

—修士学位論文—

データを用いた多変数制御器の
直接設計に関する研究

A Study on Direct Design of Multivariable
Controllers Using Input/Output Data

平成23年度

三重大学大学院工学研究科
博士前期課程 電気電子工学専攻

寺田 真也

目次

| | |
|----------------------------|----|
| 第1章 緒言 | 1 |
| 1.1 研究背景と目的 | 1 |
| 1.2 論文の構成 | 4 |
| 第2章 準備 | 5 |
| 2.1 表記 | 5 |
| 2.2 伝達関数行列の入れ替え [9] | 5 |
| 2.3 NCbT | 6 |
| 2.3.1 仮定 | 6 |
| 2.3.2 問題設定 | 7 |
| 2.3.3 評価関数の凸近似 | 7 |
| 2.3.4 SISO システムに対する NCbT | 8 |
| 2.3.5 MIMO システムに対する NCbT | 11 |
| 第3章 安定性を考慮した多変数制御器設計法 | 15 |
| 3.1 MIMO システムに対する安定性の凸制約 | 15 |
| 3.1.1 小ゲイン定理に基づく安定条件 | 15 |
| 3.1.2 スペクトル解析法による伝達関数行列の推定 | 17 |
| 3.1.3 安定制約を付加した制御器設計法 | 18 |
| 3.2 シミュレーション | 19 |
| 3.2.1 参照モデルの要求が過度な場合 | 19 |
| 3.2.2 制御対象が非最小位相システムの場合 | 24 |
| 3.3 実験 | 27 |
| 3.3.1 制御対象 | 27 |
| 3.3.2 実験条件 | 27 |
| 3.3.3 実験結果 | 28 |

| | | |
|-------|--------------------------|----|
| 第4章 | 非最小位相システムに対する制御器設計法 | 34 |
| 4.1 | 非最小位相システムに対する NCbT | 34 |
| 4.1.1 | 可変参照モデルの導入 | 34 |
| 4.1.2 | 評価関数の準最適化 | 35 |
| 4.1.3 | 非最小位相システムに対する設計アルゴリズム | 36 |
| 4.2 | シミュレーション | 37 |
| 4.2.1 | シミュレーション条件 | 37 |
| 4.2.2 | シミュレーション結果 | 38 |
| 第5章 | 多変数非最小位相システムに対する制御器設計法 | 41 |
| 5.1 | 多変数非最小位相システムに対する NCbT | 41 |
| 5.1.1 | MIMO システムにおける可変参照モデルの導入 | 41 |
| 5.1.2 | 評価関数の準最適化 | 42 |
| 5.1.3 | 多変数非最小位相システムに対する設計アルゴリズム | 44 |
| 5.2 | シミュレーション | 44 |
| 5.2.1 | 比較する制御器設計法 | 44 |
| 5.2.2 | シミュレーション条件 | 45 |
| 5.2.3 | シミュレーション結果 | 46 |
| 第6章 | 結言 | 48 |
| | 参考文献 | 50 |
| | 謝辞 | 52 |
| | 論文目録 | 53 |

第1章 緒言

1.1 研究背景と目的

現在，広く用いられているモデルベース制御器設計法では，制御対象の数学モデルが必要となる。この数学モデルを得るために，多くのシステム同定手法が提案されている。システム同定は一般的に，(1) 制御対象の入出力データ取得，(2) モデル構造の選定，(3) システム同定法の適用，(4) 同定モデルの妥当性の評価，という手順で行われる。産業システムに対する要求の高度化に伴い，産業プロセスや化学プラントなどの制御対象の動特性は複雑化しており，最適なモデル構造の選定は困難を伴う。このような状況の下で，(2)～(4)のステップ，もしくはすべてのステップを繰り返し行わなければならない，数学モデルを得ることは煩雑な作業が伴う可能性があると考えられる。

一方で，近年注目を集めているモデルフリー制御器設計法は，制御対象の入出力データから数学モデルを介さず制御器パラメータの同定を行う。そのため，システム同定で生じる(2)～(4)のステップを必要とせず，煩雑な作業を行う必要がない。また，システム同定は入出力データに含まれる制御対象の情報を数学モデルにおける少数個のパラメータへ情報圧縮する手段と解釈できる。よって，入出力データから数学モデルを介さず制御器を設計することは，入出力データに含まれる制御対象の情報を圧縮することなく制御器の設計に利用できることを意味するため，数学モデルを介した場合に比べ，高性能な制御器の設計が期待できる。さらに，モデルベース制御器設計法では，制御対象として複雑で次数の高い数学モデルを用いた場合，モデル次数に依存して設計される制御器の次数も高くなるため，制御器の低次数化といった作業が必要となる。モデルフリー制御器設計法は，モデルベース制御器設計法では非凸な最適化問題となるPI制御器やPID制御器などの構造が指定された制御器の設計問題も，入出力データを用いて数値的に計算することで解くことができ，低次数制御器の設計が容易である。以上のように，モデルフリー制御器設計法はモデルベース制御器設計法におけるいくつかの問題点を回避できるため，代替手段として様々な手法が提案されている[1, 2, 3, 4, 5]。しかしながら，モデルフリー制御器設計法には大きな問題点が存在する。本研究では，以下の二つの大きな問題点に注目する。

一つ目は、設計された制御器が実際に閉ループシステムを安定化する保証がないことである。モデルフリー制御器設計法の典型的な設計問題であるモデル参照制御問題を例に挙げる。この問題では、望みの特性を与える参照モデルの応答と閉ループシステムの応答の二乗誤差平均のみを評価しており、安定性に関する評価は行われていない。そのため、参照モデルや制御器構造の選び方によっては閉ループシステムを安定化できない可能性がある。本来、達成できる閉ループ特性は、制御対象によって制限を受けるため、参照モデルは制御対象の動特性をもとに決定されるべきである。モデルベース制御器設計法では（不確かさを持つとはいえ）制御対象の数学モデルをもとに達成させたい参照モデルや制御器構造を選定できる。一方、モデルフリー制御器設計法では制御対象の入出力データのみを利用し、その他の詳細な情報は利用できない状況を想定しているため、不安定零点やむだ時間など制御対象の情報を反映した参照モデルや、理想的な制御器構造の選定は困難である。また、システムの保全の観点からも閉ループシステムの不安定化は望ましくない。そこで、少なくとも閉ループシステムの安定性を保証するモデルフリー制御器設計法の開発が望まれている。

Heusden らは、モデルフリー制御器設計法の一つである Noniterative Correlation-based Tuning[5]（以下、NCbT と略する）に安定制約を課す手法を提案し [6]，実際に実験装置へ適用して有効性を確認している [7]。この手法を用いれば、一入力一出力 (Single-Input Single-Output 以下、SISO と略す) システムであれば、制御対象の入出力データのみを用いて閉ループシステムの安定性を保証する制御器パラメータの調整が可能である。しかしながら、NCbT は制御器調整に要するデータ取得回数の低減を目的として、制御器と制御対象の位置の入れ替えを利用しているため、多入力多出力 (Multi-Input Multi-Output 以下、MIMO と略す) システムに対しては適用することができない。一方、著者らはデータ取得回数は増加するものの、MIMO システムにも適用可能な多変数 NCbT を提案してきた [8]。本研究ではさらに、多変数 NCbT に安定制約を課した制御器設計法を提案する。また、提案手法の有効性を数値例および実機実験を通して示す。

二つ目は、適切な参照モデルの選定が困難なことである。先に述べたように、モデルフリー制御器設計法では制御対象の詳細な情報は利用できない状況を想定している。そのため、あらかじめ設定した参照モデルが実現可能かどうかは、設計された制御器を実装してみなければわからない。この問題は、制御対象が非最小位相システムの場合に深刻である。モデルフリー制御器設計法の多くは、設計問題としてモデル参照制御問題を扱う。そのため、制御対象の不安定零点を持たない参照モデルが設定された

場合、参照モデルと達成される閉ループシステムの位相のずれを低減するために、不安定な極零相殺が生じるように制御器パラメータを調整しようとする。しかし、制御器構造が固定されているため調整に無理が生じ、望みの閉ループ特性を実現できない、もしくは、達成された閉ループシステムが不安定化してしまう可能性が高い。よって、非最小位相システム(不安定零点を持つ制御対象)に対して望みの制御性能を実現するためには、制御対象の不安定零点を参照モデルに含ませなければならず、制御対象の不安定零点に関する情報が必要不可欠である。そこで、制御対象の不安定零点を参照モデルに反映させるモデルフリー制御器設計法が求められている。

Lecchini らはモデルフリー制御器設計法の一つである Iterative Feedback Tuning[1, 2] (以下, IFT と略する) を非最小位相システムに適用可能な手法へ拡張した [10]。この手法では、設計問題であるモデル参照制御問題に対し、参照モデルの零点をフリーパラメータとすることで、制御対象の不安定零点が参照モデルに反映され、不安定な極零相殺を回避できる。しかしながら、データ取得の際に用いる入力信号がステップ応答に限られることや、IFT での調整では多数のデータ取得が必要であるなどの問題点がある。これらの問題点を解決するために、Campestrini らは文献 [10] のアイデアをモデルフリー制御器設計法の一つである Virtual Reference Feedback Tuning[3] (以下, VRFT と略する) へ拡張した [11]。この手法は、一回のデータ取得で調整が可能であるなど、多くの VRFT の特長を保持しており、文献 [10] に比べ設計者の負担が軽減された手法である。しかしながら、IFT, VRFT とともに観測雑音に関する考慮がないため、観測雑音が重畳した入出力データでは望みの制御性能を実現できない可能性がある。一方で、Karimi らは評価関数に相互相関関数を用いた Noniterative Correlation-based Tuning (以下, NCbT と略する) を提案した [5]。NCbT は、相互相関関数を導入することにより、入出力データに含まれる観測雑音の影響を低減できる。さらに、一回のデータ取得で調整が可能であるなど、VRFT に比べて多くの特長を有するモデルフリー制御器設計法である。本研究では文献 [11] のアイデアを NCbT へ拡張し、非最小位相システムに対して適用可能な NCbT を提案する。また、文献 [10], [11] とともに一入力一出力の非最小位相システムに対して提案された手法であり、多変数非最小位相システムに対して有効なモデルフリー制御器設計法は提案されていない。そこで、文献 [11] のアイデアを多変数 NCbT へ拡張し、多変数非最小位相システムに対して適用可能な NCbT を提案する。提案手法の有効性を数値例を通して示す。

本研究では、評価関数に対して制約を課して制御器パラメータを導出することで閉ループシステムの安定性を保証し、かつ、制御対象の不安定零点を参照モデルに反映

させることで非最小位相システムに対して適用可能にし，より欠点の少ない NCbT へ拡張することを目的とする。

1.2 論文の構成

本論文の構成は以下の通りである。まず，第 2 章で表記，そして文献 [9] で提案されている MIMO システムに対する伝達関数行列の入れ替えについて述べ，拡張の対象となる NCbT，多変数 NCbT について概説する。そして，第 3 章で提案する安定性を考慮したモデルフリー制御器設計法の考え方について説明する。さらに，提案手法を数値例および実機実験において 2 入力 2 出力システムに対して適用し，安定制約を課さない場合には安定化できない対象でも安定制約を課すことで閉ループシステムを安定化する制御器が設計できること検証する。第 4 章では，文献 [11] のアイデアを NCbT へ適用し，非最小位相システムに対しても適用可能なモデルフリー制御器設計法のアルゴリズムについて述べる。そして，数値例において，提案手法を文献 [11] の手法と比較し，提案手法が観測雑音に対して低感度に制御器が設計できることを示す。第 5 章では，文献 [11] のアイデアを多変数 NCbT へ適用し，多変数非最小位相システムに対しても適用可能なモデルフリー制御器設計法のアルゴリズムについて述べ，数値例にて有効性を検証する。最後に，第 6 章で本研究のまとめと今後の課題を述べる。

第2章 準備

本章では準備として、文字の表記や多変数 NCbT[8] でポイントとなる伝達関数行列の入れ替え [9] について説明する。そして、拡張の対象となる NCbT[5]、多変数 NCbT[8] について概説する。

2.1 表記

本研究を通して用いる表記を以下に示す。 z はシフトオペレータであり、 t 番目の離散時刻における離散時間信号 $x(t)$ に対して $z^{-1}x(t) = x(t-1)$ と表記する。以後、簡単のため t 番目の離散時刻を時刻 t と表記する。 $E[x(t)]$ は $x(t)$ の数学的期待値を表す。 I は単位行列を表し、特に、 I_n は n 次の単位行列を表す。 a_{ij} を要素に持つ行列 $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 、 $B \in \mathbb{R}^{p \times q}$ に対して、クロネッカー積 $A \otimes B$ を以下のように定義する。

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & \dots & a_{1n}B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}B & \dots & a_{mn}B \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(m \times p) \times (n \times q)}$$

$\bar{\sigma}\{A\}$ は A の最大特異値を表す。

2.2 伝達関数行列の入れ替え [9]

伝達関数行列 $P \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 、 $C \in \mathbb{R}^{n \times m}$ に対して、 C_i を C の第 i 列ベクトル、 c_{ij} を C の ij 要素とする。また、 $s(t)$ を設計者が与える制御器調整用のスカラー信号とし、 $r^{[i]}(t)$ を第 i 要素が $s(t)$ で、残りが 0 の m 次列ベクトルとする。同様に、 $u^{[k]}(t)$ を第 k 要素が $s(t)$ で、残りが 0 の n 次列ベクトルとする。このとき (2.1) 式が成り立つ。

$$PCr^{[i]}(t) = PC_i s(t) = \sum_{k=1}^n c_{ki} P u^{[k]}(t) \quad (2.1)$$

P 、 C をそれぞれ制御対象と制御器の伝達関数行列とすると、図 2.1 のように C に入力信号として $r^{[i]}(t)$ を与えた時の出力 $y(t)$ は、図 2.2 のように P と C の位置を列単位ではあるが入れ替えて表現できることを意味している。

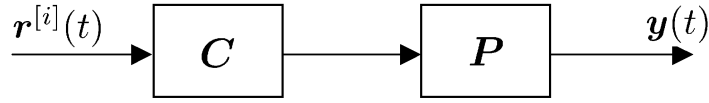


図 2.1: $r^{[i]}(t)$ に対する PC の出力

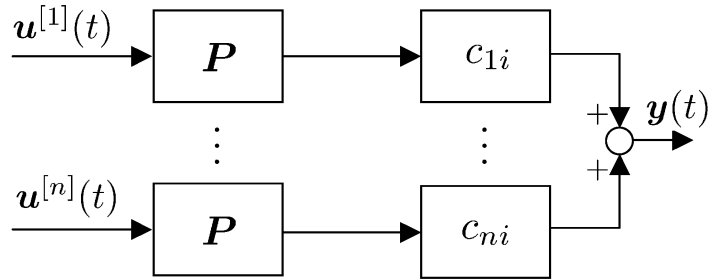


図 2.2: 図 2.1 における $y(t)$ の他の表現

2.3 NCbT

本節では, Karimi らが提案した SISO システムに対する制御器設計法 [5] 及び, 著者が提案した多変数制御器設計法 [8] の概要を示す。

2.3.1 仮定

制御対象 $P(z) \in \mathbb{R}^{m \times n}$ は未知の安定な線形時不変離散時間システムであり, その出力は (2.2) 式に従うとする。

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{P}(z)\mathbf{u}(t) + \mathbf{v}(t) \quad (2.2)$$

ここで, $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^m$ はそれぞれ制御対象の時刻 t における入出力であり, 開ループ実験を通して取得可能であるとする。出力 $\mathbf{y}(t)$ に作用する観測雑音 $\mathbf{v}(t) \in \mathbb{R}^m$ は平均 0 の弱定常確率過程であり, その各要素は信号 $s(t)$ とは無相関であると仮定する。

制御器 $C(z, \boldsymbol{\rho}) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ は線形時不変離散時間システムであり, (2.3) 式に示すようにパラメータ行列 $\boldsymbol{\rho} \in \mathbb{R}^{(n \times n_\rho) \times m}$ に対して線形にパラメトライズされる伝達関数行列とする。

$$C(z, \boldsymbol{\rho}) = \boldsymbol{\beta}^T(z)\boldsymbol{\rho} \quad (2.3)$$

ここで, $\boldsymbol{\beta}(z) \in \mathbb{R}^{n \times (n \times n_\rho)}$ は設計する制御器の構造に応じて定義される伝達関数行列であり, n_ρ は制御器の各要素 c_{ij} を記述するパラメータ数を表す。表記の簡単化のため, 以下ではシフトオペレータ z を省略する。ただし, 必要に応じて表記する。

2.3.2 問題設定

制御対象 P に対して，閉ループシステムの出力が，線形時不変な参照モデル M の出力に追従するような，制御器 $C(\rho)$ のパラメータ行列 ρ を調整する問題を考える。この問題を M と閉ループシステムの差の 2 ノルムを最小化する問題として定式化する。その評価関数は周波数領域において (2.4) 式のように定義される。

$$J_{\text{MR}}(\rho) = \left\| W_{\text{MR}} [M - (I + PC(\rho))^{-1} PC(\rho)] \right\|_2^2 \quad (2.4)$$

ここで， W_{MR} は設計者が任意に与える周波数重みである。(2.4) 式の最小化問題は制御対象のモデル P を用いることができる場合， H_2 制御問題として定式化でき，容易に $C(\rho)$ を求めることができる。しかし，本研究では制御対象のモデルは利用せず，制御対象に関して得られる情報は (2.2) 式における制御入力 $u(t)$ と観測雑音が重畳した出力 $y(t)$ のみである。本研究ではこれらの入出力データのみを用いて $J_{\text{MR}}(\rho)$ を近似的に最小化する制御器パラメータ ρ を求める問題を扱う。なお，モデルマッチングを強調する周波数帯域を適切に指定する重み W_{MR} を用いることで制御性能を向上できる可能性がある。しかし，モデルフリー制御器設計法では制御対象の詳細な情報を利用できない状況を想定し，本研究では一般性を失うことなく，以下 $W_{\text{MR}} = I$ として考える。

2.3.3 評価関数の凸近似

$J_{\text{MR}}(\rho)$ の最小化問題は Parseval の定理によれば，図 2.3 において， $v(t)=0$ のとき $\|\varepsilon_{cl}(\rho, t)\|_2^2$ を最小化する問題と漸近的に等価である。

$$\begin{aligned} \varepsilon_{cl}(\rho, t) = & [M - (I + PC(\rho))^{-1} PC(\rho)] r(t) \\ & - (I + PC(\rho))^{-1} v(t) \end{aligned} \quad (2.5)$$

しかし，(2.5) 式は $C(\rho)$ ，すなわち ρ に対して非線形であり， $\|\varepsilon_{cl}(\rho, t)\|_2^2$ を最小化する ρ の求解には非線形最適化を必要とし，局所解に陥りやすい。

この問題を解決するため，(2.6) 式を満たす理想制御器 C^* を導入し， $J_{\text{MR}}(\rho)$ を凸近似する。

$$M = (I + PC^*)^{-1} PC^* \quad (2.6)$$

最適化の結果， $J(\rho)$ の最小解 $\hat{\rho}$ により，近似 $(I + PC(\hat{\rho}))^{-1} \simeq I - M$ が成り立つとすると，(2.4) 式は (2.7) 式のように近似できる。

$$J(\rho) = \left\| W_1 [M - (I - M)PC(\rho)] \right\|_2^2 \quad (2.7)$$

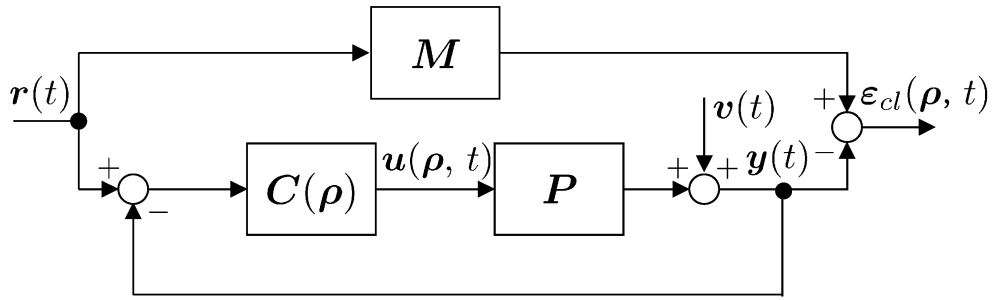


図 2.3: モデル参照制御問題

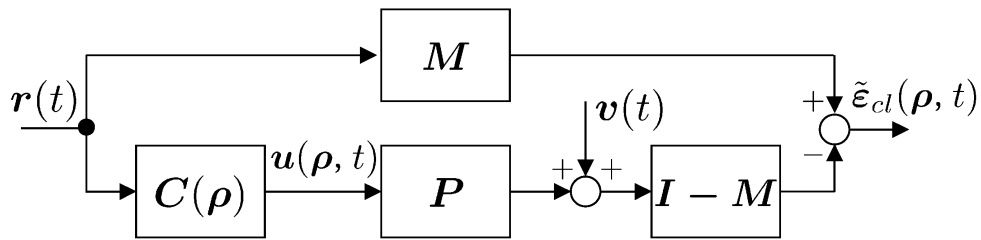


図 2.4: モデル参照制御問題の近似

(2.4) 式から (2.7) 式への近似は閉ループ同定問題から開ループ同定問題への近似と解釈できる。この近似はシステム同定の分野では良く見られ、モデルフリー制御器設計法においても文献 [3], [8] を始めとして多くの文献で議論され、有効性が確認されている。なお、多変数 NCbT における近似による影響については文献 [8] を参照されたい。 $J(\rho)$ の最小化問題は、図 2.4 において $v(t) = 0$ のとき $\|W_1 \tilde{\epsilon}_{cl}(\rho, t)\|_2^2$ を最小化する問題と等価である。ここで、 W_1 は重み関数であり、後述のように選択することにより $\|W_1 \tilde{\epsilon}_{cl}(\rho, t)\|_2^2$ を $J_{MR}(\rho)$ の良い近似とすることができる。 $C(\rho)$ は ρ に関して線形であるため、 $J(\rho)$ は ρ に関して凸となり、その最小解は最小二乗法により求めることができる。しかし、図 2.4 において、 P への入力 $u(\rho, t)$ は制御器 $C(\rho)$ に依存するため、異なる ρ に対して $\tilde{\epsilon}_{cl}(\rho, t)$ を評価するためには再度入出力データを取得する必要がある。

2.3.4 SISO システムに対する NCbT

Karimi らが提案した NCbT [5] では、制御対象を SISO システムに限定し、図 2.4 から図 2.5 のように制御器と制御対象の位置を入れ替える。この入れ替えにより制御対象への入力は $r(t)$ に固定されるため、一回の入出力データの取得でパラメータの調整

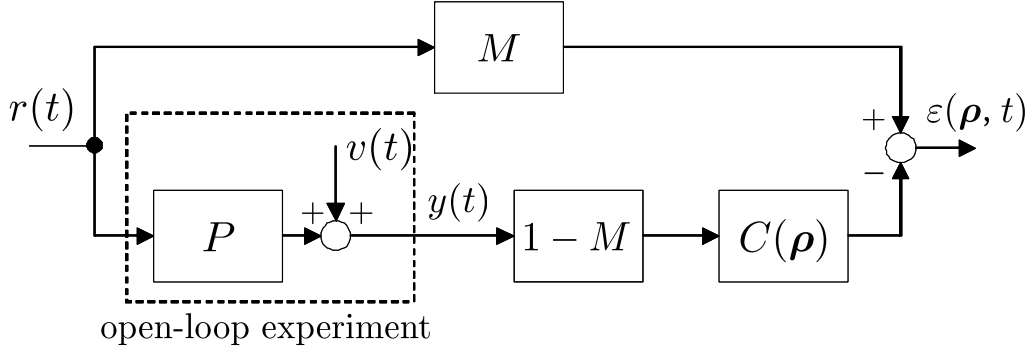


図 2.5: SISO システムに対する制御器と制御対象の入れ替え

が可能になる。このとき， $\varepsilon(\rho, t)$ は (2.8) 式のように表される。

$$\begin{aligned}\varepsilon(\rho, t) &= Mr(r) - C(\rho)(1 - M)y(t) \\ &= [M - C(\rho)(1 - M)P]r(t) - (1 - M)C(\rho)v(t)\end{aligned}\quad (2.8)$$

観測雑音が重畳した入出力データを用いる場合， $\varepsilon(\rho, t)$ は観測雑音 $v(t)$ の影響を受ける。よって， $\varepsilon(\rho, t)$ を用いて ρ の最小解を得る場合には，本来評価したい $J(\rho)$ の最小解に対してバイアスが生じる。そこで，NCbT では $\varepsilon(\rho, t)$ と $r(t)$ の相互相関関数を考え，その二乗和を評価関数とすることで， $v(t)$ の影響を低減する。

SISO システムの場合，制御器 $C(\rho)$ はパラメータベクトル $\rho \in \mathbb{R}^{n_\rho}$ に対して線形にパラメトライズされる。

$$C(\rho) = \beta^T(z)\rho \quad (2.9)$$

ここで， $\beta(z)$ は設計する制御器の構造に応じて (2.10) 式のように定義される伝達関数ベクトルである。

$$\beta(z) = [\beta_1(z), \beta_2(z), \dots, \beta_{n_\rho}(z)]^T \quad (2.10)$$

n_ρ は， ρ のパラメータ数を表す。

このとき， $\varepsilon(\rho, t)$ は ρ に対して線形に表現できる。

$$\begin{aligned}\varepsilon(\rho, t) &= Mr(t) - C(\rho)(1 - M)y(t) \\ &= y_d(t) - \phi^T(t)\rho\end{aligned}\quad (2.11)$$

ただし， $y_d(t)$ ， $\phi(t)$ は以下のように定義される。

$$\begin{aligned}y_d(t) &= Mr(t) \\ \phi(t) &= \beta(1 - M)y(t)\end{aligned}$$

有限のデータ長 N に対して $\varepsilon(\rho, t)$ と $r(t)$ の相互相関関数 $f(\rho)$ は次のように推定される [5]。

$$\hat{f}(\rho) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta_{wr}(t) [y_d(t) - \phi^T(t)\rho] \quad (2.12)$$

$\zeta_{wr}(t)$ は (2.13) のように定義される $r(t)$ と相関をもち、 $v(t)$ と無相関な補助変数ベクトルである。

$$\zeta_{wr}(t) = W[r(t+l), \dots, r(t), \dots, r(t-l)]^T \quad (2.13)$$

W は次のように選ばれる適切な重み関数である [5]。

$$W(e^{-j\omega_k}) = \frac{1 - M(e^{-j\omega_k})}{\Phi_r(\omega_k)} \quad (2.14)$$

ここで、 $\Phi_r(\omega_k)$ は $r(t)$ のパワースペクトル密度である。よって、NCbT の評価関数は $J_C(\rho) = \hat{f}^T(\rho)\hat{f}(\rho)$ となる。 $\hat{f}(\rho)$ は ρ に対して線形であるため、 $J_C(\rho)$ は ρ に対して凸となる。したがって、 $J_C(\rho)$ を最小とする制御器パラメータは最小二乗法により (2.15) 式のように求められる。

$$\hat{\rho} = \arg \min_{\rho} J_C(\rho) = (Q^T Q)^{-1} Q^T Z \quad (2.15)$$

ただし、 Q 、 Z は以下のように定義される。

$$Q = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta_{wr}(t) \phi^T(t) \quad , \quad Z = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta_{wr}(t) y_d(t)$$

NCbT では、開ループ実験から取得された入出力データだけでなく、閉ループ実験から取得された入出力データを用いても制御器パラメータの調整が可能である。図 2.5 に対して、制御対象 P を安定化制御器 C_s と P から構成される閉ループシステムに置き換えた図 2.6 を考える。このとき、 P の入出力データ $u(t)$ 、 $y(t)$ から生成される $\bar{\varepsilon}(\rho, t)$ は (2.16) 式のように表現できる。

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}(\rho, t) &= Mu(t) - C(\rho)(1 - M)y(t) \\ &= \frac{C_s}{1 + PC_s} [M - C(\rho)(1 - M)P]r(t) \\ &\quad - \frac{1}{1 + PC_s} [MC_s + C(\rho)(1 - M)]v(t) \end{aligned} \quad (2.16)$$

(2.16) 式において、 $r(t)$ に関する項は $C_s/(1 + PC_s)$ がなければ、評価したい伝達関数と一致している。よって、2.3.4 項で述べた設計アルゴリズムに対し、適切に重み関数

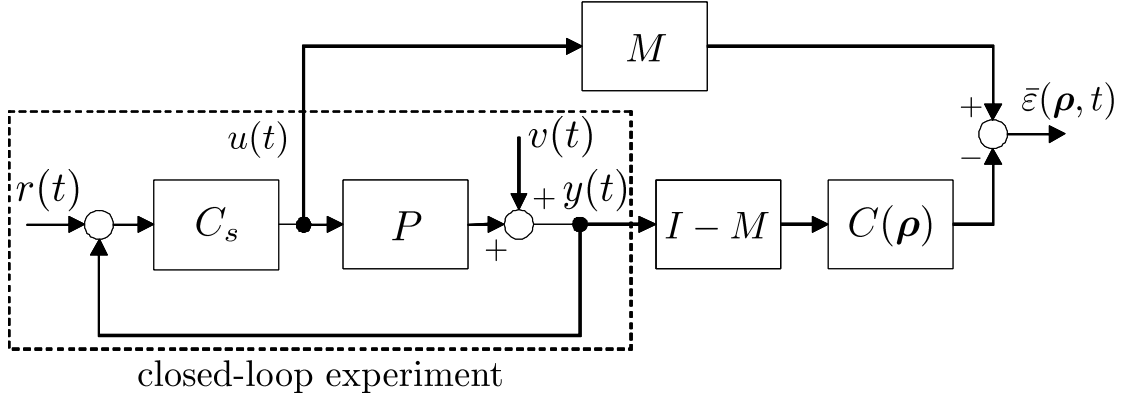


図 2.6: 閉ループデータを用いたモデル参照制御問題の近似

W を選び, $\varepsilon(\rho, t)$ を $\bar{\varepsilon}(\rho, t)$ に置き換えて考えることで, 閉ループ実験から取得した入出力データからも同様に, 制御器パラメータの調整が可能となる。このとき, 重み関数 \bar{W} は次のように選ばれる [5]。

$$\bar{W}(e^{-j\omega_k}) = \frac{1 - M(e^{-j\omega_k})}{\Phi_{ur}(\omega_k)} \quad (2.17)$$

ただし, $\Phi_{ur}(\omega_k)$ は $u(t)$ と $r(t)$ のパワースペクトル密度である。

2.3.5 MIMO システムに対する NCbT

Karimi らが提案した NCbT[5] は, P を SISO システムに限定することで, $C(\rho)$ と P の位置の入れ替えを行っていた。しかし, MIMO システムにおいては $C(\rho)$ と P は伝達関数行列となるため単純に入れ替えることはできない。

MIMO システムにおいてパラメータ調整に要するデータ取得回数を低減するために, 2.2 節で述べた方法を用いて, P と $C(\rho)$ の位置を入れ替える。まず, 図 2.4 における $r(t)$ として $r^{[i]}(t)$ を与えたときの $\tilde{\varepsilon}_d(\rho, t)$ を $\tilde{\varepsilon}_d^{[i]}(\rho, t)$ とすると (2.18) 式を得る。このとき $\tilde{\varepsilon}_d^{[i]}(\rho, t)$ の $r^{[i]}(t)$ に関する項は $J(\rho)$ で評価したい伝達関数と一致していることがわかる。

$$\begin{aligned} \tilde{\varepsilon}_d^{[i]}(\rho, t) &= Mr^{[i]}(t) - (I - M)(PC(\rho)r^{[i]}(t) + v(t)) \\ &= [M - (I - M)PC(\rho)]r^{[i]}(t) - (I - M)v(t) \end{aligned} \quad (2.18)$$

次に, 図 2.7 のように定義される $\varepsilon^{[i]}(\rho, t)$ を考える。 $\varepsilon^{[i]}(\rho, t)$ は (2.19) 式のように表すことができ, $r^{[i]}(t)$ に関する項は $\tilde{\varepsilon}_d^{[i]}(\rho, t)$ と同様に $J(\rho)$ で評価したい伝達関数と一

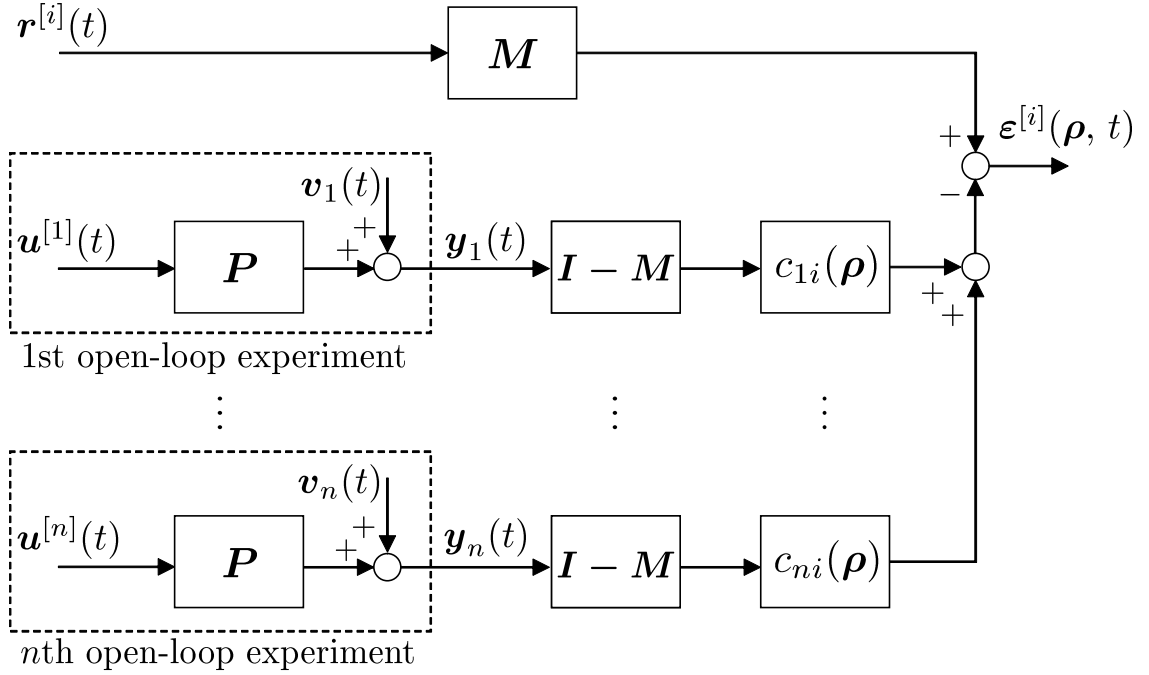


図 2.7: 図 2.4 に対する制御器と制御対象の入れ替え

致している。

$$\begin{aligned}
 \varepsilon^{[i]}(\rho, t) &= M r^{[i]}(t) - \sum_{k=1}^n c_{ki}(\rho)(I - M)y_k(t) \\
 &= [M - (I - M)PC(\rho)] r^{[i]}(t) - \sum_{k=1}^n c_{ki}(\rho)(I - M)v_k(t) \quad (2.19)
 \end{aligned}$$

ここで, $y_k(t) = P u^{[k]}(t) + v_k(t)$ ($k = 1, \dots, n$) は (2.2) 式に従い $u^{[k]}(t)$ に対してそれぞれ独立に取得された出力である。(2.19) 式より, n 回の開ループ実験を行い, $y_k(t)$ ($k = 1, \dots, n$) を取得することで $\varepsilon^{[i]}(\rho, t)$ をオフラインで評価でき, 異なる ρ に対する $\varepsilon^{[i]}(\rho, t)$ の評価に際して (2.18) 式のように入出力データを再び取得する必要がない。

(2.18) 式と (2.19) 式は $v(t)$ 及び $v_k(t)$ に関する項がなければ等しいことは明らかであり, これらの観測雑音が存在しなければ最適な ρ は $\|W_1 \tilde{\varepsilon}^{[i]}(\rho, t)\|_2^2$ を最小化する ρ として求めることができる。しかし, $v_k(t)$ が存在する場合, $\|W_1 \tilde{\varepsilon}^{[i]}(\rho, t)\|_2^2$ と $J(\rho)$ の最小解は一致しない。そこで, $v_k(t)$ の影響を低減できる相関関数に基づいた評価関数を導入し, その二乗和を評価関数とする。

ρ の第 i 列ベクトルを ρ_i とすると, $\varepsilon^{[i]}(\rho, t)$ は (2.20) 式のように表現できる。

$$\begin{aligned}\varepsilon^{[i]}(\rho, t) &= M r^{[i]}(t) - \sum_{k=1}^n c_{ki}(\rho)(I - M)y_k(t) \\ &= M r^{[i]}(t) - \Phi^T(t)\rho_i\end{aligned}\quad (2.20)$$

ここで, $\Phi(t)$, $Y(t)$ は以下のように定義される。

$$\begin{aligned}\Phi(t) &= \beta((I - M)Y(t))^T \\ Y(t) &= [y_1(t), \dots, y_n(t)]\end{aligned}$$

このとき, 有限のデータ長 N に対して $\varepsilon^{[i]}(\rho, t)$ と $r^{[i]}(t)$ の相互相関関数 $f^{[i]}(\rho)$ は次のように推定される [8]。

$$\hat{f}^{[i]}(\rho) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta_w(t) \otimes W_1 \{M r^{[i]}(t) - \Phi^T(t)\rho_i\}$$

$\zeta_w(t)$ は, (2.21) 式のように定義される $r^{[i]}(t)$ と相関をもち, $v_k(t)$ と無相関な補助変数ベクトルである。

$$\zeta_w(t) = W_2[s(t+l), \dots, s(t), \dots, s(t-l)]^T \quad (2.21)$$

l は十分に大きな整数であり, $W_1 \in \mathbb{R}^{m \times m}$, W_2 は以下のように選ぶ重み関数である。

$$W_1 = I - M, \quad W_2 = \Phi_s^{-1}(\omega_k)$$

ここで, $\Phi_s(\omega_k)$ は $s(t)$ のパワースペクトル密度である。

(2.7) 式を最小にする制御器パラメータを求める問題は (2.22) 式となる。

$$\hat{\rho} = \arg \min_{\rho} J_c(\rho) \quad (2.22)$$

ただし, 評価関数 $J_c(\rho)$ は (2.23) 式のように $f^{[i]}(\rho)$ の二乗和で与えられる。

$$J_c(\rho) = \sum_{i=1}^m \left(\hat{f}^{[i]}(\rho) \right)^T \hat{f}^{[i]}(\rho) \quad (2.23)$$

$\hat{f}^{[i]}(\rho)$ は ρ_i に関して線形である。また, 各 ρ_i を求める問題はたがいに独立であるため $J_c(\rho)$ は ρ に対して凸となる。よって, 最適な制御器パラメータ $\hat{\rho}$ は最小二乗法により (2.24) 式のように求めることができる。

$$\hat{\rho} = \arg \min_{\rho} J_c(\rho) = (\Omega^T \Omega)^{-1} \Omega^T \Psi \quad (2.24)$$

ただし, $\Psi = [\Psi^{[1]}, \dots, \Psi^{[m]}]$ であり, $\Psi^{[i]}$, Ω は以下のように定義される。

$$\Psi^{[i]} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta_w(t) \otimes W_1 M r^{[i]}(t)$$

$$\Omega = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta_w(t) \otimes W_1 \Phi^T(t)$$

時間領域における評価関数 $J_c(\rho)$ は Parseval の定理により $J(\rho)$ に漸近的に等価, すなわち (2.25) 式が成り立つ。

$$\lim_{l, N \rightarrow \infty, l/N \rightarrow 0} J_c(\rho) = J(\rho) \quad (2.25)$$

なお, 多変数 NCbT では, (2.1) 式の関係を利用することで制御対象と制御器の順序の入れ替えを可能にしている。開ループ実験にてデータ取得を行う場合, P の入力を $u^{[k]}(t)$ とすることは容易である。しかしながら, 閉ループ実験にてデータ取得を行う場合には P の入力を意図的に $u^{[k]}(t)$ とするのは難しい。よって, 閉ループデータに対して多変数 NCbT を適用することは現在のところ困難であることに注意されたい。

第3章 安定性を考慮した多変数制御器設計法

本章では、2.3.5項で述べた制御器設計法の評価関数に対して、小ゲイン定理に基づく閉ループシステムの安定性に関する制約を課すことで、安定性を考慮した制御器パラメータの調整が可能であることを示す。さらに、提案手法を数値例及び、実機実験において、2入力2出力システムである制御対象に対して適用し有効性を示す。

3.1 MIMOシステムに対する安定性の凸制約

ロバスト制御などのモデルベース制御器設計法では、実際の制御対象とその数式モデルとの差を不確かさとして扱い、制御器設計に陽に利用することで、実際の制御対象を安定化する制御器の設計を可能にしている。それに対し、多くのモデルフリー制御器設計法では得られた制御器が実際に制御対象を安定化するかどうかは制御器を実装してみなければわからない。そこで、モデルフリー制御器設計法において安定性を考慮するために、入出力データのみを利用した安定性に関する拘束条件を導出する。

3.1.1 小ゲイン定理に基づく安定条件

まず、設計された制御器 $C(\hat{\rho})$ と実際の制御対象 P から構成される閉ループシステムの安定条件について考える。このとき、 P と $C(\rho)$ から構成される閉ループシステムは理想制御器 C^* を用いて、図 3.1 のように表現できる。 $C(\rho) - C^*$ を制御器の変動と見れば、加法的変動に対するロバスト安定化問題とみなせる。よって、 z から z までの一巡伝達関数を $G(\rho)$ とし、その H_∞ ノルムを $\delta(\rho)$ とすると、閉ループシステムが安定であるための十分条件は小ゲイン定理により $G(\rho)$ が安定ならば、 $\delta(\rho) < 1$ とな

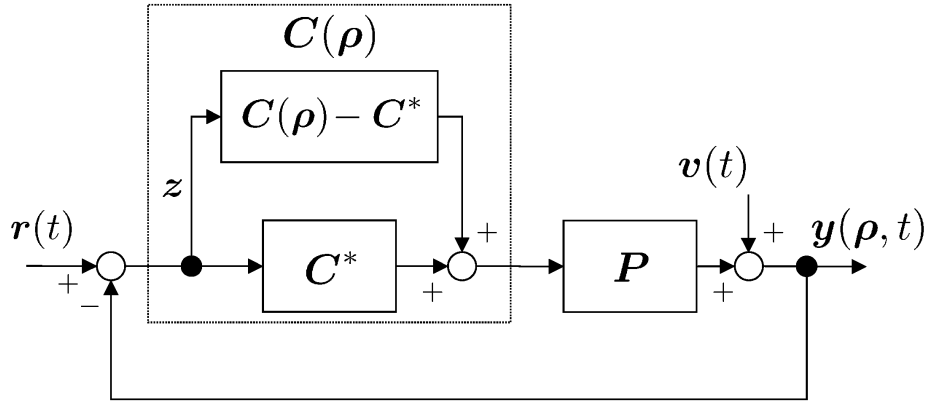


図 3.1: 理想制御器を用いた閉ループシステムの表現

る。この十分条件は (2.6) 式を用いて (3.1) 式のように表現できる。

$$\begin{aligned}
 \delta(\rho) &= \|G(\rho)\|_{\infty} \\
 &= \|(I + PC^*)^{-1}P(C^* - C(\rho))\|_{\infty} \\
 &= \|M - (I - M)PC(\rho)\|_{\infty} < 1
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

ここで, (3.1) 式は制御対象のモデル P を含むことに注目されたい。モデルフリー制御器設計法では P を利用できないため, 利用可能な制御対象の入出力データから (3.1) 式を評価する必要がある。そこで, 制御対象の入出力データをもとに $G(\rho)$ を推定する方法について考える。

$v_k(t) = 0$ のとき, (2.19) 式は (3.2) 式のように表せる。

$$\varepsilon^{[i]}(\rho, t) = [M - (I - M)PC(\rho)] r^{[i]}(t) \tag{3.2}$$

よって, $G(\rho)$ は制御器設計の際に取得した $\varepsilon^{[i]}(\rho, t)$, $r^{[i]}(t)$ を用いて推定できることがわかる。しかし, 本研究で用いる閉ループシステムの安定条件 (3.1) 式は十分条件であるため, 保守的な設計となる場合がある。以下, この保守性と多変数 NCbT における制御器設計の関係について考える。

(2.7) 式と (3.1) 式は (2.6) 式を用いて次のように変形できる。

$$J(\rho) = \|W_1(I - M)P(C^* - C(\rho))\|_2^2 \tag{3.3}$$

$$\delta(\rho) = \|(I - M)P(C^* - C(\rho))\|_{\infty} < 1 \tag{3.4}$$

上式より, $J(\rho)$ の最小化問題は $C^* - C(\rho)$ の重み付き最小化問題として捉えることができ, $C(\rho)$ と C^* との差は指定された制御器構造の範囲内で小さくなるように調整さ

れる。さらに、 $\delta(\rho)$ もノルムは異なるが $J(\rho)$ と同様に $C(\rho)$ と C^* との差を評価している。したがって、(3.1) 式を満たさない場合は、 $J(\rho)$ の最小化では、指定された制御器構造の範囲内で $C(\rho)$ を C^* に近づけられないことを意味する。そのため、 $J(\rho)$ の凸近似の際に用いた、近似 $(I + PC(\hat{\rho}))^{-1} \simeq I - M$ が成立していない可能性が高く、 $J(\rho)$ を最小化して閉ループシステムを安定化する制御器が得られたとしても、その制御器が望みの応答を実現できる可能性は低いと考えられる。この場合、(3.1) 式を満たすように制御器構造もしくは、参照モデルを再選定する必要がある。

3.1.2 スペクトル解析法による伝達関数行列の推定

(2.19) 式の観測雑音に関する項をまとめて $\bar{v}^{[i]}(t)$ とすると、以下の関係を得る。

$$\varepsilon^{[i]}(\rho, t) = G(\rho)r^{[i]}(t) + \bar{v}^{[i]}(t) \quad (3.5)$$

さらに、 $r^{[i]}(t)$ の定義より、(3.6) 式を得る。

$$\varepsilon_j^{[i]}(\rho, t) = G_{ji}(\rho)s(t) + \bar{v}_j^{[i]}(t) \quad (3.6)$$

このとき、周波数点 ω_k における $G_{ji}(\rho)$ の推定値は、スペクトル解析法により (3.7) 式のように計算できることが知られている [12]。 $\bar{v}_j^{[i]}(t)$ は定義より $s(t)$ に対して無相関となるので、漸近的には $\hat{G}_{ji}(e^{j\omega_k}, \rho)$ の推定は $\bar{v}_j^{[i]}(t)$ の影響を受けない。

$$\hat{G}_{ji}(e^{j\omega_k}, \rho) = \frac{\hat{\Phi}_{s\varepsilon_j^{[i]}}(\omega_k, \rho)}{\Phi_s(\omega_k)} \quad (3.7)$$

$$\omega_k = 2\pi k/(TT_s), \quad k = 0, \dots, \lfloor (T-1)/2 \rfloor$$

ここで、 T_s はサンプリングタイムである。また、 $\Phi_s(\omega_k)$ は $s(t)$ のパワースペクトル密度であり、自己相関関数 $R_s(\tau)$ の離散フーリエ変換として (3.8) 式のように計算できる。

$$\Phi_s(\omega_k) = \sum_{\tau=0}^{T-1} R_s(\tau)e^{-i\tau\omega_k} \quad (3.8)$$

$$R_s(\tau) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T s(t-\tau)s(t), \quad \tau = 0, \dots, T-1$$

$s(t)$ はデータ長 N の非周期信号でも利用可能であるが、(3.7) 式の推定精度向上のため、周期 T ステップの信号を p 周期分繰り返した $N = pT$ ステップの信号とする。 $s(t)$ を周期信号とすることで相関関数 $R_s(\tau)$ の打ち切り誤差やデータの平均化による観測雑音の影響を低減できるなどの利点がある。

$\hat{\Phi}_{s\varepsilon_j^{[i]}}(\omega_k, \boldsymbol{\rho})$ は $s(t)$ と $\varepsilon_j^{[i]}(\boldsymbol{\rho}, t)$ のパワークロススペクトル密度の推定値であり, 相互相関関数 $\hat{R}_{s\varepsilon_j^{[i]}}(\tau, \boldsymbol{\rho})$ の離散フーリエ変換として (3.9) 式のように推定できる。

$$\begin{aligned}\hat{\Phi}_{s\varepsilon_j^{[i]}}(\omega_k, \boldsymbol{\rho}) &= \sum_{\tau=0}^{T-1} \hat{R}_{s\varepsilon_j^{[i]}}(\tau, \boldsymbol{\rho}) e^{-i\tau\omega_k} \\ \hat{R}_{s\varepsilon_j^{[i]}}(\tau, \boldsymbol{\rho}) &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N s(t-\tau) \varepsilon_j^{[i]}(\boldsymbol{\rho}, t) \\ &\quad \tau = 0, \dots, T-1\end{aligned}\quad (3.9)$$

(3.7), (3.8), (3.9) 式より, 各周波数点 ω_k における $G(\boldsymbol{\rho})$ の推定値 $\hat{G}(e^{j\omega_k}, \boldsymbol{\rho})$ は (3.10) 式のように求めることができる。

$$\hat{G}(e^{j\omega_k}, \boldsymbol{\rho}) = \begin{bmatrix} \hat{G}_{11}(e^{j\omega_k}, \boldsymbol{\rho}) & \cdots & \hat{G}_{1m}(e^{j\omega_k}, \boldsymbol{\rho}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{G}_{m1}(e^{j\omega_k}, \boldsymbol{\rho}) & \cdots & \hat{G}_{mm}(e^{j\omega_k}, \boldsymbol{\rho}) \end{bmatrix}\quad (3.10)$$

さらに, 十分狭い間隔で定義された周波数列 $\{\omega_k\}$ に対して, $\delta(\boldsymbol{\rho})$ の推定値 $\hat{\delta}(\boldsymbol{\rho})$ は (3.11) 式から求めることができる。

$$\hat{\delta}(\boldsymbol{\rho}) = \max_{\{\omega_k | \Phi_s(\omega_k) \neq 0\}} \bar{\sigma}\{\hat{G}(e^{j\omega_k}, \boldsymbol{\rho})\}\quad (3.11)$$

(3.7) 式より, $s(t)$ の周期 T を大きくとり, サンプルングタイム T_s を小さくすることでより広い周波数帯域で周波数伝達関数の推定が可能となり, (3.11) 式の H_∞ ノルムの推定精度も向上する。

3.1.3 安定制約を付加した制御器設計法

(3.11) 式より, モデルフリー制御器設計法においても (3.1) 式が評価可能となる。よって, MIMO システムに対する安定制約は (3.12) 式のように導出できる。

$$\begin{aligned}\hat{\delta}(\boldsymbol{\rho}) &= \max_{\{\omega_k | \Phi_s(\omega_k) \neq 0\}} \bar{\sigma}\{\hat{G}(e^{j\omega_k}, \boldsymbol{\rho})\} < \delta_N \\ \omega_k &= 2\pi k / (TT_s), \quad k = 0, \dots, \lfloor (T-1)/2 \rfloor\end{aligned}\quad (3.12)$$

ここで, $0 < \delta_N \leq 1$ であり, 1 より小さな δ_N を選択することで, 観測雑音などによる推定誤差の影響を勘案している。また, (2.20) 式より $\varepsilon^{[i]}(\boldsymbol{\rho}, t)$ は ρ_i , すなわち $\boldsymbol{\rho}$ に関して線形である。よって, $\varepsilon^{[i]}(\boldsymbol{\rho}, t)$ に基づき構成されたスペクトル推定行列 $\hat{G}(e^{j\omega_k}, \boldsymbol{\rho})$ も $\boldsymbol{\rho}$ に関して線形となる。その結果として, 各周波数点 ω_k において $\bar{\sigma}\{\hat{G}(e^{j\omega_k}, \boldsymbol{\rho})\}$ は

ρ に関して凸となる。したがって、(3.1) 式は (3.12) 式のように ρ に関して凸な制約として近似できる。また、前述のように多変数 NCbT における評価関数 $J_c(\rho)$ は ρ に対して凸であるため、 $J_c(\rho)$ の最小化問題に対して (3.12) 式を拘束条件として課すことで凸最適化問題として求解が可能となる。

以上より、閉ループシステムの安定性を保証する最適な制御器パラメータ $\hat{\rho}$ を求める問題は以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} \hat{\rho} &= \arg \min_{\rho} J_c(\rho) & (3.13) \\ \text{subject to} & \\ \max_{\{\omega_k | \Phi_s(\omega_k) \neq 0\}} \bar{\sigma}\{\hat{G}(e^{j\omega_k}, \rho)\} &< \delta_N \\ \omega_k &= 2\pi k / (TT_s), \quad k = 0, \dots, \lfloor (T-1)/2 \rfloor \end{aligned}$$

この設計問題により、各周波数点 ω_k において安定性の十分条件 (3.1) 式を満たし、多変数 NCbT の評価関数を最小化する制御器が設計可能である。

3.2 シミュレーション

本節では、2 入力 2 出力システムのシミュレーションモデルに対して提案手法を適用し、多変数 NCbT と比較することで有効性を検証する。今回は、実現できる閉ループ特性に対して参照モデルの要求が過度な場合と、制御対象が多変数非最小位相システムの場合の 2 パターンのシチュエーションに対して検証する。

3.2.1 参照モデルの要求が過度な場合

制御対象 P は、(3.14) 式で表される入力をトルク τ_1, τ_2 、出力をプーリ速度 ω とアーム角 θ とする張力・速度制御装置の連続時間伝達関数モデル [13] である。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \omega \\ \theta \end{bmatrix} &= P \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} P_\omega & P_\omega \\ -P_\theta & P_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} & (3.14) \end{aligned}$$

$$P_\omega = \frac{1000}{0.3s + 1}, \quad P_\theta = \frac{-18560}{(s^2 + 11s + 150)(s^2 + 1.6s + 800)}$$

張力・速度制御装置の概要については 3.3.1 項で述べる。

参照モデル M として (3.15) 式の構造を与え, $\alpha = 20 \text{ rad/s}$ として離散化したものを用いた。その際, サンプルングタイムは $T_s = 1 \text{ ms}$ とした。

$$M = \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{s+\alpha} & 0 \\ 0 & \frac{\alpha^2}{(s+\alpha)^2} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

制御器 $C(\rho)$ の構造は (3.16) 式で定義される PID 制御器とし, K_p, K_i, K_d は求めるべき 2×2 のゲイン行列である。

$$\begin{aligned} C(\rho) &= K_p + \frac{T_s}{1-z^{-1}} K_i + \frac{1-z^{-1}}{T_s} K_d \\ &= \beta^T \rho \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} \beta^T &= \left[I_2 \mid \frac{T_s}{1-z^{-1}} I_2 \mid \frac{1-z^{-1}}{T_s} I_2 \right] \\ \rho &= \left[K_p^T \mid K_i^T \mid K_d^T \right]^T \end{aligned}$$

$\alpha = 5 \text{ rad/s}$ の参照モデルに対して多変数 NCbT を適用し, 制御器を設計したところ, 参照モデルの出力に追従する良好な閉ループ応答が得られた。しかしながら, 理想制御器 C^* は制御対象モデル P が利用可能であれば (2.6) 式を用いて算出でき, (3.14) 式を用いて C^* を求めると高次数制御器となった。そのため, (3.16) 式の制御器構造は理想的ではなく, 参照モデル M に対する完全なモデルマッチングを達成できない。また, $\alpha = 20 \text{ rad/s}$ の参照モデルは $\alpha = 5 \text{ rad/s}$ の場合に比べ, 高周波成分を多く含んでいるため, 即応性が求められる。よって, $\alpha = 20 \text{ rad/s}$ は $\alpha = 5 \text{ rad/s}$ に比べ, 実現しづらい参照モデルであるため, $\|C^* - C(\hat{\rho})\|_\infty$ が大きくなり, 実現された閉ループシステムが不安定化する可能性が高いことに注意しておく。

制御対象は 2 つの入力 (τ_1, τ_2) を持つため, 制御器パラメータの調整には 2 回の入出力データの取得が必要となる。入力信号 $u(t) = [\tau_1, \tau_2]^T$ として $u^{[1]}(t) = [s(t), 0]^T$, $u^{[2]}(t) = [0, s(t)]^T$ を与えた。NCbT で扱われる問題は, 最小二乗法による制御器パラメータの開ループ同定問題として捉えることができる。よって, 制御器パラメータ同定に用いる入出力データは通常の開ループ同定問題と同様, 全周波数帯域においてパワーをもっていることが望ましい。また, 線形システムのパラメータ同定には, 2 値信号で十分である。以上の理由から, $s(t)$ はシステム同定の分野でよく用いられる疑似白色 2 値信号 (PRBS: Pseudo Random Binary Signal)[12] とした。PRBS を生成するシフトレジスタは 11 段 ($T = 2^{11} - 1 = 2047$ ステップ) とし, この信号を $p = 40$ 周期分繰り返した $N = pT = 81880$ ステップ, 振幅 1 の信号とした。その際, 制御対象の出力にはプーリ速度, アーム角に対してそれぞれ平均 0, 分散 0.001 の異なる白色雑音を重

表 3.1: 多変数 NCbT と提案手法により調整された PID パラメータ

| | $\hat{\rho}_{w/o}$ | | $\hat{\rho}_{w/}$ | |
|-------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| K_p | 2.92×10^{-3} | 3.92×10^{-1} | 2.93×10^{-3} | 4.20×10^{-1} |
| | 2.96×10^{-3} | -3.92×10^{-1} | 2.95×10^{-3} | -4.20×10^{-1} |
| K_i | -1.40×10^{-4} | -4.50×10^{-1} | 1.06×10^{-3} | 4.54×10^{-0} |
| | 1.86×10^{-2} | 4.50×10^{-1} | 1.74×10^{-2} | -4.54×10^{-0} |
| K_d | -2.05×10^{-5} | -1.22×10^{-5} | -2.05×10^{-5} | -8.69×10^{-5} |
| | 2.05×10^{-5} | 1.22×10^{-5} | 2.05×10^{-5} | 8.69×10^{-5} |

置し，データ取得ごとに互いに無相関とした。補助変数ベクトル $\zeta_w(t)$ は $s(t)$ が周期 T の信号であるため，以下のように定義した。

$$\zeta_w(t) = W_2[s(t), s(t-1), \dots, s(t-T+1)]^T$$

また，安定制約の上限は $\delta_N = 1$ とした。

以上の条件下で，多変数 NCbT に対して安定制約を課した場合と課さなかった場合について，それぞれ制御器パラメータ $\hat{\rho}_{w/}$ ， $\hat{\rho}_{w/o}$ を得た。調整された制御器パラメータを表 3.1 に示す。これらのパラメータを用いて，設計した制御器による閉ループシステムの速度・角度応答を図 3.2 に示す。速度応答は，制約を課した場合，課さなかった場合ともに，参照モデルの出力に良好に追従している。しかしながら，角度応答は制約を課さなかった場合では発散しているが，提案手法では参照モデルの出力に追従しており，閉ループシステムを安定化できていることがわかる。提案手法により閉ループシステムを安定化できた要因を考察するため，調整されたパラメータを比較する。文献 [8] によると張力・速度制御装置に対して，干渉なく良好に制御をするためには，設計された制御器の各要素 c_{ij} が以下の関係を満たす必要がある。

$$c_{11} = c_{21} \quad , \quad c_{12} = -c_{22} \quad (3.17)$$

比例ゲイン K_p は，制約を課した場合，課さなかった場合共に，(3.17) 式の関係が満たされたい。しかし，制約を課さなかった場合の積分ゲイン K_i は，(3.17) 式関係を満たしていない。一方で，制約を課した場合には，(1,1) 要素と (2,1) 要素に関しては値のスケールは違うものの，符号は一致しているため，(3.17) 式関係がおおよそ満たされている。よって，安定制約を課すことで，本来は実現できない非干渉化制御器に近い制御器が設計されたため，閉ループシステムを安定化できたと考えられる。な

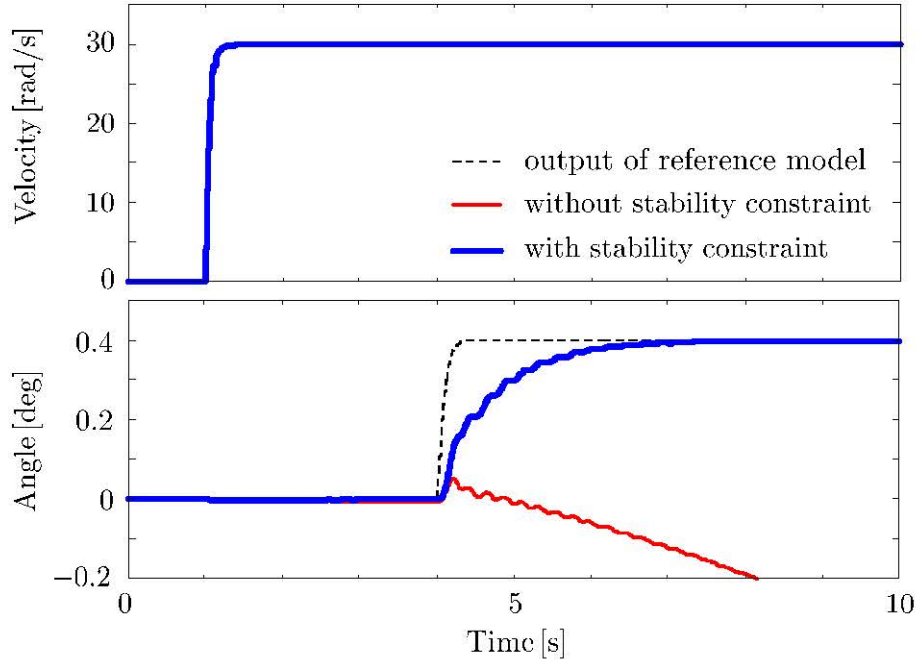


図 3.2: 閉ループシステムの実出力応答

お、微分ゲイン K_d は制約を課した場合，課さなかった場合共に，(1,1) 要素と (2,1) 要素が (3.17) 式の関係が満たされていないが，他のゲインに比べて値が小さいため影響が少ないと考えられる。

次に，各周波数点 ω_k に対する $\hat{G}(e^{j\omega_k}, \hat{\rho}_{w/l})$ の最大特異値を図 3.3 に示す。図中の破線はモデルを用いて導出された実際の最大特異値であり，三角形はその推定値である。最大特異値の推定値は，出力データに含まれる観測雑音の影響を受けて真値に対して高周波部分でずれを生じているが，おおよそ $G(\hat{\rho}_{w/l})$ を推定できている。また，このときの $\delta(\hat{\rho}_{w/l})$ ， $\hat{\delta}(\hat{\rho}_{w/l})$ はそれぞれ

$$\delta(\hat{\rho}_{w/l}) = 0.883 < 1$$

$$\hat{\delta}(\hat{\rho}_{w/l}) = 0.832 < 1$$

となり，ほぼ一致している。さらに， $\delta(\hat{\rho}_{w/l})$ ， $\hat{\delta}(\hat{\rho}_{w/l})$ は共に安定性の十分条件が満たされている。このため，提案手法は閉ループシステムを安定化できたと考えられる。

最後に，評価値 $J_c(\hat{\rho})$ と安定制約 $\hat{\delta}(\hat{\rho})$ の関係について検討する。表 3.2 に制約を課した場合と課さなかった場合の $J_c(\hat{\rho})$ と $\hat{\delta}(\hat{\rho})$ の値を示す。 $J_c(\hat{\rho}_{w/o})$ は $J_c(\hat{\rho}_{w/l})$ に比べ小さな値となっている。よって，制約を課さなかった場合は 2 ノルムの意味では $M - (I - M)PC(\rho)$ を小さくできている。しかし， $\hat{\delta}(\hat{\rho}_{w/o}) > 1$ となり， ∞ ノルムの意味

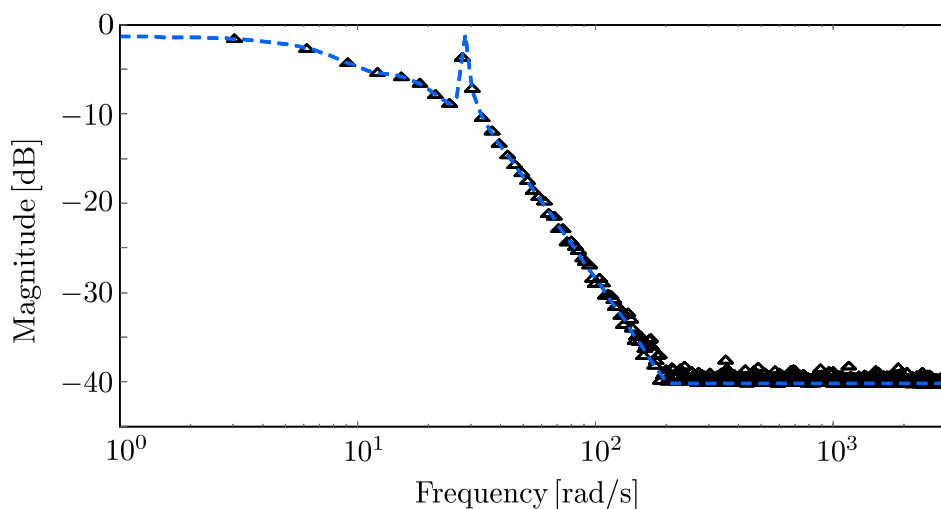


図 3.3: $G(\hat{\rho}_{w/})$ の最大特異値 (破線) とスペクトル推定値 $\bar{\sigma}\{\hat{G}(e^{j\omega_k}, \hat{\rho}_{w/})\}$ (三角形)

表 3.2: 評価値 $J_c(\hat{\rho})$ と安定制約 $\hat{\delta}(\hat{\rho})$

| | $\hat{\rho}_{w/o}$ | $\hat{\rho}_{w/}$ |
|----------------------------|-----------------------|-----------------------|
| $J_c(\hat{\rho})$ | 2.83×10^{-3} | 2.98×10^{-3} |
| $\hat{\delta}(\hat{\rho})$ | 1.19 | 0.832 |

では $M - (I - M)PC(\rho)$ を安定制約を満たす値まで小さくできていない。その結果として、閉ループシステムが不安定化し、出力応答が図 3.2 のように発散したと考えられる。一方、 $J_c(\hat{\rho}_{w/})$ は $J_c(\hat{\rho}_{w/o})$ に比べ大きな値となるが、安定制約を課しているため $\hat{\delta}(\hat{\rho}_{w/}) < 1$ となり、安定制約を満たす値まで ∞ ノルムの意味で $M - (I - M)PC(\rho)$ を小さくできている。その結果として、閉ループシステムが不安定化しなかったと考えられる。以上より、提案手法は安定条件 (3.1) 式を満たし、評価関数 $J_c(\rho)$ を最小化する制御器が設計可能であることを確認できた。

3.2.2 制御対象が非最小位相システムの場合

制御対象 P は、以下の離散時間伝達関数モデルで表現される 2 入力 2 出力の多変数非最小位相系とした。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} &= P \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} P_1 & P_3 \\ P_3 & P_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$P_1 = \frac{(z-0.4)(z-1.2)}{z(z-0.3)(z-0.8)}, \quad P_2 = \frac{(z-0.4)(z-1.6)}{z(z-0.3)(z-0.8)}, \quad P_3 = \frac{0.01}{z(z-0.3)(z-0.8)}$$

ここで、 P は (1,1) 要素に $z = 1.2$ 、(2,2) 要素に $z = 1.6$ の不安定零点を持つ制御対象であることに注意されたい。

参照モデル M として以下の離散時間システムを与え、サンプリングタイムは $T_s = 0.01$ s とした。

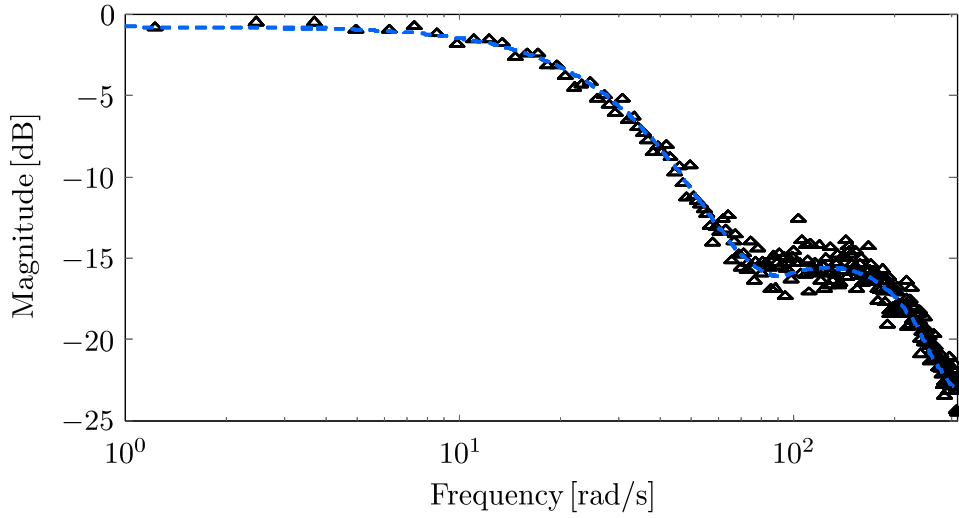
$$M = \begin{bmatrix} \frac{0.064z^2}{(z-0.6)^3} & 0 \\ 0 & \frac{0.064z^2}{(z-0.6)^3} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

制御対象に不安定零点があるにもかかわらず、参照モデルにはその不安定零点を持たせていない。よって、参照モデルの与え方が不適切であるため、実現される閉ループシステムは不安定化する可能性が高いことに注意しておく。制御器 $C(\rho)$ の構造は (3.16) 式で定義される PID 制御器とし、 K_p 、 K_i 、 K_d は求めるべき 2×2 のゲイン行列である。制御対象は 2 つの入力を持つため、制御器パラメータの調整には 2 回の入出力データの取得が必要となる。入力信号を $\mathbf{u}^{[1]}(t) = [s(t), 0]^T$ 、 $\mathbf{u}^{[2]}(t) = [0, s(t)]^T$ として与え、 $s(t)$ を PRBS とした。PRBS を生成するシフトレジスタは 9 段 (周期 $T = 2^9 - 1 = 511$ ステップ) とし、この信号を 3 周期分繰り返した $N = 511 \times 3 = 1533$ ステップ、振幅 1 の信号とした。その際、制御対象の各出力にはそれぞれ S/N 比 10 の異なる白色雑音を重畳し、データ取得ごとに互いに無相関とした。また、相互相関関数を計算する窓長は $l = 31$ ステップとし、安定制約の上限は、余裕を見て $\delta_N = 0.95$ とした。

以上の条件下で、多変数 NCbT に対して安定制約を課した場合と課さなかった場合について、それぞれ制御器パラメータ $\hat{\rho}_{w/}$ 、 $\hat{\rho}_{w/o}$ を得た。評価値 $J_c(\hat{\rho})$ と安定制約 $\hat{\delta}(\hat{\rho})$ の値を表 3.3 に示す。制約を課した場合、課さなかった場合の $J_c(\hat{\rho})$ と $\hat{\delta}(\hat{\rho})$ の関係は表 3.2 同様の結果となった。 $J_c(\hat{\rho}_{w/o})$ は $J_c(\hat{\rho}_{w/})$ に比べ小さな値となっているが、 $\hat{\delta}(\hat{\rho}_{w/o}) > 1$ となり、安定制約を満たしていない。よって、 $C(\hat{\rho}_{w/o})$ は閉ループシステムを安定化で

表 3.3: 評価値 $J_c(\hat{\rho})$ と安定制約 $\hat{\delta}(\hat{\rho})$

| | $\hat{\rho}_{w/o}$ | $\hat{\rho}_w$ |
|----------------------------|-----------------------|-----------------------|
| $J_c(\hat{\rho})$ | 8.74×10^{-2} | 9.54×10^{-2} |
| $\hat{\delta}(\hat{\rho})$ | 1.17 | 0.949 |


 図 3.4: $G(\hat{\rho}_w)$ の最大特異値 (破線) とスペクトル推定値 $\hat{\sigma}\{\hat{G}(e^{j\omega_k}, \hat{\rho}_w)\}$ (三角形)

きない可能性がある。一方, $J_c(\hat{\rho}_w)$ は $J_c(\hat{\rho}_{w/o})$ に比べ大きな値となるが, $\hat{\delta}(\hat{\rho}_w) < 1$ となり, 安定制約を満たしている。そのため, $C(\hat{\rho}_w)$ は閉ループシステムを安定化する制御器であると期待できる。

次に, 各周波数点 ω_k に対する $\hat{G}(e^{j\omega_k}, \hat{\rho}_w)$ の最大特異値を図 3.4 に示す。図中の破線はモデルを用いて導出された実際の最大特異値であり, 三角形はその推定値である。最大特異値の推定値は, 出力データに含まれる観測雑音の影響を受けて真値に対してばらつきがみられるが, おおよそ $G(\hat{\rho}_w)$ を推定できている。さらに, 安定制約の上限 δ_N を 1 より小さな値とすることで推定誤差を勘案でき, $\delta(\hat{\rho}_w)$, $\hat{\delta}(\hat{\rho}_w)$ はそれぞれ

$$\delta(\hat{\rho}_w) = 0.916 < 1$$

$$\hat{\delta}(\hat{\rho}_w) = 0.949 < 1$$

となり, 共に安定性の十分条件が満たされている。 $C(\hat{\rho}_w)$, $C(\hat{\rho}_{w/o})$ による閉ループシステムの速度・角度応答を図 3.5 に示す。 $C(\hat{\rho}_{w/o})$ を用いた場合は予想されていたように実現された閉ループシステムが不安定化し, 出力応答が共に発散している。しか

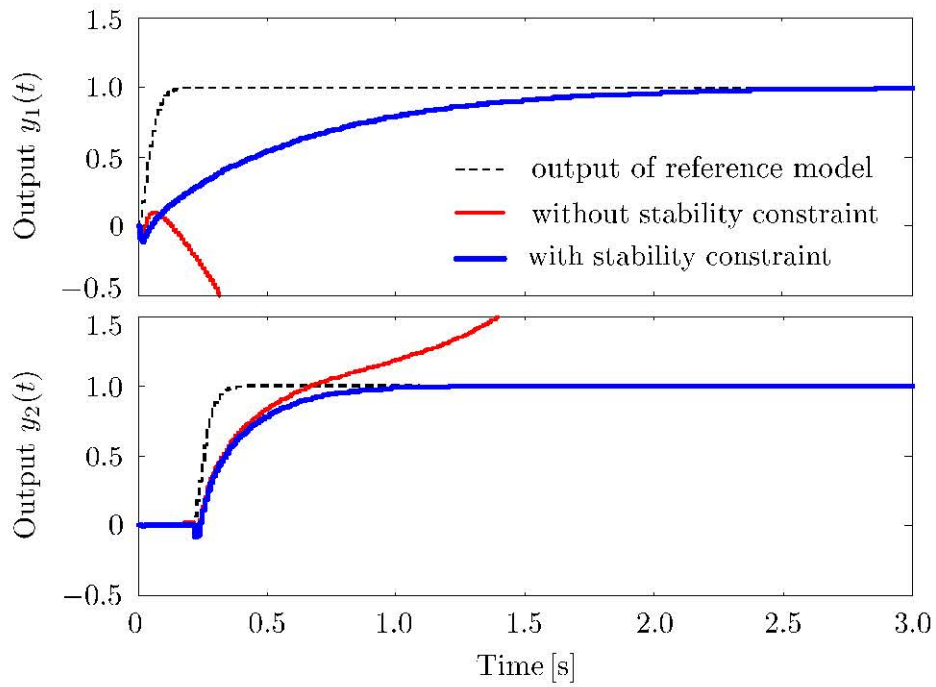


図 3.5: 閉ループシステムの出カ応答

し, $C(\hat{\rho}_w)$ を用いた場合は応答が参照モデルの出カに追従しており, 実現不可能な参照モデルを与えた場合においても, 参照モデルの追従性を犠牲にして期待通り閉ループシステムを安定化できている。

3.3 実験

本節では、提案法の有効性を実証するために図 3.6 に示す張力・速度制御装置に対する実験結果を示す。

3.3.1 制御対象

制御対象の外観及び、模式図を図 3.6 に示す。この装置は、ビデオテープの駆動、製紙工業の巻取りシステムなどを模擬した装置である [13]。2つのプーリがモータ 1, 2 に接続されており、3つ目のプーリは弾性ベルトを介してその2つのプーリと接続され、プーリ速度と弾性ベルトの張力を制御する装置である。弾性ベルトの張力は線形バネの変位から計算され、その変位はアーム角 θ を通して検出される。そして、そのアーム角はモータ 1, 2 の速度差により制御される。しかしながら、プーリ速度とアーム角の間に干渉が存在し、プーリ速度とアーム角すなわち弾性ベルトの張力の独立な制御が難しい制御対象である。特に、プーリ速度 ω はタコジェネレータにより検出しており、モータドライバで発生する雑音（平均 -0.157 rad/s 、分散 $4.93 \text{ rad}^2/\text{s}^2$ ）が ω に重畳するため、制御器パラメータの調整や、 δ の推定に影響を与えられたい。なお、制御系設計に対する本実験装置における雑音の影響については文献 [8] を参照されたい。

制御対象 P は入力としてモータ 1, 2 への入力トルク τ_1, τ_2 、出力としてプーリ速度 ω とアーム角 θ を持つ 2 入力 2 出力システムとなる。運動方程式の導出や伝達関数の詳細については文献 [13] を参照されたい。

3.3.2 実験条件

制御対象に関する情報がない場合、その制御対象が達成可能な応答速度なども不明である。参照モデル M として (3.15) 式の構造を与え、同じ入出力データに対して $\alpha = 20 \text{ rad/s}$ と $\alpha = 40 \text{ rad/s}$ の場合について制御器の設計を行うことで、どのような参照モデルを与えればよいか分からない状況を模擬した。なお、サンプリングタイムは $T_s = 4 \text{ ms}$ とした。制御器 $C(\rho)$ の構造は (3.16) 式で定義される PID 制御器とし、 K_p, K_i, K_d は求めるべき 2×2 のゲイン行列である。理想制御器 C^* は制御対象モデル P が利用可能であれば (2.6) 式を用いて算出でき、(3.14) 式を用いて C^* を求めると高次数制御器となった。そのため、(3.16) 式の制御器構造は理想的ではなく、参照モデ

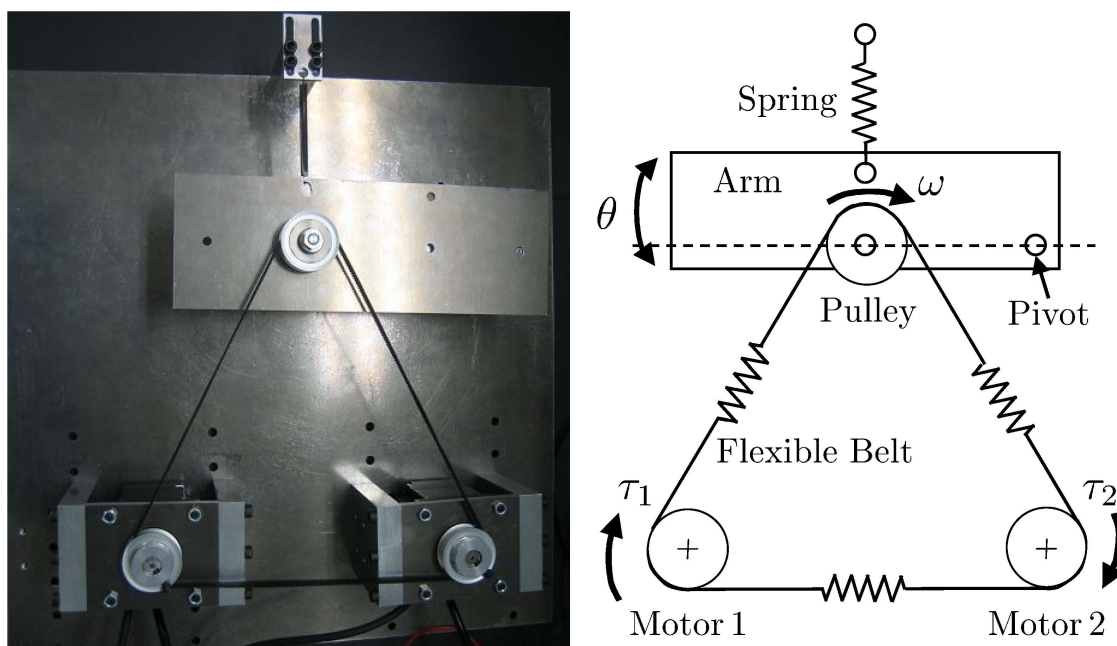


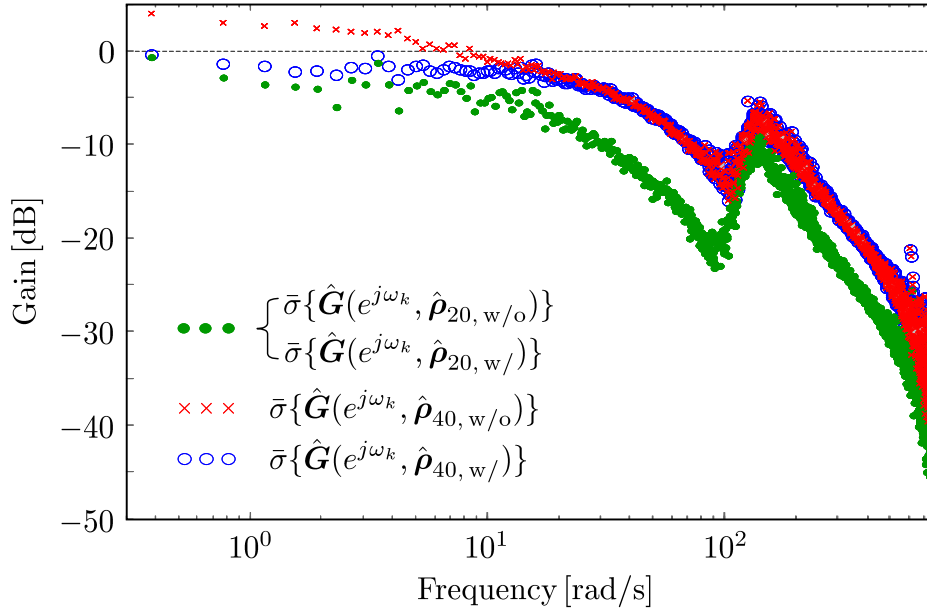
図 3.6: 張力・速度制御装置の外観及び、模式図

ル M に対する完全なモデルマッチングを達成できない。また、 ρ の選び方によっては $\|C^* - C(\hat{\rho})\|_\infty$ が大きくなり、構成する閉ループシステムが不安定化する可能性があることに注意しておく。

制御対象は 2 つの入力 (τ_1, τ_2) を持つため、制御器パラメータの調整には 2 回の入出力データの取得が必要となる。入力信号 $u(t) = [\tau_1, \tau_2]^T$ として $u^{[1]}(t) = [s(t), 0]^T$, $u^{[2]}(t) = [0, s(t)]^T$ を与え、 $s(t)$ は PRBS とした。PRBS を生成するシフトレジスタは 12 段 ($T = 2^{12} - 1 = 4095$ ステップ) とし、この信号の 1 周期分、すなわち $N = 4095$ ステップ、振幅 2.5 V (トルク換算で定格トルクの 25% に相当) の信号とした。取得した角度データ θ_i ($i = 1, 2$) は速度データ ω_i とスケールを合わせて評価するため 10 倍したものを制御器設計に用いた。また、相互相関関数を計算する窓長は $l = 2047$ ステップとし、安定制約の上限は、余裕を見て $\delta_N = 0.95$ とした。

3.3.3 実験結果

α を 20 rad/s としたときに多変数 NCbT に対して安定制約を課した場合と課さなかった場合について制御器パラメータ $\hat{\rho}_{20, w/}$, $\hat{\rho}_{20, w/o}$ を得た。 α を 40 rad/s としたときも同様に $\hat{\rho}_{40, w/}$, $\hat{\rho}_{40, w/o}$ を得た。それぞれの場合に対する $J_c(\hat{\rho})$ と $\hat{\delta}(\hat{\rho})$ の値を表 3.4 に示す。 α を 20 rad/s としたとき、 $\hat{\rho}_{20, w/}$ と $\hat{\rho}_{20, w/o}$ が一致した。その結果として $J_c(\hat{\rho}_{20, w/}) =$


 図 3.7: 各周波数点 ω_k におけるスペクトル推定値 $\bar{\sigma}\{\hat{G}(e^{j\omega_k}, \hat{\rho})\}$

$J_c(\hat{\rho}_{20, w/o})$, $\hat{\delta}(\hat{\rho}_{20, w/}) = \hat{\delta}(\hat{\rho}_{20, w/o}) < 1$ となった。 $\hat{\rho}_{20, w/}$ と $\hat{\rho}_{20, w/o}$ が一致したということは, $J_c(\rho)$ のみを最小化する $\hat{\rho}_{20, w/o}$ が結果として安定制約 $\hat{\delta}(\rho) < 1$ を満たしていたことを意味している。よって, $C(\hat{\rho}_{20, w/}) = C(\hat{\rho}_{20, w/o})$ は共に閉ループシステムを安定化する制御器であると期待できる。 α を 40 rad/s としたときは $J_c(\hat{\rho}_{40, w/o}) < J_c(\hat{\rho}_{40, w/})$ となった。しかし, $\hat{\delta}(\hat{\rho})$ に注目すると, $\hat{\delta}(\hat{\rho}_{40, w/o}) > 1$ となり, 安定制約を満たしていない。そのため, $C(\hat{\rho}_{40, w/o})$ は閉ループシステムを安定化できない可能性がある。一方, $J_c(\hat{\rho}_{40, w/})$ は $J_c(\hat{\rho}_{40, w/o})$ に比べて大きな値となるが $\hat{\delta}(\hat{\rho}_{40, w/}) < 1$ となり, 安定制約を満たしている。そのため, $C(\hat{\rho}_{40, w/})$ は閉ループシステムを安定化する制御器であると期待できる。

次に, 各周波数点 ω_k に対する $\hat{G}(e^{j\omega_k}, \hat{\rho})$ の最大特異値を図 3.7 に示す。

$\bar{\sigma}\{\hat{G}(e^{j\omega_k}, \hat{\rho}_{40, w/o})\}$ は $\bar{\sigma}\{\hat{G}(e^{j\omega_k}, \hat{\rho}_{20, w/})\}$, $\bar{\sigma}\{\hat{G}(e^{j\omega_k}, \hat{\rho}_{20, w/o})\}$ に比べてゲインが全体的に上昇している。特に, ゲインの上昇は高周波領域に比べて低周波領域で顕著である。この要因について考察する。

(3.3) 式より, $J(\rho)$ 式の最小化問題は $C^* - C(\rho)$ の重み付き最小化問題と捉えることができる。重み $(I - M)P$ は, $I - M$ がハイパス特性を持つことを考えると, α が 40 rad/s の方が高周波領域においてより大きな重みが掛かると考えられる。また, α を高くすると, 速応性を改善するために理想制御器 C^* のゲインはより高い周波数まで大きくなる。そのため, α が 40 rad/s の方が $C(\rho)$ はハイゲインとなり, より高い周波数

表 3.4: $\alpha = 20 \text{ rad/s}$, $\alpha = 40 \text{ rad/s}$ に対する評価値 $J_c(\hat{\rho})$ と安定制約 $\hat{\delta}(\hat{\rho})$

| | $\alpha = 20 \text{ rad/s}$ | | $\alpha = 40 \text{ rad/s}$ | |
|----------------------------|-----------------------------|-----------------------|-----------------------------|-----------------------|
| | w/o const. | w/ const. | w/o const. | w/ const. |
| $J_c(\hat{\rho})$ | 6.34×10^{-2} | 6.34×10^{-2} | 1.59×10^{-1} | 1.60×10^{-1} |
| $\hat{\delta}(\hat{\rho})$ | 0.913 | 0.913 | 1.36 | 0.949 |

で $C^* - C(\rho)$ を小さくする必要がある。しかし，制御器の構造は理想制御器とは一致しておらず，構造が制限を受けているため，高周波領域で $C^* - C(\rho)$ を小さくしたことにより低周波領域で $C^* - C(\rho)$ が大きくなっていったと考えられる。以上の要因から参照モデルのカットオフ周波数 α の変更により， $\bar{\sigma}\{\hat{G}(e^{j\omega_k}, \hat{\rho}_{40, \text{w/o}})\}$ のゲイン上昇が低周波領域において発生し，安定制約 $\hat{\delta}(\rho) < 1$ を満たさなくなったと考えられる。

一方，提案手法では安定制約を課すことで低周波領域においても安定制約を満たす範囲で評価関数を最小化できている。低周波領域の推定値にはばらつきが見られるが，安定制約の上限 δ_N を 1 より小さな値とすることで推定誤差を勘案でき，すべての周波数点 ω_k において安定制約を満たした設計ができていることが確認できる。制御器 $C(\hat{\rho}_{20, \text{w/}})$ ， $C(\hat{\rho}_{20, \text{w/o}})$ を実装したときの閉ループシステムの速度・角度応答を図 3.8 に示す。閉ループシステムは期待した通り安定化され，参照モデルの出力に対してわずかな遅れが見られるものの，干渉もなく良好に追従している。制御器 $C(\hat{\rho}_{40, \text{w/}})$ ， $C(\hat{\rho}_{40, \text{w/o}})$ を実装したときの閉ループシステムの速度・角度応答を図 3.9 に示す。 $C(\hat{\rho}_{40, \text{w/o}})$ を用いた場合は予想されていたように速度応答と角度応答が安定化されておらず，共に発散している。不安定化の原因は制御対象が持つむだ時間にあると考えられる。文献 [9] によると，制御対象の有するむだ時間よりも速い応答は実現不可能であり，そのむだ時間より速い応答を参照モデルに設定すると，容易に閉ループシステムを不安定化する制御器が設計されることが報告されている。張力・速度制御装置は，比較的長いむだ時間を有しており，それに対し設定した参照モデルにはむだ時間を与えていない。そのため，不安定化した原因は制御対象に対して実現不可能な参照モデルを設定したためだと考えられる。しかし， $C(\hat{\rho}_{40, \text{w/}})$ を用いた場合は応答が参照モデルの出力に追従しており，実現不可能な参照モデルを与えた場合においても，参照モデルへの追従性を犠牲にして期待通り閉ループシステムを安定化できている。

最後に，安定制約の上限 δ_N を変化させることで閉ループ応答にどのような影響を与えるかについて検証した。参照モデル M は (3.15) 式に対して $\alpha = 40 \text{ rad/s}$ とし， δ_N

表 3.5: $\delta_N = 1.00, 0.95, 0.85$ に対する評価値 $J_c(\hat{\rho})$ と安定制約 $\hat{\delta}(\hat{\rho})$

| | $\alpha = 40 \text{ rad/s}$ | | |
|----------------------------|-----------------------------|------------------------|------------------------|
| | $\delta_N = 1.00$ | $\delta_N = 0.95$ | $\delta_N = 0.85$ |
| $J_c(\hat{\rho})$ | 1.602×10^{-1} | 1.604×10^{-1} | 1.720×10^{-1} |
| $\hat{\delta}(\hat{\rho})$ | 0.999 | 0.949 | 0.849 |

を 1.00, 0.95, 0.85 に設定し, 他の条件は 3.3.2 項と同様とした。このとき, 設計された制御器に対する閉ループシステムの数値・角度応答を図 3.10 に示す。 $\delta_N = 1.00$ のときは角度応答に干渉が見られるが, δ_N を小さくするにつれて干渉が低減されている。さらに, 過渡時の追従性も向上していることがわかる。この要因について考察するため, $\delta_N = 1.00, 0.95, 0.85$ に対する $J_c(\hat{\rho})$ と $\hat{\delta}(\hat{\rho})$ の値を表 3.5 に示す。(3.3) 式より $J_c(\hat{\rho})$ が小さくなれば $C^* - C(\hat{\rho})$ を 2 ノルムの意味で小さくできる。一方, (3.4) 式より, $\hat{\delta}(\hat{\rho})$ が小さくなれば, $C^* - C(\hat{\rho})$ を H_∞ ノルムの意味で小さくできる。もちろん, $J_c(\hat{\rho})$ と $\hat{\delta}(\hat{\rho})$ は小さいほど $C(\hat{\rho})$ は C^* に近付くため, 閉ループ応答は望みの応答に近付く。表 3.5 より, δ_N を小さくしても, $J_c(\hat{\rho})$ はあまり大きくならないが, $\hat{\delta}(\hat{\rho})$ 大幅に小さくできている。このため, $\delta_N = 0.85$ が一番良い応答となったと考えられる。以上から, 制御器設計において安定制約の上限 δ_N は求解可能な範囲で出来るだけ小さな値とした方が良いと考えられる。

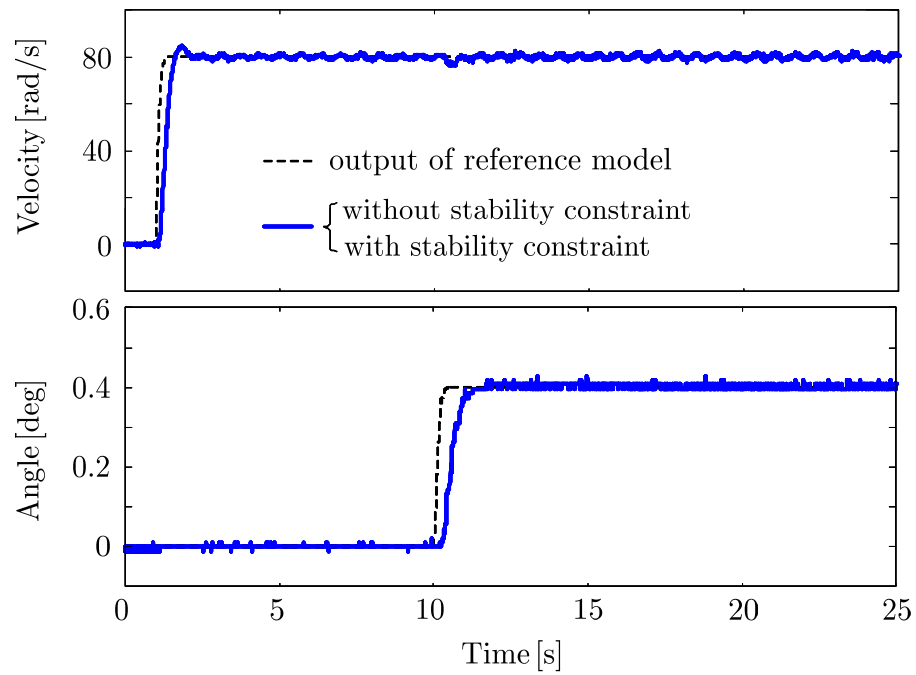


図 3.8: 閉ループシステムの出カ応答 ($\alpha = 20 \text{ rad/s}$)

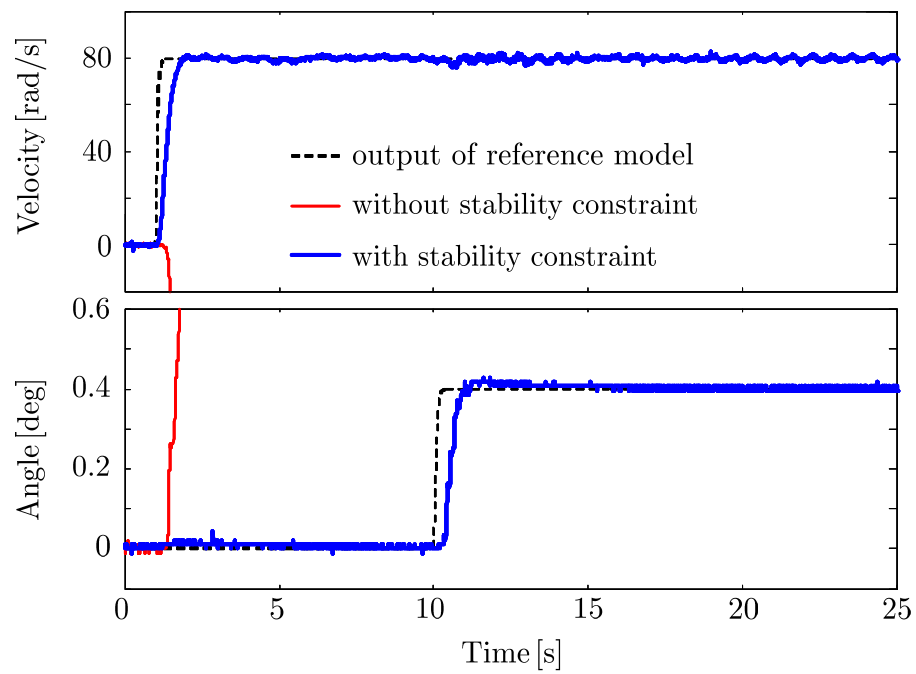


図 3.9: 閉ループシステムの出カ応答 ($\alpha = 40 \text{ rad/s}$)

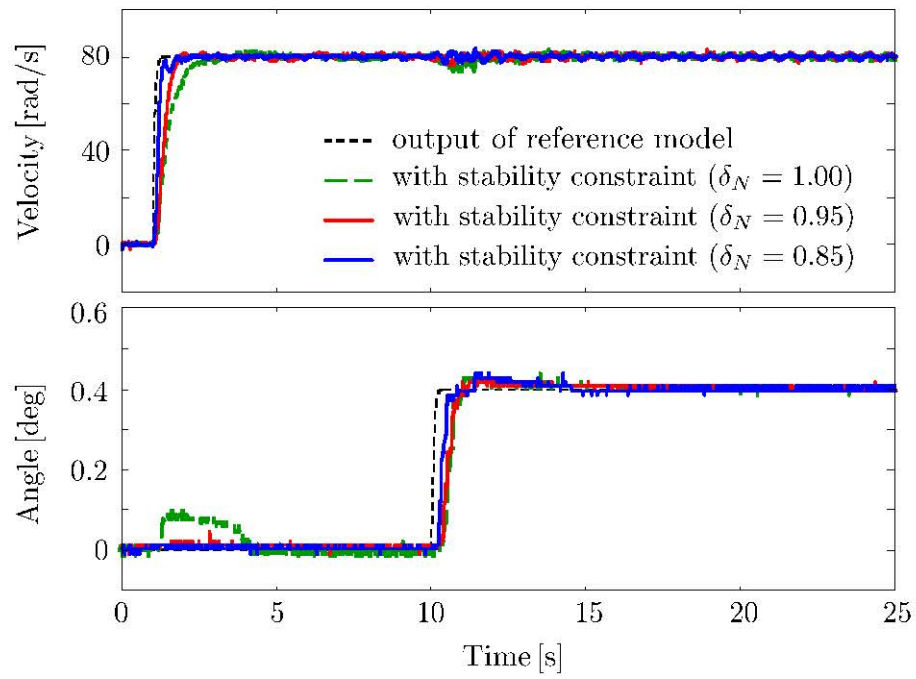


図 3.10: 閉ループシステム出力応答 ($\delta_N = 1.00, 0.95, 0.85$)

第4章 非最小位相システムに対する制御器設計法

本章では、2.3.4項で述べた NCbT の評価関数に対して、参照モデルの零点をフリーパラメータとすることで、参照モデルに制御対象の不安定零点が反映され、NCbT が非最小位相システムに適用可能なモデルフリー制御器設計法へ拡張されることを示す。さらに、提案手法を非最小位相システムのシュミレーションモデルに適用し、文献 [11] の手法と比較することで有効性を検証する。

4.1 非最小位相システムに対する NCbT

モデルフリー制御器設計法では、設計者があらかじめ参照モデルを設定しなければならない。その際、達成できる閉ループ特性は制御対象によって制限を受けるため、不安定零点など制御対象の情報を反映した参照モデルを設定しなければ、望みの閉ループ特性が得られないだけでなく、閉ループシステムが不安定化してしまう可能性がある。しかしながら、制御対象の入出力データのみを利用し、その他の情報は利用できない状況を想定しているため、達成された閉ループシステムの応答が参照モデルの応答に追従するかどうかは、実際に制御器を実装してみないとわからない。この問題を解決するため、参照モデルに自由度を与え、制御対象の情報を反映させる。

4.1.1 可変参照モデルの導入

パラメータベクトル $\eta \in \mathbb{R}^{n_\eta}$ に対して線形にパラメトライズされ、零点に自由度を持つ可変参照モデル $\bar{M}(\eta)$ を次のように定義する。

$$\bar{M}(\eta) = \mathbf{F}^T(z)\eta \quad (4.1)$$

ここで、 $\mathbf{F}(z)$ は設定される参照モデル M の構造に応じて (4.2) 式のように定義される伝達関数ベクトルであり、このベクトルによって $\bar{M}(\eta)$ の極が指定される。

$$\mathbf{F}(z) = [F_1(z), F_2(z), \dots, F_{n_\eta}(z)]^T \quad (4.2)$$

n_η は η のパラメータ数を表す。

2.3.4 項で述べた $\varepsilon(\rho, t)$ は, $\bar{M}(\eta)$ を用いて次のように表せる。

$$\varepsilon_0(t, \eta, \rho) = \bar{M}(\eta)r(t) - C(\rho)(1 - \bar{M}(\eta))y(t) \quad (4.3)$$

ここで, $\|W\varepsilon(\rho, t)\|_2^2$ の最小化問題は, $J_{\text{MR}}(\rho)$ の最小化問題すなわち, モデル参照制御問題の凸近似問題であることに注意されたい。制御対象が非最小位相システムの場合, $\|W\varepsilon(\rho, t)\|_2^2$ の最小化では, 参照モデルの零点が固定されているため, 不安定な極零相殺が生じるように制御器パラメータ ρ を調整しようとする。一方, $\|W\varepsilon_0(t, \eta, \rho)\|_2^2$ の最小化では, $\bar{M}(\eta)$ の零点に自由度を持つため, $\bar{M}(\eta)$ が制御対象の不安定零点を持つように調整されることで, 不安定な極零相殺を回避できる。よって, $\|W\varepsilon_0(t, \eta, \rho)\|_2^2$ を最小化することで, 制御対象の入出力データから直接, 制御対象の不安定零点を持つような参照モデルの調整が可能となる。

しかしながら, 観測雑音が重畳した入出力データを用いる場合, $\varepsilon_0(t, \eta, \rho)$ は観測雑音 $v(t)$ の影響を受ける。よって, $\|W\varepsilon_0(t, \eta, \rho)\|_2^2$ の最小解には $v(t)$ によるバイアスが生じる。そこで, NCbT と同様に, $\varepsilon_0(t, \eta, \rho)$ と $r(t)$ の相互相関関数を考え, その二乗和を評価関数とすることで, $v(t)$ の影響を低減する。このとき, 評価関数 $J_{C0}(\eta, \rho)$ は以下のように表せる。

$$J_{C0}(\eta, \rho) = \hat{f}_0^T(\eta, \rho)\hat{f}_0(\eta, \rho) \quad (4.4)$$

ただし, $\hat{f}_0(\eta, \rho)$ は (4.5) 式のように表される $\varepsilon_0(t, \eta, \rho)$ と $r(t)$ の相互相関関数 $f_0(\eta, \rho)$ の推定値である。

$$\hat{f}_0(\eta, \rho) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta_{wr}(t)\varepsilon_0(t, \eta, \rho) \quad (4.5)$$

4.1.2 評価関数の準最適化

$\bar{M}(\eta)$ と $C(\rho)$ は, それぞれ η, ρ に対して線形であるため, $\varepsilon_0(t, \eta, \rho)$ は η, ρ に対して双線形である。よって, ρ を $\hat{\rho}^{(i-1)}$ に固定することで, $\varepsilon_0(t, \eta, \rho)$ は η に対して線形に表現できる。

$$\begin{aligned} \varepsilon_0(t, \eta, \hat{\rho}^{(i-1)}) &= \bar{M}(\eta)r(t) - C(\hat{\rho}^{(i-1)})(1 - \bar{M}(\eta))y(t) \\ &= \mathbf{F}^T w(t, \hat{\rho}^{(i-1)})\eta - C(\hat{\rho}^{(i-1)})y(t) \end{aligned} \quad (4.6)$$

ここで, $w(t, \hat{\rho}^{(i-1)}) = r(t) + C(\hat{\rho}^{(i-1)})y(t)$ であり, $w(t)$ は入出力データ $r(t)$, $y(t)$ のみを用いて生成されることに注意されたい。したがって, $J_{C_0}(\eta, \hat{\rho}^{(i-1)})$ の最小解は最小二乗法によって, (4.7) 式のように求められる。

$$\hat{\eta}^{(i)} = \arg \min_{\eta} J_{C_0}(\eta, \hat{\rho}^{(i-1)}) = (\mathbf{V}^T \mathbf{V})^{-1} \mathbf{V}^T \mathbf{U} \quad (4.7)$$

ただし, \mathbf{V} , \mathbf{U} は以下のように定義される。

$$\mathbf{V} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta_{wr}(t) \mathbf{F}^T w(t, \hat{\rho}^{(i-1)}) \quad , \quad \mathbf{U} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta_{wr}(t) C(\hat{\rho}^{(i-1)}) y(t)$$

同様に, η を $\hat{\eta}^{(i)}$ に固定することで, $J_{C_0}(\hat{\eta}^{(i)}, \rho)$ の最小解も最小二乗法によって求められる。

以上より, 以下の最小化を繰り返し行うことで $J_{C_0}(\eta, \rho)$ の準最適解が得られる。

$$\hat{\eta}^{(i)} = \arg \min_{\eta} J_{C_0}(\eta, \hat{\rho}^{(i-1)}) \quad (4.8)$$

$$\hat{\rho}^{(i)} = \arg \min_{\rho} J_{C_0}(\hat{\eta}^{(i)}, \rho) \quad (4.9)$$

この反復法では, 制御器パラメータの初期値 $\hat{\rho}^{(0)}$ を必要とする。しかし, 閉ループ実験によりデータ取得を行う場合は, そのとき用いた制御器のパラメータを $\hat{\rho}^{(0)}$ とすればよい。また, 開ループ実験によりデータを取得する際でも, 安定制約を付加した NCbT[6] を適用し, 導出された閉ループシステムを安定化する制御器パラメータを $\hat{\rho}^{(0)}$ とすればよい。提案手法は, 準最適解を得るときに反復作業が必要なものの, データ取得に必要な実験はただ 1 回でよい。さらに, 評価関数は相関法に基づいているため, 観測雑音による影響の低減も期待できる。よって, NCbT の特長をほぼ維持している。

4.1.3 非最小位相システムに対する設計アルゴリズム

非最小位相システムである可能性が高い制御対象に対して, NCbT を適用するための手順を以下に示す。

Step 1. 開ループ実験または, 閉ループ実験により制御対象の 1 組の入出力データを取得する。このとき, 開ループ実験であれば, 安定制約を付加した NCbT[6] を適用し, 導出された制御器パラメータを $\hat{\rho}^{(0)}$ とする。閉ループ実験であれば, そのとき用いた制御器のパラメータを $\hat{\rho}^{(0)}$ とする。

Step 2. η と ρ に関する最適化問題 (4.8)-(4.9) 式を繰り返し計算し, $\bar{M}(\eta)$ に制御対象の不安定零点を反映させる。制御対象が不安定零点を含む場合, $\bar{M}(\eta)$ の零点はその不安定零点に収束する。制御対象に不安定零点を含まない場合には, $\bar{M}(\eta)$ の零点は安定零点に収束する。

Step 3. $\bar{M}(\eta)$ に不安定零点が反映された場合, 望みの参照モデル M がその不安定零点を持つように修正する。 $\bar{M}(\eta)$ の零点が安定零点だけの場合には, M は修正しない。

Step 4. 修正された M に対して安定制約を付加した NCbT[6] を適用し, $\hat{\rho}$ を求める。

4.2 シミュレーション

提案手法の有効性を示すために, 非最小位相システムのシミュレーションモデルに対する数値例を示す。また, 観測雑音に対する有効性を検証するため, 非最小位相システムに対する VRFT[11] と比較する。

4.2.1 シミュレーション条件

制御対象 P は, (4.10) 式の離散時間伝達関数モデルで表現される非最小位相システムである。

$$P = \frac{(z - 0.4)(z - 1.2)}{z(z - 0.3)(z - 0.8)} \quad (4.10)$$

ここで, P は $z = 1.2$ に不安定零点を持つ制御対象であることに注意されたい。制御器 $C(\rho)$ の構造は (4.11) 式で定義される PID 制御器とした。

$$C(\rho) = \begin{bmatrix} \frac{z^2}{z^2 - z} & \frac{z}{z^2 - z} & \frac{1}{z^2 - z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \end{bmatrix} = \beta^T \rho \quad (4.11)$$

調整に用いる入出力データは閉ループ実験を通して取得した。ここで, 参照信号 $r(t)$ はステップ信号とし, 閉ループ実験で用いる制御器は (4.12) 式とした。

$$C_{ini} = \frac{-0.7(z - 0.4)(z - 0.6)}{z^2 - z} \quad (4.12)$$

取得データ数 $N = 500$ ステップとし，制御対象の出力には観測雑音 $v(t)$ として平均 0 の白色雑音を重畳した。また，サンプリングタイム $T_s = 0.01$ s とし，相互相関関数を計算する窓長は $l = 20$ ステップとした。

参照モデル M は (4.13) 式として与え，可変参照モデル $\bar{M}(\eta)$ の構造は，(4.14) 式とした。また， $J_{C0}(\eta, \rho)$ で用いる重み関数は $\bar{W} = 1$ とし，繰り返し回数 $i = 50$ とした。

$$M = \frac{0.07061z^2}{(z - 0.885)(z^2 - 0.706z + 0.32)} \quad (4.13)$$

$$\bar{M}(\eta) = \frac{\eta_1 z^2 + \eta_2 z + \eta_3}{(z - 0.885)(z^2 - 0.706z + 0.32)} \quad (4.14)$$

4.2.2 シミュレーション結果

提案手法の有効性を検証するため，非最小位相システムに対する VRFT[11] との比較を行う。非最小位相システムに対する VRFT の評価関数は単純に出力誤差の二乗和すなわち， $\|W\varepsilon_0(t, \eta, \rho)\|_2^2$ を評価している。よって，相互相関関数を導入している提案手法に比べて，観測雑音の影響を大きく受けると考えられる。提案手法，非最小位相システムに対する VRFT により，各 S/N 比に対する調整された可変参照モデル $\bar{M}(\hat{\eta}^{(50)})$ の分子多項式を表 4.1 に示す。観測雑音が存在しない場合，すなわち SN 比が ∞ のときは両手法ともに，制御対象の不安定零点を高精度に推定できている。しかし，非最小位相システムに対する VRFT では観測雑音が大きくなるにつれて不安定零点の推定精度が劣化している。提案手法では雑音による影響が低減され，推定値はほぼ変わっていない。よって，提案手法は，雑音が重畳した入出力データからも高精度な不安定零点の推定が期待できる。

次に，提案手法，非最小位相システムに対する VRFT により推定された不安定零点を (4.13) 式の参照モデルが持つように修正する。このとき，修正された参照モデル $\bar{M}_{NC}(z)$ ， $\bar{M}_{VR}(z)$ は，以下ようになった。

$$\bar{M}_{NC}(z) = \frac{\alpha_{NC} z(z - 1.202)}{(z - 0.885)(z^2 - 0.706z + 0.32)} \quad (4.15)$$

$$\bar{M}_{VR}(z) = \frac{\alpha_{VR} z(z - 1.254)}{(z - 0.885)(z^2 - 0.706z + 0.32)} \quad (4.16)$$

なお， α_{NC} ， α_{VR} は，推定された不安定零点を参照モデルに反映した後， $\bar{M}_{NC}(1) = \bar{M}_{VR}(1) = 1$ を満たすようにそれぞれ， $\alpha_{NC} = -0.34955$ ， $\alpha_{VR} = -0.27799$ に設定し

表 4.1: 各 SN 比に対する $\bar{M}(\hat{\eta}^{(50)})$ の分子多項式

| S/N | proposed method | VRFT for NMP plants |
|----------|------------------------------|------------------------------|
| ∞ | $-0.59(z - 1.2)(z - 0.4)$ | $-0.59(z - 1.2)(z - 0.4)$ |
| 30 | $-0.54(z - 1.205)(z - 0.35)$ | $-0.46(z - 1.222)(z - 0.34)$ |
| 20 | $-0.51(z - 1.207)(z - 0.32)$ | $-0.36(z - 1.235)(z - 0.20)$ |
| 10 | $-0.25(z - 1.202)(z - 0.05)$ | $-0.22(z - 1.254)(z + 0.12)$ |

た。制御器を設計する際は、システムの保全の観点から安定制約を付加した NCbT を用いるのが望ましい。しかし、今回は修正された参照モデル $\bar{M}_{NC}(z)$, $\bar{M}_{VR}(z)$ の有効性を検証するため、安定制約を用いずに従来の NCbT[5], VRFT[3] を用いる。(4.13) 式に対して NCbT を適用したときの閉ループ応答, (4.16) 式に対して VRFT を適用したときの閉ループ応答, そして (4.15) 式に対して NCbT を適用したときの閉ループ応答をそれぞれ図 4.1 に示す。(4.13) 式は制御対象の不安定零点を持たないため、実現不可能な参照モデルである。その結果, (4.13) 式に対して NCbT を適用した場合は閉ループシステムが不安定化した。一方, 真値から誤差があるものの, 不安定零点を持つように修正された (4.16) 式に対して VRFT を適用した場合は, 閉ループシステムが安定化した。しかし, VRFT では雑音の影響を受けやすいため, 設計結果に雑音によるバイアスが生じ, 立ち上がりの悪い応答になったと考えられる。(4.15) 式に対して NCbT を適用した場合は, 高精度に推定された不安定零点を持つ適切な参照モデルに加え, 観測雑音の影響を受けにくい設計法であるため, 立ち上がりの速い良好な結果が得られた。

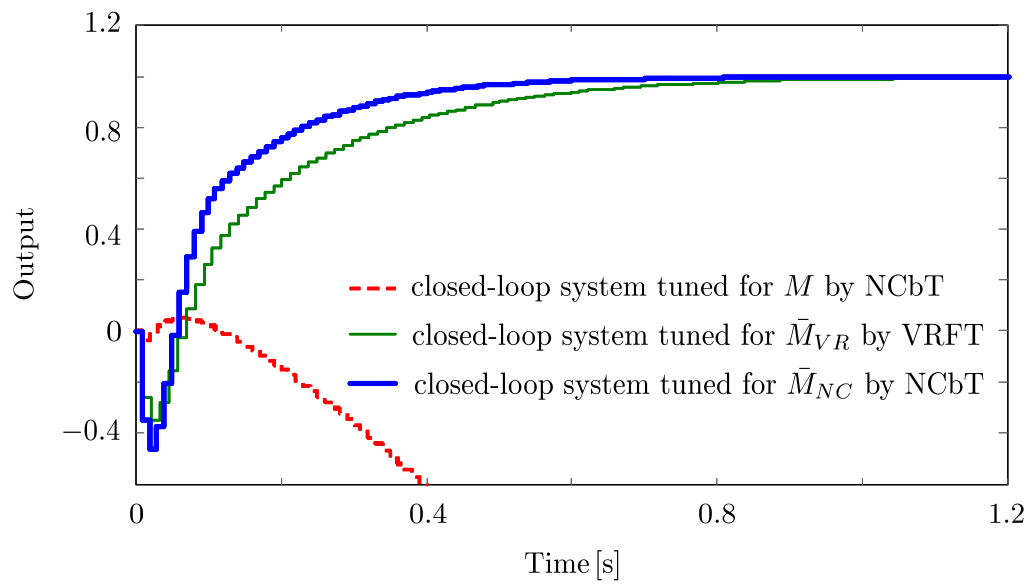


図 4.1: 閉ループシステムの出カ応答

第5章 多変数非最小位相システムに対する制御器設計法

本章では、2.3.5項で述べた多変数 NCbT の評価関数に対して、参照モデルの零点をフリーパラメータとすることで、参照モデルに制御対象の不安定零点が反映され、多変数 NCbT が多変数非最小位相システムに適用可能なモデルフリー制御器設計法へ拡張されることを示す。さらに、提案手法を2入力2出力のシミュレーションモデルに適用して有効性を示す。

5.1 多変数非最小位相システムに対する NCbT

多変数 NCbT では、NCbT と同様、設計問題としてモデル参照制御問題が扱われている。そのため、多変数非最小位相システムに対して多変数 NCbT を適用した場合は、NCbT に非最小位相システムを適用した場合と同様の原因により、望みの応答が得られない、もしくは、閉ループシステムが不安定化してしまう制御器が設計される可能性が高い。そこで、4章で述べた手法を MIMO システムへ拡張する。

5.1.1 MIMO システムにおける可変参照モデルの導入

パラメータ行列 $\eta \in \mathbb{R}^{(m \times n_\eta) \times m}$ に対して線形にパラメトライズされ、零点に自由度を持つ可変参照モデル $\bar{M}(\eta) \in \mathbb{R}^{m \times m}$ を次のように定義する。

$$\bar{M}(\eta) = \eta^T F \quad (5.1)$$

ここで、 $F \in \mathbb{R}^{m \times (m \times n_\eta)}$ は設定される参照モデル M の構造に応じて定義される伝達関数行列であり、この行列によって $\bar{M}(\eta)$ の極が指定される。また、 n_η は $\bar{M}(\eta)$ の各要素 \bar{m}_{ij} を記述するパラメータ数を表す。

2.3.5項で述べた $\varepsilon^{[i]}(\rho, t)$ は、 $\bar{M}(\eta)$ を用いて次のように表せる。

$$\varepsilon_0^{[i]}(t, \eta, \rho) = \bar{M}(\eta) r^{[i]}(t) - \sum_{k=1}^n c_{ki}(\rho) (I - \bar{M}(\eta)) y_k(t) \quad (5.2)$$

ここで、 $\|W_1 \varepsilon^{[i]}(\rho, t)\|_2^2$ の最小化問題は、NCbT と同様に $J_{MR}(\rho)$ の最小化問題すなわち、モデル参照制御問題の凸近似問題であることに注意されたい。制御対象が多変数非最小位相システムの場合、 $\|W_1 \varepsilon^{[i]}(\rho, t)\|_2^2$ の最小化では、参照モデルの零点が固定されているため、不安定な極零相殺が生じるように制御器パラメータ ρ を調整しようとする。一方、 $\|W_1 \varepsilon_0^{[i]}(t, \eta, \rho)\|_2^2$ の最小化では、 $\bar{M}(\eta)$ の零点に自由度を持つため、 $\bar{M}(\eta)$ が制御対象の不安定零点を持つように調整されることで、不安定な極零相殺を回避できる。よって、 $\|W_1 \varepsilon_0^{[i]}(t, \eta, \rho)\|_2^2$ を最小化することで、制御対象の入出力データから直接、制御対象の不安定零点を持つような参照モデルの調整が可能となる。

しかしながら、観測雑音为重畳した入出力データを用いる場合、 $\varepsilon_0^{[i]}(t, \eta, \rho)$ は観測雑音 $v_k(t)$ の影響を受ける。よって、 $\|W_1 \varepsilon_0^{[i]}(t, \eta, \rho)\|_2^2$ の最小解には $v_k(t)$ によるバイアスが生じる。そこで、多変数 NCbT と同様に、 $\varepsilon_0^{[i]}(t, \eta, \rho)$ と $r^{[i]}(t)$ の相互相関関数を考え、その二乗和を評価関数とすることで、 $v_k(t)$ の影響を低減する。このとき、評価関数 $J_{c0}(\eta, \rho)$ は以下のように表せる。

$$J_{c0}(\eta, \rho) = \sum_{i=1}^m \left(\hat{f}_0^{[i]}(\eta, \rho) \right)^T \hat{f}_0^{[i]}(\eta, \rho) \quad (5.3)$$

$\hat{f}_0^{[i]}(\eta, \rho)$ は、(5.4) 式のように表される $\varepsilon_0^{[i]}(t, \eta, \rho)$ と $r^{[i]}(t)$ の相互相関関数 $f_0^{[i]}(\eta, \rho)$ の推定値である。

$$\hat{f}_0^{[i]}(\eta, \rho) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta_w(t) \otimes W_1 \varepsilon_0^{[i]}(t, \eta, \rho) \quad (5.4)$$

5.1.2 評価関数の準最適化

$\bar{M}(\eta)$ と $C(\rho)$ は、それぞれ η, ρ に対して線形であるため、 $\varepsilon_0^{[i]}(t, \eta, \rho)$ は η, ρ に対して双線形である。よって、 ρ を $\hat{\rho}^{(i-1)}$ に固定することで、 $\varepsilon_0^{[i]}(t, \eta, \rho)$ は η に対して線形に表現できる。

$$\begin{aligned} \varepsilon_0^{[i]}(t, \eta, \hat{\rho}^{(i-1)}) &= \bar{M}(\eta) r^{[i]}(t) - \sum_{k=1}^n c_{ki}(\hat{\rho}^{(i-1)}) (I - \bar{M}(\eta)) y_k(t) \\ &= \eta^T F w_i(t, \hat{\rho}^{(i-1)}) - \sum_{k=1}^n c_{ki}(\hat{\rho}^{(i-1)}) y_k(t) \end{aligned} \quad (5.5)$$

$$= \begin{bmatrix} (F w_i(t, \hat{\rho}^{(i-1)}))^T & \mathbf{O} & \cdots & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & (F w_i(t, \hat{\rho}^{(i-1)}))^T & \cdots & \mathbf{O} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & \cdots & (F w_i(t, \hat{\rho}^{(i-1)}))^T \end{bmatrix} \eta_{VC} - (\beta Y^T(t))^T \hat{\rho}_i^{(i-1)}$$

ただし, O は要素がすべて零の m 次元行ベクトルであり, $w_i(t, \hat{\rho}^{(i-1)})$, η_{VC} は以下のように定義される。

$$w_i(t, \hat{\rho}^{(i-1)}) = r^{[i]}(t) + (\beta Y^T(t))^T \hat{\rho}_i^{(i-1)}$$

$$\eta_{\text{VC}} = [\eta_1^T, \eta_2^T, \dots, \eta_m^T]^T$$

η_i は η の第 i 列ベクトルである。ここで, $w_i(t, \hat{\rho}^{(i-1)})$ は入出力データ $r^{[i]}(t)$, $y_k(t)$ のみを用いて生成されることに注意されたい。したがって, $J_{c0}(\eta, \hat{\rho}^{(i-1)})$ の最小解は最小二乗法によって, (5.6) 式のように求められる。

$$\hat{\eta}_{\text{VC}}^{(i)} = \arg \min_{\eta} J_{c0}(\eta, \hat{\rho}^{(i-1)})$$

$$= (\Pi_1^T \Pi_1 + \dots + \Pi_m^T \Pi_m)^{-1} (\Pi_1^T \Gamma_1 + \dots + \Pi_m^T \Gamma_m) \quad (5.6)$$

ただし, Π_i, Γ_i は以下のように定義される。

$$\Pi_i = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta_w(t) \otimes W_1 \begin{bmatrix} (F w_i(t, \hat{\rho}^{(i-1)}))^T & \dots & O \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ O & \dots & (F w_i(t, \hat{\rho}^{(i-1)}))^T \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_i = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta_w(t) \otimes W_1 (\beta Y^T(t))^T \hat{\rho}_i^{(i-1)}$$

同様に, η を $\hat{\eta}^{(i)}$ に固定することで, $J_{c0}(\hat{\eta}^{(i)}, \rho)$ の最小解も最小二乗法によって求められる。

以上より, 以下の最小化を繰り返し行うことで $J_{c0}(\eta, \rho)$ の準最適解が得られる。

$$\hat{\eta}_{\text{VC}}^{(i)} = \arg \min_{\eta} J_{c0}(\eta, \hat{\rho}^{(i-1)}) \quad (5.7)$$

$$\hat{\rho}^{(i)} = \arg \min_{\rho} J_{c0}(\hat{\eta}^{(i)}, \rho) \quad (5.8)$$

この反復法では, 制御器パラメータの初期値 $\hat{\rho}^{(0)}$ を必要とする。しかし, 3章で述べた安定制約を付加した多変数 NCbT を適用し, 導出された閉ループシステムを安定化する制御器パラメータを $\hat{\rho}^{(0)}$ とすればよい。提案手法は, 準最適解を得る際に反復作業が必要なものの, データ取得に必要な実験の回数は制御対象の入力次元数でよい。さらに, 評価関数は相関法に基づいているため, 観測雑音による影響の低減も期待できる。よって, 多変数 NCbT の特長を維持している。

5.1.3 多変数非最小位相システムに対する設計アルゴリズム

多変数非最小位相システムである可能性が高い制御対象に対して，多変数 NCbT を適用するための手順を以下に示す。

Step 1. 開ループ実験により，制御対象の入出力データを取得する。次に，安定制約を付加した多変数 NCbT すなわち，(3.13) 式を適用し，導出された制御器パラメータを $\hat{\rho}^{(0)}$ とする。

Step 2. η と ρ に関する最適化問題 (5.7)-(5.8) 式を繰り返し計算し， $\bar{M}(\eta)$ に制御対象の不安定零点を反映させる。制御対象が不安定零点を含む場合， $\bar{M}(\eta)$ の零点はその不安定零点に収束する。制御対象に不安定零点を含まない場合には， $\bar{M}(\eta)$ の零点は安定零点に収束する。

Step 3. $\bar{M}(\eta)$ に不安定零点が反映された場合，望みの参照モデル M がその不安定零点を持つように修正する。その際， $\bar{M}(\eta)$ により推定された行と同じ行に推定された不安定零点を持たせる。 $\bar{M}(\eta)$ の零点が安定零点だけの場合には， M は修正しない。

Step 4. 修正された M に対して (3.13) 式を適用し， $\hat{\rho}$ を求める。

5.2 シミュレーション

提案手法の有効性を示すために，2 入力 2 出力の多変数非最小位相システムのシミュレーションモデルに対する数値例を示す。また，観測雑音に対する有効性を検証するため，観測雑音に関する考慮がされていない手法と比較する。

5.2.1 比較する制御器設計法

提案手法は多変数 NCbT を拡張した設計法であり，評価関数は相互相関関数に基づいている。そのため，観測雑音による影響の低減が期待される。そこで，文献 [9] で提案されている手法を多変数非最小位相システムに対して拡張した手法と比較し，観測雑音に対する有効性を検証する。文献 [9] で提案されている評価関数を (5.9) 式に示す。

$$J_N(\rho) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^m \sum_{t=1}^N \left(\varepsilon_{\mathbf{w}}^{[i]}(\rho, t) \right)^T \varepsilon_{\mathbf{w}}^{[i]}(\rho, t) \quad (5.9)$$

ここで, $\varepsilon_{\mathbf{w}}^{[i]}(\boldsymbol{\rho}, t) = W_2 W_1 \varepsilon^{[i]}(\boldsymbol{\rho}, t)$ であり, 重み関数 W_1, W_2 は提案手法と同様に, $J_N(\boldsymbol{\rho})$ を $J_{\text{MR}}(\boldsymbol{\rho})$ に漸近的に近づける役割をもち, 以下のように選択される。

$$W_1 = I - M, \quad W_2 = \Phi_s^{-\frac{1}{2}}(\omega_k) \quad (5.10)$$

この評価関数は, 単純に重み付き偏差の二乗和すなわち, $\|W_1 \varepsilon^{[i]}(\boldsymbol{\rho}, t)\|_2^2$ を評価している。よって, 観測雑音の影響を大きく受けると考えられる。(5.9) 式による制御器設計法を多変数非最小位相システムに適用する場合, 5.1 節で述べた拡張手順を迎ればよい。可変参照モデル $\bar{M}(\boldsymbol{\eta})$ を用いた評価関数は (5.11) 式のように表せる。

$$J_{N_0}(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\rho}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^m \sum_{t=1}^N \left(\varepsilon_{\mathbf{w}_0}^{[i]}(t, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\rho}) \right)^T \varepsilon_{\mathbf{w}_0}^{[i]}(t, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\rho}) \quad (5.11)$$

ただし, $\varepsilon_{\mathbf{w}_0}^{[i]}(t, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\rho}) = W_2 W_1 \varepsilon_0^{[i]}(t, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\rho})$ である。そして, 5.1.3 項で述べたアルゴリズムにおいて Step 2 で準最適化を行う評価関数を $J_{N_0}(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\rho})$ とし, Step 4 で修正された \bar{M} に対して適用される評価関数を $J_N(\boldsymbol{\rho})$ とする。

5.2.2 シミュレーション条件

制御対象 P は, (3.18) 式の離散時間伝達関数モデルで表現される 2 入力 2 出力の多変数非最小位相システムとした。 P は (1,1) 要素に 1.2, (2,2) 要素に 1.6 の不安定零点を持つ制御対象であることに注意されたい。制御対象は 2 つの入力を持つため, 制御器パラメータの調整には 2 回の入出力データの取得が必要となる。入力信号を $\mathbf{u}^{[1]}(t) = [s(t), 0]^T$, $\mathbf{u}^{[2]}(t) = [0, s(t)]^T$ として与え, $s(t)$ を PRBS とした。PRBS を生成するシフトレジスタは 9 段 (周期 $T = 2^9 - 1 = 511$ ステップ) とし, この信号を 3 周期分繰り返した $N = 511 \times 3 = 1533$ ステップ, 振幅 1 の信号とした。その際, 制御対象の各出力にはそれぞれ S/N 比 10 の異なる白色雑音を重畳し, データ取得ごとに互いに無相関とした。また, サンプリングタイム $T_s = 0.01$ s とし, 相互相関関数を計算する窓長は $l = 31$ ステップとした。参照モデル M は (3.19) 式として与え, 可変参照モデル $\bar{M}(\boldsymbol{\eta})$ の構造は, (5.12) 式とした。

$$\begin{aligned} \bar{M}(\boldsymbol{\eta}) &= \begin{bmatrix} \eta_1 & \eta_2 & \eta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{z^2}{(z-0.6)^3} \mathbf{I}_2 \\ \frac{z}{(z-0.6)^3} \mathbf{I}_2 \\ \frac{1}{(z-0.6)^3} \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} \\ &= \boldsymbol{\eta}^T \mathbf{F} \end{aligned} \quad (5.12)$$

制御器 $C(\rho)$ の構造は (3.16) 式で定義される PID 制御器とし, K_p, K_i, K_d は求めるべき 2×2 のゲイン行列である。(5.7)-(5.8) 式の繰り返し計算において必要となる初期制御器のパラメータ $\hat{\rho}^{(0)}$ は, 3.2.2 項のシミュレーションにより導出された (5.13) 式とした。また, $J_{c0}(\eta, \rho), J_{N0}(\eta, \rho)$ で用いる重み関数は $W_1 = I_2, W_2 = 1$ とし, 繰り返し回数 $i = 50$ とした。

$$\hat{\rho}^{(0)} = \begin{bmatrix} -0.119 & 2.25 \times 10^{-3} \\ -2.26 \times 10^{-3} & -0.113 \\ -1.78 & 0.158 \\ -8.73 \times 10^{-2} & -1.89 \\ 4.33 \times 10^{-4} & -1.36 \times 10^{-5} \\ 1.25 \times 10^{-5} & 4.55 \times 10^{-4} \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

5.2.3 シミュレーション結果

$J_{c0}(\eta, \rho), J_{N0}(\eta, \rho)$ を最小化した際に, 調整された可変参照モデル $\bar{M}_{c0}(\hat{\eta}^{(50)})$ と $\bar{M}_{N0}(\hat{\eta}^{(50)})$ をそれぞれ以下に示す。

$$\bar{M}_{c0}(\hat{\eta}^{(50)}) = \begin{bmatrix} \frac{-0.086(z-0.7109)(z-1.209)}{(z-0.6)^3} & \frac{0.0117(z^2-2.125z+1.259)}{(z-0.6)^3} \\ \frac{-0.0068(z^2-2.699z+1.842)}{(z-0.6)^3} & \frac{-0.18(z-0.4026)(z-1.602)}{(z-0.6)^3} \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

$$\bar{M}_{N0}(\hat{\eta}^{(50)}) = \begin{bmatrix} \frac{0.85(z^2-1.553z+0.6277)}{(z-0.6)^3} & \frac{0.0032(z-0.7441)(z-0.9749)}{(z-0.6)^3} \\ \frac{6.9 \times 10^{-4}(z+0.784)(z-0.9961)}{(z-0.6)^3} & \frac{0.94(z^2-1.554z+0.6217)}{(z-0.6)^3} \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

$J_{N0}(\eta, \rho)$ の最小化では, 観測雑音による影響を大きく受け, $\bar{M}_{N0}(\hat{\eta}^{(50)})$ には制御対象の不安定零点が全く反映されていない。一方, $J_{c0}(\eta, \rho)$ の最小化では, 相互相関関数の導入によって, S/N 比 10 の観測雑音に対して低感度に調整され, $\bar{M}_{c0}(\hat{\eta}^{(50)})$ の対角要素にそれぞれ, 制御対象の不安定零点 1.2, 1.6 が高精度に反映されている。

次に, 提案手法により調整された $\bar{M}_{c0}(\hat{\eta}^{(50)})$ の不安定零点を参照モデル M が持つように修正する。このとき, 修正された参照モデル $M_m(z)$ は, 以下のようになった。

$$M_m(z) = \begin{bmatrix} \frac{\alpha_1 z(z-1.209)}{(z-0.6)^3} & 0 \\ 0 & \frac{\alpha_2 z(z-1.602)}{(z-0.6)^3} \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

なお, α_1, α_2 は, 推定された不安定零点を参照モデルに反映した後, $M_m(1) = I_2$ を満たすように $\alpha_1 = -0.30622, \alpha_2 = -0.10631$ に設定した。 $M_m(z)$ に対して (3.13) 式を適用し, 安定化制御器を設計した。 M に対して設計された初期制御器による閉ル-

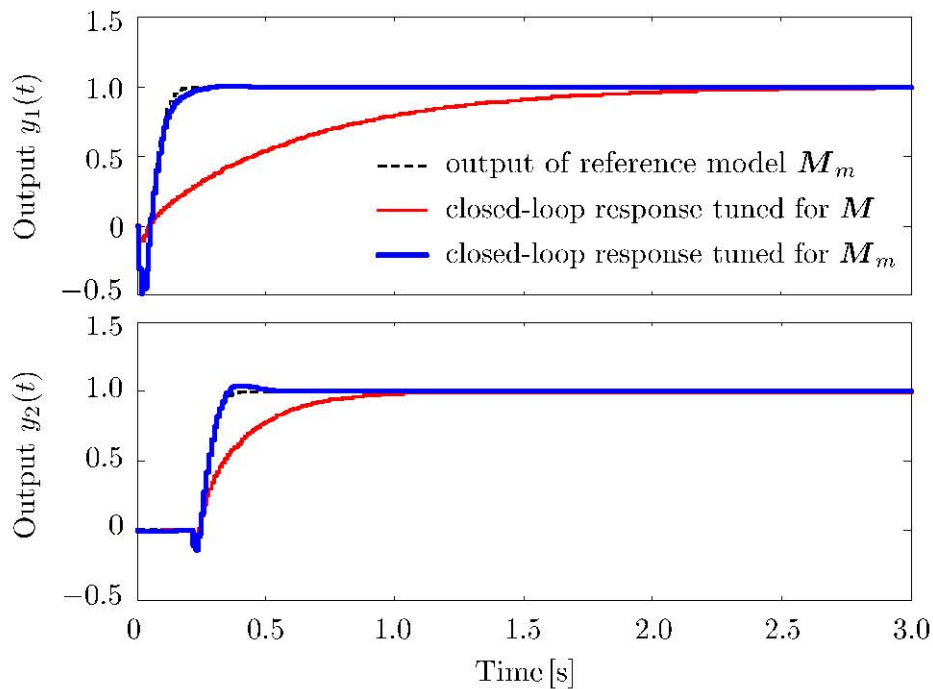


図 5.1: 閉ループシステムの出力応答

プ応答, $M_m(z)$ に対して設計された制御器による閉ループ応答をそれぞれ図 5.1 に示す。
 M は制御対象の不安定零点を持たないため, 実現不可能な参照モデルである。しかしながら,
 安定制約を付加した多変数 NCbT を適用することで安定化制御器が設計されたため,
 M に対して設計された制御器の場合でも, 参照モデルへの追従性を犠牲にすることで閉ループ系を安定化できている。さらに,
 提案手法では雑音の重畳下においても, 入出力データから直接, $\bar{M}(\eta)$ に制御対象の不安定零点が反映され,
 $M_m(z)$ にはその不安定零点を含ませることができた。その結果, 非最小位相系に対しても,
 適切な参照モデルが与えられたため, 参照モデルに追従する良好な結果が得られた。

第6章 結言

本研究は、モデルフリー制御器設計法の二つの大きな問題点を NCbT を拡張することによって解決した。

まず、Heusden らが提案した安定制約を NCbT[6] における安定制約を MIMO システムに対しても評価できるように拡張し、多変数 NCbT[8] に課すことで、MIMO システムに対して閉ループシステムの安定性を保証する制御器の設計を可能にした。提案手法は多変数 NCbT の特長をほぼ維持したまま、閉ループシステムの安定性を保証する制御器設計が可能のため、実用上有用なモデルフリー制御器設計法である。また、数値例では 2 入力 2 出力システムに対し、安定制約を課さない場合にモデルフリー制御器設計法で不安定化する 2 つのシチュエーションにて安定化制御器の設計が可能であることを確認した。さらに、実機実験では産業システムを模擬した張力・速度制御装置に対して適用し有効性を示せたことから、モデルフリー制御器設計法の実用化に大きく寄与するものと考えられる。

また、Campestrini らが提案した非最小位相系に対する VRFT[10] を、NCbT[5] 及び多変数 NCbT[8] へ拡張することで、観測雑音が重畳されたデータ及び、制御対象が MIMO システムであっても、制御対象の不安定零点を反映した参照モデルの調整を可能にした。この提案手法も、データ取得回数や入出力データに含まれる雑音の低減など、NCbT 及び、多変数 NCbT の特長をほぼ維持したまま拡張された。しかしながら、評価関数は参照モデル及び、制御器パラメータの繰り返し計算による準最適化が必要のため、閉ループシステムを安定化する初期制御器が必要である。この問題を安定制約を付加した NCbT 及び、多変数 NCbT から導出される安定化制御器を初期制御器とすることで解決し、非最小位相システムに対して安定性を保証し、望みの制御性能を達成する制御器の設計を可能にした。本研究により NCbT には、安定性の保証が可能、非最小位相システムに適用可能という 2 つの大きな利点に加わり、モデルフリー制御器設計法の実用可能性を広げた。

今後の課題として、以下の点が挙げられる。第一に実機実験において提案手法の有効性を検証することである。今回、非最小位相系及び、多変数非最小位相系に対する NCbT については、実験システムが容易できなかったため、シミュレーションでのみ

有効性を検証した。しかし，実用上の有効性を示すためには不可欠であろう。第二に，多変数 NCbT を閉ループデータを用いて制御器を設計できる手法へ拡張することが必要がある。多変数 NCbT は，開ループデータでのみ制御器設計が可能であるが，不安定システムや産業システムへの適用を可能するためには必要であろう。他にも，入出力データを用いた参照モデルや制御器構造の選定法の開発も大きな問題である。

参考文献

- [1] H. Hjalmarsson, M. Gevers, S. Gunnarsson et al.: “Iterative feedback tuning: theory and application”, *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 18, No. 4, pp. 26–41 (1998-8)
- [2] H. Hjalmarsson: “Efficient Tuning of Linear Multivariable Controllers Using Iterative Feedback Tuning”, *Int. J. Adapt. Control Signal Process.*, Vol. 13, No. 7, pp. 553–572 (1999-11)
- [3] M. C. Campi, A. Lecchini, and S. M. Savaresi: “Virtual Reference Feedback Tuning: A Direct Method for the Design of Feedback Controllers”, *Automatica*, Vol. 38, No. 8 pp. 1337–1346 (2002-8)
- [4] 相馬将太郎, 金子修, 藤井隆雄: 「一回の実験データを用いた制御器パラメータチューニングの新しいアプローチ —Fictitious Reference Iterative Tuning の提案—」, システム制御情報学会論文誌, 17, 12, pp. 528–536 (2004)
- [5] A. Karimi, K. van Heusden, and D. Bonvin: “Noniterative Data-driven Controller Tuning Using the Correlation Approach”, *Proc. of European Control Conference 2007*, pp. 5189–5195 (2007-7)
- [6] K. van Heusden, A. Karimi, and D. Bonvin: “Data-driven Controller Tuning with Integrated Stability Constraint”, *Proc. of the 47th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 2612–2617 (2008-12)
- [7] K. van Heusden, A. Karimi, D. Bonvin et al.: “Non-iterative Data-driven Controller Tuning with Guaranteed Stability: Application to Direct-drive Pick-and-Place Robot”, *Proc. of 2010 IEEE Multi-Conference on Systems and Control*, pp. 1005–1010 (2010-9)

- [8] 宇佐見秀徳, 弓場井一裕, 平井淳之: 「制御対象の入出力データを用いた最小二乗法による相関法に基づく多変数制御器の調整 —張力・速度制御装置に対する適用—」, 電学論 D, 130, 7, pp. 881–889 (2010-7)
- [9] 中本政志: 「データを使った制御パラメータの直接計算」, 計測自動制御学会論文集, 42, 8, pp. 863–868 (2006-8)
- [10] A. Lecchini and M. Gevers: "On Iterative Feedback Tuning for non-minimum phase plants", *Proc. of the 41st IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 4658–4663 (2002-12)
- [11] L. Campestrini, M. Gevers, and A. S. Bazanella: "Virtual Reference Feedback Tuning for Non Minimum Phase Plants", *Proc. of European Control Conference 2009*, pp. 1955–1960 (2009-8)
- [12] 足立修一: MATLAB による制御のためのシステム同定, 東京電機大学出版局 (1996-12)
- [13] P. E. Wellstead: Introduction to Physical Modeling Systems, Academic Press (1979)

謝辞

本論文は筆者の三重大学大学院 工学研究科 博士前期課程 電気電子工学専攻在学中における研究活動の成果を纏めたものであります。

本研究の遂行および本論文の作成にあたり、熱心な御指導と適切な御意見を賜りました三重大学教授 平井 淳之 先生に深く感謝いたします。また先生には機会のある度に研究者、技術者、そして社会人の先輩としてたいへん貴重な御意見を頂き、併せてこの場を借りて感謝いたします。

本研究の遂行および本論文の作成にあたり、適切な御指導と御助言を頂きました同大学准教授 弓場井 一裕 先生に深く感謝いたします。また日頃から本研究の遂行および学生生活において、貴重な御意見を頂きました同大学准教授 駒田 諭 先生、同大学技術職員 中村 勝 氏に深く感謝いたします。

本論文の作成にあたり、貴重な御指導と御意見を頂きました同大学教授 石田 宗秋 先生、千葉大学准教授 残間 忠直 先生に深く感謝いたします。

本研究の遂行にあたり、制御理論グループの先輩として親身な御指導を頂きました同大学院卒業生 宇佐見 秀徳 氏、上村 章仁 氏、水谷 彰孝 氏、藤井 宏樹 氏に感謝いたします。先輩方には私事においても御指導を頂き、深く感謝いたします。

研究室の同期として時には切磋琢磨し合い、時には互いを励まし合い、また時には馴れ合いながら研究を遂行してきた大原 一真 君をはじめ、川北 将大 君、北村 政仁 君、近藤 啓介 君、近藤 秀映 君、長坂 太郎 君、丹羽 弘樹 君、森 翔太 君、山本 真資 君には、共に研究室での生活が楽しく有意義に過ごせたことに感謝いたします。そして同じ研究グループとして共に研究を進め、貴重な経験を頂いた石崎 将崇 君、荻田 拓 君、西口 佳孝 君、岩田 強志 君、榊原 健 君、千賀 一輝 君、田村 健太郎 君、土井 章弘 君、濱田 翔平 君、松尾 亮太 君に感謝いたします。

また、何かと至らない自分を受け入れ、多くのご協力を頂き、学部から大学院までの三年間の研究生生活を充実したものにしてくれた電機システム研究室の皆さんに深く感謝いたします。電機システム研究室の更なる発展を心より願っております。

最後に、大学院まで進学する機会を与えて下さり、さらには何一つ不自由なく学生生活を送らせて頂いた家族に心から深く感謝いたします。

論文目録

- (1) 寺田，弓場井，平井：「スペクトル推定に基づく安定制約を付加した固定次数制御器の直接調整」，平成 22 年 電気学会産業応用部門大会論文集，Y-80 (2010.8)
- (2) 寺田，弓場井，平井：「スペクトル推定に基づく安定制約を付加した多変数制御器の直接調整」，平成 22 年 電気関係学会東海支部連合大会論文集，O1-8 (2010.8)
- (3) 寺田，弓場井，平井：「スペクトル解析法に基づく安定制約を付加した多変数制御器の直接調整」，第 53 回自動制御連合講演会論文集，GS02-210 (2010.11)
- (4) 寺田，弓場井，平井：「凸最適化による安定制約を付加した多変数制御器の直接調整」，産業計測制御研究会論文集，IIC-11-056 (2011.3)
- (5) 弓場井，寺田，平井：「多変数 NCbT に対する入出力データを用いた安定性テスト」，平成 23 年 電気学会電子・情報・システム部門誌，Vol.131-C No.4 pp. 773-780 (2011.4)
- (6) 寺田，弓場井，平井：「非最小位相システムに対する NCbT の適用」，平成 23 年 電気関係学会東海支部連合大会論文集，P3-1 (2011.9)
- (7) S. Terada, K. Yubai, J. Hirai: “ Correlation-based Direct Tuning of Multivariable Controllers with Stability Constraints Based on Spectral Analysis ”, The 37th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, pp. 3233-3238 (2011.11)
- (8) S. Terada, K. Yubai, J. Hirai: “ Correlation-based Direct Tuning of Multivariable Controllers with Asymptotically Guaranteed Stability ”, The 1st International Symposium for Sustainability by Engineering at MIU , AO-4, pp. 16-19 (2011.12)
- (9) 寺田，弓場井，平井：「多変数非最小位相系に対するモデルフリー制御器調整法」，産業計測制御研究会論文集，IIC-12-091 (2012.3 発表予定)

- (10) 寺田，弓場井，平井：「凸最適化による安定制約を付加した相関法に基づく多変数制御器の直接調整」，平成 24 年 電気学会電子・情報・システム部門誌，Vol.132-C No.4 (2012.4 掲載予定)