きいノードからエッジをランダムに  $m$  個除去し、追加エッジ数を  $2m$  個に変更する。また、追加エッジの接続確率  $\Pi(i)$  を、次数の小さいノードに優先的に接続するように変更する ( $\Pi(i) \propto 1/k_i$ )。

成長ネットワークでは先にネットワークに参加したノードの方が後にネットワークに参加したノードよりも追加エッジの接続先として判定される回数が多いため、タイムステップ  $T$  回の成長後に得られるネットワークではノードの次数に偏りが生じる。そこで提案モデル 2 では、先にネットワークに参加した次数の高いノードからエッジを除去して後にネットワークに参加する次数の小さいノードに与えることにより、一様に中程度の次数を持つネットワークを構築する。

2. TP 分布にはごく小数のハブが存在するため、初期ネットワーク内からランダムに選択した一つのノードと、 $\lceil (n/m)^4 \rceil$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) 回目の追加ノードをハブノードとする。ハブノード同士は常に完全グラフを形成するものとし、またエッジを除去される対象にはならない。

従来モデルと提案モデル 2 のハブ数を一致させるために、ランダムに選択した一つの初期ノードと  $\lceil (n/m)^4 \rceil$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) 回目の追加ノードをハブノードとする。また、それらのハブノードの次数を大きくするためにハブノード同士を密に接続し、さらにハブノードからはエッジの除去を行わない。

3. 追加ノードがネットワーク内のすべてのノードの情報を知っているとは考えにくいので、提案モデル 2 を現実的なネットワーク構築手法とするために、3.4 節で紹介した local-world (追加ノードが知っているノードの集合) を導入する。そのため、成長ネットワークモデルの基本的な入力の他に local-world の大きさ  $M$  も入力となる ( $M \geq 2m$ )。

### 5.2.2 アルゴリズム

提案モデル2のネットワーク構築アルゴリズムを、簡単な例を用いて説明する。

1. 初期ネットワーク（ノード数  $m_0$  の完全グラフ）、local-world の大きさ  $M$ ，追加エッジ数  $m$ ，タイムステップ数  $T$  を与える。

提案モデル2も提案モデル1と同様に成長ネットワークモデルであるため、最初に初期ネットワークを与える。例では、提案モデル1の例で用いた初期ネットワーク（図9）と同様のものを用いる。また、local-world の大きさ  $M = 5$ ，追加エッジ数  $m = 2$  とし、タイムステップ数は省略する。

2. 初期ネットワークの中からランダムに一つのノードを選択し、ハブノードとする。

選択されるハブノードは次数に関係なくランダムに選択されるため、例では図20に示すノードAが選択されたとする。

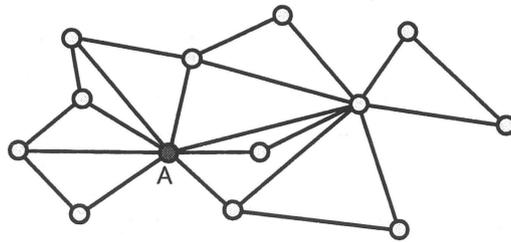


図20 ハブノードを選択した初期ネットワーク（提案モデル2）

3. 次のネットワーク成長処理を  $T$  回繰り返す。

- 3-1. 一つのノードと  $2m$  個のエッジをネットワークに追加する。このとき、成長処理が  $\lceil (n/m)^4 \rceil$  回目であれば追加ノードをハブノードとする。

例では  $m = 2$  なので、 $n = 1$  のときの値は  $\lceil (1/2)^4 \rceil = 1$  である。そのため、一回目の成長における追加ノードはハブノードとなる。

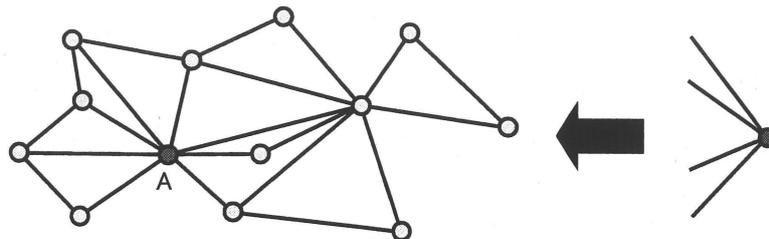


図21 ノードとエッジを追加する（提案モデル2）

3-2. ランダムに  $M$  個のノードを選択し、追加ノードの local-world とする.

例では local-world の大きさを  $M = 5$  としているため、追加ノードの local-world を図 22 のノード  $B, C, D, E, F$  とする.

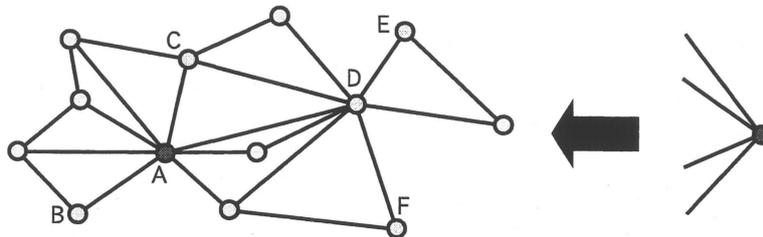


図 22 local-world を選択する (提案モデル 2)

3-3. local-world の中で最も次数の大きいノードに接続しているエッジの中から、ランダムに一つのエッジを除去する. これを  $m$  回繰り返す.

図 22 のネットワークにおける local-world の中で最も次数が大きいノードは、ノード  $C$  である. 例では  $m = 2$  としているため、ノード  $C$  に接続しているエッジの中からランダムに二本除去する. 除去するのは図 23 に破線で示したエッジであるとする.

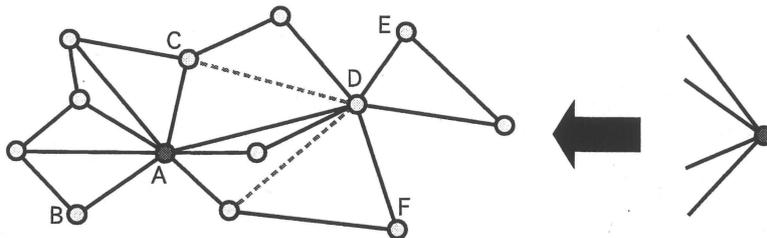


図 23 エッジを  $m$  本除去する (提案モデル 2)

3-4. ネットワーク内のハブノードの中から、ランダムに一つのノードを選択する.

図 23 の例ではネットワーク内にハブノードが一つしかないので (ノード  $A$ ), ハブノードであるノード  $A$  が選択される.

3-5. 手順 3-1 における  $2m$  個の追加エッジのうちの一つの一端を追加ノード，もう一端を手順 3-4 で選択されたハブノードとする。

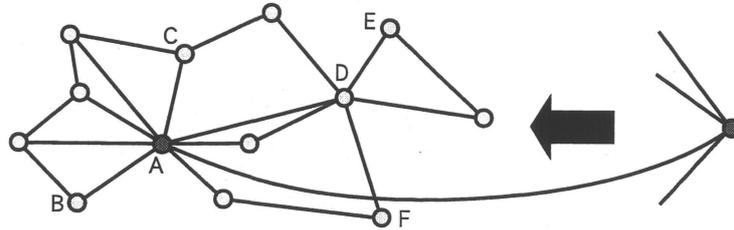


図 24 追加エッジのうち一つをハブノードに接続する (提案モデル 2)

3-6. local-world の中から次数の小さいノード優先で  $2m - 1$  個のノードを選択する。

図 24 のネットワークでは追加ノードの local-world はノード  $B, C, D, E, F$  であった。この中から次数の小さいノード優先で  $2m - 1$  個選択されるので，例えばノード  $B, E, F$  が選択されたとする。

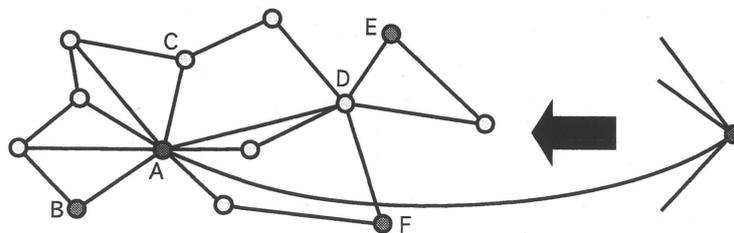


図 25  $m - 1$  個のノードを選択する (提案モデル 2)

3-7. 手順 3-1 における  $2m$  個の追加エッジのうち，手順 3-4 で選択したノードに接続していない  $2m - 1$  個の各追加エッジの一端を追加ノード，もう一端をそれぞれ手順 3-6 で選択されたハブノードとする。

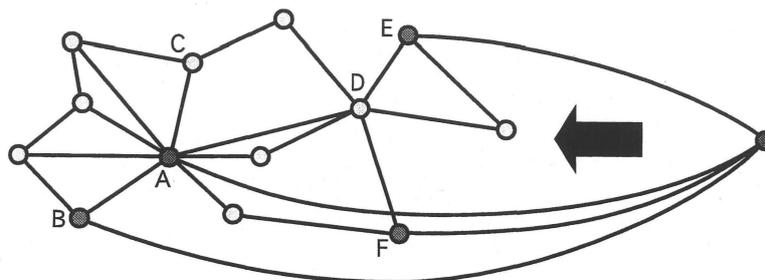


図 26 残りの追加エッジを接続する (提案モデル 2)

3-8. もし追加ノードがハブノードならば，さらに新たなエッジを追加し，追加ノードをネットワーク内のすべてのハブノードと接続する。

手順 3-1 でも述べたように，例における追加ノードはハブノードである．しかし，手順 3-6 ですでにネットワーク内で唯一のハブノードであるノード  $A$  と接続しているため，ここでの処理はない。

## 第 6 章

# 評価実験

提案モデルの有用性を確認するために、これまでに紹介してきた既存のネットワークモデルと提案モデルとの比較実験を行った。ただし、紹介した既存のネットワークモデルの一つである LC モデルは、どの実験結果もランダム成長モデルと BA モデルとの中間の値となるため、実験は省略する。また、シミュレーション実験には C 言語による自作のシミュレータを用いた。

### 6.1 平均次数

2 章の冒頭でも述べたように、平均次数を大きくするとそのネットワークの耐故障性が高くなるのは当たり前なので、耐故障性を比較する際にはモデル間でできる限り同じ値を用いる必要がある。しかし、ネットワーク構築アルゴリズムの特性上、いくつかのモデルでは実際の平均次数が入力として与えた値と異なることがある。そこで、表 1 に示す条件でネットワーク構築を 10 回行い、各モデルの平均次数の平均値を求めた (表 2)。表 1 の条件は、どのモデルも平均次数が 4 に近づくように設定している。

表 1 各モデルの条件

ランダムモデル	総ノード数 $N$	10,000
谷澤氏の従来モデル	平均次数 $\langle k \rangle$	4
ランダム成長モデル	初期ノード数 $m_0$	4
BA モデル	追加エッジ数 $m$	2
提案モデル	タイムステップ数 $T$	9,996
提案モデル 1	次数の最大値 $k_{max}$	7
提案モデル 2	local-world の大きさ $M$	10

表 2 各モデルの平均次数

ランダムモデル	ランダム成長モデル	BA モデル
3.99	4.00	4.00
従来モデル	提案モデル 1	提案モデル 2
4.44	4.00	4.04

表2より、従来モデルと提案モデル2は与えた平均次数よりも実際の平均次数が大きいことがわかる。これは、これらのモデルのネットワーク構築アルゴリズムにおいて、与えた平均次数とは無関係にエッジを追加しているためである。従来モデルでは、与えた平均次数と等しい次数をハブノード以外のすべてのノードが持つため、ハブノードの分だけ実際の平均次数は大きくなる。また、提案モデル2では基本的な成長ネットワークモデルの成長過程とは別に、ハブノード同士を完全グラフで接続するため、その分ネットワーク内のエッジ数が他の成長ネットワークモデルよりも大きくなっている。表2中のランダムモデルも平均次数が4.00と異なるが、これは乱数の偏りによるものなので、試行回数を増やせば平均値が4.00に収束すると考えられる。

耐故障性を比較する際には平均次数をモデル間で同じ値にすることが理想的であるが、従来モデルや提案モデル2において実際の平均次数が与えた平均次数と比べて大きくなるのはそれらのモデルのネットワーク構築アルゴリズムの性質上どうしようもないので、耐故障性の比較は表2の結果を踏まえた上で行う必要がある。また、特に断らない限り、以下の実験における各モデルの条件は表1のものを用いる。

## 6.2 次数分布

ネットワークの構造は、各ノードの次数とエッジの接続方法によって決定されると考えることもできる。そのため、次数分布はネットワークの耐故障性にも大きく影響を与える値の一つであると言える。各モデルの説明の際にそれぞれどのような次数分布になるかを説明したが、この節では実験を通してそれらの詳細を確認する。

図27にこれまでに紹介したすべてのネットワークモデルの次数分布を示す。また、図28に従来モデルの次数分布（TP分布）と提案モデル2の次数分布を示す。

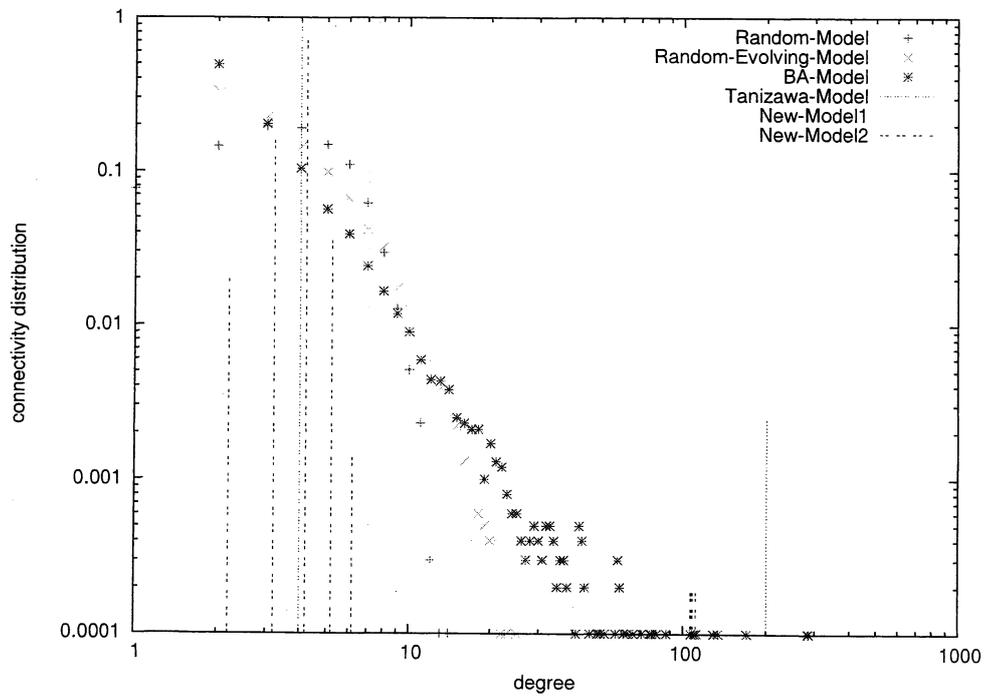


図 27 全モデルの次数分布

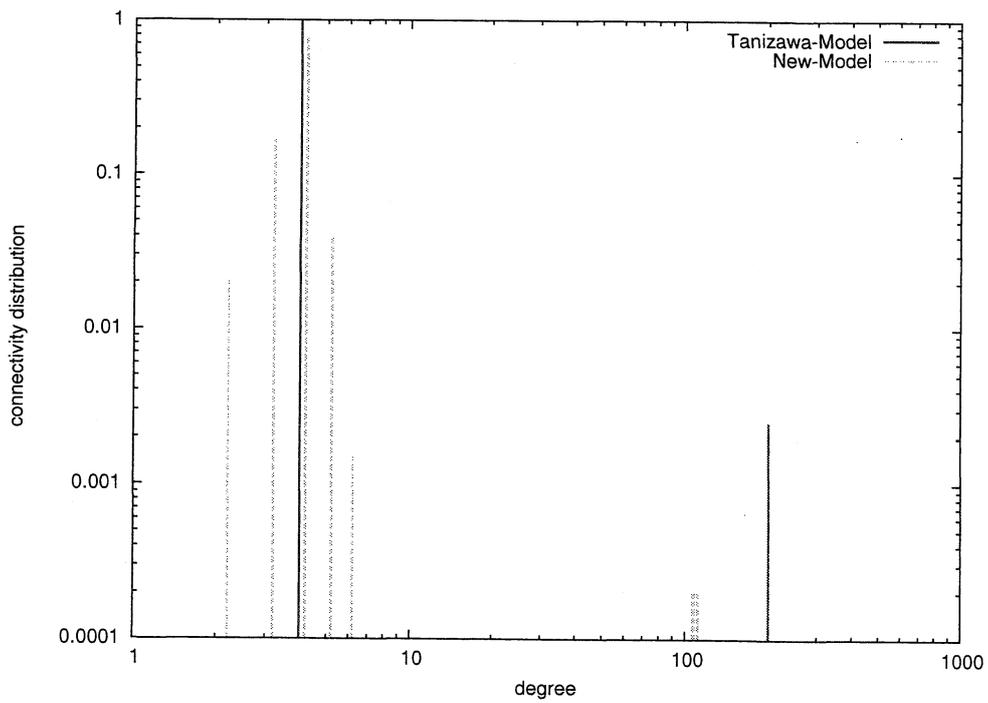


図 28 従来モデルと提案モデル 2 の次数分布

まず、図 27 より、ランダムモデル、BA モデル、従来モデルの次数分布がそれぞれ正規分布、べき分布、TP 分布であることがわかる。また、わかりにくいランダム成長モデルの次数分布は指数分布となっている。よって、これらのネットワークモデルの次数分布が理論通りの値であることが確認できた。

次に、提案モデル 1 の次数分布は、TP 分布に近い次数分布を目指していたにもかかわらず TP 分布とは大きく異なり、二つのピークどちらの次数も TP 分布より非常に小さい。これは、提案モデル 1 が BA モデルにおいて次数の上限を設けただけのものであり、本質的には BA モデルと大きく変わらないことが原因であると考えられる。

最後に、図 28 より、提案モデル 2 の次数分布は、TP 分布のように二極化できていることがわかる。TP 分布と比べるとハブノードの次数が小さく、また少し次数がばらついているが、提案モデル 2 では TP 分布に近い次数分布が得られたと言える。

### 6.3 耐故障性

ネットワークの耐故障性は、2.2 節で述べたように、ランダム故障および意図的攻撃によるノード故障後のネットワークのネットワーク効率 ((5) 式参照) を調べることにより評価する。これまでに紹介した全モデルの、ランダム故障に対するネットワーク効率を図 29 に、意図的攻撃に対するネットワーク効率を図 30 に示す。

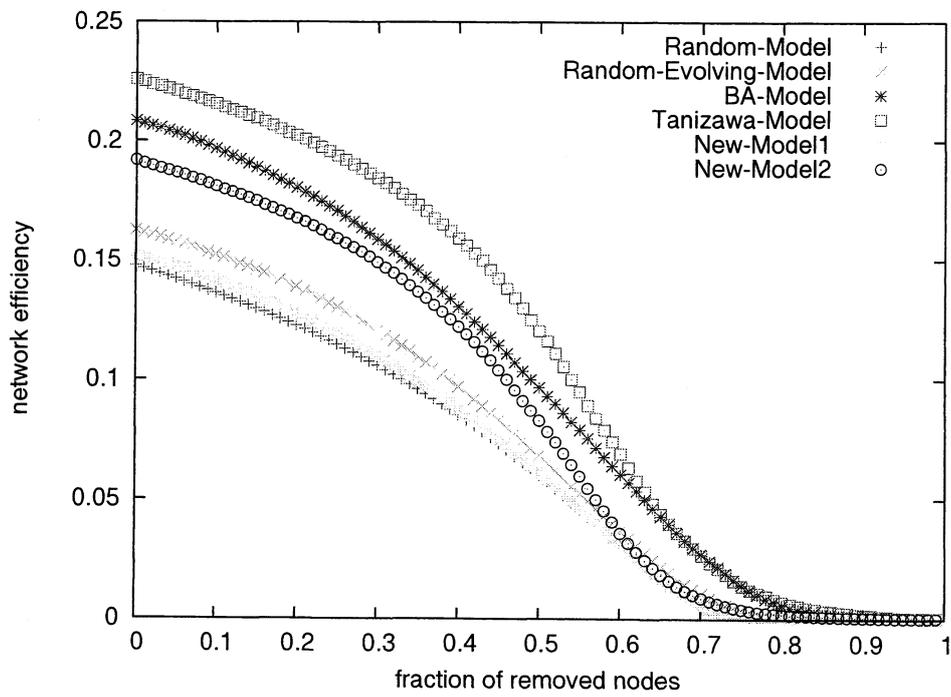


図 29 全モデルのネットワーク効率 (ランダム故障)

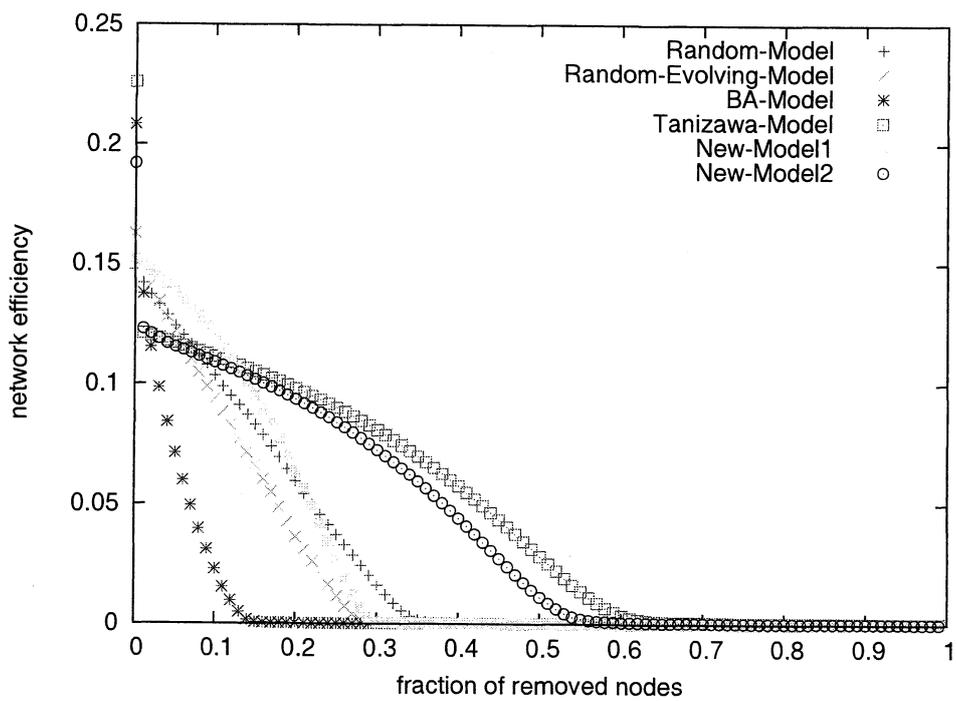


図 30 全モデルのネットワーク効率 (意図的攻撃)

図 29 および図 30 において、横軸は故障ノードの割合  $f$ ，縦軸はネットワーク効率  $E$  である。ここで、ノードの故障がないときのネットワーク効率の値は、故障したノードの割合  $f = 0$  のときの値であり、同じネットワークモデルに対しては図 29, 30 ともに同じ値になる。

図 29, 30 からまずわかることは、BA モデルのネットワーク効率がランダム故障によってノードが故障してもあまり減少せず、かつ意図的攻撃によってノードが故障するとすぐにネットワーク効率が大きく減少することである。また、BA モデルは故障がない時のネットワーク効率も非常に高い。これは、2.1 節で紹介した「ハブの存在するネットワーク」の特性と一致しており、BA モデルによって得られるネットワークが、強力なハブがネットワーク内に存在する複雑ネットワークとなることを意味している。

次に、谷澤氏の従来モデルは、ランダム故障によるノードの故障に対しては BA モデルと同様に頑健であることがわかる。また意図的攻撃によるノードの故障に対しても、ハブが全て壊れた瞬間には大きくネットワーク効率が減少するものの、それ以上ノードが故障してもあまり大きくネットワーク効率が減少しない。そのため、6.1 節で示した「実際の平均次数が与えた平均次数よりも大きくなる」という性質を差し引いても、従来モデルは最も耐故障性が高いネットワークモデルであると言える。

提案モデル 1 の耐故障性は、既存モデルの中ではランダム成長モデルに最も近く、故障がないときのネットワーク効率の値もほぼ等しい。ランダム成長モデルもそうであるが提案モデル 1 のネットワーク効率はあまり大きくなく、目指している従来モデルと比べても大きく劣っているため、提案モデル 1 によって得られるネットワークは耐故障性の高いネットワークであるとは言い難い。

最後に提案モデル 2 であるが、故障がないときのネットワーク効率は従来モデルや BA モデルに劣っているものの、意図的攻撃によるノードの故障に対しては、ハブが全て壊れた後のネットワーク効率が従来モデルのそれと似た値となる。そのため、もともとのネットワークの効率は劣るものの、従来モデルと同程度に耐故障性の高いネットワークを構築できたと考えられる。

#### 6.4 実験のまとめと考察

この章では、提案モデルの有用性を確認するために既存のネットワークモデルと提案モデルとの比較実験を行った。その結果、提案モデル 2 の次数分布が TP 分布に近く、かつ従来モデルに近い耐故障性があることがわかった。しかし、従来モデルは最適と言われているだけあり耐故障性が高く、特に故障がないときのネットワーク効率の値が従来モデルと比べて提案モデル 2 はまだ少し小さい。提案モデル 2 のハブノードの次数もまだ TP 分布のハブノードと比べて少し小さいため、提案モデル 2 においてハブノードの構築手法を改良することで、さらに耐故障性を向上することができる可能性がある。

## おわりに

本稿では、TP 分布を持つネットワークを成長ネットワークモデルによって構築する手法を提案し、提案した構築手法によって得られるネットワークの有用性を、自作のシミュレータを用いたシミュレーション実験によって検証した。その結果、得られるネットワークの次数分布が TP 分布に近く、かつ谷澤氏のネットワークモデルに近い耐故障性を持つ成長ネットワークモデルを構築することができた。これにより、耐故障性の高いネットワークを、規則に従いネットワークにノードを追加していくだけで構築できると考えられる。しかし、意図的攻撃によって重点的に攻撃される「重要なノード」の定義の方法や、故障によって迂回路の負荷が増加することで発生すると考えられる連続故障などの考慮すべき問題がまだ存在する。これらを解決することが今後の課題である。

## 謝辞

日頃から多くのご指導を頂きました太田義勝教授，鈴木秀智准教授に感謝致します。特に太田義勝教授には，本研究の主査として論文作成や学外発表など様々な面でご指導頂きましたことを深く感謝致します。また，事務処理を通して研究活動を支えてくださった落合美子事務員に感謝致します。最後に，日頃から熱心に討論して頂いた研究室の諸氏に感謝致します。

## 参考文献

- [1] R.Albert, H.Jeong, A.-L.Barabasi: “Statistical mechanics of complex network”, Review of Modern Physics **74**, pp.47-97, (2002)
- [2] 増田 直紀, 今野 紀雄: 複雑ネットワークの科学, 産業図書, (2005)
- [3] G.Paul, T.Tanizawa, S.Havlin, H.E.Stanley: “Optimization of robustness of complex networks”, Eur. Phys. J.B **38**, pp.187-191, (2004)
- [4] T.Tanizawa, G.Paul, R.Cohen, S.Havlin, H.E.Stanley: “Optimization of Network Robustness to Waves of Targeted and Random Attacks”, Phys. Rev. E **71**, 047101, (2005)
- [5] T.Tanizawa, G.Paul, S.Havlin, H.E.Stanley: “Optimization of the robustness of multimodal networks”, Phys. Rev. E **74**, 016125, (2006)
- [6] 谷澤俊弘: “故障と攻撃の両方に強いつながり方とは? -ネットワークの機能不全と構造最適化-”, 情報処理, vol.49, No.3, pp.282-289, (2008)
- [7] D.J.Watts, S.H.Strogatz: “Collective dynamics of 'small-world' networks”, Nature **393**, pp.440-442, (1998)
- [8] V.Latora, M.Marchiori: “Efficient Behavior of Small-World Networks”, Phys. Rev. Lett. **87**, 198701, (2001)
- [9] P.Erdős, A.Rényi: “On Random Graphs”, Publicationes Mathematicae **6**, pp.290-297, (1959)
- [10] A.-L.Barabasi, R.Albert: “Emergence of scaling in random networks”, Science **286**, pp.509-512, (1999)
- [11] X.Li, G.Chen: “A local-world evolving network model”, Physica A **328**, pp.274-286, (2003)
- [12] 木下勝之, 太田義勝, 鈴木秀智: “故障と攻撃の両方に強いネットワークの構築について”, 2010年 電子情報通信学会総合大会, B-6-3, (2010)