

博士学位論文

パラメトリック曲線を用いた
ノンパラメトリック形状最適化法に関する研究

平成 27 年 3 月

三重大学大学院 工学研究科
システム工学専攻

金澤 賢一

パラメトリック曲線を用いた ノンパラメトリック形状最適化法に関する研究

金澤 賢一

三重大学大学院 工学研究科システム工学専攻

要旨

現在、自動車部品をはじめとするさまざまな工業製品の設計に、コンピュータを用いたCAEが活用されている。CAEはいわゆる数値解析やシミュレーションのことであり、製品の評価試験を、実際の実験に依らず、コンピュータ内で完結できることから、設計において非常に重要な役割を担っている。さらに近年、CPUの演算能力の向上や、マルチプロセッシング技術の発展に伴い、数値解析に要する計算時間が大幅に短縮化され、これによって多数回の繰り返し解析を必要とする最適化理論に基づいた設計の自動化も可能となっている。しかしながら、このような最適設計には、最適解導出までに非常に多くの時間を要することや、設計空間の定義の仕方に難しさがあることなどが問題となる。後者はつまり、本来のあらゆる設計の可能性から、その一部を、数学的に扱いやすい有限次元の設計空間として選び出すことであり、もしその空間の選び方が悪ければ、どれだけ時間をかけたところで良好な解を見つけ出すことはできない。したがって、より優れた解をより短時間で求めるために、設計問題を定義する際の方策や、それを解くための最適化手法は、最適設計において非常に重要な要素である。

実際に最適設計を行う場合に、まず最も基本となる方法は、幅や直径などの寸法を設計変数とする寸法最適化と呼ばれる手法である。また、より設計自由度の高い方法として、スプライン曲線などの自由曲線によって外形形状を定義し、その自由曲線の制御点座標を設計変数とする方法も広く用いられている。これらの手法に共通することは、有限かつ一定次元の実数値ベクトルによって形状を表現することであり、このような手法はパラメトリック最適化法と呼ばれる。パラメトリック最適化法は扱いやすさ、汎用性の高さなどの理由から、最適化全般において非常に広く利用されているが、一方で、このような有限個の設計変数を用いて形状を定義する方法では、前述したように、設計空間が限定されてしまい、本来の最適解を導くことはほとんど不可能となる。構造の形態自体を直接最適化するトポロジー（位相）最適化法も現在盛んに研究が進められている。これらの手法は、非常に自由度の高い構造設計が可能であり、また勾配法などがベースとなっているため、評価回数が比較的少なく、高速な最適化が可能である。しかし、対象となる設計問題が剛性最大化問題などの静的な問題に限られているのが現状であり、汎用性は高くない。

そこで本研究では、工学的設計問題全般を扱うことが可能な、曲線を用いたノンパラメトリックな形状最適化法を提案する。本手法は、GA（遺伝的アルゴリズム）をベー

スとした最適化手法であるが、従来の実数値 GA のような個体を有限次元の実数値ベクトルとして扱う方法とは異なり、個体を連続的な曲線そのものとして表現可能な手法である。そして、新たな個体を生成する処理である遺伝的操作を、曲線同士を直接的に合成する演算として定義している。これにより、設計空間を本来の曲線形状の集合空間そのものとすることができ、効果的な最適化を実現することができる。実際に本論文では、簡易的なテスト最適化問題を用いることで、従来のパラメトリックな手法に対する、提案するノンパラメトリック手法の優位性を示した。

また本論文では、本提案手法を用いることで、CFD シミュレータを援用した実際の工学的設計問題の最適化を行った。設計問題としては、ボトリング装置における搬送用運動曲線の設計問題、およびダイカストにおける鑄造方案設計問題を対象とした。前者は、あらかじめ決められた軌道上を物体が移動する際の時間に対する変位の関係、すなわち一価関数で表される曲線を設計する問題であり、また後者は、液体が流れる流路形状を設計する問題で、流路形状を複数の幾何学曲線で表現することで、やはり曲線の設計問題へと帰着させている。搬送用運動曲線の設計問題では、ボトル内の液体揺動を最小化することを目的に最適設計を行い、得られた最適曲線の有効性は、シミュレーションによる結果だけでなく、実際のボトリング装置による搬送実験によっても示された。またダイカストの鑄造方案の設計問題では、製品内部の空気巻き込み欠陥の最小化を設計目的として最適化を行い、導出された最適形状は、ダイカストの水モデル可視化装置および実際のダイカストマシンを用いることで、やはり実験的に有効性を示すことができた。

本論文ではさらに、提案するノンパラメトリック最適化法をより高効率化する手法の提案も行った。これは応答曲面法と呼ばれる、設計空間の形態を推定することにより、最適解が存在する領域を予測する手法を利用したものである。本来、応答曲面法はパラメトリック最適化法のみにも適用可能な手法であったが、本論文では、応答曲面法の一つである Kriging 法の特性を利用することで、ノンパラメトリック法への適用を実現し、さらに通常のノンパラメトリック法と比べ、解探索性能が向上することを数値実験により示した。

提案するノンパラメトリック形状最適化法は、設計空間を極限まで拡大し最適化を行うことができる高自由度な最適設計手法である。また、2次元・3次元の幾何学的な形状から、制御入力のような波形まで、幅広い設計問題を扱うことのできる汎用的な手法でもある。したがって、今後、本手法がさまざまな分野の設計問題の救済に利用され、また従来の手法では得られなかったより優れた解を導いてくれることが期待される。

Nonparametric Shape Optimization Methods Using Parametric Curves

Ken'ichi Kanazawa

The Division of Systems Engineering, Graduate School of Engineering, Mie University

ABSTRACT

Recently, the technology of computer-aided engineering (CAE) has been used for designing many automobile parts and other manufacturing products. CAE indicates so-called numerical analyses or computer simulations, and it plays important roles in designing since it allows evaluation tests of products to be performed only in computers without actual experiments. Moreover, with advances in the computing power of CPUs and multiprocessing technologies, the computing time necessary to complete these numerical analyses has been greatly reduced, and this has made it possible to automate optimum shape designs that require multiple repeated analyses. However, these optimum designs have the problem that it requires a large amount of time to find the optimum solution and that it is difficult to choose an appropriate definition of the design space. The latter problem refers to how to choose a finite-dimensional design space that could be mathematically easy to deal with from all of the possibilities of the design. If the selection of the design space was failed, good solutions could never be found even if one took a lot of hours. Therefore, to obtain better solutions in a shorter time, the plans to define design problems and the optimization methods to solve these problems can be definite factors in optimum designing.

One of the most basic methods in shape optimization is so-called size optimization in which certain dimensions (e.g., widths or diameters) are defined as the design variables. In addition, many optimization methods that can design the outlines of geometric shapes with a higher degree of design freedom have been widely used; these methods define the outline shapes as free curves (e.g., spline curves or Bezier curves), then optimize these curves by letting the coordinates of the control points of the curves be the design variables for optimization. These methods are called parametric optimization methods, which express a shape as a real-valued vector with a finite and certain number of dimensions. These parametric methods have been widely used in optimization in general because of their ease of dealing and high versatility. Nevertheless, since the shapes designed by these methods—which “parametrically” define shapes using a finite number of design variables—also have finite flexibility, such methods may not provide the truly optimum solution. Meanwhile, many methods of topology optimization, which can directly optimize a material layout, are also actively being researched. These

methods can optimize shapes with quite a high flexibility with a small amount of calculations since they are based on gradient methods. However, they do not have high versatility, and so the design problems to which they can be applied are limited (e.g., to stiffness maximization problems or thermal diffusion problems).

In this study, we proposed a new nonparametric shape optimization method using curves that can be applied to general design problems. The proposed method is based on a genetic algorithm (GA), but it can treat an individual as a continuous curves, contrary to some traditional methods such as real-coded GAs, which deal with an individual as a finite-dimensional real vector. Moreover, the crossover method, which is an operation for generating new individuals, is defined as a mathematical synthesis of curves. The nonparametric method can match the design space with the set of all shapes and can realize effective optimizations. We indeed showed the effectiveness of the proposed nonparametric method compared with a traditional parametric methods by using an experimental optimization problem.

In the dissertation, we also performed some optimizations for actual engineering design problems using computational fluid dynamics (CFD) simulators and the proposed method. Specifically, design problems of motion curves for conveyance in bottling machines and of casting plans for die casting were treated as the problems. The former was problems for designing the relationship between the displacement of an object moving a predefined trajectory and time, i.e. a curve represented as a one-valued function. Also the latter was problems for designing the shape of a flow path, and these problems could be boiled down to design problems of curves after all by expressing the shape of each flow path using several geometric curves. For the design problems of motion curves, optimum designs were conducted to minimize the liquid vibration in bottles, and the validity of the optimized motion curves was demonstrated through not only simulations but also conveyance experiments using an actual bottling machine. Similarly, for the design problems of die casting plans, optimizations were conducted to minimize air entrainment defects in products, and the validity of the optimized shapes was also experimentally demonstrated using a water-model visualization device and an actual die casting machine.

Furthermore, in the dissertation, we proposed a method that improves the efficiency of the nonparametric optimization method. The method takes advantage of a so-called response surface method (RSM), which calculates the region where the optimum solution exists by estimating the form of the design space. RSMs could basically be applied only to parametric optimization methods, but in the dissertation, we realized applying RSMs to the nonparametric method by taking advantage of a property of Kriging methods, and then we demonstrated that its performance of solution searching improved through numerical experiments.

The proposed nonparametric shape optimization method is an optimum design method with a high flexibility that can search solutions expanding its design space to the limitation. In addition, the method can treat a wide range of problems from two- or three-dimensional geometric shapes to waveforms such as control inputs. Therefore, we expect that the method would be utilized to solve problems in a variety of fields and that more excellent solutions that could not be obtained by other conventional methods would be derived by our method in the future.

目次

第1章 諸言	1
1.1 研究背景	1
1.2 従来研究	2
1.3 研究目的	4
1.4 論文構成	5
第I部 パラメトリック法	9
第2章 一般最適化論	11
2.1 はじめに	11
2.2 最適化問題	11
2.2.1 定義	11
2.2.2 最適化問題の分類	11
2.3 多目的最適化問題	14
2.3.1 定義	14
2.3.2 目的関数のスカラー化	15
2.4 最適化の手法	16
2.5 遺伝的アルゴリズム	18
2.5.1 アルゴリズムの概要	18
2.5.2 単純遺伝的アルゴリズム	20
2.5.3 実数値遺伝的アルゴリズム	21
2.5.4 多目的遺伝的アルゴリズム	23
2.6 応答曲面法	25
2.7 まとめ	26
第3章 パラメトリック形状最適化法	27
3.1 はじめに	27
3.2 曲線の基礎	27
3.2.1 平面曲線とパラメトリック曲線	27
3.2.2 一価曲線	28
3.3 代表的なパラメトリック曲線	29
3.3.1 ベジエ曲線	29
3.3.2 スプライン曲線	30

3.4	パラメトリック曲線を用いたパラメトリック最適化	32
3.5	まとめ	33
第4章	CFDシミュレータを用いた最適設計における問題点と解決策	35
4.1	はじめに	35
4.2	CFDシミュレータの解析精度	35
4.2.1	解析時間と解析精度	35
4.2.2	CFDシミュレータの解析精度検証	36
4.3	CFDシミュレータの評価値モデル	38
4.4	CFDシミュレータを用いた最適化における問題点	38
4.5	応答曲面を用いた評価値補正アルゴリズム	39
4.5.1	応答曲面を利用した評価値補正の原理	40
4.5.2	最適化アルゴリズム	41
4.6	テスト最適化問題による数値実験	42
4.6.1	降下曲線最適化問題	42
4.6.2	実験条件	45
4.6.3	実験結果	46
4.7	まとめ	46
第5章	ダイカストにおけるスプルー形状の最適設計	49
5.1	はじめに	49
5.2	スプルー形状の最適設計	50
5.2.1	最適化問題の定式化	50
5.2.2	最適化結果	54
5.3	鑄造実験	54
5.3.1	実験装置および条件	55
5.3.2	実験結果	55
5.3.3	シミュレーションによる検証	55
5.4	まとめ	57
第6章	ボトリング装置における搬送用運動曲線の最適設計	59
6.1	はじめに	59
6.2	ボトリング装置	60
6.2.1	実験装置	60
6.2.2	ボトル搬送の力学	62
6.3	スプライン曲線を用いた運動曲線生成法	63
6.4	搬送用運動曲線の最適設計	65
6.4.1	最適化問題の定式化	65
6.4.2	最適化結果	67

6.5	搬送実験	69
6.6	まとめ	72
第II部 ノンパラメトリック法		73
第7章 ノンパラメトリック形状最適化法の提案		75
7.1	はじめに	75
7.2	個体表現	76
7.3	交叉	77
7.3.1	交叉関数	78
7.3.2	一価曲線の交叉	78
7.3.3	平面曲線の交叉	80
7.3.4	複雑形状および3次元形状の交叉	86
7.4	初期個体	88
7.5	プログラミングにおける表現	88
7.5.1	曲線の多項式係数表現	89
7.5.2	曲線の点列表現	90
7.6	まとめ	91
第8章 搬送用運動曲線のノンパラメトリック最適設計		93
8.1	はじめに	93
8.2	振子モデルを用いたテスト最適化問題による数値実験	93
8.2.1	双対振子の振動最小化問題	93
8.2.2	実験条件	95
8.2.3	実験結果	97
8.3	CFDシミュレータを用いた最適設計	98
8.3.1	最適化問題の定式化	98
8.3.2	最適化結果	99
8.3.3	搬送実験	101
8.4	まとめ	101
第9章 ダイカストにおけるランナー形状のノンパラメトリック最適設計		103
9.1	はじめに	103
9.2	ランナー形状の最適設計	104
9.2.1	設計モデルの定義	104
9.2.2	初期個体の生成	106
9.2.3	CFDシミュレータの構築	107
9.2.4	目的関数および最適化問題の定式化	108

9.2.5	最適化結果	110
9.2.6	3次元解析による最適形状の選定	111
9.3	水モデル可視化実験	114
9.3.1	実験装置および方法	114
9.3.2	実験結果	115
9.3.3	シミュレーションによる検証	119
9.4	まとめ	122
第10章	ダイカスト鑄造方案のノンパラメトリック最適設計	123
10.1	はじめに	123
10.2	方案の最適設計	123
10.2.1	設計モデルの定義	123
10.2.2	CFDシミュレータの構築	124
10.2.3	目的関数および最適化問題の定式化	128
10.2.4	最適化結果	128
10.3	シミュレーションによる最適方案の検証	130
10.4	鑄造実験	133
10.4.1	実験装置および条件	133
10.4.2	注湯および射出条件の選定	134
10.4.3	実験方法および結果	137
10.5	まとめ	141
第11章	EGOを用いたノンパラメトリック法の高効率化	143
11.1	はじめに	143
11.2	EGOに基づくノンパラメトリック形状最適化法	143
11.2.1	アルゴリズムの概要	143
11.2.2	Kriging	145
11.2.3	期待改善量	146
11.2.4	ノンパラメトリック形状の個体間距離	147
11.3	テスト最適化問題による数値実験	148
11.3.1	テスト最適化問題	148
11.3.2	実験条件	149
11.3.3	実験結果	150
11.4	まとめ	152
第12章	結言と今後の展望	153
12.1	結言	153
12.2	今後の展望	154

謝 辞	155
参 考 文 献	157
研 究 業 績	165
付 録 A CFD シミュレータ	171
A.1 基礎式	171
A.2 VOF 法	172
A.3 メッシュ生成法	172
A.4 空気連行モデル	172
付 録 B 運動曲線概論	175
B.1 運動曲線	175
B.2 カム曲線	176
B.3 カム曲線の性質	177
B.4 標準カム曲線	178
B.4.1 正弦曲線系カム曲線	179
B.4.2 多次曲線系カム曲線	184
B.4.3 その他の標準カム曲線	186
付 録 C 各種数式の導出	189
C.1 最速降下曲線	189
C.1.1 降下時間	189
C.1.2 理論最速降下時間	190
C.2 多項式関数近似	191
C.2.1 多項式の項数	191
C.2.2 最小二乗法	191
C.3 大小関係を考慮した変数変換式	192
C.3.1 段階的な導出	192
C.3.2 定理化と証明	195
図 目 次	196
表 目 次	200

第1章 諸言

1.1 研究背景

新しい工業製品が生まれ、市場に出るまでには、研究開発に始まり、設計、生産、販売といった長いプロセスを経なければならない。そのなかでも設計は、研究開発で生み出された基礎技術をもとに、量産可能な、実際の形ある製品を実現するための非常に重要な工程である。そのような製品の設計において要求される要素^[1]はきわめて多くまた多様であり、大きさ、重さ、剛性、耐熱性、耐蝕性、絶縁性といった「物性的要素」や、効率、安全性、多様性などの「機能的要素」は製品そのものの価値や性能を決定する基本的かつ重要な要素である。また、製造する上での作業性、原材料などの「生産的要素」や、販売価格といった「経済的要素」も実際の製品として現実化するために当然考慮しなければならない要素である。さらには、デザイン性やイメージといった「人間的要素」も、その製品の付加価値を高めるために必要になる。また工学的な設計は、このような製品形状などの幾何学的なものだけでなく、電気電子回路や機械装置のための各種制御器、それらを作動させるための目標入力波形、さらには情報システムなど、形のないものに対しても重要な工程となる。これらの対象についても、機能的要素や経済的要素などが設計要件として求められる。これらの多くの要素から、必要なもの、優先すべきものを設計目的として選択し、それらの要素が最良となるように製品やシステムの設計を行うことが、設計における最適化であり、すなわち最適設計である。

コンピュータの技術や使用環境が成熟した現代では、設計においてもCAD (computer aided design) やCAE (computer aided design) といった技術が必要不可欠となっている。特にCAEは、いわゆるコンピュータシミュレーションや数値解析のことであり、製品やシステムの設計目的に対する評価を、実際の実験に依らず、コンピュータ内での模擬実験によって完結できることから、設計において重要な役割を担っている。またそれらの模擬実験は、入力や環境などを任意の条件として行えること、さらに実際には計測不可能な物理量の測定や、観測不可能な現象の可視化が可能なることも大きな利点である。

CAEシミュレーションには、これらの扱いたい物理現象や解析したい物理量に応じ、応力解析、流体解析、振動解析、音響解析、電磁場解析など、さまざまな種類が存在する。特に応力解析と流体解析は、あらゆる工学分野で広く利用されている。これらのCAEシミュレーションを利用して最適設計を行う場合、従来の古典的な方法では、人の経験や勘にかなりの部分が依存した手法がとられてきた。すなわち、人が初期形状を決め、それに対しCAE解析を行い、その結果を人が評価・判断し、それをもとに

また人が再設計することを繰り返すという設計方法である。このような方法は、設計の基本として、もちろん現在でも主流ではあるが、厳密には、これを最適設計とは言いがたい。これに対し、近年、最適化理論に基づく最適設計の自動化も実用化されている。これは、コンピュータにおけるCPUの高性能化や、さらにはマルチプロセッシング技術の発展により、数値解析における計算時間が大幅に短縮化され、多数回の繰り返し解析が可能となったことに拠るところも大きい。

CAEを利用した最適設計の難しさとしては、まずはやはり、最適化計算に要する時間が非常に長いということがあげられる。コンピュータの高性能化により解析時間の短縮化も進んできているとはいえ、1条件あるいは1形状あたりのシミュレーションに要する時間は通常、数分から長ければ数時間を要する。したがって、数学的な最適化の問題とは異なり、工学的設計問題は、評価における時間的コストが非常に大きく、限られた解析回数の中かで、いかにして優れた答えを見つけるかが課題となる。また最適設計では、設計問題として扱うための設計空間の選び方も難しさの一つである。これはつまり、本来、無限の可能性を持つ形状のバリエーションから、その一部を数学的に扱うことのできる有限次元の設計空間として選び出すことである。問題を解きやすくするためには、その空間をなるべく小さな次元、小さな範囲として定義する必要がある。しかしながら、すべての形状のバリエーションの中での最適な答えが、定義した設計空間の中かに含まれていなければ、どれだけ時間をかけて最適化を行っても、その解は決して得ることはできず、結局、得られる解は、最高でもたかだかその空間内での最良解にしかならない。このような最適設計の難しさから、設計問題としての定式化の方策や、問題の解法である最適化手法やアルゴリズムは非常に重要な要素であるといえる。

1.2 従来研究

製品などの幾何学的形状を最適設計する問題は、一般に構造最適化問題と呼ばれ、設計において扱う領域やその自由度によって、寸法最適化、形状最適化、位相最適化の3種類に大別される^[2]。寸法最適化は、構造最適化の中かで最も基本的かつ古典的な方法であり、構造の一部の長さや幅、直径などの寸法を設計変数とすることで最適化を実現する。寸法最適化の適用例としては、重力鋳造における押湯方案設計^[3,4]やトラス構造設計^[5,6]があげられる。また寸法最適化のように、設計変数が有限個のパラメータの組（あるいは一つの実数値ベクトル）として表されるものをパラメトリック最適化ともいう。パラメトリック最適化の利点としては、扱いが簡便であり、また回帰分析などの統計学的アプローチ（すなわち実験計画法や応答曲面法）により解探索の効率化や解のロバスト性の考慮が比較的容易である点があげられる。一方で、先述したように、設計自由度が低く設計空間が限られること、また定義する設計空間を、良好な解が得られやすくなるように選択することに難しさがあることなどが欠点となる。

構造最適化の2番目の手法である形状最適化は、構造の外形部分あるいは境界部分

を曲線や曲面によって表現し、最適化を実現する方法である。また、幾何学的な構造最適化だけでなく、プラントへの目標入力波形や物体が運動する際の軌道なども曲線形状によって表現されるため、これらを対象とした設計問題も形状最適化の範疇であるといえる。このとき設計変数は、それらの曲線や曲面の数学的表現である連続的な関数であるため、寸法最適化の場合とは異なり、本質的にはノンパラメトリック最適化として分類される。厳密にノンパラメトリックである形状最適化法の代表的なものとして、変分法があげられる。これは、設計変数に対する目的関数（厳密には目的汎関数）の勾配から解析学的に最適解を求める手法であり、特に最適制御の分野において一般的に用いられている^[7,8]。また別の手法として、遺伝的プログラミングを用いることで関数形状などをノンパラメトリックに表現し、最適化することも可能である^[9,10]。ノンパラメトリック最適化の最大の利点は、設計自由度の高さがあげられる。また、本質的には勾配法とセットで用いるため、解の探索効率が高いことも利点となる。一方で、勾配法を利用しているために、目的関数の勾配計算が不可能な設計問題には適用することができず、汎用性が低いことが欠点であるといえる。

実際の形状最適化では、扱いやすさの観点などから、本来のノンパラメトリックな問題をパラメトリックな問題へと帰着させ最適化する手法が非常によく用いられる。これは、本来の設計変数である曲線・曲面を、ベジェ曲線・曲面、B-スプライン曲線・曲面、NURBS曲線・曲面などの、有限個の制御点によってその形状が制御される自由曲線・曲面^[11]として定義し、それらの制御点の座標値を新たに設計変数とすることで実現される。このようなパラメトリックな形状最適化の適用事例としては、航空機翼形状設計^[12,13]、グリッドシェル構造設計^[14,15]、各種軌道設計^[16,17]など多岐に渡っている。また、ベースベクトル法（基底ベクトル法）と呼ばれる、基本形状に対し複数の異なる変形方向ベクトルを設計変数として形状を最適化する方法も、パラメトリック形状最適化法として用いられている^[18,19]。さらに、目的関数が陽に記述されており、その勾配が計算可能な設計問題の場合は、変分法と同じく、勾配法に基づく最適化手法を用いることで、解探索の高効率化を図ることができる。なかでも随伴変数法（adjoint法）は、設計変数の個数（次元）に依存せず一度に勾配計算を行うことが可能であり、実際に、流れに関する設計問題である翼形状設計^[20,21]、流路形状設計^[22]、また応力に関する設計問題^[23]などへと適用されている。

構造最適化の3番目の手法である位相最適化は、トポロジー最適化とも呼ばれ、構造の形態あるいは位相自体を直接最適化可能な設計自由度の非常に高い最適化手法である^[24]。位相最適化はパラメトリック法、ノンパラメトリック法ともに存在し、前者であれば設計領域を画素のように離散的に分割することで構造を表現し、遺伝的アルゴリズムなどを用いて最適化する手法がとられる^[25,26]。また、寸法最適化で述べたトラス構造設計もパラメトリックな位相最適化の一種として見なすことができる。一方で、後者のノンパラメトリックな位相最適化は、形状最適化の場合と同じく勾配法がベースとなっており、特性関数によって定義される構造を、均質化法や密度法によって離散的に扱う方法や、近年研究が進められているレベルセット法^[27,28]と呼ばれる手法

が用いられる。ノンパラメトリック位相最適化の適用事例としては、構造物の剛性最大化設計^[29,30]、板材の制振設計^[31]、流路の抵抗最小化設計^[32]、磁気回路の磁束分布一様化設計^[33]などがあり、比較的広範な問題を扱えるが、あくまでも勾配法を用いていることから、定常的あるいは静的な問題のみ対象とできる。

以上をまとめると、寸法最適化はパラメトリック法のみであり、また形状最適化および位相最適化にはパラメトリック法、ノンパラメトリック法の双方が存在する。設計自由度は基本的には、寸法最適化、形状最適化、位相最適化の順に高くなり、さらにパラメトリック法よりノンパラメトリック法の方が高い。一方で扱いやすさや学術的簡便性は、これとは逆の順番となる。目的関数の勾配計算の必要性については、パラメトリック法は要・不要の双方の手法が存在するが、ノンパラメトリック法は基本的には勾配計算が必要となり、扱える設計問題の種類が限定される。したがって現状では、勾配計算が可能な定常的または静的な設計問題であれば、ノンパラメトリックな形状最適化法あるいは位相最適化法を選択することで高自由度な設計が行えるが、現象が動的でより一般的な設計問題に対しては、パラメトリック法のみを選択肢となり、高自由度な設計が実現されにくい。よって、あらゆる設計問題に適用可能でかつ設計自由度が高い、勾配計算を必要としないノンパラメトリックな構造最適化法が求められる。

1.3 研究目的

本研究では、工学的設計問題のための曲線を利用したノンパラメトリックな形状最適化手法の提案が主目的である。本手法は、遺伝的アルゴリズムをベースとした最適化手法であるが、従来の実数値遺伝的アルゴリズムのような個体を有限次元の実数値ベクトルとして扱う方法とは異なり、個体を連続的な曲線そのものとして表現可能な手法である。そして、新たな個体を生成する処理である遺伝的操作も、曲線同士を直接的に合成する演算として定義している。これにより、設計空間を本来の曲線形状の集合空間そのものとすることができ、効率的な最適化が期待できる。

さらに本提案手法を、CFD (computational fluid dynamics, 数値流体力学) シミュレータを援用した実際の工学的設計問題へと適用する。設計問題としては、ボトリング装置における搬送用運動曲線の設計問題、およびダイカストにおける鑄造方案設計問題を対象とする。前者は、あらかじめ決められた軌道上を物体が移動する際の時間に対する変位の関係、すなわち一価関数で表される曲線を設計する問題であり、移動するボトル内の液体揺動を最小化することを目的に最適設計を行う。また後者は、溶融合金などの液体が流れる流路形状を設計する問題であり、流路形状を複数の幾何学曲線で表現することで、やはり曲線の設計問題へと帰着させている。なお、この設計問題では、製品内部の空気巻き込み欠陥の最小化を設計目的としている。ボトル搬送およびダイカスト鑄造方案、いずれの設計問題も導出された解の有効性は、シミュレーションによる結果だけでなく、実際の装置を用いた実験において評価を行う。

1.4 論文構成

本論文の構成は、Fig. 1.1 に示すとおりであり、2部構成となっている。第I部では、おもに従来のパラメトリック法による最適化および曲線に関する基礎理論と実際の設計問題へ適用した応用事例について述べる。また第II部では、提案するノンパラメトリック法の理論と応用について述べる。以下に各章の概要を説明する。

第1章では、研究背景、従来研究、本論文の主題と目的、および本論文の構成について述べる。

第2章では、おもにパラメトリック法を中心に、本論文を理解する上で必要となる最適化の基礎理論や用語、代表的な最適化手法について説明する。また本論文で実際に用いる最適化手法である遺伝的アルゴリズムや応答曲面法についてより詳しく解説を行う。

第3章では、曲線に関する基礎理論を述べ、本論文でも扱う具体的な曲線として、スプライン曲線およびベジェ曲線を説明する。さらに、これらの曲線を用いてパラメトリックに最適化を行う手法について述べる。

第4章では、CFDシミュレータを援用した最適設計における難しさや問題点を述べ、それを解決するためのパラメトリックな最適化手法を提案する。また提案手法の有効性を、テスト最適化問題を用いることで検証する。

第5章では、ダイカストの鋳造方案の一つであるスプルー形状を対象に、空気巻き込み欠陥の低減を目的として最適設計を行う。空気巻き込みの推定・評価にはCFDシミュレータを使用し、最適化手法として第4章にて提案した手法を適用する。導出した最適形状は、実際のダイカストマシンの金型として作成し、鋳造実験を行うことでその有効性を示す。

第6章では、ボトリング装置におけるボトル搬送用の運動曲線を対象に、ボトル内部の液体の揺動最小化を目的として最適設計を行う。運動曲線はスプライン曲線をもとに定義し、パラメトリック法である実数値遺伝的アルゴリズムを用いて最適化を行う。導出した最適運動曲線は、実際のボトリング装置による搬送実験によってその有効性を検証する。

第7章では、本論文の主目的である新しいノンパラメトリック形状最適化法の提案を行うとともに、本手法の基礎理論およびコンピュータプログラミングとしての実装方法について説明する。

第8章では、第6章におけるボトル搬送用運動曲線の設計問題に対し、提案するノンパラメトリック法を適用することで再度設計を行う。またそれに先立ち、ボトル搬送を振子モデルで模擬した簡易的なテスト最適化問題を用いることで、本提案手法の有効性を確認する。

第9章では、第5章と同じくダイカストにおける空気巻き込み欠陥の低減を目的に、鋳造方案の一つであるランナー形状のノンパラメトリック最適設計を行う。導出した最適形状は、ダイカストの水モデル可視化装置を用いることで、その有効性を視覚的

に示す.

第10章では, 第9章に引き続き, ダイカストにおける鑄造方案のノンパラメトリック最適設計を行う. ここでは, 実際のアルミニウム合金ダイカストを対象に, スプルーからゲートまでのより広範囲でかつ実用的な方案設計を行う. また, 導出した最適形状は, 実際のダイカストマシンを用いた鑄造実験により, その有効性を検証する.

第11章では, 提案するノンパラメトリック法に応答曲面法 of 概念を取り入れることで, 本手法の高効率化を図る. また本高効率化手法の有効性を, 簡易的なテスト最適化問題を用いて検証する.

最後に**第12章**では, 結言として本論文のまとめを行うとともに, 最適設計やそれらの手法に関して今後の展望を述べる.

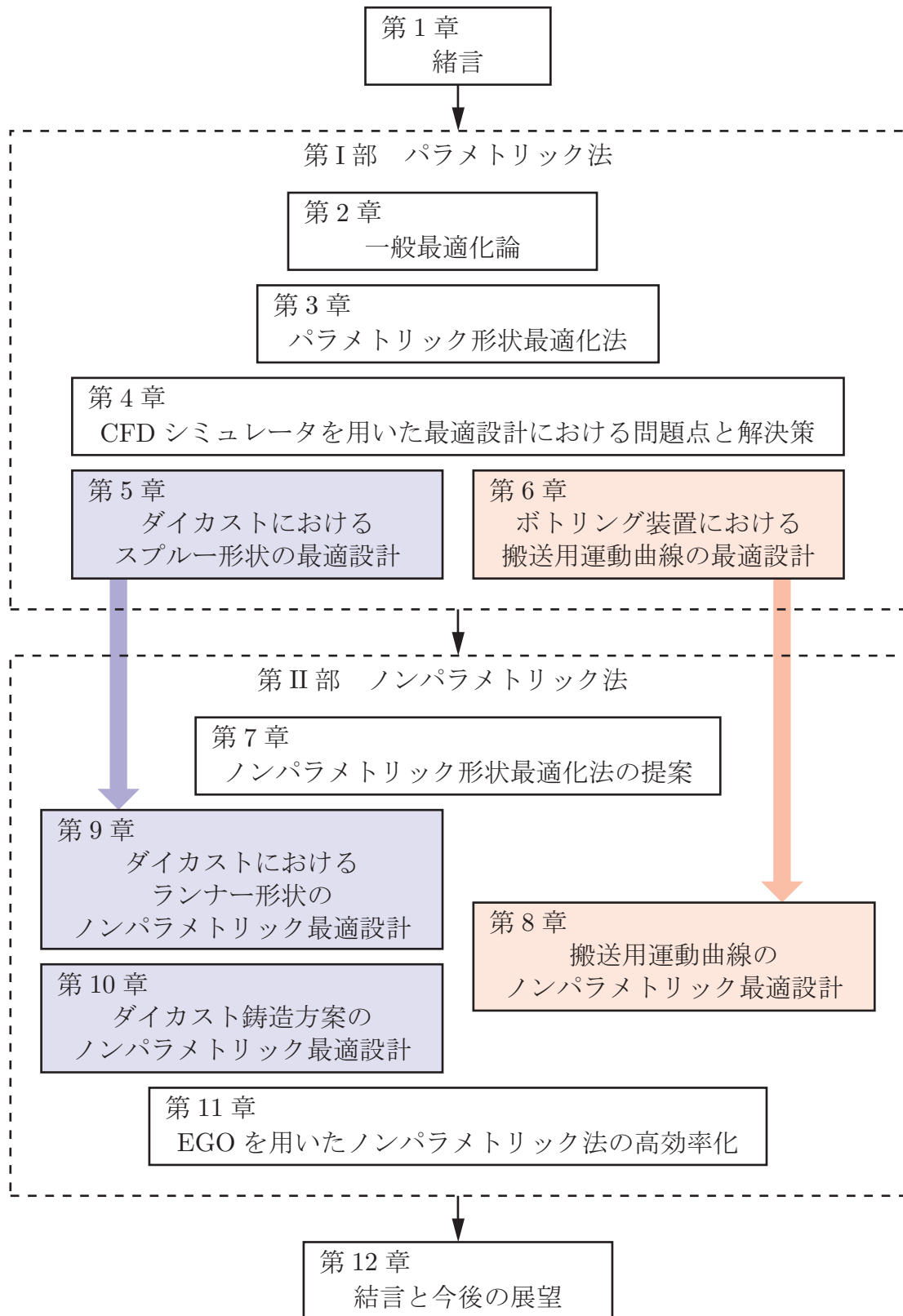


Fig. 1.1 Outline of the dissertation

第I部

パラメトリック法

第2章 一般最適化論

2.1 はじめに

最適化とは、何らかの価値基準に対して最も適した解を見いだすことである^[34]。また、このような最適な解を探し出すという数学的問題を最適化問題という。本章では、この最適化問題の定義から始め、最適化問題の分類や、これを解くための各種最適化手法について概説する。また具体的な最適化手法として、本論文でも実際に用いる、遺伝的アルゴリズムおよび応答曲面法について詳細を述べる。

2.2 最適化問題

2.2.1 定義

最適化問題 (optimization problem)^[1,35-37]とは、与えられた条件のもとで何らかの関数の値が最小となる解を求める問題のことであり、数学的には次式で表される。

$$\text{minimize } y(\boldsymbol{x}) \quad (2.1a)$$

$$\text{subject to } \boldsymbol{x} \in X \quad (2.1b)$$

ここで、 y は最小化したい関数であり、**目的関数** (objective function) または**評価関数** (evaluation function) と呼び、また \boldsymbol{x} は目的関数 y の**決定変数** (decision variable) , あるいは単に**変数** (variable) という。 \boldsymbol{x} を何らかの具体的なものとして見なす場合は**解** (solution) と呼び、その解に対する目的関数の値を**評価値** (evaluated value) という。さらに、評価値を算出する行為を**評価** (evaluation) という。式 (2.1b) は**制約条件** (constraint) , また X を変数 \boldsymbol{x} の**実行可能領域** (feasible region) といい、この制約条件を満たす \boldsymbol{x} は**実行可能解** (feasible solution) と呼ばれる。実行可能解のなかで目的関数の値を最小とする解が**最適解** (optimum solution) となる。

2.2.2 最適化問題の分類

最適化問題は、変数や目的関数、制約条件のタイプによっていくつかのクラスに分類することができる。以下に、厳密な分類ではないが、最適化問題の変数、目的関数、および問題の対象別に分類し、説明する。

変数による分類

最適化問題における変数は、一般的には、実数値で、しかも複数個あることが多い。これらの変数は、一つの n 次元実数値ベクトルとして、

$$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n) \quad (2.2)$$

と表すことができる。このように、変数が有限次元の実数値ベクトルとして表されるものを、**関数最適化問題**^[36] (functional optimization problem) という。関数最適化問題のなかでも、変数が厳密に連続的な実数値ベクトルとなるものを**連続的最適化問題** (continuous optimization problem)、整数値などの離散値となるものを**離散的最適化問題** (discrete optimization problem) という^[35]。関数最適化問題では、実行可能領域 X は \mathbb{R}^n の部分集合 (すなわち $X \subset \mathbb{R}^n$) となるが、さらに次式のような制約条件によって与えられる場合もある。

$$g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \quad (i = 1, \dots, p) \quad (2.3a)$$

$$h_j(\mathbf{x}) = 0 \quad (j = 1, \dots, q) \quad (2.3b)$$

ここで、式(2.3a)は**不等式制約** (inequality constraint)、式(2.3b)は**等式制約** (equality constraint) と呼ばれる^[37]。

制約条件が組合せ的な構造を持つ問題は、**組合せ最適化問題**^[38] (combinatorial optimization problem) と呼ばれる。この問題の代表的なものとして、巡回セールスマン問題やナップサック問題があり、前者は複数の異なる要素 (都市) の順列を、後者は複数の要素 (アイテム) の重複組合せを扱う問題である。いずれも離散的最適化問題の一種として見なすことができるが、制約条件は式(2.3)の形式では記述できない。

これらの関数最適化問題、ないしは組合せ最適化問題のように、変数を有限次元の実数値ベクトルとして表現可能なものを総称して、**パラメトリック最適化問題** (parametric optimization problem) と呼び、本論文では第I部で扱う。また変数が、連続的な関数のような、有限次元の実数値ベクトルでは表現できない場合の問題を**ノンパラメトリック最適化問題** (nonparametric optimization problem) と称し、本論文第II部で扱う。

目的関数による分類

最適化問題は、目的関数が数式として陽に記述されるものと、そうでないものに分けられる。前者のうち、関数最適化問題であって、さらに変数が目的関数および制約条件に対して線形となるものを**線形最適化問題** (linear optimization problem)、そうでないものを**非線形最適化問題** (nonlinear optimization problem) という。また、後者のうち、目的関数が陽に記述できない問題を、本論文では**ブラックボックス最適化問題** (black-box optimization problem) と呼称する。本論文で扱う最適化問題のほとんどは、このブラックボックス最適化問題である。

目的関数が与えられた制約条件の範囲で極小値を一つだけ持つ問題は、**凸計画問題** (convex programming problem) と呼ばれる。このような問題は、**単峰性** (uni-modal) の問題とも呼ばれ、最適解を求めることは比較的容易であるとされる。これに対し、目的関数が複数の極小値を持つ問題は、**非凸計画問題** (non-convex programming problem) と呼ばれる。これは、**多峰性** (multi-modal) の問題であり、それらの複数の極小値は、その周辺の局所的な領域では最小値となるため、**局所的最適解** (local optimum solution) または単に局所解と呼ばれる。一つの局所的最適解を求めることは、単峰性の問題を解くことと同様に比較的容易なことであるが、すべての局所的最適解のなかで最小の値をとる**大域的最適解** (global optimum solution) を求めることは難しい問題である。

何らかの実験やシミュレーションの結果を目的関数とする場合には、その関数値は、さまざまな誤差によってノイズが付加されたような不確実なものとなる。このように、同じ変数であっても目的関数の値を算出するたびにその値が異なるような目的関数を有する問題を、本論文では**不確実最適化問題** (uncertain optimization problem) と呼称する。この不確実最適化問題については、第4章で扱う。

最適化問題は、複数の目的関数を持つこともできる。このような問題を**多目的最適化問題** (multi-objective optimization problem) といい、次節にて詳述する。また、目的関数の一つしか持たない問題は、**単目的最適化問題** (single-objective optimization problem) という。

問題の対象による分類

ある条件下で、与えられた目標を満足する装置や構造物、設備あるいはシステムを設計・製作するという課題は、工学における最適化問題であるといえる。前者の設計に関する問題は**設計問題** (design problem)、後者の製作に関連する機械計画、工具計画、組み立て計画などは**計画問題** (planning problem, programming problem) である。特に設計問題においては、これまで用いてきた最適化問題および決定変数という言葉は、それぞれ**最適設計問題** (optimum design problem)、**設計変数** (design variable) と呼称される。

最適設計問題のなかでも、装置や構造物の構造や形態を扱う問題を**構造最適化問題** (structure optimization problem) と呼ぶ。構造最適化問題はさらに三つに分類することができ、部品の幅や厚みなどの寸法を設計変数とする**寸法最適化問題** (size optimization problem)、構造の輪郭形状などを扱う**形状最適化問題** (shape optimization problem)、そして位相幾何学的な構造全体を最適化する**位相最適化問題** (topological optimization problem) に分けられる^[37]。本論文では、このなかで形状最適化問題を対象とし、また装置や構造物などの物理的なものだけでなく、装置へ与える制御入力信号のような波形もその範疇として見なす。

2.3 多目的最適化問題

2.3.1 定義

多目的最適化問題^[34] (multi-objective optimization problem) とは、目的関数が複数個存在する最適化問題のことであり、次式のように表される。

$$\text{minimize } \mathbf{y}(\mathbf{x}) = (y_1(\mathbf{x}), \dots, y_m(\mathbf{x})) \quad (2.4a)$$

$$\text{subject to } \mathbf{x} \in X \quad (2.4b)$$

ここで、 m は目的関数の個数であり、目的関数が m 個である最適化問題を m 目的最適化問題という。また、4 目的以上の最適化問題は、**多数目的最適化問題**^[39] (many-objective optimization problem) とも呼ばれる。

多目的最適化における最適解の考え方は大きく分けて二つあり、一つは完全最適解と呼ばれるものである。式 (2.4b) の制約条件を満たす解 \mathbf{x}_{opt} が完全最適解であるための必要十分条件は、すべての \mathbf{x} に対して、

$$y_i(\mathbf{x}_{\text{opt}}) \leq y_i(\mathbf{x}) \quad (i = 1, \dots, m) \quad (2.5)$$

が成り立つことである。すなわち完全最適解 \mathbf{x}_{opt} は、他のすべての解と比較して、すべての目的関数の値が同等以上であることを意味する。ただし多目的最適化問題においては、完全最適解は常に存在するとは限らない。実世界における多目的最適化問題では、目的関数間に何らかのトレードオフの関係があることが多く、すべての目的関数においてそれらの値が最適となる完全最適解は、むしろほとんど存在しないといえる。このような完全最適解に対して、もう一つの最適解の概念が、**パレート最適解** (Pareto optimum solution) である。解 \mathbf{x}_{prt} がパレート最適解である必要十分条件は、次式を満たすような \mathbf{x} が存在しないことである。

$$\begin{cases} y_i(\mathbf{x}) \leq y_i(\mathbf{x}_{\text{prt}}) & (i = 1, \dots, m) \\ \mathbf{y}(\mathbf{x}) \neq \mathbf{y}(\mathbf{x}_{\text{prt}}) \end{cases} \quad (2.6)$$

逆をいえば、ある解が他のすべての解に対して、それぞれ一つ以上の目的関数においてその値が優れていれば、その解はパレート最適解である。基本的にパレート最適解は、複数あるいは無限に存在する。パレート最適解の集合を目的関数空間上で図示したものを**パレートフロンティア** (Pareto frontier) という。

パレート最適解の考えを、すべての実行可能解の集合 X ではなく、限られた解集合 X^* ($X^* \subset X$) に置き換えた場合の解は、**非劣解** (noninferior solution) と呼ばれる。逆にすべての実行可能解に対する非劣解がパレート最適解である。

2.3.2 目的関数のスカラー化

多目的最適化問題からは複数のパレート最適解が得られるが、実用上必要なのは、そのなかの一つの解のみである場合が多い。このような一つの最適解を決定するには、おもに二つの方法があり、一つは、パレート最適解を求めることを目的とした多目的最適化アルゴリズムを用いて複数の最適解を求め、その後、満足化トレードオフ法などの対話型手法によって解を一つに絞る方法である。もう一つの方法は、線形加重和法や制約変換法と呼ばれる、スカラー化手法であり、これは複数の目的関数を何らかの形で一つの目的関数とし、単目的最適化問題に帰着させ、通常最適化アルゴリズムを用いて解く手法である。以下に線形加重和法および制約変換法についてそれぞれ説明する。

線形加重和法 線形加重和法では、スカラー化された目的関数 $y(\mathbf{x})$ は次式で定義される。

$$y(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m w_i y_i(\mathbf{x}) \quad (w_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m) \quad (2.7)$$

ここで、 w_i は各目的関数の値を重み付けする係数であり、 w_i による目的関数の加重和 y が単一の目的関数となる。基本的には値を大きく設定された重み係数の目的関数が、最適化においてより重視したい目的関数となる。

制約変換法 制約変換法は、複数の目的関数のうちの一つの目的関数 $y_j(\mathbf{x})$ を単一の目的関数とし、残りのすべての目的関数を次式のような制約条件に変換する手法である。

$$\text{subject to } y_i(\mathbf{x}) \leq \varepsilon_i \quad (i = 1, \dots, n, \quad i \neq j) \quad (2.8)$$

ここで、 ε_i は各目的関数の上限値である。本論文では、第6章の最適化問題に対してこれと同様の手法を用いている。

以上の2手法に共通する利点としては、数学的に簡便な変換を行うだけで、従来の単目的最適化のアルゴリズムをそのまま適用できることである。しかしながら、各手法における係数や上限値などのパラメータを適切な値として決定することが難しく、また真に求めたい最適解が得られにくいという欠点もある。したがって適切な最適解を得るためには、2.5.4節に示すような、多目的最適化問題のための解法アルゴリズムを用いるべきである。

2.4 最適化の手法

最適化問題は、その種類に応じてさまざまな解法があり、これらを**最適化手法** (optimization method) あるいは**最適化アルゴリズム** (optimization algorithm) と呼ぶ。問題が多峰性で、しかもブラックボックスな場合、いずれの最適化手法を用いたとしても、大域的最適解が得られるという保証はない。実際に最適化手法を用いて得られるのは、局所的最適解かその近傍の解であり、これらは準最適解などとも呼ばれる。本論文では、実際の最適化問題において得られた解が厳密な大域的最適解であるかに限らず、最適化手法によって導出された準最適解を単に最適解と呼ぶこととする。

最適化手法はおもに、線形計画法、非線形計画法、動的計画法、変分法、感度解析、ゲーム理論、分岐限定法、発見的探索法に分類される^[1]。また、決定論的手法であるか、確率論的手法であるか、あるいは目的関数の勾配情報を利用するか、利用しないかによっても分類することができる。これらのクラスに分類される各最適化手法のなかから、対象の最適化問題の種類や特性に応じて最も適したものを選択する必要がある。

決定論的手法

例えば連続的最適化問題であって、制約条件が無制約である場合、基本的には、非線形計画法であるニュートン法や準ニュートン法、最急降下法などが利用できる。これらは、目的関数が連続的、すなわち微分可能である場合に、解空間の勾配情報を用いて極小値を探索する手法であり、勾配法とも呼ばれる。また変分法も同じく解空間の勾配情報を利用する手法であるが、これはノンパラメトリック最適化問題、すなわち関数の形自体を求める問題に対して適用可能な手法である。本論文において4.6節で扱う最速降下曲線問題は、この変分法によって厳密解が与えられる。

これらの手法は、最適化のパラメータや初期値が一定であれば、一意に解が決定されるため、決定論的な手法であるといえる。また一方で、勾配情報を利用しない決定論的手法も存在し、滑降シンプレックス法が有名である。いずれにしても、これらの決定論的な手法は、計算効率が高く、局所解であれば正確に求めることができるという特徴を持つ。

確率論的手法 (発見的探索法)

組合せ最適化問題に代表される離散的最適化問題や、ブラックボックス最適化問題、不確実最適化問題は、基本的には解空間の勾配情報を得ることができず、上記の勾配情報を利用する手法は用いることができない。またそれらを含む決定論的手法は、局所解が多数存在する多峰性の問題や、多目的最適化問題を苦手とする。このような最適化問題に対し有効とされる手法が、**発見的探索法** (heuristic search) である。発見的探索法は、線形・非線形計画法などの決定論的な手法とは異なり、確率的かつ柔軟に解空間の探索を行う手法である。そのため、解の最適性や収束性は保証されないが、

適用可能な最適化問題が広く、汎用的な手法であるといえる。また、解空間上を多点により同時に探索を進めていくことが可能なため、多峰性の問題に対しても大域的最適解の発見確率が比較的高く、しかも最適化において並列計算が可能なシステムにおいては効率的な探索が行える。さらには、多目的最適化問題に対しても比較的容易に対応することが可能である。

発見的探索法の具体的な手法としては、焼きなまし法（シミュレーテッドアニーリング, SA）、遺伝的アルゴリズム（GA）、アントコロニー最適化（ACO）、粒子群最適化（PSO）などが代表的である。これらの手法のように、発見的探索法は、現実世界の現象や仕組み、特に生物の行動や進化などを模擬したものが多い。上記の手法のなかで、**遺伝的アルゴリズム**（genetic algorithm, GA）は特に汎用性の高い手法であり、分野を問わず非常に多くの最適化問題に対し実際に適用されている。本論文で扱う最適化手法も基本的にはすべて遺伝的アルゴリズムに基づいており、次節にて詳細を述べる。

実験計画法と応答曲面法

工学における設計問題では、効率的な最適設計を行うために、実験計画法や応答曲面法と呼ばれる手法がたびたび用いられる。最適設計問題では、一つの設計変数ベクトル（すなわち形状などの評価点）に対し、その目的関数の値を計算すること（すなわち評価）は、1回の実験あるいはシミュレーションを行うことと同義である。したがってこのような問題では、1回の評価に比較的多くの時間やそれに伴う何らかのコストがかかるため、評価点は可能な限り少なくする必要がある。**実験計画法**（design of experiments）は、統計的理論に基づき、適切かつ最小個数の実験点（評価点）を決定する方法である。また**応答曲面法**（response surface methodology）は、有限個の評価点およびそれらの評価値から、それらの関係を応答曲面として関数近似する手法である。実験あるいはシミュレーションの結果に基づき定義される目的関数は、当然ブラックボックスな関数であり、このような目的関数の代わりとして、ホワイトボックスな応答曲面を用いることで、最小限の評価で実用的な最適解を得ようとするのが、この実験計画法および応答曲面法を利用した最適化手法である。なお、このような手法は、基本的には、設計変数が実数値ベクトルであるパラメトリック最適化問題に対し適用可能な方法である。本論文では、一部の最適化に応答曲面法を利用しており、2.6節にてこの手法の概要を説明する。

2.5 遺伝的アルゴリズム

2.5.1 アルゴリズムの概要

遺伝的アルゴリズム^[37,40,41] (genetic algorithm, GA) は、生物集団の遺伝と進化の過程をモデル化した発見的探索法の一つである。GA は厳密に確立された一つのアルゴリズムではなく、柔軟性を持った緩やかな枠組みであるため、非常に広範囲の問題に対して適用することが可能である。また、解空間が多峰性かつブラックボックスな問題に対しても有効であるとされる。

GA では、最適化問題における解を**個体** (individual) として扱う。このような個体を複数集めた**個体集団** (population) に対し、**選択** (selection)、**交叉** (crossover)、**突然変異** (mutation) といった**遺伝的操作** (genetic operation) を繰り返し適用し、**世代** (generation) を更新していくことで、近似的な最適解を得ようとする手法が GA である。GA の基本的なアルゴリズムは次のとおりである。

- Step 1:** 初期個体集団の生成および評価
- Step 2:** 親個体の選択 (複製選択)
- Step 3:** 交叉・突然変異による子個体の生成および評価
- Step 4:** 世代交代 (生存選択)
- Step 5:** 終了判定 (終了条件が満たされなければ **Step 2** へ)

まず **Step 1** において、通常、ランダムに個体集団を生成し、各個体について目的関数値の算出、すなわち評価を行う。続いて **Step 2** では、各個体の評価値をもとに、評価値の高い個体を複数個、確率的に親個体として選択する。さらに **Step 3** において、選択した親個体に対し、交叉や突然変異と呼ばれる操作を施すことによって新たな子個体を複数生成する。そして **Step 4** で、生成された子個体を中心として次世代の個体集団を生成する。最後に **Step 5** において、終了条件が満たされれば最適化を終了し、満たされなければ **Step 2** からこれらの操作を繰り返し行う。終了条件としては、世代数があらかじめ定めた最大数に達した場合に最適化を終了する手法や、数世代にわたって解に向上が見られない場合に終了する手法などが用いられる。

上記のアルゴリズムにもあるように、GA においてアルゴリズムの要素となるのは、個体の表現方法、選択、交叉、突然変異の各手法、および世代交代モデルである。これらの要素に対し適切なモデルや手法を選択することで、GA はさまざまな最適化問題に対し適用可能となる。以下に各要素についての詳細を説明する。

個体表現

前述したように GA では、一つの個体が最適化問題における一つの解 x を表す。GA の枠組みとしては、個体の表現方法に特に制限はないため、個体は、対象の最適化問題

における決定変数 \boldsymbol{x} のタイプ（実数値ベクトル、整数値ベクトル、順列、組合せなど）としてそのまま記述あるいは表現される。一方で、遺伝的操作を行う場合には、この \boldsymbol{x} をそのまま用いるのではなく、別の形式に**符号化**（coding, encoding）したものに対して適用する場合がある。ここで、決定変数 \boldsymbol{x} としての形式を**表現型**（phenotype）、符号化後の遺伝的操作として扱うことのできる形式を**遺伝子型**（genotype）と呼ぶ。逆に、遺伝子型から表現型に戻す操作は**復号化**（decoding）という。また、表現型による変数空間を**解空間**（solution space）と呼ぶのに対し、遺伝子型による変数空間を**探索空間**（search space）と呼ぶ。

例えばパラメトリック最適化問題の場合、決定変数 \boldsymbol{x} は実数値ベクトル（整数値ベクトルなども含む）であり、個体の表現型も実数値ベクトルとなる。これに対し、遺伝子型はユーザーが自由に選択あるいは定義することができ、古典的な単純遺伝的アルゴリズムでは、遺伝子型をビット配列として、実数値遺伝的アルゴリズムでは、遺伝子型を表現型と同じ実数値ベクトルとして記述する。これについては、2.5.2 節および 2.5.3 節にて詳述する。

選択

選択（selection）は、現世代の個体集団から相対的に優れた個体を親個体として選り出す操作であり、より厳密には**複製選択**（selection for reproduction）という。ここで、優れた個体とは、最適化問題の目的関数値が小さい個体のことを指すが、GA ではこの目的関数値を 1 次式などによって変換した**適応度**（fitness）に基づいて個体を評価する。適応度は一般に、優れた個体ほど大きな値をとるように定義される。選択の手法としては、ルーレット選択やトーナメント選択と呼ばれるものがおもに用いられる。

ルーレット選択（roulette wheel selection）では、個体の適応度に比例した確率で選択が行われる。個体集団 P に属するある個体 i の適応度を f_i とすると、個体 i が選択される確率 p_i は、

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{j \in P} f_j} \quad (2.9)$$

として計算される。なお、適応度はすべて非負である必要がある。ルーレット選択は、直感的にわかりやすく、また生物進化の観点からも妥当な手法であるといえる。しかしながら、極端に適応度の高い個体が初期世代において発生した場合に、初期収束に陥りやすいという欠点もある。

トーナメント選択（tournament selection）は、あらかじめ設定した個体数（トーナメントサイズ）分だけ個体集団からランダムに個体を選出し、さらにそのなかから最も適応度の高い個体を最終的な選択とする手法である。トーナメントサイズを大きくすれば、適応度の高い個体を選択される確率が高くなる。また一般にトーナメント選択は、ルーレット選択よりも初期収束には陥りにくい。

交叉と突然変異

交叉 (crossover) は、個体集団内から複製選択によって選ばれた2個ないしはそれ以上の親個体をもとに、それらの遺伝子型に対して何らかの確率的な演算を行うことで、新しい子個体を生成する操作である。交叉では、親個体の特徴を子個体へと効果的に受け継がせることができる手法が優れた手法であるといえる。また**突然変異** (mutation) は、個体の遺伝子型に対し確率的に微小な変化を加える操作である。この突然変異は、解の多様性を向上させ、局所解に陥ることを防ぐ効果を持つ。交叉、突然変異ともに、具体的な演算方法は個体の遺伝子型の記述方法に依存し、2.5.2節および2.5.3節にこれらの具体例を示す。

世代交代

交叉や突然変異によって新たに生成された子個体集団、およびそれらのもととなる現世代の個体集団から、一部が淘汰され、残りが次世代の個体集団として保持される。このときの保持される個体の選択は、前述の複製選択とは別に、**生存選択** (selection for survival) と呼ばれる。また、複製選択および生存選択の具体的方策、すなわち、現世代から次世代への個体集団の入れ替えのモデルを**世代交代モデル** (generation alteration model) という^[42]。

生存選択の手法として最も基本的なものが、**エリート保存戦略** (elite-preservation strategy) である。エリート保存戦略は、適応度の高いものから数個体を無条件で次の世代に残す手法である。単純遺伝的アルゴリズムでは、次世代の個体集団のすべてが新しく生成された子個体によって構成されるため、一度生成された良好な個体が集団から失われてしまうことが少なくないが、このエリート保存戦略を適用することで、そのような優れた個体が確実に次世代へと受け継がれ、効率的な探索が可能となる。

2.5.2 単純遺伝的アルゴリズム

単純遺伝的アルゴリズム^[43] (simple genetic algorithm, SGA, 単純GA) は、古典的かつ基本的なGAであり、単目的の関数最適化問題に対して適用することができる。また世代交代モデルとしては、オリジナルの単純GAでは、複製選択にルーレット選択を用い、また生存選択には、子個体集団すべてを次世代集団とする最も単純な方法を採用している。

個体表現 単純GAは、個体の表現型が実数値ベクトルないしは整数値ベクトルであるのに対し、遺伝子型がビット配列として記述されるのが特徴的である。このビット配列は通常、有限長の2進数で表現され、各桁は0または1の値をとる。表現型が整数値ベクトルであれば、遺伝子型はベクトルの各要素を2進数に変換し、結合したもの

で表される。また表現型が実数値ベクトルであれば、各要素の実数値を丸め操作や桁上げ操作によって整数値化させ、整数値の場合と同様の変換がなされる。

2進数の表現方法には、バイナリコードとグレイコードの2種類がある。バイナリコードは通常の2進数による表現方法であり、扱いやすいことが特徴であるが、遺伝子型において連続性に欠けることが欠点である。つまり、表現型としては隣接する整数値であっても、バイナリコードとして繰り上がりがかかる場合には、複数の桁が一度に変化するため、遺伝子型における連続性がなくなってしまう。これに対しグレイコードは、隣接する整数であれば一つのビットのみが異なるように定義されているため、遺伝子型における連続性が確保されている。

交叉 単純GAにおける交叉は、二つの親個体の遺伝子型であるビット配列に対し、ランダムに決定された同一の桁同士において配列の組み換えを行う演算として定義される。ここでの組み換え箇所の個数によって、一点交叉、多点交叉、一様交叉と呼ばれるバリエーションが存在する。

突然変異 単純GAにおける突然変異は、ビット配列の各桁の値をランダムに変換する演算であり、値が1ならば0、0ならば1へと変換される。

このように単純GAは、実際の生物における染色体や遺伝子をそのまま模倣することで、整数値や実数値を扱えるようにしたものであり、非常にユニークな手法であるといえる。しかしながら、整数値・実数値の符号化にグレイコードを用いたとしても、表現型と遺伝子型の相似度が、あるいは、解空間と探索空間の関連性が十分に高いとはいえず、効率的な最適化が行われにくい。したがって、関数最適化問題に対しては、一般に、次に述べる実数値遺伝的アルゴリズムが有効である。

2.5.3 実数値遺伝的アルゴリズム

実数値遺伝的アルゴリズム (real-coded genetic algorithm, 実数値GA) は、単純GAと同じく単目的の関数最適化問題に対して適用可能なGAであるが、個体表現や交叉・突然変異が実数値ベクトルとしてそのまま扱える形式で定義されている。

個体表現 前述のように実数値GAでは、個体の表現型、遺伝子型ともに実数値ベクトルとして記述される。したがって、変数の解空間および探索空間についても同一となり、単純GAと比べてより効率的な最適化を行うことが期待できる。また、単純GAのように実数値ベクトルからビット配列への符号化およびその逆の復号化を行う必要がなく、実装における簡便性の点でも優れている。なお実数値GAによって、変数が整数値ベクトルなどとなる離散的最適化問題を対象とする場合には、遺伝子型を通常どおり実数値ベクトルに、表現型を離散値ベクトルとして定義し、復号化の際に離散

化することで実現できる．この場合でも，解空間と探索空間はほぼ同様のものとなり，やはり効率的な最適化が行える．

交叉 実数値 GA における交叉は，基本的には2個ないしは3個以上の親個体をもとに，それらの実数値空間における位置から，それらの近傍に子個体が生成されるように定義される．具体的な手法としては，BLX- α ^[44]，UNDX^[45]，シンプレックス交叉 (SPX)^[46] などがある．以下ではアルゴリズムが最も単純である BLX- α について説明する．

BLX- α (blend crossover alpha) は Eshelman らによって提案された交叉手法であり，その概念図を Fig. 2.1 に示す．BLX- α によって生成される子個体 $\mathbf{x}_c = (x_{c1}, \dots, x_{cn})$ は，二つの親個体 $\mathbf{x}_p = (x_{p1}, \dots, x_{pn})$ および $\mathbf{x}_q = (x_{q1}, \dots, x_{qn})$ から，あらかじめ定められた非負の実数値パラメータ α を用いて，

$$x_{ci} = R_U\left(x_{pi} - \alpha(x_{qi} - x_{pi}), x_{qi} + \alpha(x_{qi} - x_{pi})\right) \quad (i = 1, \dots, n) \quad (2.10)$$

として決定される．ここで， $R_U(a, b)$ は実数値パラメータ a, b を用いて次式によって定義される一様乱数である．

$$R_U(a, b) = a + (b - a)R_U(0, 1) \quad (2.11)$$

さらに $R_U(0, 1)$ は区間 $[0, 1]$ 上の実数値を出力する一様乱数である．したがって，子個体 \mathbf{x}_c は，親個体 \mathbf{x}_p および \mathbf{x}_q によって形成される，座標軸に対して平行な超直方体から，各軸両側に α だけ拡張した領域内にランダムに生成される．

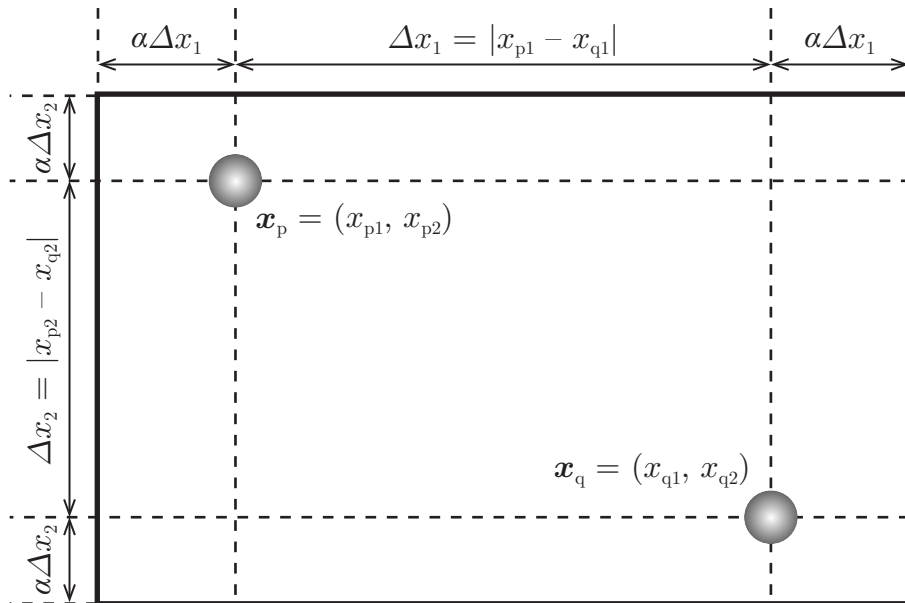


Fig. 2.1 Outline drawing of BLX- α

突然変異 実数値 GA における突然変異の方法として最も基本的なものに、Wright による手法^[47]があげられる。個体 $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ における一つの要素 x_i に対して、この突然変異法を適用した場合、変換後の x'_i は、

$$x'_i = \begin{cases} R_U(x_i, \min\{x_i + \beta(x_{\max i} - x_{\min i}), x_{\max i}\}) & (R_U(0, 1) < 0.5) \\ R_U(x_i, \max\{x_i - \beta(x_{\max i} - x_{\min i}), x_{\min i}\}) & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (2.12)$$

として計算される。ここで β は、突然変異による摂動幅を決めるパラメータであり、 $\beta \in [0, 0.5]$ を満たす実数値として設定する。また $x_{\min i}$ および $x_{\max i}$ は、それぞれ x_i が取り得る最小値および最大値である。

2.5.4 多目的遺伝的アルゴリズム

これまでに説明してきた GA はすべて、単目的最適化問題の解法としてであったが、GA は多目的最適化問題に対する解法としてもたびたび用いられる。これは GA が、多点探索による最適化手法であるため、一度の最適化で多数のパレート最適解を求めることができるためである。実際に、多目的遺伝的アルゴリズム (多目的 GA) として、これまでに多くの手法が提案されてきており、代表的なものとして、VEGA^[48]、MOGA^[49]、NSGA-II^[50]、SPEA2^[51] などがあげられる。以下に、多目的 GA のなかで現在最もよく用いられる手法の一つである NSGA-II について説明する。

NSGA-II (elitist non-dominated sorting genetic algorithm II) は、NSGA の改良アルゴリズムとして Deb らによって提案された多目的 GA である。NSGA-II のアルゴリズムも基本的には 2.5.1 節の GA のアルゴリズムと同じ流れであるが、世代交代モデル、とりわけ **Step 2** の複製選択に関し、複数の目的関数を扱うための特徴的な定義がなされている。以下に **Step 2** 以降のアルゴリズムについて説明する。

Step 2 では、以下の手順によって親個体の選択が行われる。

- Step 2.1:** 非優越ソートを用いた個体のランク付け
- Step 2.2:** 混雑距離による個体のランク付け
- Step 2.3:** ランクに従った親個体集団の生成
- Step 2.4:** 混雑度トーナメント選択

以下にそれぞれの処理について詳細を述べる。

非優越ソート **Step 2.1** では現世代の個体集団に対し非優越ソートによって個体をランクごとに分類する。非優越ソートによるランク付けは以下の手順で行われる。

Step 2.1.1: 現世代の個体集団を P とし、ランク $r = 1$ とする.

Step 2.1.2: 個体集団 P における非劣個体 (非劣解) を求め、それらにランク r を与える.

Step 2.1.3: 個体集団 P からそれらの非劣個体を除き、ランク r に 1 を加える.

Step 2.1.4: すべての個体がランク付けされていれば処理を終了し、そうでなければ **Step 2.1.2** へ戻る.

混雑距離 **Step 2.2** では、非優越ソートによって同一のランクに分類された複数の個体に対し、さらに混雑距離に基づく混雑度ソートによってより詳細なランク付けを行う。混雑距離は個体間の密度を評価する指標であり、密度が低い (混雑距離が大きい) 個体ほどランクとしての順位は高くなる。個体 \mathbf{x}_i が評価値 $\mathbf{y}_i = (y_{i1}, \dots, y_{im})$ を持つとき、その混雑距離 d_i は、次の手順によって求められる。

Step 2.2.1: 個体 \mathbf{x}_i が所属する非優越ソートによるランクの個体集団 P に対して、目的関数 y_j ($j = 1, \dots, m$) ごとに個体のソートを行う。

Step 2.2.2: \mathbf{x}_i が少なくとも一つの目的関数について、個体集団 P のなかで評価値が最大または最小となる個体であれば、 \mathbf{x}_i を境界個体とし、このとき混雑距離 d_i を無限大とする。

Step 2.2.3: \mathbf{x}_i が境界個体でないならば、**Step 2.2.1** のソートにおいて、各目的関数 y_j に関して \mathbf{x}_i と隣り合う前後の個体 $\mathbf{x}_{i_{\text{next}j}}$ および $\mathbf{x}_{i_{\text{prev}j}}$ を求め、それらの評価値 $y_{i_{\text{next}j}}$ および $y_{i_{\text{prev}j}}$ から、 \mathbf{x}_i の混雑距離 d_i は次式によって計算される。

$$d_i = \sum_{j=1}^m \frac{|y_{i_{\text{next}j}} - y_{i_{\text{prev}j}}|}{\max_{k \in P} y_{kj} - \min_{k \in P} y_{kj}} \quad (2.13)$$

次に **Step 2.3** で、非優越ソートおよび混雑距離によってランク付けされたすべての個体に対し、上位半分の個体を親個体集団とする。

混雑度トーナメント選択 **Step 2.4** では、**Step 2.3** で生成した親個体集団から実際に遺伝的操作の対象となる親個体が混雑度トーナメント選択によって決定される。混雑度トーナメント選択は、トーナメントサイズ 2 のトーナメント選択に基づいた方法であり、一つの親個体は、親個体集団からランダムで選ばれた 2 個の個体のうち、非優越ソートおよび混雑距離によるランクのより上位の個体が選ばれる。

そして **Step 3** にて親個体と同数の子個体が生成され、**Step 4** で子個体集団と親個体集団を合わせて次世代の個体集団となる。

2.6 応答曲面法

応答曲面 (response surface) とは、有限個の変数ベクトルとそれに対する評価値から求められる、それらの関係を表す近似関数である。また応答曲面法 (response surface methodology, RSM) は、応答曲面を本来の目的関数の代替として用いることで、大域的探索や計算コストの低減を実現しようとする最適設計法である [52]。

n 次元の設計変数ベクトル $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ に対し、目的関数を $y(\mathbf{x})$ とする。ここで、 m 個の観測点 \mathbf{x}_i ($i = 1, \dots, m$) およびそれらの観測値 y_i ($i = 1, \dots, m$) から、ある形式に従う近似関数 \hat{y} が求められるとし、次式で表現される。

$$y(\mathbf{x}) = \hat{y}(\mathbf{x}) + \varepsilon(\mathbf{x}) \quad (2.14)$$

ここで ε は、 y に対する \hat{y} の誤差である。応答曲面として用いられる近似関数 \hat{y} には、特に形式の制限はなく、多項式や、ニューラルネットワーク、Kriging, RBF といった応答曲面モデルが一般的に用いられる。近似関数を求める手法は回帰分析と呼ばれ、最小二乗法もこの回帰分析の一つである。以下に、最も基本的な応答曲面である多項式による応答曲面構成法を示す。

多項式による応答曲面

近似関数 \hat{y} を N 次多項式とすると、一般に、

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \sum_{\substack{\{ \forall (p_1, \dots, p_n) \\ |\sum_{i=1}^n p_i \leq N, p_i \geq 0 \}}} \left(a_{p_1 \dots p_n} \prod_{i=1}^n x_i^{p_i} \right) \quad (2.15)$$

と表される。ここで、 a_* は各項の係数である。また、このときの \hat{y} の項数 N_p は、二項係数 C を用いて、

$$N_p = C_N^{N+n} \quad (2.16)$$

より求められる (付録 C.2.1 参照)。式 (2.15) は、新しい関数 \hat{y}_i ($i = 1, \dots, N_p$) を導入することで、次式のように置き換えられる。

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N_p} a_i \hat{y}_i(\mathbf{x}) \quad (2.17)$$

例えば、 \hat{y} が 2 変数 2 次多項式 (すなわち $n = 2$, $N = 2$) であるとき、項数は $N_p = 6$ であり、また、式 (2.15) および式 (2.17) は、

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = a_{00} + a_{10}x_1 + a_{01}x_2 + a_{20}x_1^2 + a_{02}x_2^2 + a_{11}x_1x_2 \quad (2.18)$$

$$= a_1\hat{y}_1(\mathbf{x}) + a_2\hat{y}_2(\mathbf{x}) + a_3\hat{y}_3(\mathbf{x}) + a_4\hat{y}_4(\mathbf{x}) + a_5\hat{y}_5(\mathbf{x}) + a_6\hat{y}_6(\mathbf{x}) \quad (2.19)$$

となる。

応答曲面 \hat{y} は、式 (2.17) の各係数 a_i を決定することで、一意に定まる。ここで、 m 個の観測点 \mathbf{x}_i ($i = 1, \dots, m$) および観測値 y_i ($i = 1, \dots, m$) が与えられたとし、 a_i は、これらのデータから最小二乗法により、次式として計算される (付録 C.2.2 参照)。

$$\mathbf{a} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \quad (2.20)$$

ここで、

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \hat{y}_1(\mathbf{x}_1) & \cdots & \hat{y}_{N_p}(\mathbf{x}_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{y}_1(\mathbf{x}_m) & \cdots & \hat{y}_{N_p}(\mathbf{x}_m) \end{pmatrix} \quad (2.21a)$$

$$\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_m)^T \quad (2.21b)$$

$$\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_{N_p})^T \quad (2.21c)$$

である。

多項式によって構成される応答曲面は、観測値を原則通過しないことが特徴である。したがって、この多項式モデルは、観測値に誤差などの不確実要素が含まれるデータに対して、観測値全体の傾向を把握したい場合などに有効である。

2.7 まとめ

本章では、最適化に関し、本論文を理解する上で必要となる用語や基礎的理論について説明した。また、最適化問題の解法である最適化手法についても解説し、GA および応答曲面法について詳細を述べた。特に GA は本論文において核となる最適化手法であり、実際に本論文におけるすべての最適化問題においていずれかの GA を解法として用いており、また第 II 部において提案する手法も GA をベースとするものである。また応答曲面法は、第 4 章および第 11 章において GA とあわせて用いられる。

第3章 パラメトリック形状最適化法

3.1 はじめに

本章では、一般的な曲線の数学的定義から始め、代表的な曲線として知られるベジェ曲線およびスプライン曲線について説明する。また本論文において要点となる、曲線の二つのパラメトリック性について述べる。そして、第I部のテーマである、曲線のパラメトリックな最適化をいかにして実現するかを解説する。

3.2 曲線の基礎

3.2.1 平面曲線とパラメトリック曲線

数学において曲線 (curve) は、ユークリッド空間における連続的かつ1次元的な無数の点の集合であるとされる。あるいは、ある一点が空間内を連続的に移動する際に描く軌跡であるとも考えられる。したがって、直線や角を持つ線などの、一般用語としては曲線には含まれないものも、数学的には曲線であるといえる。

xy 直交座標系を持つ2次元空間、すなわち平面において、ある一点、

$$\mathbf{p} = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

を考える。ここで、点 \mathbf{p} の x 座標 p_x および y 座標 p_y が、ある共通の変数 τ の値によって変化するものとし、

$$\begin{cases} p_x = s_x(\tau) \\ p_y = s_y(\tau) \end{cases} \quad (3.2)$$

と定義する。ここで $s_x(\tau)$ および $s_y(\tau)$ は、 τ に関する連続な一価関数である。このとき点 \mathbf{p} は、変数 τ の変化に伴って軌跡を描き、これをベクトル関数として、

$$\mathbf{s}(\tau) = \begin{pmatrix} s_x(\tau) \\ s_y(\tau) \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

と表す。ここで、軌跡 $\mathbf{s}(\tau)$ はまさに曲線であり、特に平面上の曲線であることから、**平面曲線**^[53] (plane curve) と呼ばれる。また、このときの変数 τ を、**パラメータ** (parameter) または媒介変数という。曲線 $\mathbf{s}(\tau)$ は、このようなパラメータを用いて表現されることから、**パラメトリック曲線** (parametric curve) とも呼ばれる。なお、ここでの「パラメトリック」という用語は、最適化問題におけるパラメトリックとはまったく別のものを意味しており、これに関しては3.4節にて詳述する。

式(3.3)におけるパラメータ τ は、一般的には有限の区間を持ち、これを、

$$\tau \in [\tau_0, \tau_1] \quad (\tau_0 < \tau_1) \quad (3.4)$$

と定義する。このとき、曲線 $\mathbf{s}(\tau)$ は有限の長さを持ち、 $\tau = \tau_0$ のときの点 $\mathbf{s}(\tau_0)$ が曲線の**始点** (initial point)、 $\tau = \tau_1$ のときの点 $\mathbf{s}(\tau_1)$ が**終点** (terminal point) となる。また、両者をまとめて**端点** (endpoint) と呼ぶ。ここでパラメータ τ に対し、新しいパラメータ t による変数変換、

$$\tau = \tau_0 + (\tau_1 - \tau_0)t \quad (3.5)$$

を適用することで、式(3.4)に相当する t の区間は、

$$t \in [0, 1] \quad (3.6)$$

となる。さらに式(3.3)は、 t に関する新しい関数を用いることで、

$$\mathbf{S}(t) = \begin{pmatrix} S_x(t) \\ S_y(t) \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

と書き換えられる。すなわち $\mathbf{S}(t)$ は、パラメータに対し正規化された曲線を表す。このとき改めて、曲線 \mathbf{S} の始点は $\mathbf{S}(0)$ 、終点は $\mathbf{S}(1)$ となる。本論文で扱う曲線は、基本的にはすべて式(3.7)の形式で表現されるパラメトリックな平面曲線である。

3.2.2 一価曲線

ある物体における何らかの1次元的な物理量 q が時刻 τ に従って変化する場合、この物理量を関数 $s(\tau)$ を用いることで、

$$q = s(\tau) \quad (3.8)$$

と表すことができる。ここで $s(\tau)$ は、連続な一価関数であるとする。このとき q は、情報伝達における電子的な信号のような、無次元の数値として考えても良い。

時刻 τ が式(3.4)と同じ有限の区間 $[\tau_0, \tau_1]$ を持つとき、 τ を変数変換(3.5)によって新しい変数 t に変換すれば、式(3.8)は新しい関数 S を用いて、

$$q = S(t) \quad (3.9)$$

と置き換えられる。このとき、 t の区間は式(3.6)と同じ $[0, 1]$ である。ここで、平面上の xy 直交座標系において、 t を x 軸に、 q を y 軸に対応させると、関数 $S(t)$ は Fig. 3.1 のようなグラフとして描くことができる。このようなグラフは、幾何学的な曲線であり、実際に $S(t)$ は、式(3.7)と同じ平面曲線として、

$$\mathbf{S}(t) = \begin{pmatrix} t \\ S(t) \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

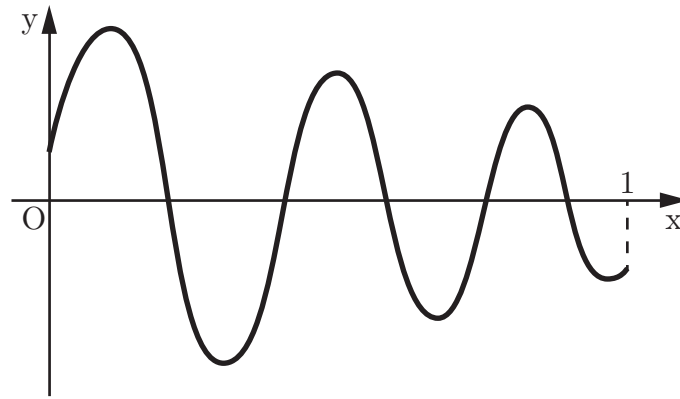


Fig. 3.1 Example of a single-valued curve

と表現できる．本論文では，このような一つの一価関数によって表現される曲線を，特に**一価曲線**（single-valued curve）と呼ぶこととする．一価曲線を表現する場合，特に必要がなければ式 (3.10) のようなベクトル関数の形式は用いずに，単に一価関数のみを用いて，曲線 S などとして表現する．また端点についても，単に $S(0)$ や $S(1)$ といったスカラー値のみでそれぞれ始点，終点を表すものとする．

3.3 代表的なパラメトリック曲線

3.3.1 ベジエ曲線

平面曲線のなかでも，複数の点の座標によってその形状が定義されるものを自由曲線と呼ぶ．このような形状の定義に用いられる点は，**制御点**（control point）と呼ばれ，自由曲線という名称は，この制御点の位置を変えることで自由に形状を変形できることに由来する．また，このような制御点により直感的に曲線を作成可能なこと，さらに，一つの曲線を数個の制御点座標のみでデータ化可能なことから，自由曲線はコンピュータにおける CAD ソフトウェアやグラフィックソフトウェアにおいてよく用いられる．

自由曲線のなかで最も基本的なものの一つに，**ベジエ曲線**^[54]（Bézier curve）がある．この曲線は，数学的には次式として定義される．

$$\mathbf{S}_{\text{bezier}}(t) = \sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i C_i^n t^i (1-t)^{n-i} \quad (3.11)$$

ここで， n はベジエ曲線の次数であり，次数 n のベジエ曲線を n 次ベジエ曲線という．また， $\mathbf{p}_i = (p_{xi}, p_{yi})^T$ ($i = 0, \dots, n$) は制御点であり，その個数は $n+1$ と，次数よりも 1 大きい．さらに， C_i^n は二項係数であり，

$$C_i^n = \frac{n!}{(n-i)!i!} \quad (3.12)$$

と定義される.

制御点 \mathbf{p}_i は, $i = 0$ および $i = n$ の場合に次式の関係が成り立つ.

$$\mathbf{p}_0 = \mathbf{S}_{\text{bezier}}(0), \quad \mathbf{p}_n = \mathbf{S}_{\text{bezier}}(1) \quad (3.13)$$

つまり, 制御点 \mathbf{p}_0 および \mathbf{p}_n は, それぞれ曲線の始点および終点と一致する. また \mathbf{p}_0 および \mathbf{p}_1 を通過する直線は, 始点における接線に一致し, 同様に \mathbf{p}_n および \mathbf{p}_{n-1} を通過する直線は, 終点における接線に一致する.

3.3.2 スプライン曲線

与えられた複数の制御点を通過し, かつ隣り合う制御点間からなる区間が個別の多項式によって表される一価曲線をスプライン曲線^[55,56] (spline curve) と呼ぶ. ここで, 各区間の多項式が m 次のものを m 次スプライン曲線と呼び, 0次から $m-1$ 次導関数までがすべて連続となるように定義される. スプライン曲線のうち, 最も一般的に用いられるものが, 3次スプライン曲線である.

Fig. 3.2 に示すような3次スプライン曲線であって, $n+2$ 個の制御点,

$$\mathbf{p}_i = (p_{xi}, p_{yi})^T \quad (i = 0, \dots, n+1) \quad (3.14)$$

ただし,

$$p_{x0} < p_{x1} < \dots < p_{xn} < p_{xn+1} \quad (3.15)$$

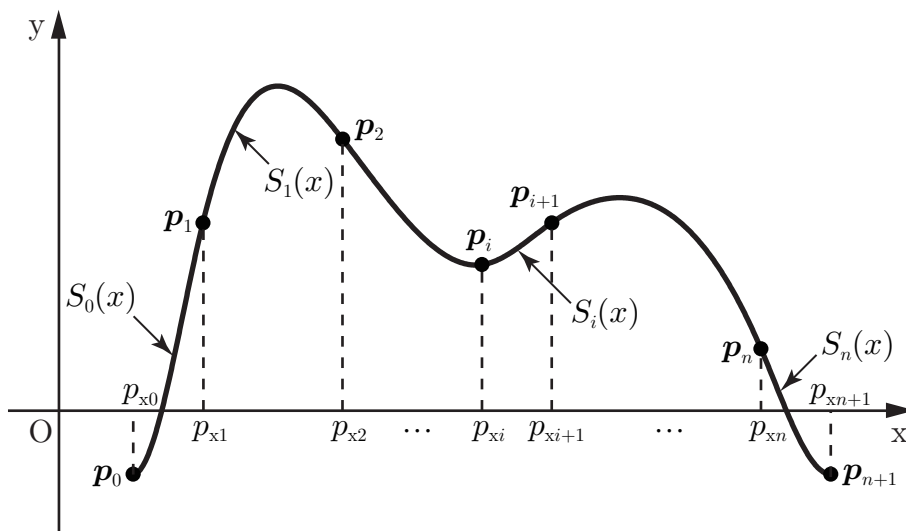


Fig. 3.2 Definition of a cubic spline curve

自然スプライン曲線 (natural spline curve) 自然スプライン曲線は、両端点における2次導関数の値が0となるスプライン曲線であり、すなわち、 $\ddot{S}_0(p_{x0}) = 0$ および $\ddot{S}_n(p_{xn+1}) = 0$ である。これらから、残り2個の方程式は、

$$\begin{cases} z_0 = 0 \\ z_{n+1} = 0 \end{cases} \quad (3.23)$$

となる。

完全スプライン曲線 (complete spline curve) 完全スプライン曲線は、各端点における接線の傾き、すなわち1次導関数の値が、それぞれ特定の値 α_0 および α_1 となるスプライン曲線である。これは数学的には、 $\dot{S}_0(p_{x0}) = \alpha_0$ および $\dot{S}_n(p_{xn+1}) = \alpha_1$ と表され、残り2個の方程式は、

$$\begin{cases} (2\Delta_{x0} \ \Delta_{x0})(z_0 \ z_1)^T = 6 \begin{pmatrix} \Delta_{y0} \\ \Delta_{x0} \end{pmatrix} - \alpha_0 \\ (\Delta_{xn} \ 2\Delta_{xn})(z_n \ z_{n+1})^T = 6 \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \Delta_{xn} \end{pmatrix} \end{cases} \quad (3.24)$$

となる。

not-a-knot スプライン曲線 (not-a-knot spline curve) not-a-knot スプライン曲線は、3次導関数における p_{x1} および p_{xn} のときの値がともに0となるスプライン曲線であり、すなわち、 $\ddot{\ddot{S}}_0(p_{x1}) = \ddot{\ddot{S}}_1(p_{x1})$ および $\ddot{\ddot{S}}_n(p_{xn}) = \ddot{\ddot{S}}_{n+1}(p_{xn})$ である。これらから、残り2個の方程式は、

$$\begin{cases} (\Delta_{x1} \ -u_1 \ \Delta_{x0})(z_0 \ z_1 \ z_2)^T = 0 \\ (\Delta_{xn} \ -u_n \ \Delta_{xn-1})(z_{n-1} \ z_n \ z_{n+1})^T = 0 \end{cases} \quad (3.25)$$

となる。

3.4 パラメトリック曲線を用いたパラメトリック最適化

曲線を解あるいは決定変数とする最適化問題は、本来はノンパラメトリック最適化問題に分類される。しかしながら、このような曲線を何らかの実数値ベクトルによって記述することができれば、もとの最適化問題はパラメトリック最適化問題（とりわけ関数最適化問題）へと落とし込むことが可能となる。

例えば前節でとりあげたベジエ曲線 $\mathbf{S}_{\text{bezier}}(t)$ は、 $n+1$ 個の制御点 $\mathbf{p}_i = (p_{xi}, p_{yi})^T$ ($i = 0, \dots, n$) によってその形状が決定される。ここでベクトル \mathbf{x} を、

$$\mathbf{x} = (p_{x0}, \dots, p_{xn}, p_{y0}, \dots, p_{yn}) \quad (3.26)$$

と定義すれば、ベジエ曲線は $S_{\text{bezier}}(t, \boldsymbol{x})$ と表記することができる。またスプライン曲線の場合も同様にして $S_{\text{spline}}(x, \boldsymbol{x})$ と表記できる。このベクトル \boldsymbol{x} を、目的関数に対する決定変数あるいは設計変数として見なすことで、曲線を解とする最適化問題をパラメトリックに解くことができる。

ここで、パラメトリック曲線を一般に $\boldsymbol{S}(t, \boldsymbol{x})$ と表記すれば、曲線が「パラメトリック」であることは、パラメータ t によって曲線が記述されることに由来し、また最適化問題が「パラメトリック」であることは、設計変数 \boldsymbol{x} によって曲線形状を決定可能なことに由来している。これらは、同じ「パラメトリック」という言葉で表現されているものの、示しているものはまったく別であることに注意する必要がある。

3.5 まとめ

本章では、曲線の一般的理論から、具体的なベジエ曲線、スプライン曲線について説明し、また曲線の二つのパラメトリック性について述べた。結局、曲線のパラメトリック性とは、例えば $at^2 + bt + c$ で表される曲線に対して、パラメータ t を用いて曲線の連続性を表現可能なことが一つのパラメトリック性であり、パラメトリック曲線の「パラメトリック」はこれを指している。もう一つのパラメトリック性は、曲線の形状を有限個の係数 a, b, c によって制御できることを表している。本論文で扱う曲線はすべて前者の意味でのパラメトリック曲線であり、陰関数形式などのいわゆるノンパラメトリック曲線は対象としない。一方で、後者の意味でのパラメトリック性は第I部での最適化で扱うが、第II部では、この範疇でない、ノンパラメトリックな手法によって曲線形状を表現し、最適化を実現していく。

第4章 CFDシミュレータを用いた最適設計における問題点と解決策

4.1 はじめに

CFDシミュレータを援用した最適化問題には大きく二つの難しさがあり、一つは解の評価に非常に多くの時間を要し、結果として最適化全体で膨大な時間が必要となることである。もう一つはCFDの計算誤差に起因する、シミュレーション結果の不確かさがあげられる。

本章では、後者の、CFDシミュレータにおける計算誤差や解析精度に焦点をあて、まず実際のCFDシミュレータにおいてどの程度の誤差が発生するのか検証を行う。次に、そのような誤差を含むシミュレーション結果から算出される評価値をモデル化する。さらに、誤差を含む評価値を応答曲面法を用いて補正し、より正確な最適化を実現する手法を提案する。最後に、提案する最適化手法の探索性能を検証するために、テスト最適化問題に適用し、従来の実数値GAとの比較を行う。

4.2 CFDシミュレータの解析精度

4.2.1 解析時間と解析精度

CFDにおいて流体計算を行うための基礎式は、おもに、連続の式、Navier-Stokes方程式などの運動方程式、エネルギー方程式、拡散方程式の4種類の偏微分方程式からなる^[57]。これらの偏微分方程式をコンピュータを用いて数値的に解く手法として、差分法、有限体積法、有限要素法と呼ばれるものが代表的である^[58]。いずれの手法も解析領域を格子点などの細かい要素に分割し、離散化することで近似的に解く手法である。そのため、要素の分割方法や細かさによって計算結果も大きく異なる可能性がある^[59]。

本研究で使用するCFDシミュレータは有限差分法を用いており、直交メッシュブロックによって解析領域を分割する。メッシュによって分割される領域はセルと呼ばれ、メッシュの間隔、すなわちセルの大きさを調節することで、所望の解析精度に設定することができる。一般に、メッシュを細かくすれば、解析精度は高くなるが、解析時間も増大してしまう。逆にメッシュを粗くすれば、解析時間は短縮することができるが、計算誤差が大きくなり解析精度も低くなってしまう。そのため、解析時間と解析精度はトレードオフの関係にあり、適切なメッシュの設定が要求される。

4.2.2 CFDシミュレータの解析精度検証

第5章のダイカストのスプルー形状設計で使用するシミュレーションを例にとり、実際に解析結果にどれほどの誤差が生じるか検証を行った。5.2.1節で構築するシミュレータをもとに、メッシュ設定をTable 4.1のものに、その他の条件は一定とし、メッシュブロック全体の位置のみをZ軸方向（鉛直方向上向き）に0.1 mm刻みで2 mmまで変化させ、計21通りのシミュレーションを行った。Z軸方向のセルサイズは一律に2 mmであるため、メッシュブロック位置が0 mmの場合と2 mmの場合では、メッシュのセルがちょうど1個分ずれた状態となる。

Fig. 4.1に、メッシュブロックの位置に対し、式(5.1)より算出される評価値およびそれらの平均値を示す。図より、平均値である0.378が本来の評価値として、最も確からしい値といえるが、これに対して標準偏差は0.224となり、メッシュブロック位置の変化に対する評価値のばらつきが非常に大きいことがわかる。本来の物理現象ではメッシュという概念はもちろん存在しないため、理想状態ではこのような評価値は一意に決まるはずであるが、CFDシミュレータでは適切なメッシュ設定を行わないと、解析誤差により本来の評価値から大きく外れてしまう場合がある。

次に、解析精度を高めるために、製品部付近のY軸方向のセルサイズを1/2とした、Table 5.1のメッシュ設定にて同様の検証を行った。結果をFig. 4.2に示す。このとき平均値は0.451、標準偏差は0.0693であった。Fig. 4.1と比較して明らかにばらつきが小さくなっており、解析精度が高まったといえる。しかしながら、解析時間はほぼ倍増し、解析精度と引き替えに解析時間も増大してしまう結果となった。また、解析精度が高まったとはいえ、最適化を行う上で実用上十分な精度であるとはいえない。もっとも、解析の対象や、評価値に用いる物理量によっては、メッシュが多少粗くてもほとんど誤差が発生しない場合も考えられる。しかしながら、少なくとも5.2.1節におけるシミュレーションでは、無視できない解析誤差が発生しており、本章ではそのような解析対象に対し最適化を適用する手法を提案する。

Table 4.1 Mesh parameters for the examination of analysis error

Direction	Cell size [m]	Number of cells
X	0.002	40
Y	0.001–0.002	307
Z	0.002	100
Total	–	1,228,000

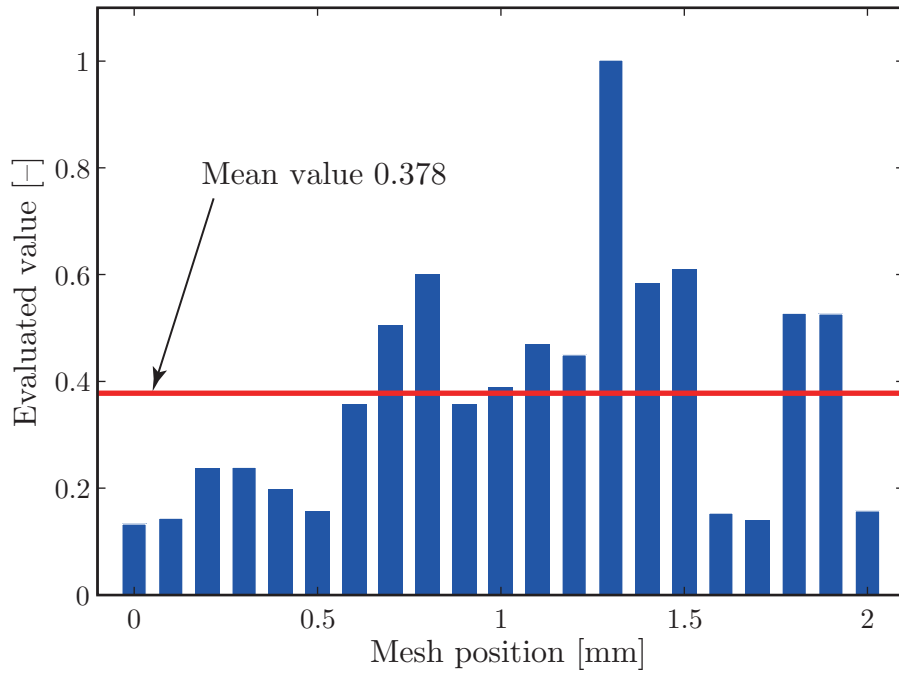


Fig. 4.1 Evaluated value vs. mesh block position with the mesh setting of Table 4.1

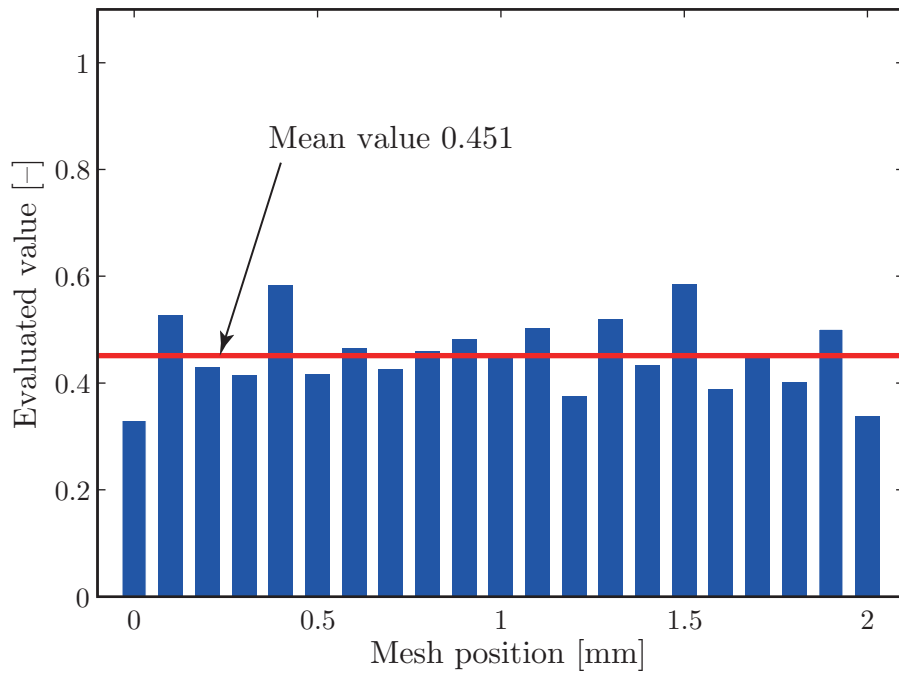


Fig. 4.2 Evaluated value vs. mesh block position with the mesh setting of Table 5.1

4.3 CFDシミュレータの評価値モデル

前節における検証により、CFDシミュレータによって得られる評価値、すなわち目的関数には、少なからず誤差が含まれていることがわかった。そこでこの誤差をノイズと見なし、以下のように目的関数のモデル化を行う。

$$y^*(\mathbf{x}) = y(\mathbf{x}) + D(\mathbf{x}, \gamma, \sigma) \quad (4.1)$$

ここで、 $y(\mathbf{x})$ はノイズの含まれていない本来の理想的な目的関数、すなわち真の目的関数であり、 $D(\mathbf{x}, \gamma, \sigma)$ は加法的なノイズである。よって、 $y^*(\mathbf{x})$ はノイズを含む目的関数であり、その関数値は、観測される評価値であることから観測値と呼ぶ。なお、ノイズ $D(\mathbf{x}, \gamma, \sigma)$ において、 γ はノイズのランダム的なパターンを表す要素、すなわち乱数におけるシードに相当するものであり、また σ はノイズの強度を表す。これらはCFDシミュレータにおいて、それぞれメッシュ位置の設定、メッシュ間隔（セルサイズ）の設定に相当する。 γ および σ が一定であれば同じ \mathbf{x} について、観測値も常に一定となる。これはCFDシミュレータにおいて、同一の条件であればシミュレーションに再現性があることと同等である。

真の目的関数 $y(\mathbf{x})$ は、Fig. 4.1やFig. 4.2に示すような平均値付近にあると考えられるが、現実的には観測不可能な値である。この値にノイズが付加されることで、CFDシミュレータから観測値 y^* が得られると考えることができる。

セルサイズを細かく設定することで、このようなノイズを低減することができるが、それに伴い解析時間も増大してしまう。現実的な解析時間となるメッシュの設定では、少なからずノイズが発生してしまうことが考えられるため、このようなノイズが付加された目的関数をいかにして最適化のなかで扱うかが課題となる。

4.4 CFDシミュレータを用いた最適化における問題点

CFDシミュレータを用いた最適化は、式(4.1)で示したように、ノイズを含む最適化問題、すなわち不確実最適化問題であるといえる。したがってその解法には、GAなどの確率的探索法が有効である。しかしながら、このように、目的関数にノイズを含み、さらに一つの個体の解析に多くの時間を要する最適化問題に対して、通常のGAなどを適用しても、4.2.1節で述べた、解析時間と解析精度の問題により、十分な探索が行えない可能性がある。実際に従来、一般の不確実最適化問題に対する、GAなどを利用した解法^[60,61]が複数提案されているが、これらは探索回数の制約が考慮されておらず、CFDシミュレータを用いた最適化に対する利用には不適である。

解析時間に関する問題 CFDシミュレータにて十分な解析精度を得ようとした場合、それに伴い解析時間も大幅に増大してしまうことは前述したとおりである。シミュレーションの内容にもよるが、1回あたり数十分から数時間のシミュレーションを最適化に

用いる場合、一週間もの時間をかけて最適化を行っても、高々数百回程度しかシミュレーションを行うことができない。一方、通常の GA は一般に、1 世代あたり数百の個体を数百世代にわたって遺伝的操作を繰り返すことで本来の性能を発揮することができる。そのため、合計で数万もの個体を解析し、評価しなければならず、CFD シミュレータを評価に用いる場合、最適化が完了するまでに数ヶ月から数年もの膨大な時間が必要となる。しかしながら、実際にそれほど膨大な時間を最適化にかけるわけにはいかないため、やむを得ず解析する個体数を制限して最適化を行うことになり、そのような場合では、当然ながら良好な解を得ることは困難となってしまう。

解析精度に関する問題 ある程度の解析時間の短縮を図る場合、解析精度もそれに依って低くなり、CFD シミュレータから得られる評価値は、式(4.1)における、ノイズ D の比較的大きな観測値 y^* となってしまう。GA を用いてこのような最適化問題を解く場合、この y^* を最小とする解を探索するわけであるが、一方で我々が実際に求めたい解は、真の評価値 y を最小とする解である。したがって、もし本来の y が最小となる最適解に対し、大きな正のノイズが付加された場合は y^* は大きな値となり、このような真の最適解を導出することは不可能となってしまう。逆に y の比較的大きな劣悪な解に対し、大きな負のノイズが付加された場合は y^* は小さな値となり、本来劣悪であるはずの解が見かけ上の最適解として選ばれてしまう可能性がある。つまり、CFD シミュレータの解析精度が十分に高くなければ、通常の GA を適用して最適化を行っても、信頼できる最適解は得られないといえる。

これらの問題は、まさに解析時間と解析精度のトレードオフの関係を表しており、どちらを優先しても現実時間で良好な解を得ることはほとんど不可能であるといえる。

4.5 応答曲面を用いた評価値補正アルゴリズム

CFD シミュレータを用いたノイズを含む最適化問題、すなわち不確実最適化問題を精度よく最適化するために、実数値 GA を基本とし、さらに応答曲面による評価値補正を組み合わせた新しい最適化アルゴリズムの構築を行う。応答曲面は、2.6 節で述べたように、回帰分析によって求めた、目的関数の近似関数のことであり、この応答曲面の値を各個体の補正值として評価値の代わりに使用し、この補正值をもとに最適化を行う。

本節では、まず応答曲面を利用したノイズに対する評価値補正法について原理および具体的なアルゴリズムの説明を行う。その後、この評価値補正アルゴリズムを実数値 GA に組み合わせた最適化手法について説明する。

4.5.1 応答曲面を利用した評価値補正の原理

式(4.1)におけるノイズを含む目的関数 $y^*(\mathbf{x})$ は、ノイズによる不連続な関数である。このとき、有限個の \mathbf{x} および y^* の組から応答曲面 $\hat{y}^*(\mathbf{x})$ を生成する。ここで、この応答曲面は、多項式モデルなどのような、個々の観測点および観測値（評価点および評価値）を通過しないモデルとする。この応答曲面 $\hat{y}^*(\mathbf{x})$ は、ノイズの含まれていない連続的な関数となる。またこのときの関数値 \hat{y}^* が補正值となる。一方で、実際には観測不可能である真の目的関数 $y(\mathbf{x})$ について、先ほどと同じ有限個の \mathbf{x} とそのときの真の目的関数値 y の組から、同様に応答曲面 $\hat{y}(\mathbf{x})$ が求められるとする。

ここで、例えば \mathbf{x} をスカラー変数 x として、真の目的関数 $y(x)$ とその応答曲面 $\hat{y}(x)$ をFig. 4.3のようにおく。 $y(x)$ が多峰性の関数であると、応答曲面のモデルがある程度の自由度を持っていても、 $y(x)$ と $\hat{y}(x)$ は関数の形としては多少の差異が生じてしまう。しかしながら、それぞれの最適解は比較的近い位置に分布し、最適化問題としては $y(x)$ と $\hat{y}(x)$ はかなり類似した関数であるといえる。

また、 $\hat{y}(x)$ と $\hat{y}^*(x)$ はそれぞれ、真の目的関数 $y(x)$ とノイズを含む目的関数 $y^*(x)$ の応答曲面であるが、このときのノイズを正規乱数と仮定し、さらに応答曲面のモデルが適切であるとすれば、Fig. 4.4に示すように $\hat{y}(x)$ と $\hat{y}^*(x)$ は、ほとんど同じ関数になると考えられる。

以上をまとめると、適切な応答曲面を生成することができれば、 $y(x)$ と $\hat{y}(x)$ は最適化問題として同等な関数であり、また $\hat{y}(x)$ と $\hat{y}^*(x)$ もほぼ同形の関数となる。したがって、 $y(x)$ と $\hat{y}^*(x)$ もほぼ同等な関数であるといえる。つまりノイズを含む目的関数 $y^*(\mathbf{x})$ の、ノイズを補正した応答曲面 $\hat{y}^*(\mathbf{x})$ を求め、この $\hat{y}^*(\mathbf{x})$ を最適化すれば、得られる解は、真の目的関数 $y(\mathbf{x})$ の最適解近傍に位置する良好な解であると考えられる。

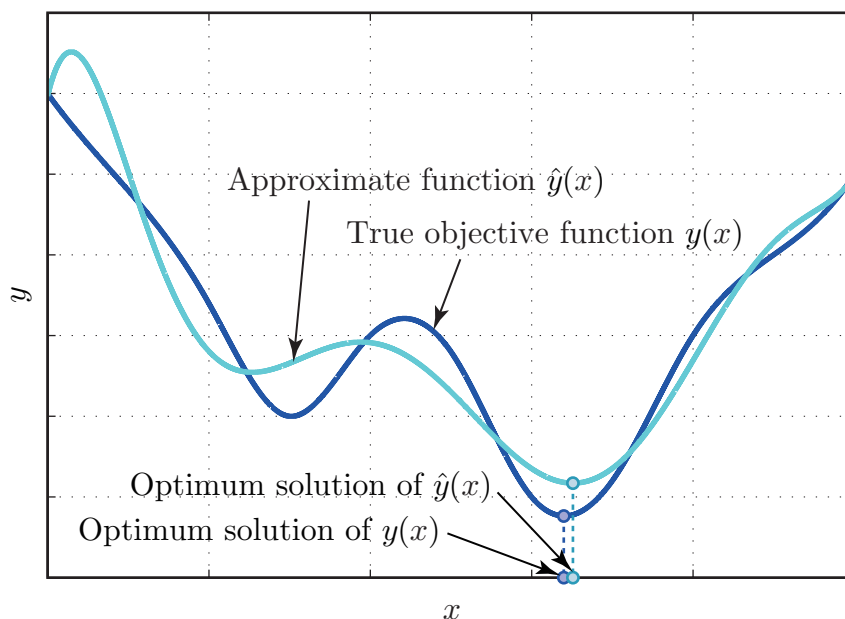
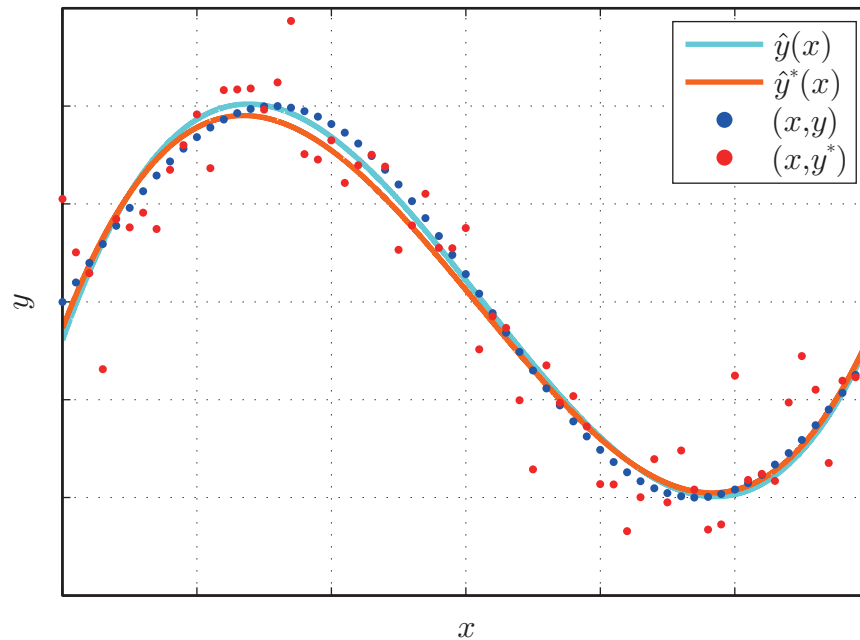


Fig. 4.3 Example of $y(x)$ and $\hat{y}(x)$

Fig. 4.4 Example of $\hat{y}(x)$ and $\hat{y}^*(x)$

4.5.2 最適化アルゴリズム

提案する最適化手法は、不確実最適化問題のような観測される評価値にノイズが含まれる問題に対しても、そのノイズを補正することで正確に良好な解を導出することが可能な最適化手法である。アルゴリズムは実数値 GA に基づいており、下記のとおり、基本的には、やはり 2.5.1 節に示したものとほぼ同じである。

Step 1: 初期個体集団の生成，評価および 評価値補正

Step 2: 親個体の選択（複製選択）

Step 3: 交叉・突然変異による子個体の生成，評価および 評価値補正

Step 4: 世代交代（生存選択）

Step 5: 終了判定（終了条件が満たされなければ **Step 2** へ）

まず **Step 1** において、初期個体集団をランダムに生成し、各個体を評価する。次にこれらの個体の決定変数および評価値（観測値）からノイズを低減した補正値を算出する。このとき使用する応答曲面は多項式モデルとし、したがって式 (2.17)、式 (2.20) および式 (2.21) から補正値が計算される。続く **Step 2** では、算出された補正値を適応度と見なして親個体の選択を行い、さらに **Step 3** において、交叉・突然変異により子個体を 1 個体のみ生成し、評価する。そしてこの時点までに生成したすべての個体を対象に、**Step 1** と同様の評価値補正を行う。このとき、すでに補正値が算出済みの個体であっても、改めて補正値の計算がなされる。その後 **Step 4** において、すべての生成済み個体を対象に、補正値の優れた上位の個体が次世代の個体集合として選択され

る。最終的な最適個体は、生成されたすべての個体のなかで最も補正值の優れた個体となる。

本手法の特徴としてはまず、個体の優劣が、観測された評価値ではなく、応答曲面により算出された補正值を基準とする点である。また、すべての生成された個体は、世代における個体集団から淘汰された場合でも、応答曲面を生成するために最後まで保持されるといふ点もあげられる。さらに本手法では、世代数が1増加するごとに生成済みの個体数も1ずつ増加し、それらによって求められる応答曲面の形状も徐々に変化していく。そのため、各個体の補正值も徐々に変化することとなり、個体間の優劣に逆転が生じることで、個体集団から一度淘汰された個体であっても、再度復活する可能性がある。

以上より、本手法は、世代を重ねるごとに応答曲面および各個体の補正值の精度を向上させることで、ノイズを除去した真の目的関数に対して真に優れた個体を導出可能な最適化手法である。

4.6 テスト最適化問題による数値実験

本節では、前節で述べたノイズを含む不確実最適化問題のための最適化手法について、その有効性をテスト最適化問題を用いて数値実験により検証する。本来であれば、本最適化手法の有効性は、実際のCFDシミュレータを用いた最適化問題を用いて検証すべきであるが、4.4節で述べた問題点などにより、現実的にはそれは不可能である。つまり、CFDシミュレータを用いた最適化問題では、1回の最適化でさえ膨大な時間を要するが、実際に最適化手法の有効性を検証するためには、それを多数回試行しなければならない。現実的な時間ですべての検証を行うことが不可能となる。また、CFDシミュレータを用いた最適化問題は、目的関数にノイズが含まれ、真の評価値は観測することができないため、そもそもそのような最適化問題でアルゴリズムの性能を正確に評価することはできない。

本節ではテスト最適化問題として、降下曲線最適化問題を定義し、検証に用いる。これは、曲線形状によって一種の流れが変化し、それを評価するという形状最適化問題であり、CFDとおよそ類似した物理現象を扱うものである。さらに、この最適化問題に意図的にノイズを付加することで、不確実最適化問題とする。このようなテスト問題に対し、提案手法および実数値GAを適用し、両手法の探索性能の比較を行う。

4.6.1 降下曲線最適化問題

降下曲線最適化問題を定義するにあたり、まず最速降下曲線について説明する。

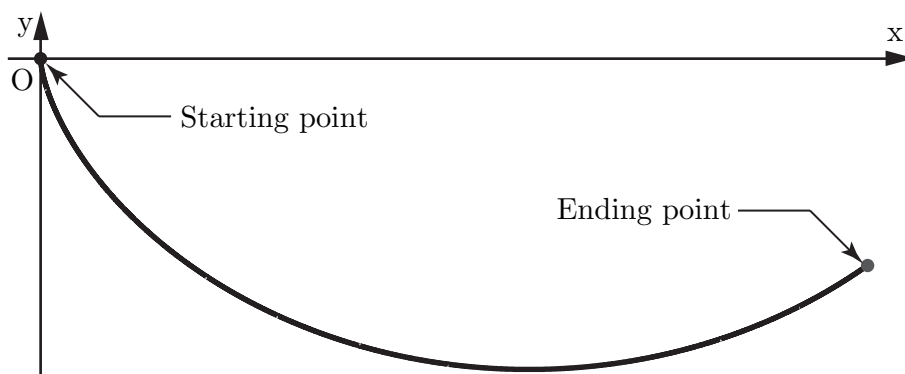


Fig. 4.5 Example of a cycloid curve

最速降下曲線

最速降下曲線^[62]は、重力の作用する2次元空間において、始点とそれより下方にある終点を結ぶ曲線のうち、物体が始点から初速度0で降下し、曲線上の軌道に沿って終点に到達するまでの所要時間が最も短い曲線のことである。なお物体は質点であり、空気抵抗や摩擦は考慮しない。

最速降下曲線は、歴史的には、最速降下曲線問題としてスイスの数学者 Johann Bernoulli によって1696年に提起されたものである。この問題を解くにあたって、変分法が開発され、この変分法によって最速降下曲線は、Fig. 4.5に示すようなサイクロイド曲線であることが導かれた。最速降下曲線問題は本来このように解析的に曲線を求める問題であるが、本論文では、複数の設計変数を用いて降下曲線を定義し、数値的に求まる降下時間を最小にする、降下曲線最適化問題として定義する。

降下曲線の定義

最適化を行うために、降下曲線を複数の設計変数を用いて定義する。Fig. 4.6に示すように、曲線の始点 \mathbf{p}_s および終点 \mathbf{p}_e の座標を、

$$\mathbf{p}_s = (0, 0)^T \quad (4.2)$$

$$\mathbf{p}_e = (p_{xe}, -p_{ye})^T \quad (p_{xe} > 0, p_{ye} > 0) \quad (4.3)$$

とする。この始点と終点の間に x 座標が等間隔となる n 個の制御点、

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_i &= (p_{xi}, -p_{yi})^T \\ &= \left(\frac{i}{n+1} p_{xe}, -p_{yi} \right)^T \quad (0 < p_{yi} \leq 2p_{ye}, i = 1, \dots, n) \end{aligned} \quad (4.4)$$

を設定する。したがって設計変数は、各制御点の y 座標となり、まとめて $\mathbf{x} = (p_{y1}, \dots, p_{yn})$ と表現する。降下曲線は、これらの始点、各制御点、および終点を順に結ぶ3次の not-a-knot スプライン曲線 (3.3.2節参照) として定義する。このとき降下曲線を $S(\mathbf{x}, \mathbf{x})$ と表す。

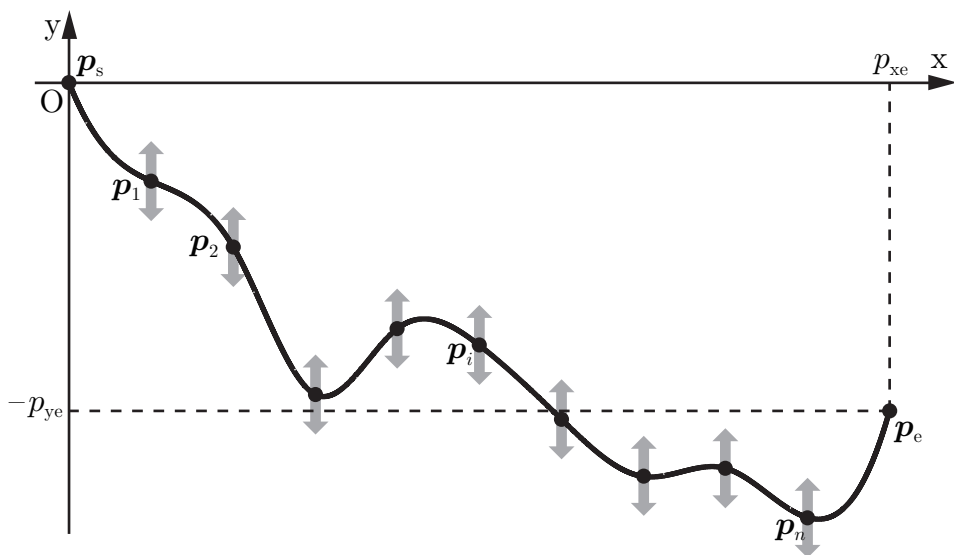


Fig. 4.6 Design model of fall curve

最適化問題の定式化

降下曲線 S に対して物体が始点を出発し終点に達するまでに要する時間、すなわち降下時間は、

$$T(\mathbf{x}) = \int_0^{p_{xe}} \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{d}{dx}S(x, \mathbf{x})\right)^2}{-2gS(x, \mathbf{x})}} dx \quad (4.5)$$

と求められる (付録 C.1.1 参照). ここで, g は重力加速度である. なお降下時間は数値的に計算され, このときの計算時間は 1 秒未満とごく短時間である.

以上より降下曲線最適化問題は、

$$\text{minimize } T(\mathbf{x}) \quad (4.6a)$$

$$\text{subject to } 0 < p_{yi} \leq 2p_{ye} \quad (i = 1, \dots, n) \quad (4.6b)$$

と定式化される.

ノイズ付加モデル

CFDシミュレータを用いた最適化問題において評価値が不確実となる点を模擬するために, 式(4.5)の降下時間にノイズとして正規乱数を加える. 正規乱数は, 正規分布に従う乱数のことであり, 正規分布は次式の確率密度関数を持つ.

$$N(T) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(T - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (4.7)$$

ここで, μ は平均, σ は標準偏差, σ^2 は分散である. 一般に, 統計学や自然科学, 社会科学において物事の事象はこの正規分布に従うと考えられており, CFDシミュレータを用いた最適化問題におけるノイズも正規分布に従う正規乱数であると仮定する.

式(4.7)において、 $\mu = 0$ とし、また σ は降下時間 T の値によらず一定であるとして、式(4.1)と同様に、この正規分布に従うノイズを $D(\mathbf{x}, \gamma, \sigma)$ とおけば、ノイズを付加した降下時間 T^* は、

$$T^* = T + D(\mathbf{x}, \gamma, \sigma) \quad (4.8)$$

となる。ノイズ $D(\mathbf{x}, \gamma, \sigma)$ の値は、 \mathbf{x} , γ , σ が決まれば一意であるとし、また乱数のシードに相当する要素 γ は、1回の最適化においては一定であるとする。ここで、改めて T を真の評価値と呼び、また T^* を観測値と呼ぶ。観測値 T^* は標準偏差 σ が大きくなればより不安定な値となり、逆に $\sigma = 0$ のときは観測値がそのまま真の評価値となる。

このノイズ付加モデルの最適化問題において注意すべきことは、最適化の対象として最小化したい値は、観測値 T^* ではなく、やはり式(4.6a)と同様に真の評価値 T である、ということである。CFDシミュレータを用いた最適化問題と同等の条件にするために、最適化の途中過程においては T は一切観測できないものとし、最適化が完了し、最適解を確定したのちに T は明らかになるものとする。したがって、観測される T^* のみを頼りに T が最小となる解を求めようとするのが、この最適化問題のノイズ付加モデルである。以降は単に降下曲線最適化問題といえ、このノイズ付加モデルを指すこととする。

4.6.2 実験条件

上記で定義した降下曲線最適化問題に対し、提案手法と実数値GAをそれぞれ適用し、両者の探索性能の比較を行う。このときの実数値GAおよび提案手法の最適化パラメータをTable 4.2に示す。提案手法における応答曲面は、2次の多項式モデルとする。両手法とも、最適化の終了条件としては、評価個体数が300個体に達した時点で打ち切ることとする。また最適化問題に関するパラメータとして、重力加速度 $g = -9.81 \text{ m/s}^2$,

Table 4.2 Optimization parameters for the real-coded genetic algorithm and the proposed method

Optimization method	Real-coded GA	Proposed method
Number of generations	57	281
Population size	20	20
Number of elite individuals	15	—
(Number of individuals)	(300)	(300)
Response surface model	—	Polynomial (order $N = 2$)
Selection method	Roulette wheel selection	
Crossover method	BLX- α ($\alpha = 0.2$)	
Mutation method	Wright's method ($\beta = 0.05$)	

終点座標 $\mathbf{p}_e = (10, -10)$ m とする. 制御点の個数は $n = 6$ (すなわち設計変数 \mathbf{x} が 6次元ベクトル) とし, ベクトルの各要素を, 最小値 0.1, 最大値 10, 刻み幅 0.1 と離散値として設定する. すなわち本問題は離散的最適化問題となる. さらにノイズの標準偏差 σ を 0, 0.1, 0.2, 0.3 の 4通りで設定することで, ノイズの強度の異なる 4通りの最適化問題とする. なお $\sigma = 0$ のときは, 雑音の含まれていない通常最適化問題となる. これらの σ の異なる 4通りの最適化問題に対し, 提案手法と実数値 GA の 2通りの最適化手法を用いてそれぞれ 50回最適化を行い, それらの結果を比較することで両手法の探索性能を評価する. したがって合計の最適化試行回数は $4 \times 2 \times 50 = 400$ 回となる.

4.6.3 実験結果

Fig. 4.7に両手法の比較結果を示す. 図中, 各バーの示す値は, 4通りの σ および 2通りの最適化手法の計 8通りの場合について, それぞれ 50個の最適値の平均値を表す. なお, ここでいう最適値は, 各最適化において最終的に求められた最適解に対する真の評価値のことを指す. また, この最適化問題における理論最適値は 1.843 s である (付録 C.1.2 参照). 各手法とも σ の値が大きくなるにつれて, 探索性能が低くなっていることがわかる. これは σ の値が大きくノイズが強い場合には, 個体の観測値が極端に低くなる可能性が高くなり, 一度そのような個体を発見してしまうとそれ以上探索が進まなくなってしまうことが原因であると考えられる. しかしながら, それでも (a) の提案手法は, ノイズを含む $\sigma = 0.1$ 以上の場合において, (b) の実数値 GA よりも, 格段に良い解を導出できていることがわかる. これは評価値補正によって, 本来の評価値を比較的精度高く推定することができ, より正確に探索を進めることができたからであると考えられる.

4.7 まとめ

本章では, CFDシミュレータにおける解析誤差に焦点をあて, そのようなシミュレーション結果を用いた最適化問題における問題点や難しさを述べた. また, それを解決する最適化手法を提案し, 本手法の有効性を検証した.

提案手法では, 応答曲面を用いてノイズを含む解空間に対し, ノイズを除去した本来の解空間を推定することで, より正確な解探索を実現した. また本手法の有効性検証では, テスト最適化問題として, CFDシミュレータによるノイズを模擬し, かつ力学的な問題である降下曲線最適化問題を定義した. このテスト最適化問題に対し, 本手法と従来の最適化手法を用いて多数回の最適化を試行した結果, ノイズを含む最適化問題, すなわち不確実最適化問題に対する, 提案手法の高い探索性能を示すことができた.

続く第5章では, 本提案手法を用いることで, 実際の設計問題における最適化を行う.

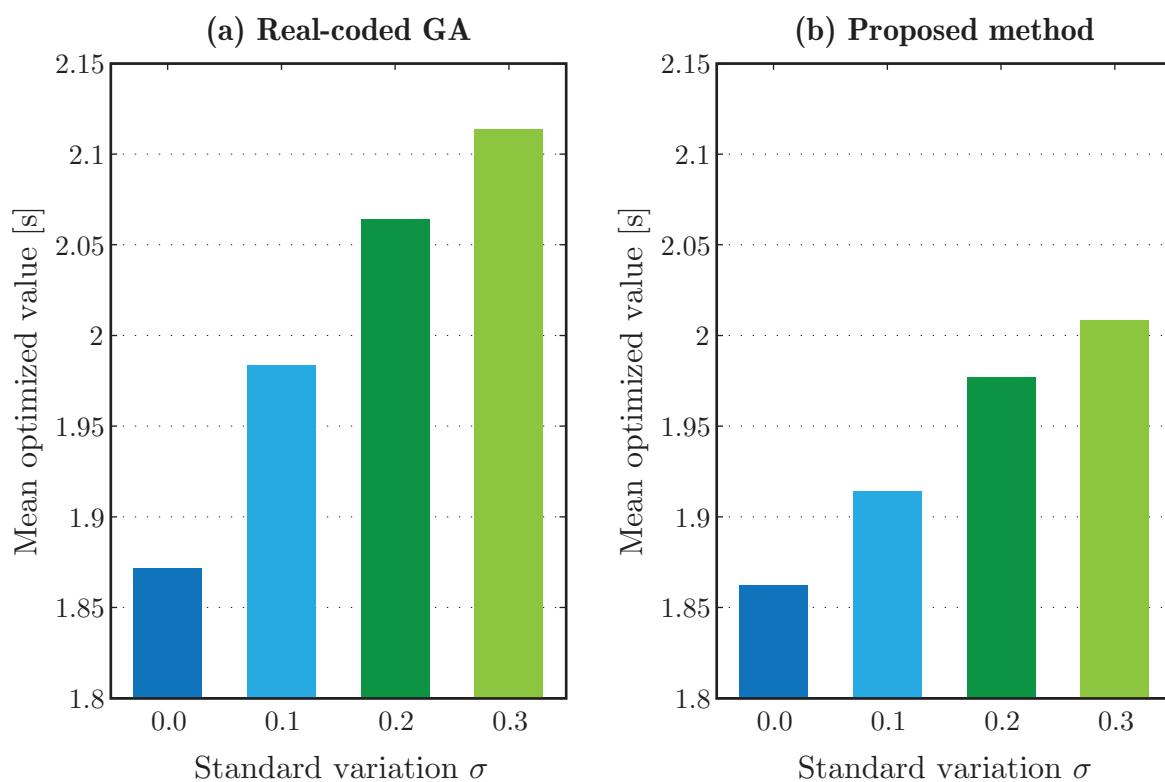


Fig. 4.7 Mean values of 50 optimized values versus σ for the real-coded genetic algorithm and the proposed method

第5章 ダイカストにおけるスプルー形状の最適設計

5.1 はじめに

現在、自動車部品をはじめとするさまざまな製品の製造にダイカストが使用されている。ダイカストとは、Fig. 5.1に示す装置において、スリーブ内に注ぎ込まれた熔融金属をプランジャによって高速、高圧で精密な金型に圧入し、铸肌の優れた铸物を短時間に大量生産する铸造方式である。その工程はほぼ自動化されており、複雑形状でも寸法精度よく成型できることや、砂型铸物と比較しても材料コストを削減できるなどの多くの利点を持つ。しかしながら、溶湯を急冷凝固させるために、プランジャを高速で射出し、短時間で金型に充填させる必要があるため、空気巻き込みによるブローホールや凝固収縮による引け巣といった内部欠陥が発生し、これによって製品品質が大きく低下するといった問題がある。

このようなダイカストの欠陥対策には、射出条件や铸造方案の改善が有効である^[63]。しかしながら、スリーブおよび金型内部における溶湯の挙動が不可視であり、欠陥の直接的な原因を特定することが困難であるため、このような条件および方案は従来、作業員の経験と勘を頼りに決定されてきた。そのため、このような試行作業による生産準備期間やコストの増加が大きな問題となっており、射出条件や铸造方案のより合理的な決定方法が必要とされている。

近年、CFDシミュレーションがダイカストをはじめとする铸造分野においても広く適用されるようになり、製品の欠陥対策や品質向上に役立てられている。CFDシミュレータの利点としては、流れの可視化や、実験では再現できない理想状態での模擬実験が可能であることがあげられる。また、現実では計測不可能な物理量の計測が可能であったり、細かい条件の変更も容易であることから、最適化における援用も行われる。

実際にCFDシミュレーションを利用した、ダイカストにおける空気巻き込みの低減や湯流れ性の向上を目的とした研究としては、射出速度の最適化に関するものが多くなされており、これらは実験においても良好な結果が得られている^[64-66]。一方で、さらなる空気巻き込みの低減や湯流れ性向上を図るためには、铸造方案の最適化も必要となるが、射出速度の最適化などと比べて、設計問題としての自由度が膨大であり、また解析領域内での形状変更を伴うことから最適化処理が複雑となる。したがって、これらの方案最適化を扱った研究は現状限られており、ダイカストではゲート位置やランナー形状を扱った研究^[67-70]が、あるいは重力铸造では押し湯形状の最適化^[3,4]もなされているが、これらは基本的に寸法最適化であるか、あるいは人の手が介入した最適化となっている。ただし、铸造分野においても一部では、位相最適化のような高自

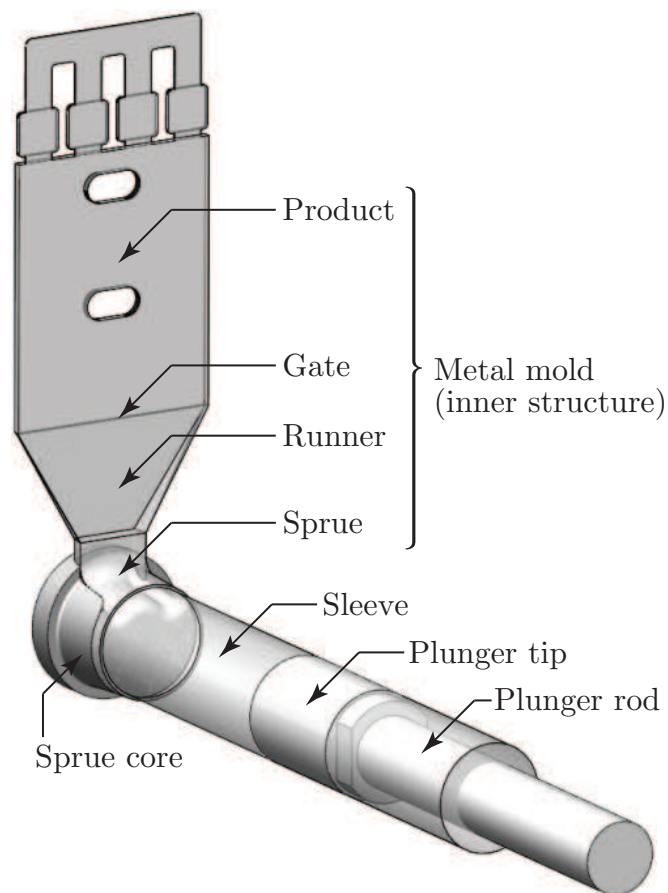


Fig. 5.1 Outline drawing of a die casting device

由度な設計法も利用されつつある [71].

本章では、CFD シミュレータを援用し、ダイカストの空気巻き込み欠陥を低減するスプルー形状の最適設計を行う。このとき、CFD シミュレータで算出される空気巻き込みの推定値が誤差を多く含む不確実なものであることから、最適化には前章で提案した最適化手法を用いる。また、スプルー形状の形成には、3次元CADソフトウェアを用いる。最終的に、最適化したスプルー形状を金型として作製し、実際のダイカストマシンによる鑄造実験によって、その有効性を示す。

5.2 スプルー形状の最適設計

5.2.1 最適化問題の定式化

提案する最適化手法を用いて、ダイカストのスプルー形状の最適化を行う。スプルーは、鑄込み口とも呼ばれ、スリーブ内の溶湯を製品部へ押し込む際の流路となる部分であり、この形状を変更することで製品部へ流入する溶湯の空気巻き込みが低減されることが期待できる。

設計モデル

Fig. 5.2にスプルーの設計モデルと設計変数を、Table 5.1に各設計変数の上下限值などのパラメータを示す。本設計モデルは、3個のベジェ曲線（CADソフトウェア上はスプライン）によってフレームが定義され、これらのフレームをスプライン曲面によって補間することで、3次元的なスプルー形状として形成されている。フレームである各ベジェ曲線は、2個の設計変数により定義されており、 d_i ($i = 1, 2, 3$)はスプルー中央部の厚みを決定する寸法、また h_i ($i = 1, 2, 3$)はスプルー側方部の厚みを決定するスプラインのハンドル長である。これらの設計変数を実数値ベクトルとして $\mathbf{x} = (d_1, d_2, d_3, h_1, h_2, h_3)$ と表現する。

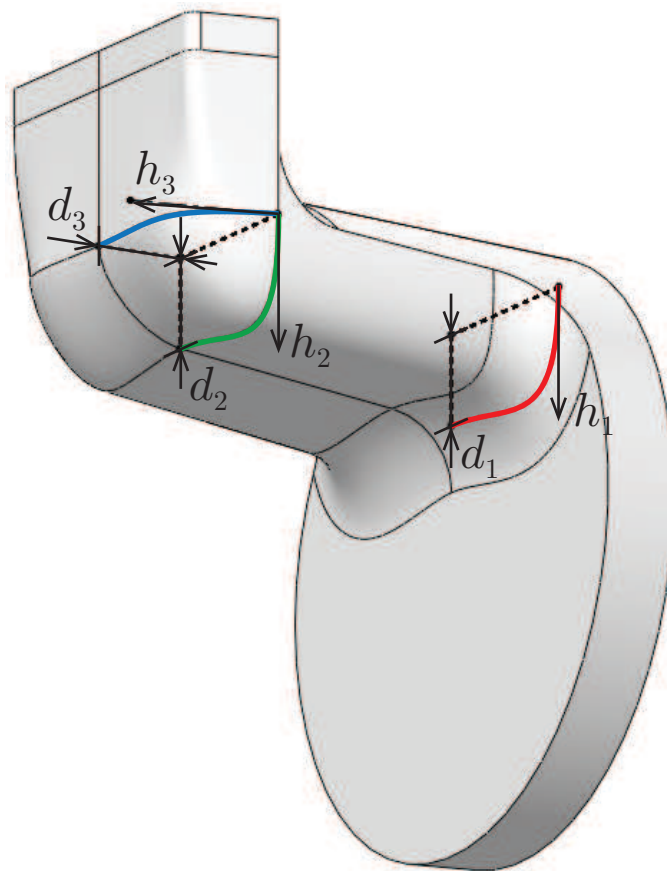


Fig. 5.2 Design model of sprue and layout of design variables

Table 5.1 Parameters for design variables

Design variables	Minimum	Maximum	Step size
d_1, d_2, d_3 [mm]	1	20	0.1
h_1, h_2, h_3 [mm]	5	100	0.5

CFD シミュレータ

Fig. 5.3にCFDシミュレータにおけるオブジェクトおよびメッシュブロックの配置を、Table 5.2にメッシュブロックの設定パラメータを示す。ダイカスト装置の形状がシミュレータのYZ平面に対して対称であることから、メッシュブロックの+Y面を面対称境界として設定する。また、製品部やゲートなどの薄肉で、かつ流速が速い部分のメッシュは、解析精度を高めるために細かく設定している。使用する流体はアルミニウム合金ADC12を想定し、物性値をTable 5.3のように設定する。さらに、プランジャの射出速度を定速0.30 m/sに、重力加速度をZ軸方向に -9.81 m/s^2 として設定する。

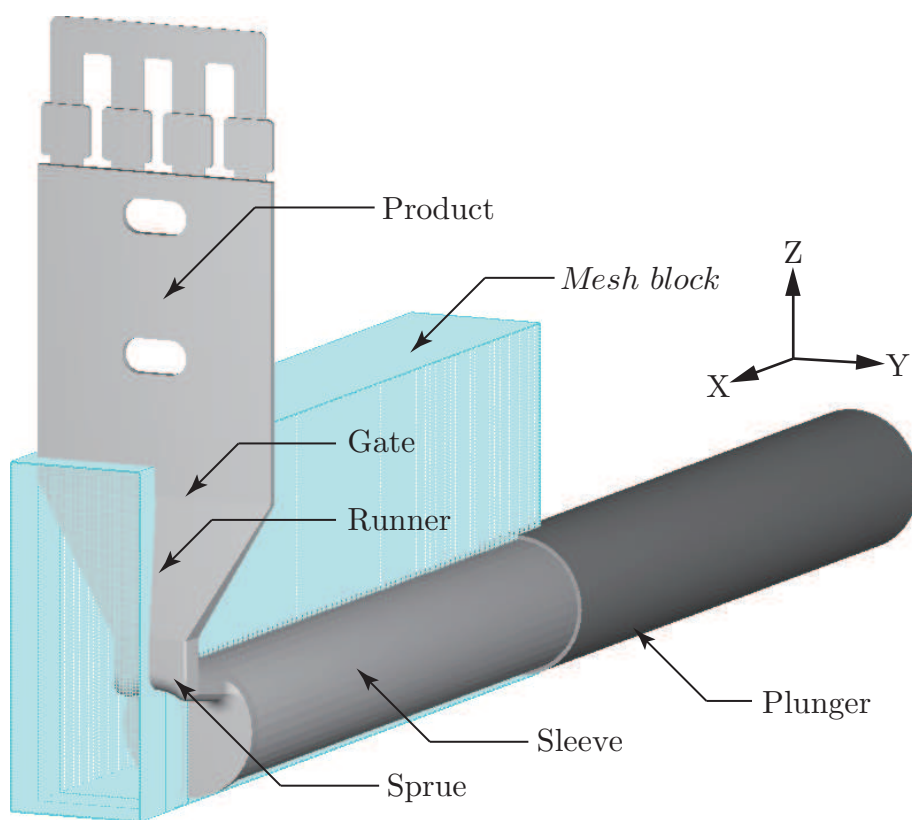


Fig. 5.3 Layout of die casting equipment and the mesh block for CFD simulation

Table 5.2 Mesh parameters for the simulation

Direction	Cell size [mm]	Number of cells
X	2	40
Y	0.5-2	329
Z	2	100
Total	-	1,316,000

Table 5.3 Fluid properties of ADC12

Density	2471 kg/m ³
Viscosity	0.00125 Pa · s
Surface tension coefficient	0.9 N/m
Contact angle	90 deg

目的関数

最適化における目的関数は、空気連行量（付録 A.4 参照）をもとに定義する。ダイカストにおける品質低下の原因の一つとして空気巻き込みによる内部欠陥があげられるため、CFD シミュレータを用いて製品部の空気量を推定することで、各形状の評価を行う。具体的には、解析範囲の境界面であるゲート終端を通過する空気量をタイムステップごとに積算することで、製品部の空気量を概算する。本 CFD シミュレータではメッシュ領域から流出する空気量を追うことができないため、流出直前の流体が連行する空気量を算出することで求める。製品部へ流入する時刻ごとの空気連行量を $a(t)$ とし、それを製品部体積分の流体が流出するまでのデータ数 N_f まで合算することで、次式のように製品部全体の空気連行量 J^* が求められる。

$$J^* = \sum_{j=0}^{N_f-1} a(j\Delta t) \quad (5.1)$$

$$a(t) = \frac{\sum_{i \in \Omega_{\text{out}}} V_{\text{cell } i} F_{\text{space } i} F_{\text{fluid } i}(t) F_{\text{air } i}(t)}{\sum_{i \in \Omega_{\text{out}}} V_{\text{cell } i} F_{\text{space } i} F_{\text{fluid } i}(t)} V_{\text{out}}(t) \quad (5.2)$$

ここで、 Ω_{out} は流出部に接するセルの集合、 $V_{\text{cell } i}$ はセル i の体積、 $F_{\text{space } i}$ はセル i の空間体積率（セル体積に対する流体またはボイドが存在する空間体積の割合）、 $F_{\text{fluid } i}(t)$ は時刻 t におけるセル i の流体体積率（セルの空間体積に対する流体体積の割合）、 $F_{\text{air } i}(t)$ は時刻 t でのセル i における流体の空気連行体積率（セルの流体体積に対する空気連行体積の割合）、 $V_{\text{out}}(t)$ は時刻 t における流出流体体積を表す。

最適化問題

以上の定義をもとに、最適化問題として次式のように定式化する。

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && J(\mathbf{x}) && (5.3) \\ & \text{subject to} && 1 \leq d_2 \leq d_1 \leq 20 \\ & && 1 \leq d_3 \leq 20 \\ & && 5 \leq h_2 \leq h_1 \leq 100 \\ & && 5 \leq h_3 \leq 100 \end{aligned}$$

ここで J は、この最適化問題の理想的な真の目的関数であるが、実際に観測されるのは観測値 J^* である。

本最適化問題の解法には、前述したとおり、第4章で提案した最適化手法を使用し、最適化のパラメータも Table 4.2 と同一の設定とする。

5.2.2 最適化結果

最適化に要した時間は、Intel Core2 Quad プロセッサ (2.83GHz) 搭載コンピュータでCFDシミュレータを3並列で解析させ、約200時間であった。

最適化によって導出されたスプルー形状および比較のための標準的なスプルー形状を Fig. 5.4 に示す。(b) の最適形状は、各設計変数の値が、 $d_1 = 20.0$, $d_2 = 12.6$, $d_3 = 19.5$, $h_1 = 100.0$, $h_2 = 28.0$, $h_3 = 87.5$ となり、(a) の標準形状と比べて流入口が広く、また前方へも大きく突出した形状となった。なお、評価値の観測値は0.5366と算出されたのに対し、最終的な補正值は0.4570であった。

5.3 鋳造実験

最適化したスプルー形状の有効性を検証するために、最適形状および標準形状をそれぞれ実際のダイカスト金型へと適用し、鋳造実験を行う。

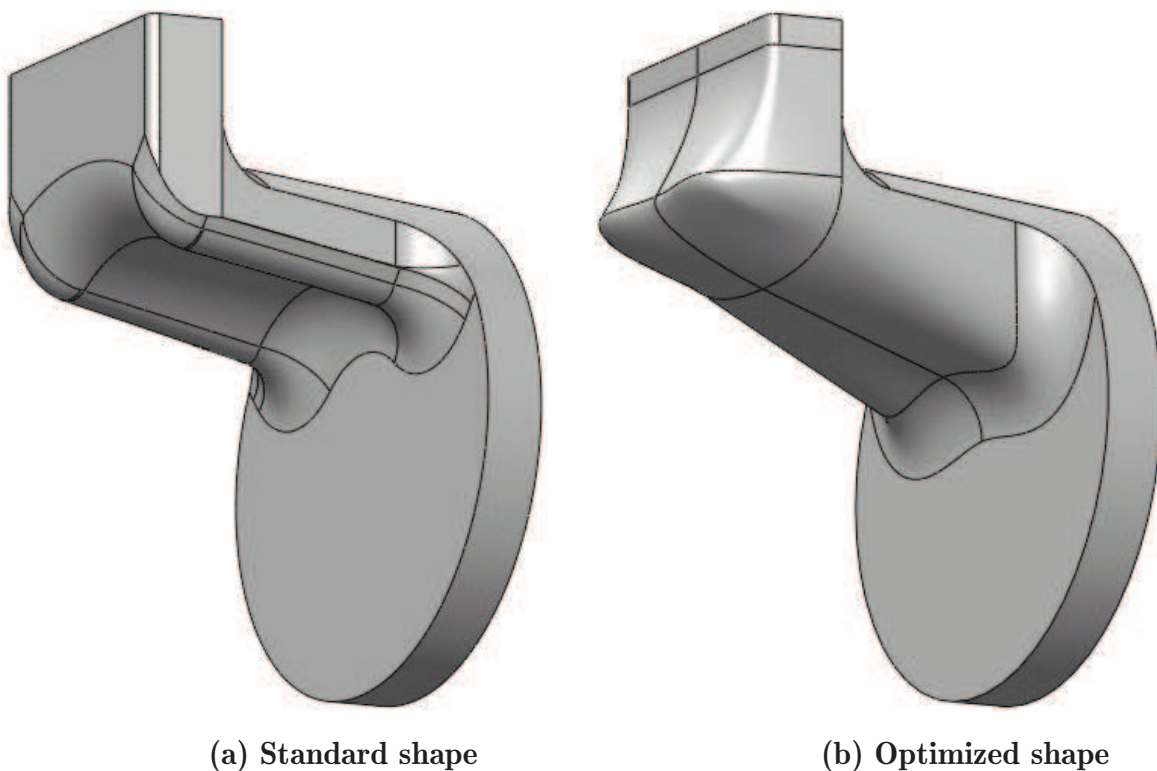


Fig. 5.4 Standard and optimized shapes of sprue

5.3.1 実験装置および条件

実験で使用するダイカストマシンは、宇部テクノエンジ製コールドチャンバダイカストマシン NX500C である。本装置は、プランジャの射出速度を 0.02 m/s~ 5.0 m/s で設定可能である。また多段階速度設定が可能であり、複数の速度切り替え位置およびそのときの速度を設定する。切り替え位置間の速度は時間軸に対して線形に補間される。スリーブには、内径 75 mm のものを使用し、長さは、プランジャチップ先端からスプルーコア壁面までが 440 mm である。

本実験におけるプランジャの射出条件には、欠陥を低減させる方法として一般的に知られる、前半部分を低速側速度 v_l 、後半を高速側速度 v_h に設定した 2 段階速度切替方式を用いる。本実験では、過去に行った実験^[65]において最も良好な射出条件であった $v_l = 0.26$ m/s, $v_h = 2.00$ m/s と、非常に悪い射出条件である $v_l = 0.50$ m/s, $v_h = 1.00$ m/s の 2 条件を使用する。以下、これらの射出条件を低速側速度 v_l のみを用いて呼称する。

本実験における評価にはブリスタ試験を用いる。これは、試験体を炉で熱することにより、内部の空気を膨張させ、試験体に含まれる空気量を調査する試験である。

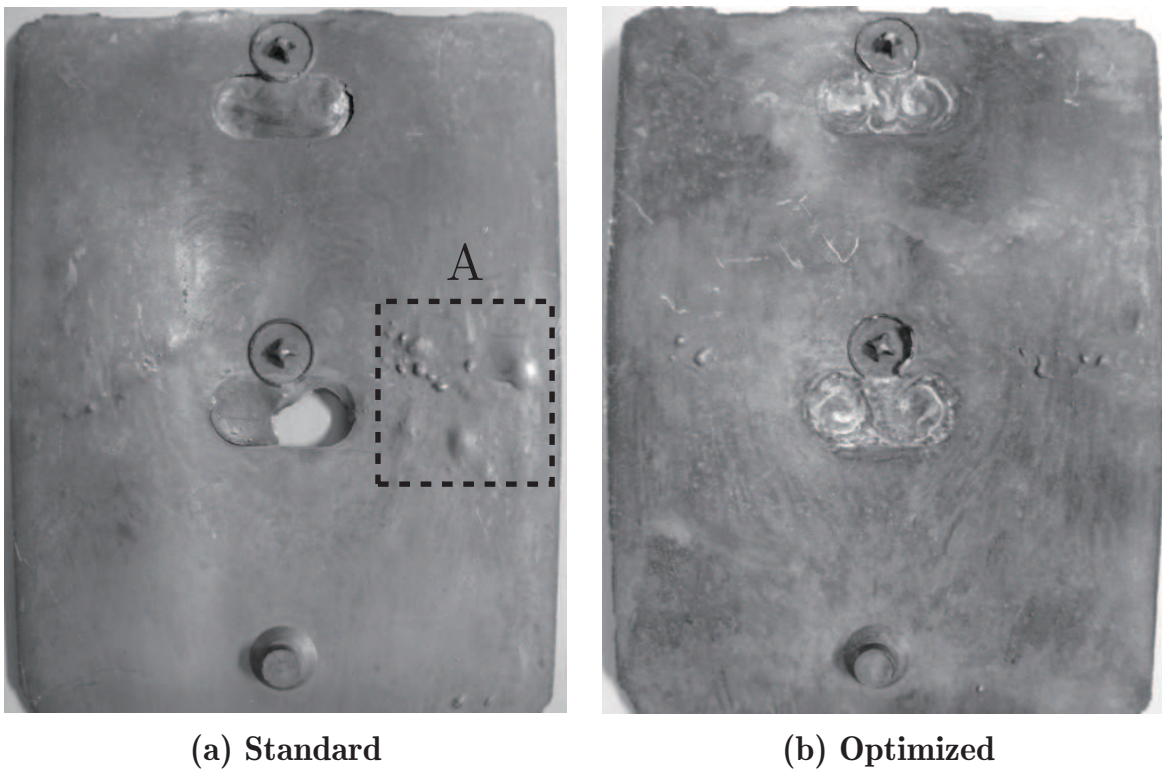
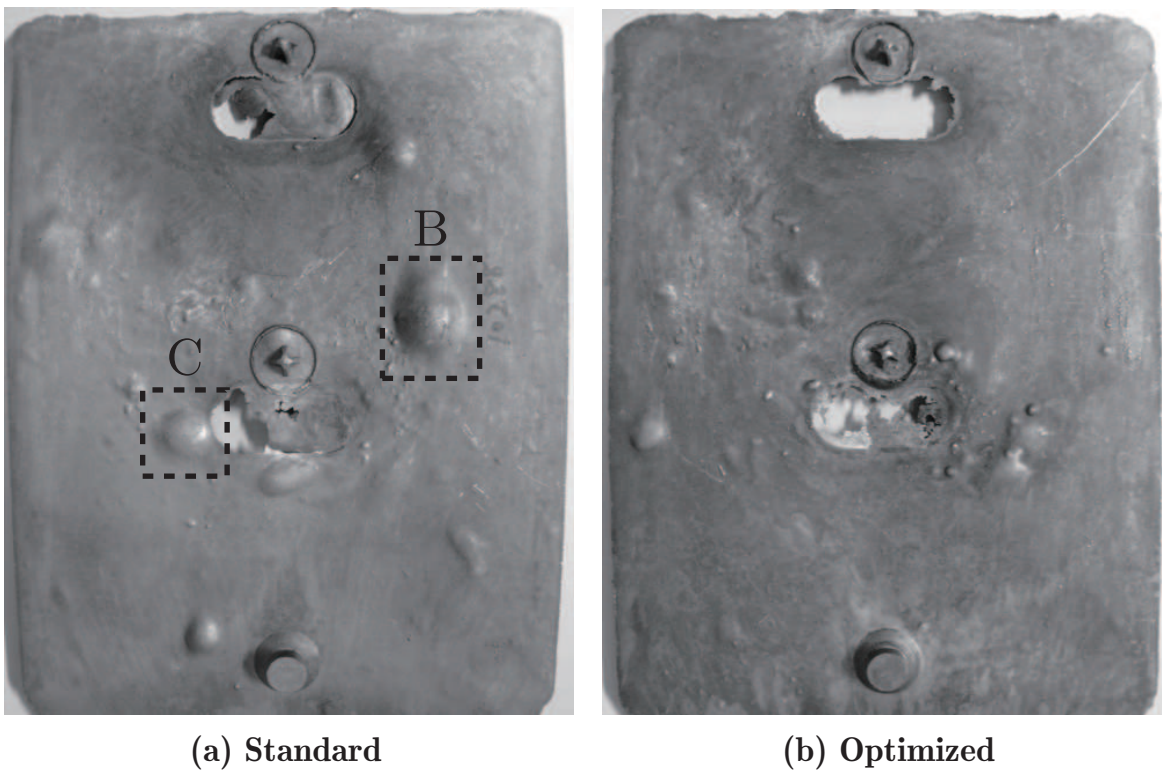
5.3.2 実験結果

$v_l = 0.26$ m/s, $v_l = 0.50$ m/s の射出条件を用いて成型した製品部のブリスタ試験後の鑄肌写真をそれぞれ Fig. 5.5 および Fig. 5.6 に、またブリスタ試験後の製品部表面に現れた気泡の総面積を Fig. 5.7 に示す。ここで、気泡の面積は、方眼紙を使用して直径 1 mm 以上の気泡があるマスの数をカウントすることにより求めた。

Fig. 5.5 において、(a) の標準形状による製品部では、図中 A で示すような比較的大きな気泡が複数見られるが、(b) の最適形状による製品部では、微少な気泡が存在するのみである。また Fig. 5.6 においても、(b) の最適形状による製品部では、(a) の標準形状の場合の図中 B および C で示すような大きな気泡は存在しない。したがって、Fig. 5.7 からもわかるように、どちらの射出条件においても最適形状を使用した製品部の方が表面の気泡が少ない良好な結果となっている。

5.3.3 シミュレーションによる検証

実験結果の妥当性を確認するために、改めて CFD シミュレータを用いて、これらの射出条件を設定し、解析を行った。 $v_l = 0.26$ m/s のときの解析結果を Fig. 5.8 に示す。図中に表記された時間は、射出開始からの経過時間を示す。空気巻き込みによる製品内部の欠陥は、溶湯およびランナーの内壁によって八方を完全に閉じ込められた空気が、直後の高速側速度による射出によって一気に製品部に流れ込むことによって起こることがおもな要因であると考えられる。(a) の標準形状では、スプルー流入口の断面積が小さいため、同じ射出速度でもスプルーを通過する際の流速がより速くなってし

Fig. 5.5 Product parts after the blister test ($v_1 = 0.26$ m/s)Fig. 5.6 Product parts after the blister test ($v_1 = 0.50$ m/s)

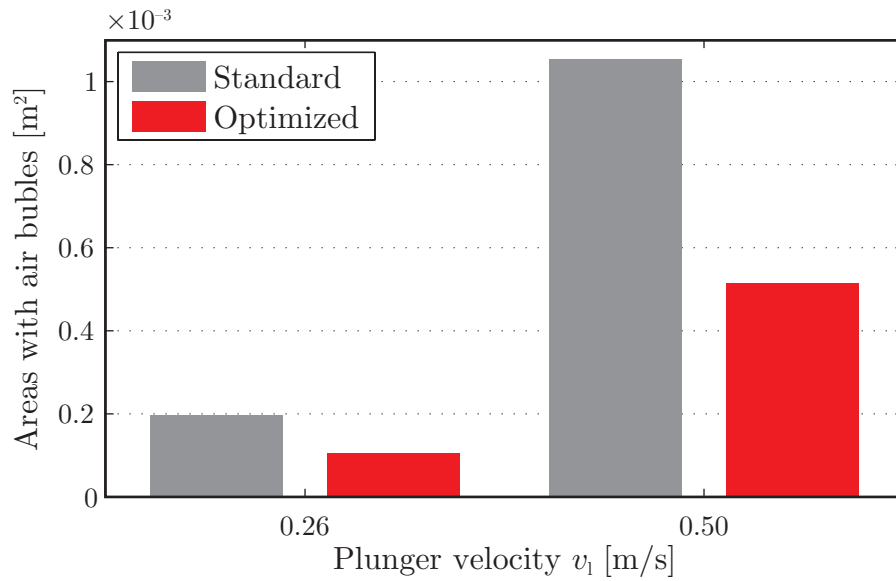


Fig. 5.7 Areas with air bubbles on the product parts

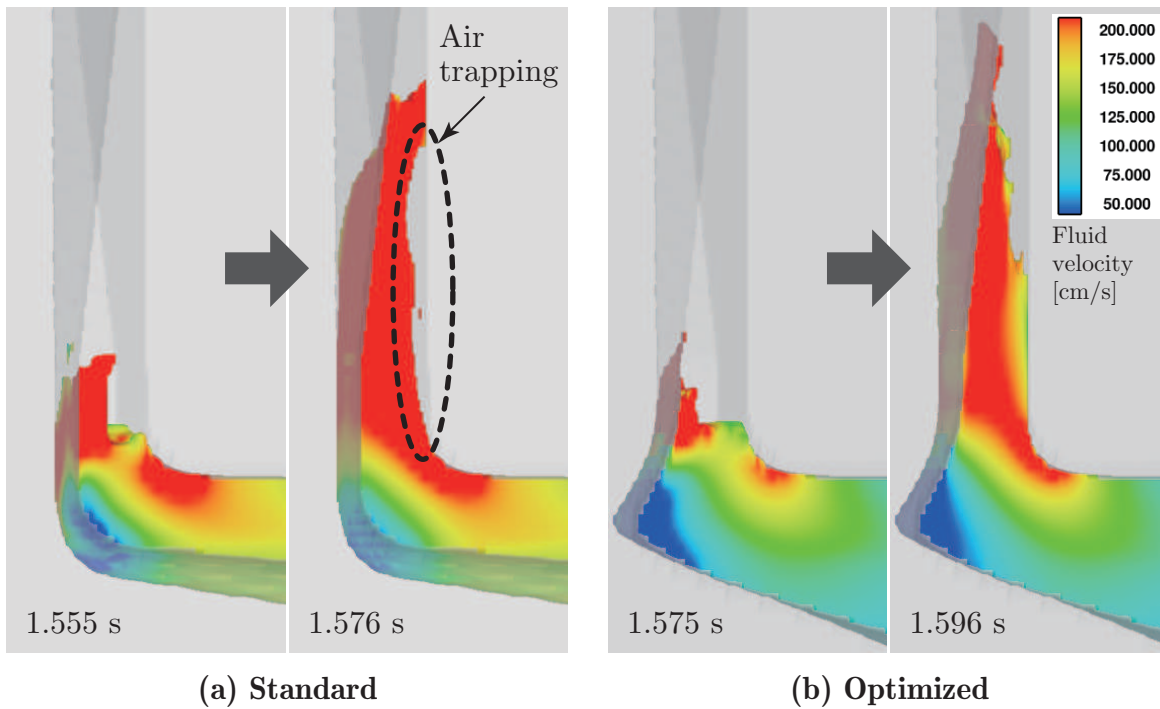
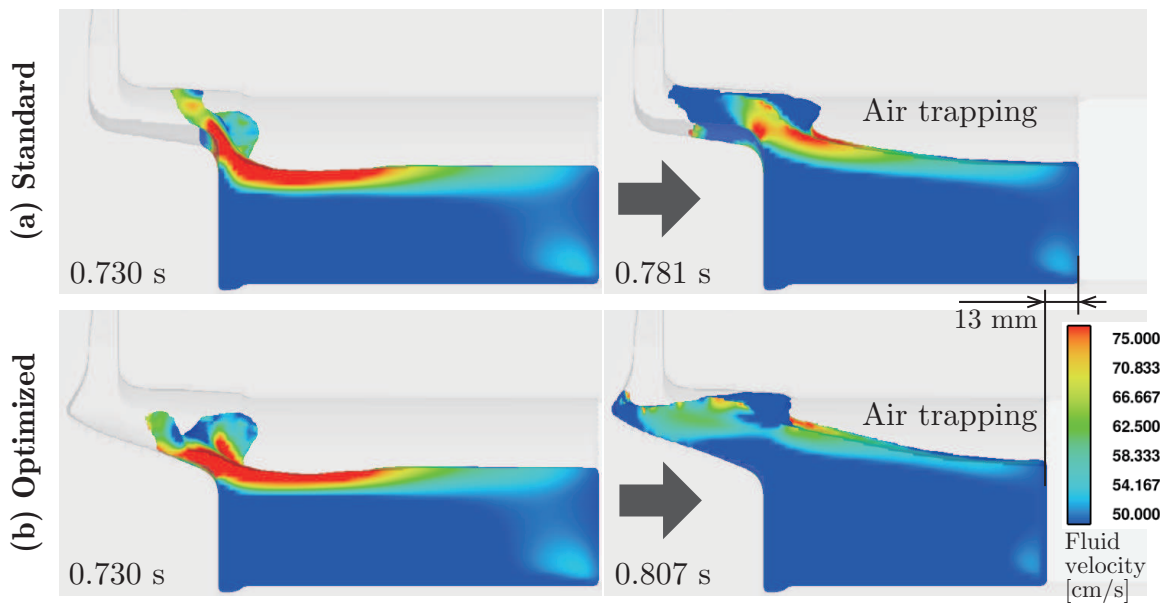
まい, 1.576 sのようにランナーの内壁から剥離するように勢いよく溶湯が上向きに流れていくことで, より多くの空気が閉じ込められてしまうことになる. 一方で (b) の最適形状では, 下側を流れる溶湯が, スプルー前方の突出した部分によって一度後方へ戻されるように流れるため, 上側を流れる溶湯はその影響を受けてより小さい曲率半径で上向きへと流れ込み, 1.596 sのようにほとんど空気閉じ込めを発生させることなく製品部へと溶湯を送ることができると考えられる.

次に, $v_1 = 0.50$ m/sのときの解析結果を Fig. 5.9 に示す. この射出条件では, より早い段階で, 溶湯, スリーブおよびプランジャチップの間に多量の空気閉じ込めが発生しており, これが $v_1 = 0.26$ m/s の条件と比べて, 空気巻き込み欠陥が著しく多く発生した原因である. (a) の標準形状における 0.781 s, および (b) の最適形状における 0.807 s は, それぞれ空気閉じ込めが初めて完全に起こったときの時刻である. 最適形状は標準形状に比べてスプルーの流入口が広いいため, 溶湯が流れ込み始めた 0.730 s のときを比較しても, 流入口に空間的な余裕がある. そのため, 流入口が完全に塞がれるまでにより多くの空気を前方へと排出することができ, 結果的に閉じ込める空気をより少なく押さえることができたのだと推測される.

したがって, 提案手法を用いて導出したスプルーの最適形状は, 標準形状と比べてより空気閉じ込めを発生させにくい優れた形状であり, 製品品質を向上させることが可能であるといえる.

5.4 まとめ

本章では, ダイカストにおける鑄造方案の一つであるスプルーの形状について, 空気巻き込みの低減を目的に最適設計を行った. 空気巻き込みの評価には CFD シミュレー

Fig. 5.8 Simulation results ($v_1 = 0.26$ m/s)Fig. 5.9 Simulation results ($v_1 = 0.50$ m/s)

タを使用し、このときの解析誤差が無視できないものであったため、最適化手法として、前章で提案した、応答曲面を用いることでそのような誤差を補正する手法を採用した。最適化したスプルー形状に対し、実際のダイカストマシンを用いた鋳造実験により、空気巻き込みの低減化効果の検証を行い、従来の標準的なスプルーと比較して優位性があることが示された。

第6章 ボトリング装置における搬送用 運動曲線の最適設計

6.1 はじめに

現在、飲料や薬剤の充填を行うボトリング装置において、運転サイクルの高速化や装置製造コストの削減が望まれている。ボトリング装置とは、液体等のボトル詰めを自動で行う機械のことであり、その工程は、ボトルの洗浄・殺菌、液体の充填、キャップ締め、包装まで一貫して行われる。ボトリング装置において運転能力を向上させるためには、同時に充填するボトル数を増やす方法があげられるが、その分装置が大型化してしまい、コストの増大へと繋がってしまう。そこでコストを上げることなく運転能力を向上させるために、ボトルの搬送速度を高速化する方法が考えられる。しかしながら、充滿した液体を溢流させることなくボトルを高速に移動させる必要があり、高度な液体の制振制御技術が要求される。

ボトリング装置をはじめとするモータ駆動によって繰り返し動作を行う産業用自動機械は、一般的に運動曲線（またはカム曲線）によってその運動が記述される。運動曲線とは、機構の最終出力端の1次元の変位を時間に対する関数として表したものである。機械に適用される運動曲線のうち、カム機構によって実現されるものが本来の意味でのカム曲線であり、これらは従来より、装置に対する負荷や振動などの機械的特性を考慮したものが開発・標準化されている。特に変形台形曲線や変形正弦曲線と呼ばれるカム曲線は、現在でも産業用自動機械などにおいて幅広く使用されており、たいの運動に関する機械力学的な条件はこのようなカム曲線によって満足される。しかしながら、ボトリング装置などにおける液体の搬送を伴う運動に対しては、従来の機械的特性のみを考慮したカム曲線では不十分であり、液体運動を考慮した運動曲線の利用が求められる。

標準的なカム曲線のなかでも正弦曲線と直線をベースに設計された曲線について、複数の設計変数を用いて汎用化したものがユニバーサルカム曲線として定義されている^[72]。また標準的なカム曲線を用いない方法として、林らはユニフォームBスプライン曲線の制御点を設計変数として、自由度を持たせたカム曲線の記述方法を提案し、コンプレックス法を用いて装置の残留振動抑制などの所望の運動学特性を満足するような最適なカム曲線の導出を行なっている^[73,74]。このように、スプライン曲線を用いてカム曲線を設計する方法は比較的多く採用されており、Kimらの研究でも、バネ駆動のカム機構に対し3次スプライン曲線を用いた最適なカム曲線の導出を行い、多項式のカム曲線との比較を行っている^[75]。

一方で、液面制振制御に関する研究は数多くなされており^[76,77]、浜口らは円筒タン

ク内の液面揺動を球面振子型モデルで近似し，入力成形法を用いることで制振搬送制御を行っている [78,79]．しかしながら一般的なボトル形状は，円筒タンクのように単純ではないため，実際のボトリング装置の搬送に対してこれらの手法を適用する事は難しい．このような複雑形状容器の液体流動モデルにはCFDモデルが有効であり，栗山らはCFDシミュレータを援用して，スプーンを用いた液体搬送軌道の最適化を行った [80]．

本章では，間欠搬送式ボトリング装置を対象として，ボトル内の液面振動を低減する最適運動曲線をCFDシミュレータを援用することで導出する．最適化手法には実数値GAを適用する．また運動曲線は，パラメトリック曲線の一つであるスプライン曲線をもとに定義する．本章の最後では，実際に，ボトリング装置試験機を用いて搬送実験を行い，導出した最適搬送曲線の有効性を示す．なお，運動曲線およびカム曲線の詳しい定義については，付録Bを参照のこと．

6.2 ボトリング装置

6.2.1 実験装置

本研究で対象とする装置は，飲料や液体調味料のボトル充填，キャッピング等を行う小型のボトリング装置である．Fig. 6.1に装置写真を，Fig. 6.2にその模式図を示す．本装置は間欠搬送式のボトリング装置であり，間欠搬送式とは，駆動と停止を交互に繰り返しながらボトルの搬送を行う方式である．

ボトリングの工程としては，まず，Fig. 6.2において左手下側のベルトコンベアによって搬送されてくる空のボトルを回転ホイールのポケットに収め，円軌道上を反時計回りに間欠搬送させる．ボトルの回転半径は $R_w = 0.45$ m であり，また回転ホイー

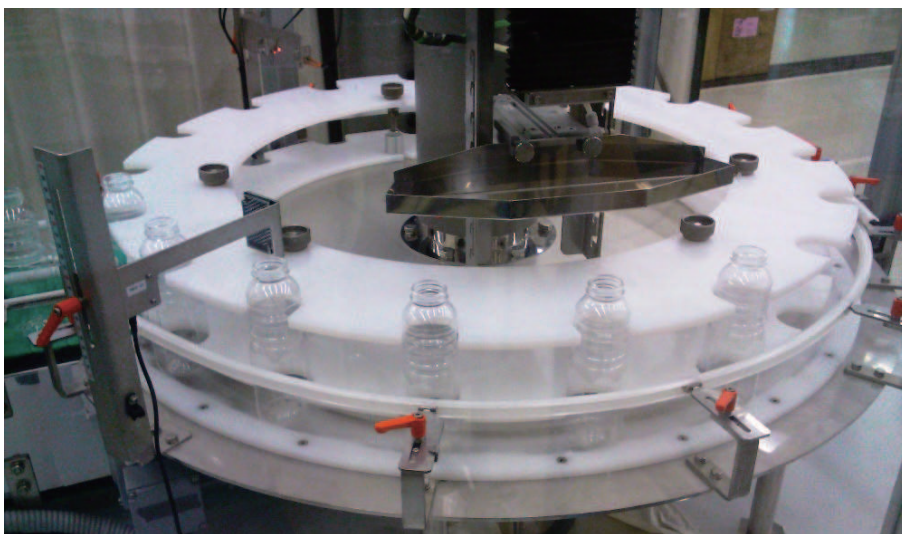


Fig. 6.1 Intermittent conveyance bottling machine

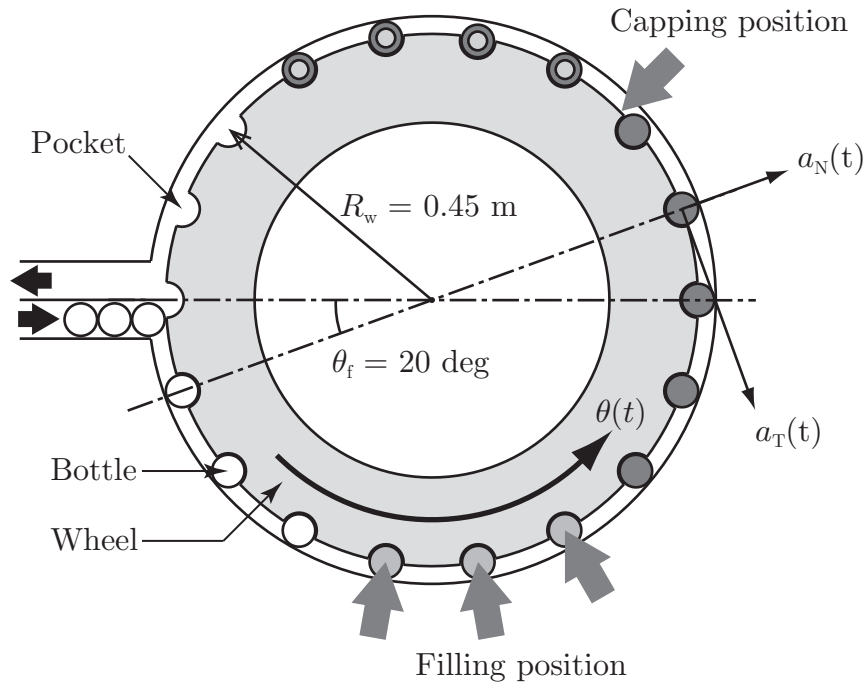


Fig. 6.2 Schematic drawing of the intermittent conveyance bottling machine

ル上のボトルポケットが18個であるため、1回の間欠サイクルにおける回転角は、 $\theta_f = 20 \text{ deg} \approx 0.35 \text{ rad}$ である。充填位置に達したボトルは、回転ホイールと連動する充填機によって、3本同時に3サイクルかけて液体の充填が行われる。充填されたボトルはそのままキャッピング位置まで間欠搬送され、停止時に1本ずつキャッピングが行われる。本装置では、このキャッピングの際にボトルを完全に静止させる必要があるため、このような間欠搬送を行う必要がある。液体充填およびキャッピングが行われたボトルは、最終的に左上側のベルトコンベアによって排出されていく。

本装置における1サイクルあたりの回転ホイールの運動曲線はFig. 6.3のようになる。この図において、 $\theta(t)$ は実際に動作する回転ホイールの運動曲線であり、 $\theta_{\text{ref}}(t)$ は装置へ与える指令運動曲線を表す。両者の関係は1次遅れの伝達関数を用いて、

$$\mathcal{L}[\theta(t)] = \frac{1}{T_m s + 1} \mathcal{L}[\theta_{\text{ref}}(t)] \quad (6.1)$$

と表される。ここで T_m は時定数であり、予備実験によるパラメータ同定によって $T_m = 0.020 \text{ s}$ であることがわかっている。

Fig. 6.3では、搬送開始時刻を0としており、 t_f はそのときの搬送終了時刻または搬送時間であり、 t_c は次の搬送開始時刻、すなわち1回の間欠サイクルに要する時間である。このとき、搬送時の運動曲線に対して無次元化カム曲線 $S(T)$ （付録B.2参照）を用いることで、指令運動曲線 $\theta_{\text{ref}}(t)$ は次式で表される。

$$\theta_{\text{ref}}(t) = \begin{cases} \theta_f \cdot S\left(\frac{t}{t_f}\right) & (0 \leq t < t_f) \\ \theta_f & (t_f \leq t \leq t_c) \end{cases} \quad (6.2)$$

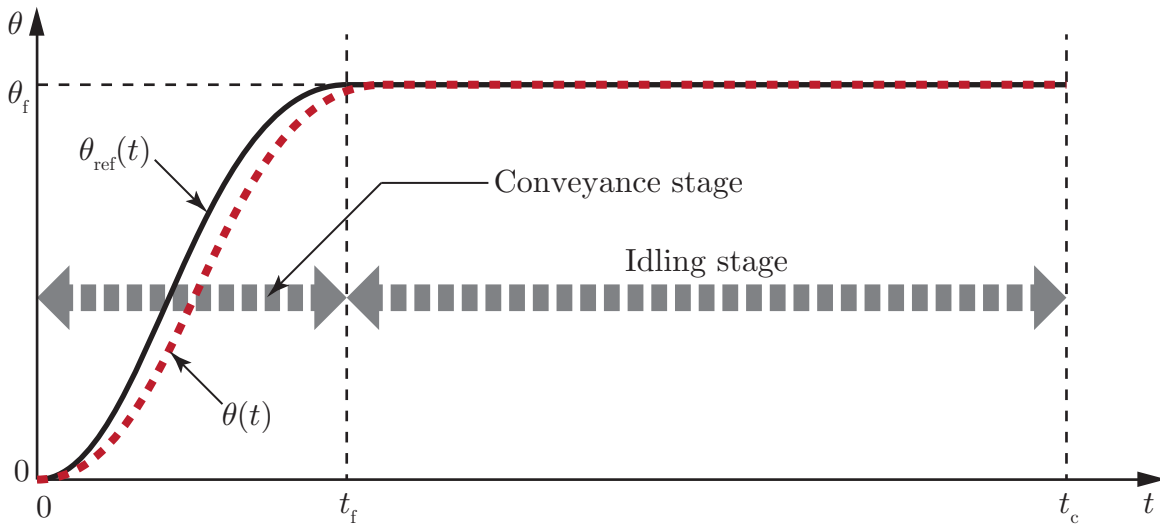


Fig. 6.3 Motion curve for the intermittent conveyance bottling machine

ここで、 $t/t_f = T$ である。なお、装置の仕様として、 $S(T)$ は単調増加関数である必要がある。また、 t_f および t_c の関係は、 $t_f = 0.3t_c$ として定義されている。

ボトリング装置の運転速度は、1分間あたりに製造可能なボトル詰め製品の本数として数値化することができ、この単位をbpm (bottles per minute)とする。本装置において N [bpm]で運転を行った場合、サイクル時間は $t_c = 60/N$ [s]として計算できる。

対象ボトル 本装置で使用するボトルをFig. 6.5に示す。本ボトルは高さ169.1 mm、底部の直径58.7 mmのペットボトルであり、液体の容量は標準で305 mlである。このときのボトル上端から液面までの深さ（空寸）は20 mmである。

6.2.2 ボトル搬送の力学

ボトルが円軌道上を運動曲線 $\theta(t)$ によって搬送されるとき、ボトル内中心の液体にかかるボトルに対する相対加速度は、次式に示す接線方向の加速度 $a_T(t)$ 、法線方向の遠心加速度 $a_N(t)$ 、および鉛直下向きの重力加速度 $a_G = 9.81 \text{ m/s}^2$ である。

$$a_T(t) = R_w \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = R_w \alpha(t) \quad (6.3)$$

$$a_N(t) = R_w \left(\frac{d\theta(t)}{dt} \right)^2 = R_w \omega(t)^2 \quad (6.4)$$

ここで、 $\omega(t)$ は回転ホイールの角速度、 $\alpha(t)$ は角加速度である。定常的な $a_N(t)$ および $a_T(t)$ の大きさは液面の傾きに直接影響を与えるため、これらを決定する $\omega(t)$ の最大値および $\alpha(t)$ の絶対値の最大値を考慮して $\theta(t)$ を決める必要がある。また、 $a_N(t)$ および $a_T(t)$ の急激な変化も液面の挙動に大きく影響するため、角加速度の時間微分である角躍度も考慮しなければならない。

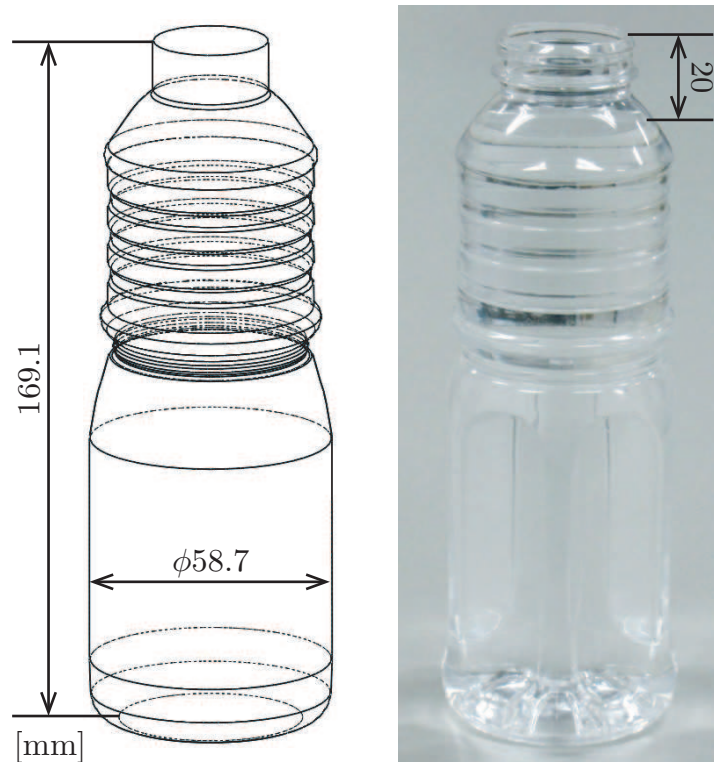


Fig. 6.4 Bottle used in the intermittent conveyance bottling machine

6.3 スプライン曲線を用いた運動曲線生成法

運動曲線は最適化の観点から、少ない変数でより高自由度な曲線を表現できるように定義されることが望ましい。そこで本節では3.3.2節で述べたスプライン曲線を用いて指令運動曲線 $\theta_{\text{ref}}(t)$ を定義する。ただし、指令運動曲線ならびにカム曲線は単調増加関数である必要があることから、運動曲線の時間微分である速度曲線をスプライン曲線で定義し、これを積分することで運動曲線とする。

カム曲線生成の際の暫定的な速度カム曲線 $\hat{V}(T)$ を、始点 $(0, 0)^T$ 、終点 $(1, 0)^T$ および n 個の制御点 $\mathbf{p}_i = (p_{ti}, p_{vi})^T$ を補間し、かつ両端点における傾きが0である3次の完全スプライン曲線として、式(3.16)と同様に定義する。この $\hat{V}(T)$ を積分し、0から1までの定積分で割ることで次式のようなカム曲線 $S(T)$ を得る。

$$S(T) = \frac{\int \hat{V}(T) dT}{\int_0^1 \hat{V}(T) dT} \quad (6.5)$$

$\hat{V}(T)$ は、始点および終点においてそれぞれ $\hat{V}(0) = 0$ 、 $\hat{V}(1) = 0$ であり、さらに両端点における傾きが0であるため、カム曲線 $S(T)$ は式(B.9)の条件を満たし、両停留曲線となる。最終的に、式(6.2)に $S(T)$ を適用することで、指令運動曲線 $\theta_{\text{ref}}(t)$ が得られる。

制御点 \mathbf{p}_i ($i = 1, \dots, n$) について, T 座標である p_{ti} は, 式 (3.15) と同様に, 大小関係を有する下記の制約条件を持つ.

$$0 < p_{t1} < \dots < p_{tn} < 1 \quad (6.6)$$

ここで, 各変数 p_{ti} は, その上下限値が他の変数の値によって変動するため, 最適化としては扱いが複雑化してしまう. そこで, 新しい変数 q_i ($i = 1, \dots, n$) に対し, 付録 C.3 に示す式 (C.28) に従って, 次式の変数変換を行うことで, p_{ti} を得ることを考える.

$$\begin{aligned} p_{ti} &= \prod_{k=i}^n q_k^{\frac{1}{k}} \\ &= \begin{cases} q_i^{\frac{1}{i}} p_{ti+1} & (i = 1, \dots, n-1) \\ q_i^{\frac{1}{i}} & (i = n) \end{cases} \end{aligned} \quad (6.7)$$

ここで q_i の制約条件は,

$$0 < q_i < 1 \quad (i = 1, \dots, n) \quad (6.8)$$

である. これは結局, 式 (6.8) の範囲で各 q_i を一様乱数として選んだ場合に, 式 (6.7) によって変換された各 p_{ti} は, 式 (6.6) の制約条件を満たしながら一様に分布することを意味する.

一方で, 制御点の \hat{V} 座標である変数 p_{vi} について, 次式のように制約条件を定める.

$$0 \leq p_{vi} \leq 1 \quad (i = 1, \dots, n) \quad (6.9)$$

ここで, 指令運動曲線 $\theta_{\text{ref}}(t)$ は, 前述したように単調増加関数である必要があり, これは,

$$\hat{V}(T) \geq 0 \quad (0 \leq T \leq 1) \quad (6.10)$$

が常に成り立つことと等価である. したがって, 式 (6.9) が表す p_{vi} の下限側の制約は, 式 (6.10) の条件を満たすための必要条件となっている. しかしながら, 逆をいえば, すべての p_{vi} を 0 以上として選んだとしても, スプライン曲線の性質上, $\hat{V}(T)$ がすべての区間において 0 以上になるとは限らない. よって, $\theta_{\text{ref}}(t)$ を単調増加関数に限定するために, 式 (6.10) とほぼ同義の次式を定める.

$$\min_{0 \leq t \leq t_c} \frac{d}{dt} \theta_{\text{ref}}(t) \geq 0 \quad (6.11)$$

最終的に, 指令運動曲線 $\theta_{\text{ref}}(t)$ の設計変数は,

$$\mathbf{x} = (q_1, \dots, q_n, p_{v1}, \dots, p_{vn}) \quad (6.12)$$

として定義される. ここで n は, 運動曲線の自由度を定義するためのパラメータとなる.

6.4 搬送用運動曲線の最適設計

本節では、前述の間欠搬送式ボトリング装置における運転速度 40 bpm での搬送を対象とし、運動曲線の最適化を行う。なお、運転速度 40 bpm の場合、間欠サイクル時間は $t_c = 1.5$ s、搬送時間は $t_f = 0.45$ s である。

6.4.1 最適化問題の定式化

設計モデル

搬送用運動曲線 $\theta_{\text{ref}}(t)$ の設計モデルは、前節で述べた運動曲線生成法をもとに定義する。したがって設計変数は、式 (6.12) における \mathbf{x} となり、ここで n は、運動曲線を比較的自由度高く生成可能なように $n = 4$ とする。つまり、 $\mathbf{x} = (q_1, q_2, q_3, q_4, p_{v1}, p_{v2}, p_{v3}, p_{v4})$ であり、設計変数ベクトルの次元数は 8 となる。

$\theta_{\text{ref}}(t)$ は、この設計変数 \mathbf{x} をもとに、式 (6.7), (3.16), (6.5), (6.2) を順次計算することで導かれる。

CFD シミュレータ

最適化において、ボトル内液体挙動の解析を行うために CFD シミュレータを構築する。CFD シミュレータにおける解析領域であるメッシュブロックは、解析時間短縮のためにボトル上部のみを範囲とし、Fig. 6.5 に示すように設定する。また、このときの設定パラメータを Table 6.1 に示す。使用する液体（流体）は、Table 6.2 の物性値を持った 20°C の水とし、表面張力および粘性を考慮する。なお液体量は、ボトル上端から下方 20 mm の部分が液位となるよう設定する。ボトルの搬送は、ボトルおよびメッシュブロックは固定としたまま、非慣性系モデルによりシミュレータ空間上の Z 軸に平行な直線 $(X, Y) = (-0.45, 0)$ m まわりに仮想的な角加速度 $\alpha(t)$ を与えることで実現する。さらに Z 軸方向に -9.81 m/s² の重力加速度を設定する。なお、この $\alpha(t)$ は、指令運動曲線 $\theta_{\text{ref}}(t)$ をもとに、式 (6.1) によって $\theta(t)$ を求め、これをさらに時間で二階微分することによって得られる。

Table 6.1 Mesh parameters for the simulation

Direction	Cell size [mm]	Number of cells
X	1	54
Y	1	54
Z	1–2	52
Total	–	151,632

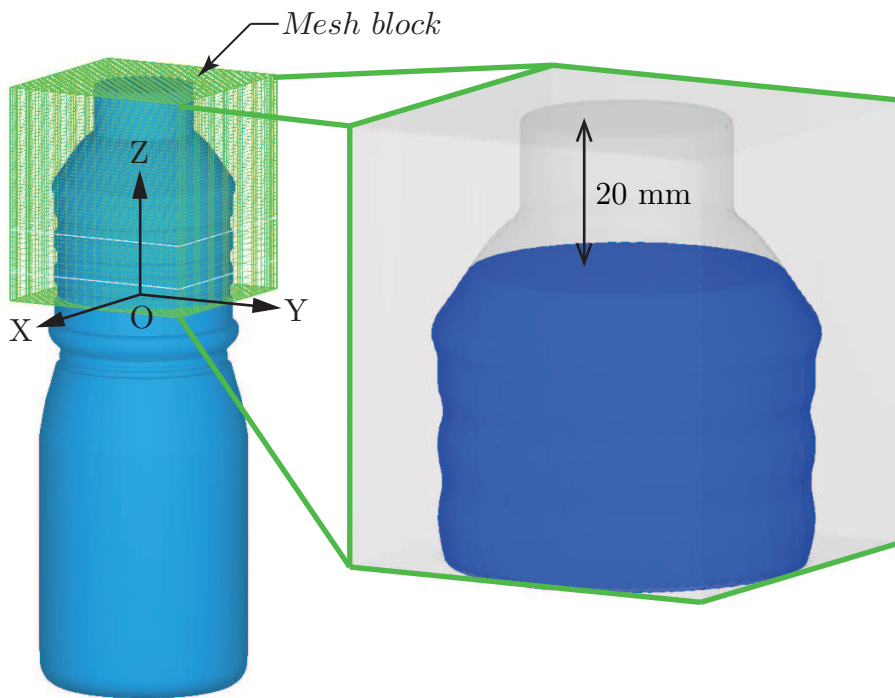


Fig. 6.5 Mesh setting for CFD simulation and a rendering image

Table 6.2 Fluid properties of water at 20°C

Density	1000 kg/m ³
Viscosity	0.001 Pa · s
Surface tension coefficient	0.073 N/m
Contact angle	90 deg

目的関数

最適化における目的関数は、ボトル内の液面振動を評価する関数として定義する。具体的には、CFDシミュレータから得られる時刻ごとの初期液位に対する最大液位 $h_{\max}(t)$ をもとに、式(6.13)に示す搬送後の残留振動における最大液位 J として定義する。

$$J = \max_{t_f + t_{\text{ext}} \leq t \leq t_c} h_{\max}(t) \quad (6.13)$$

$$h_{\max}(t) = \max_{X,Y} h(X, Y, Z, t) \quad (6.14)$$

ここで、 $h(X, Y, Z, t)$ は、位置 (X, Y, Z) および時刻 t における、表面張力を考慮した場合の最大初期液位に対する相対液位である。 X, Y, t が同じ値であれば Z の値に関係なく h は同一の値をとる。また t_{ext} は、搬送終了直後から定常的な残留振動へと移行するまでの猶予を与える追加時間であり、 $t_{\text{ext}} = 0.15$ s と設定した。

Table 6.3 Optimization parameters for the real-coded GA

Number of individuals	500
Population size	20
Number of elite individuals	19
Selection method	Roulette wheel selection
Crossover method	BLX- α ($\alpha = 0.2$)

最適化問題

以上の定義をもとに、最適化問題として次式のように定式化する。

$$\text{minimize } J(\mathbf{x}) \quad (6.15a)$$

$$\text{subject to } \mathbf{x} \in (0, 1)^8 \quad (6.15b)$$

$$\min_{0 \leq t \leq t_c} \omega(t) \geq 0 \text{ rad/s} \quad (6.15c)$$

$$\max_{0 \leq t \leq t_c} |\alpha(t)| \leq 12 \text{ rad/s}^2 \quad (6.15d)$$

$$\max_{0 \leq t \leq t_c} |j(t)| \leq 300 \text{ rad/s}^3 \quad (6.15e)$$

ここで、 $\omega(t)$ 、 $\alpha(t)$ 、 $j(t)$ は、それぞれ運動曲線 $\theta(t)$ の時間に関する一階、二階、三階導関数である。また、制約条件である式 (6.15c) は、 $\theta(t)$ を単調増加関数とするための条件である。さらに、式 (6.15d) および式 (6.15e) は、角加速度曲線 $\alpha(t)$ および角躍度曲線 $j(t)$ が過度な値となる曲線が生成されないように、それらの絶対値の最大値に制限を設けたものである。なお、これらの上限値は、概ね変形正弦曲線のそれらを基準に設定した。

最適化手法には実数値 GA を用いる。このときのアルゴリズムのパラメータを Table 6.3 に示す。総解析個体数は 500 とし、これをアルゴリズムの終了条件とする。

6.4.2 最適化結果

最適化に要した時間は、Intel Core2 Quad プロセッサ (2.83GHz) 搭載コンピュータを用いて、約 250 時間であった。導出された最適解 \mathbf{x}_{opt} を Table 6.4 に示す。また、この最適解から変換されるカム曲線および比較対象の変形正弦曲線を Fig. 6.6 に、式 (6.14) によって計算されるそれぞれの時間ごとの最大液位の波形を Fig. 6.7 に示す。また、そのときのシミュレーションにおける液体挙動を Fig. 6.8 に示す。

式 (6.13) によって計算される評価値 J [mm] は、最適運動曲線が 1.0、変形正弦曲線が 5.2 となった。Fig. 6.6 より、最適運動曲線は V 、 A 、 J のいずれの最大値も変形正弦曲線よりやや大きいことがわかる。そのため、Fig. 6.7 に示されるように、シミュレーションにおいては、 $t = 0.45$ s までの搬送が行われている間は最適運動曲線の方が液面

振動の振幅が大きくなってしまっている．しかしながら搬送終了後は残留振動がほとんどなく，良好な結果が得られている．

Table 6.4 Optimum solution $\boldsymbol{x}_{\text{opt}}$

i	1	2	3	4
q_i	0.6174	0.5629	0.1854	0.1632
(p_{vi})	(0.1679)	(0.2719)	(0.3624)	(0.6356)
p_{vi}	0.3698	0.5798	0.8152	0.5269

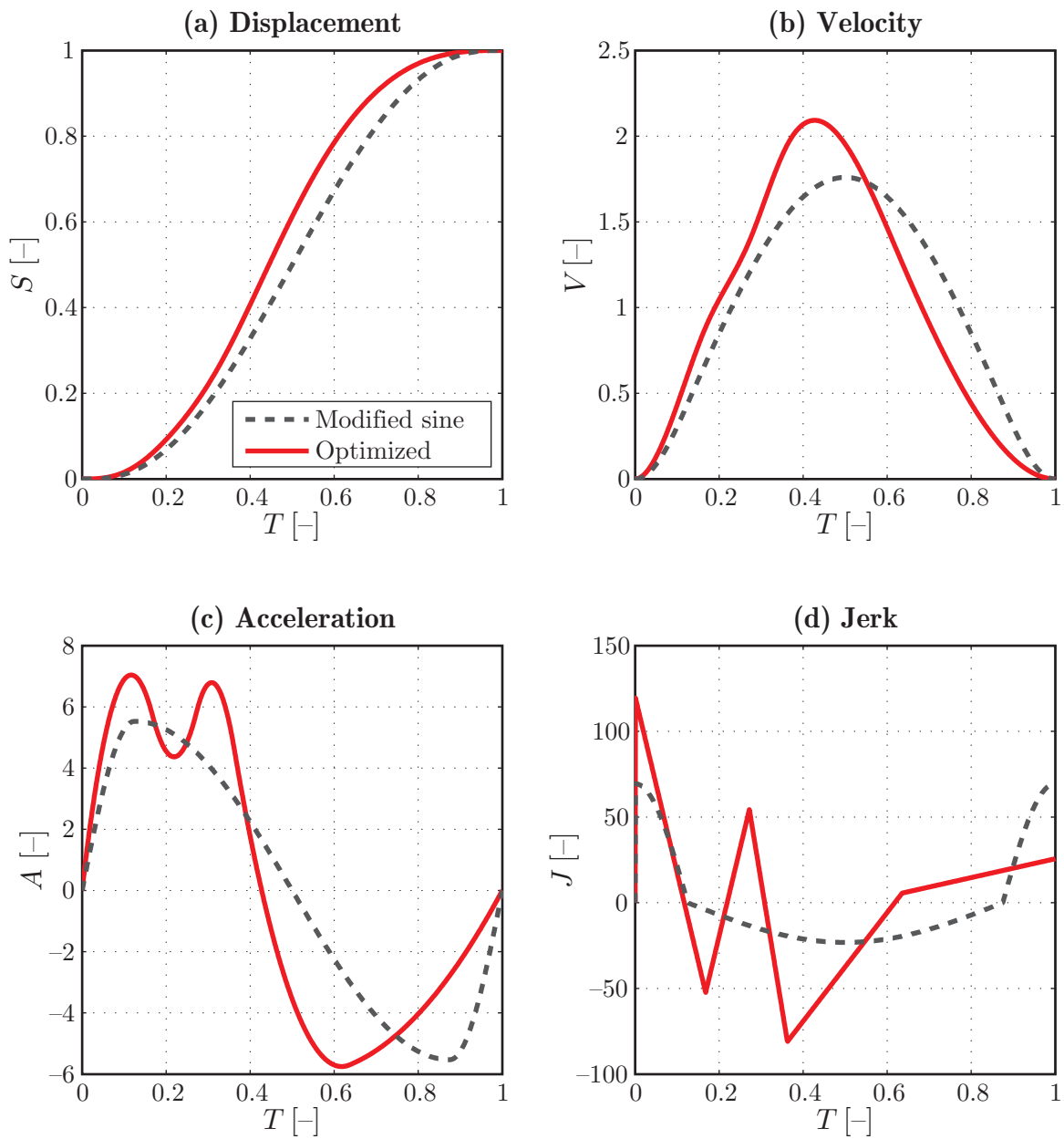


Fig. 6.6 Broadly-defined cam curves of the modified sine and the optimized motion curve

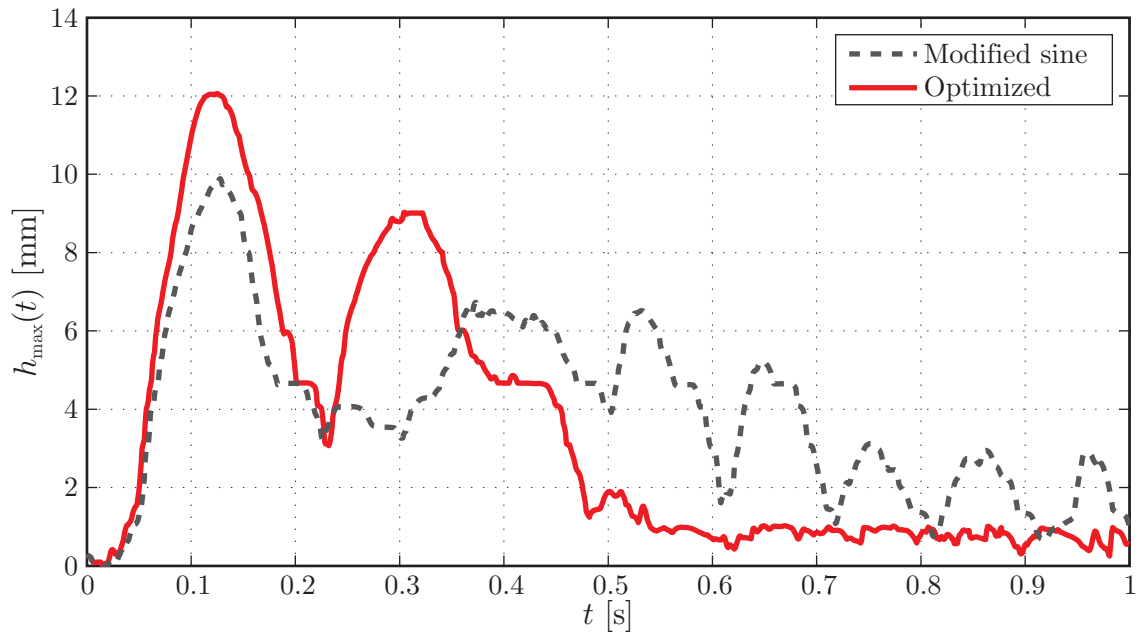


Fig. 6.7 Maximum liquid level waveforms for the modified sine and the optimized motion curve

6.5 搬送実験

導出された最適運動曲線および比較のための変形正弦曲線を間欠搬送式ボトリング装置に適用し、搬送実験を行った。変形正弦曲線および最適運動曲線での搬送結果の比較を Fig. 6.9 に示す。

Fig. 6.9 の実験結果および Fig. 6.8 のシミュレーション結果におけるボトル内の液体挙動は概ね一致しており、実現象をほぼ正確に表現可能なシミュレーションが行えたといえる。実験結果において、(b) の最適運動曲線による搬送は、(a) の変形正弦曲線のものと比較して、良好に残留振動を低減できていることがわかる。しかしながら、搬送時における液面振動がシミュレーションと同様に変形正弦曲線よりも大きくなっており、ボトルからの溢流を防ぐという意味では完全な運動曲線であるとは言い難い。したがって、搬送時における液面振動の大きさも明示的に評価に加え、最適化を行う必要があると考えられる。

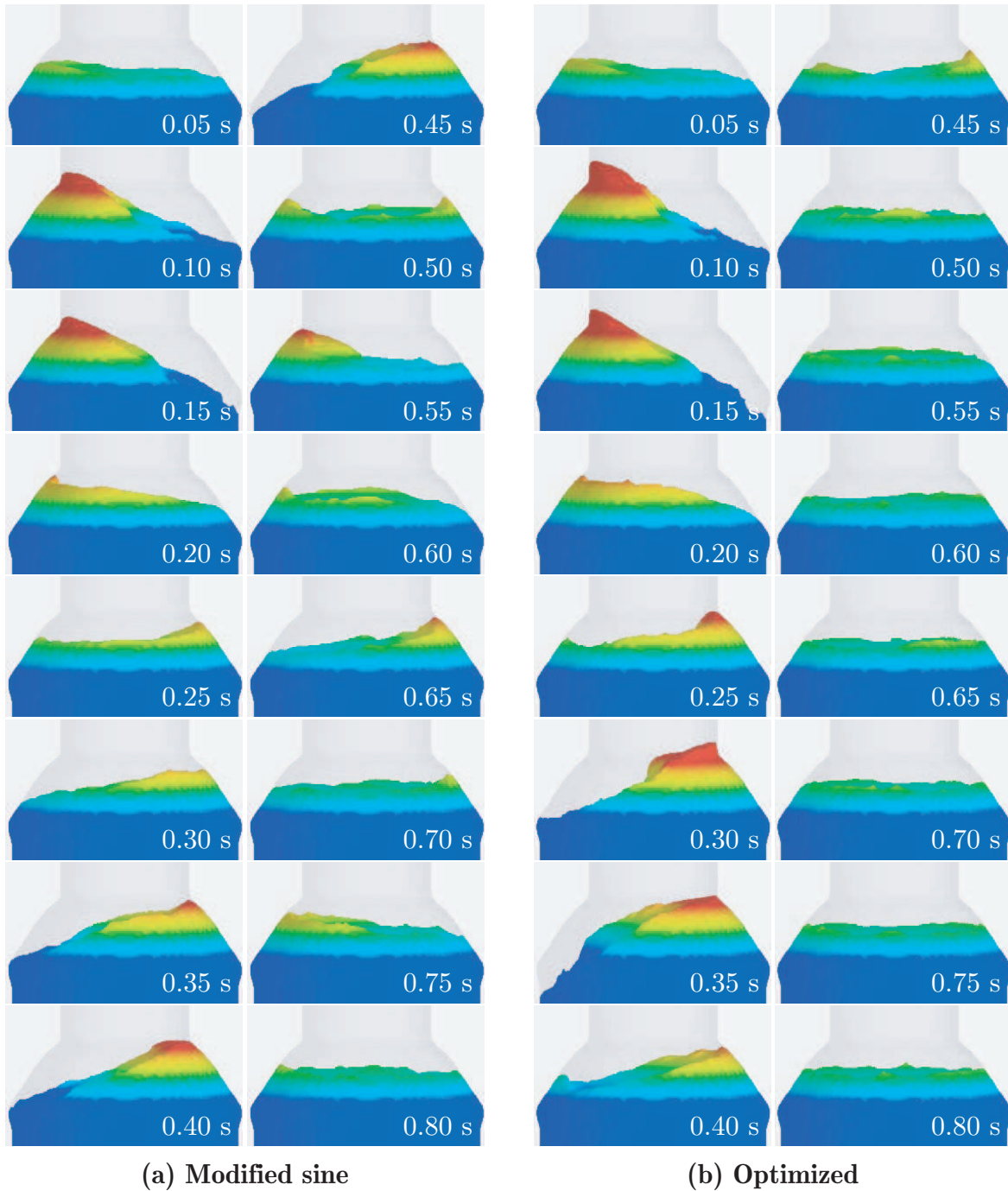


Fig. 6.8 Simulation results of the conveyance using the modified sine and the optimized motion curve

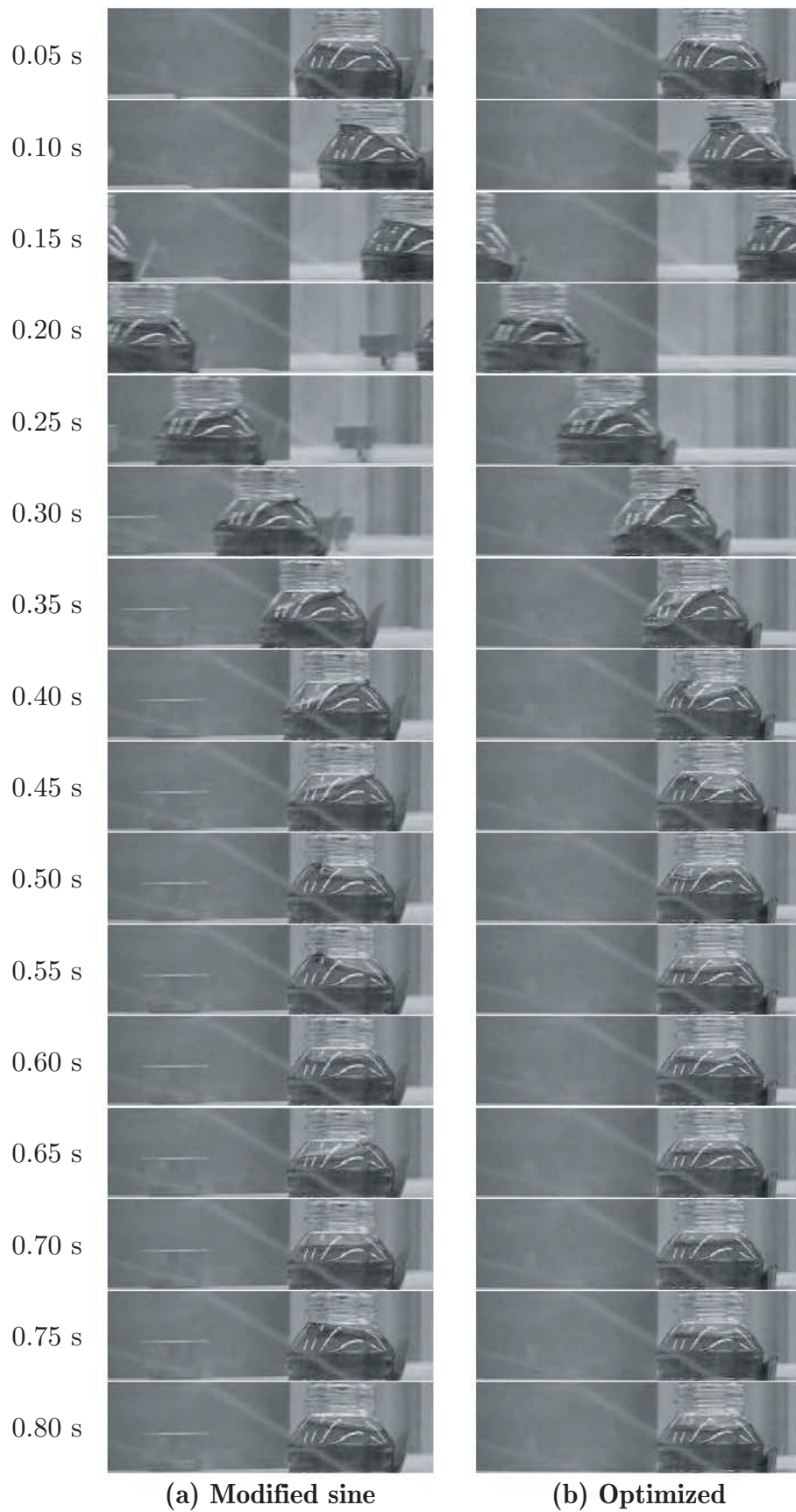


Fig. 6.9 Experimental results of the conveyance using the modified sine and the optimized motion curve

6.6 まとめ

本章では，間欠搬送式ボトリング装置における搬送終了後の液面残留振動が最小となる最適運動曲線を，CFDシミュレータを援用することで導出した．このとき運動曲線は，パラメトリック曲線の一つである3次スプライン曲線をもとに定義し，また最適化にはパラメトリック手法である実数値GAを用いた．導出された最適運動曲線はシミュレーションおよび実際の搬送実験において，搬送後の残留振動を良好に抑制できることが確認された．しかしながら，最適運動曲線は搬送時における液面振動を増大させてしまうという短所も見られ，搬送時および搬送後の双方の振動を抑制する必要があるという課題が残る．

第II部

ノンパラメトリック法

第7章 ノンパラメトリック形状最適化法の提案

7.1 はじめに

第I部における形状最適化では、対象の形状を一つないしは複数のパラメトリック曲線を用いて定義し、さらにそれらのパラメトリック曲線を実数値ベクトルによって定義することで、パラメトリックに最適化を行ってきた。このように、パラメトリックな問題に落とし込むことで、GAをはじめとするこれまでに提案・確立されてきたさまざまな最適化手法を適用することが可能となる。しかしながら、本来、ノンパラメトリックな問題であるはずの形状最適化問題を、パラメトリックな問題へと簡略化することは、最適化における効率性の低下を招きかねない。つまり、本来の解空間が形状の集合であるのに対し、最適化としての探索空間は実数値ベクトル空間となり、この両者の空間の関係性が低くなるほど最適化としての効率性が低下すると考えられる。また、もとの形状空間に対し簡略化後の実数値ベクトル空間は、空間の次元や規模が相当に減少してしまうという問題もある。すなわち、探索空間である実数値ベクトル空間は、もとの解空間である形状空間のごく一部であるということである。これはある意味では、問題をわかりやすく、また扱いやすくするという側面もあり、場合によってはむしろ好ましい形でもある。その一方で、実数値ベクトル空間の範囲で最適化を行い求められた解は、一応は最適解であるものの、もとの形状空間全体で見ればそれほど優れた解でもなく、大抵はその実数値ベクトル空間の外にさらに優れた解が存在することになる。これは、実数値ベクトルによる形状の表現方法を選択することの難しさを表しており、形状空間全体の厳密最適解を実数値ベクトル空間でも包括するように形状表現を定義できれば、そのような厳密最適解を求めることが可能になるが、現実問題では、もとの解空間がブラックボックスであるため、それはほとんど不可能である。

このような、解空間と探索空間の差異に起因する最適設計問題の難しさを解決する最も単純な方法は、解空間と探索空間を同一あるいはほとんど類似のものにしてしまうことである。つまり、形状最適化問題においては、実数値ベクトルを用いずに、形状空間をそのまま探索してしまえば良い。言い換えれば、ノンパラメトリックな最適化問題であれば、わざわざパラメトリックな問題に帰着させることなく、そのままノンパラメトリックな手法によって最適化すれば良いということである。

そこで本章では、GAに基づく新しいノンパラメトリックな形状最適化法を提案する。GAはこれまでも述べてきたとおり、非常に汎用性の高い最適化手法であり、個体の表現方法（すなわち遺伝子型）とそれに応じた交叉（および突然変異）の各方法さえ定義できれば、基本的にはどのような最適化問題にも適用することができる。こ

れは形状最適化問題などのノンパラメトリックな問題に対しても例外ではなく、本提案手法では、個体の遺伝子型をパラメトリック曲線として定義し、交叉もパラメトリック曲線に対し直接適用可能な演算とすることでこれを実現する。

本章ではまず、提案するノンパラメトリック形状最適化法について、個体表現および交叉の数学的な定義を行い、それに関連する性質やその導出などを述べる。その後、この最適化法をコンピュータプログラミングにおいて記述する方法を説明する。

7.2 個体表現

本提案手法では、一つの個体を、一つのパラメトリック曲線、ないしは複数のパラメトリック曲線の組として記述する。なお、パラメトリック曲線の「パラメトリック」は、3.2.1節でも述べたとおり、あくまでも曲線がパラメータ形式の表現であることを意味するものであり、一方で最適化法自体は、曲線形状の定義に有限個の実数値パラメータなどは使用しないことから、「ノンパラメトリック」な手法であるといえる。以下に、設計問題として扱う形状の種類別に個体の具体的な記述方法について説明する。

一価曲線 4.6節における降下曲線や、第6章における運動曲線などの一価曲線を扱う場合には、式(3.9)における関数 $S(t)$ として個体を記述する。ここで、パラメータ t は正規化されているものとし、定義域は $[0, 1]$ とする。複数の個体を区別する場合には、 $S_1(t)$, $S_a(t)$ などのように下付き文字の違いにより表現する。

平面曲線 物体が平面上を運動する際の経路や、幾何学的形状の一部の輪郭などを最適化する場合には、個体を式(3.7)のベクトル関数 $\mathbf{S}(t)$ として記述する。一価曲線の場合と同じくパラメータ t は正規化されているものとし、定義域は $[0, 1]$ である。また、複数の個体を区別する場合には、 $\mathbf{S}_1(t)$, $\mathbf{S}_a(t)$ などのように下付き文字の違いにより表現する。

複雑形状および3次元形状 平面上の比較的複雑な幾何学形状は、輪郭部分を複数の平面曲線を用いることで表現することができる。また、第5章におけるダイカストのスプルー形状などのような3次元形状も、フレーム部分を複数の平面曲線を用いて構成することで、表現することができる。したがって、このような形状が m 個の平面曲線 $\mathbf{S}^i(t)$ ($i = 1, \dots, m$) から構成される場合に、この形状を表す個体を行列関数として、

$$\boldsymbol{\sigma}(t) = \left(\mathbf{S}^1(t), \dots, \mathbf{S}^m(t) \right) = \begin{pmatrix} S_x^1(t) & \cdots & S_x^m(t) \\ S_y^1(t) & \cdots & S_y^m(t) \end{pmatrix} \quad (7.1)$$

と記述する。複数の個体を区別する場合には、一価曲線や平面曲線の場合と同じく、 $\boldsymbol{\sigma}_1(t)$, $\boldsymbol{\sigma}_a(t)$ などのように下付き文字の違いにより表現する。また、例えば $\boldsymbol{\sigma}_a(t)$ の場

合には、式(7.1)は、

$$\sigma_a(t) = (\mathbf{S}_a^1(t), \dots, \mathbf{S}_a^m(t)) = \begin{pmatrix} S_{xa}^1(t) & \cdots & S_{xa}^m(t) \\ S_{ya}^1(t) & \cdots & S_{ya}^m(t) \end{pmatrix} \quad (7.2)$$

と表現される。

以上より、本手法で扱う個体はすべて一価関数をもとに構成されており、それが単数であるスカラーか、あるいは複数となるベクトルまたは行列の形式であるかの違いとなる。

7.3 交叉

提案手法における交叉は、二つの親個体によってなされるものとする。本手法の基本的な概念は、親個体の対応する曲線同士の線形結合によって子個体を生成するというものであり、その最も単純な形が次式である。

$$S_c(t) = (1 - r)S_p(t) + rS_q(t) \quad (7.3)$$

ここで、 $S_p(t)$ 、 $S_q(t)$ および $S_c(t)$ は、二つの親個体およびその子個体を構成する曲線のうち対応するそれぞれ一つの曲線を表す。また r (および $1 - r$) は線形結合の際の重み係数であり、ランダムな実数値である。式(7.3)において、 $r = 0$ であれば、子曲線 $S_c(t)$ は親曲線 $S_p(t)$ と一致し、また $r = 1$ であれば、子曲線 $S_c(t)$ はもう一方の親曲線 $S_q(t)$ と一致する。さらに、 $r = 0.5$ の場合、子曲線 $S_c(t)$ は二つの親曲線のちょうど中間的な形状となる。したがって、この交叉法では、交叉の際にパラメータ r を、0.5 を中心としてランダムに決定することで、二つの親個体の幾何学的な特徴をうまく遺伝させた子個体を生成することができる。ただし、式(7.3)の交叉法では、実際の最適化において複数回交叉を繰り返したところで、生成される個体はすべて初期個体の単なる線形結合となるだけである。したがって、この場合、線形結合の各重み係数を設計変数と見なすことで、結局は従来と同じパラメトリックな最適化法となってしまう。

そこで提案する交叉法では、この重み係数 r に相当する部分を、パラメータ t の1次関数とすることで、ノンパラメトリックな最適化を実現する。つまり、曲線を結合する際の重み係数を1次関数とすることにより、このような交叉を繰り返し適用した場合には、実質的な重みがより高次の関数となり、一定個数のパラメータとしては扱うことのできないノンパラメトリックなものとなる。なお本論文では、このときの1次関数を交叉関数と呼ぶこととする。

以下では、この交叉関数、および曲線の種類や幾何学的制約条件ごとのそれぞれの交叉法について説明する。

7.3.1 交叉関数

提案手法では、次式の**交叉関数** (crossover function) $F(t)$ を用いて交叉が定義される.

$$F(t; r_0, r_1) = r_0(1 - t) + r_1 t \quad (t \in [0, 1]) \quad (7.4)$$

ここで、 r_0 および r_1 は、 $F(t)$ の形状を決定する実数値パラメータである. 本論文ではこれらを**交叉パラメータ** (crossover parameter) と呼ぶ. 上式において、 $t = 0$ のとき、 $F(t) = r_0$ 、また $t = 1$ のとき、 $F(t) = r_1$ となることから、 r_0 は曲線の始点側の、また r_1 は曲線の終点側の交叉をそれぞれ制御するパラメータであるといえる. 特に断りがなければ、 r_0 および r_1 は互いに独立な、平均 0.5、標準偏差 σ の正規分布に従う正規乱数によって決定されるものとする. 標準偏差 σ は対象の最適化問題に応じて設定するパラメータであり、標準では $\sigma = 1$ とする.

7.3.2 一価曲線の交叉

一価曲線の交叉は次のように定義される. なお本論文では、一価曲線に関しては、始点および終点が可変ではなく、一定となる場合のみを扱うこととする.

交叉法 1 (一価曲線の交叉法)

二つの親個体である一価曲線を $S_p(t)$ および $S_q(t)$ とすると、交叉によって生成される曲線 $S_c(t)$ は、交叉関数 $F(t)$ を用いて、

$$S_c(t) = (1 - F(t))S_p(t) + F(t)S_q(t) \quad (7.5)$$

と定義される. ただし、親曲線 $S_p(t)$ および $S_q(t)$ の始点および終点の位置はそれぞれ同一であるとする. すなわち、 $S_p(0) = S_q(0)$ 、 $S_p(1) = S_q(1)$ である.

交叉法 1 では、交叉関数 $F(t)$ における交叉パラメータ r_0 および r_1 について、 $r_0 = r_1 = r$ であれば、式 (7.5) は式 (7.3) と等しくなる. したがって、 $(r_0, r_1) = (0, 0)$ であれば生成される子曲線 $S_c(t)$ は親曲線 $S_p(t)$ と一致し、 $(r_0, r_1) = (1, 1)$ であれば $S_c(t)$ はもう一方の親曲線 $S_q(t)$ と一致する. また、 $(r_0, r_1) = (0.5, 0.5)$ の場合は、 $S_c(t)$ は $S_p(t)$ および $S_q(t)$ のちょうど中間的な形状となる. その他の子曲線の例を Fig. 7.1 に示す.

交叉法 1 の性質 1 (端点位置の保存) 親曲線 $S_p(t)$ および $S_q(t)$ の始点および終点の位置がそれぞれ同一であるとき、生成される子曲線 $S_c(t)$ の始点および終点の位置もそれぞれ親個体のそれらと同一である.

Proof. まず始点位置の保存性については、 $S_p(t)$ および $S_q(t)$ の共通の始点を p_0 とおくと、式 (7.5) において $t = 0$ とし、 $S_p(0) = S_q(0) = p_0$ を代入することで、容易に $S_c(0) = p_0$ が得られる. また、終点位置の保存性についても同様に、両親曲線の共通の終点を p_1 とし、式 (7.5) において $t = 1$ および $S_p(1) = S_q(1) = p_1$ を代入することで、 $S_c(1) = p_1$ が得られる. \square

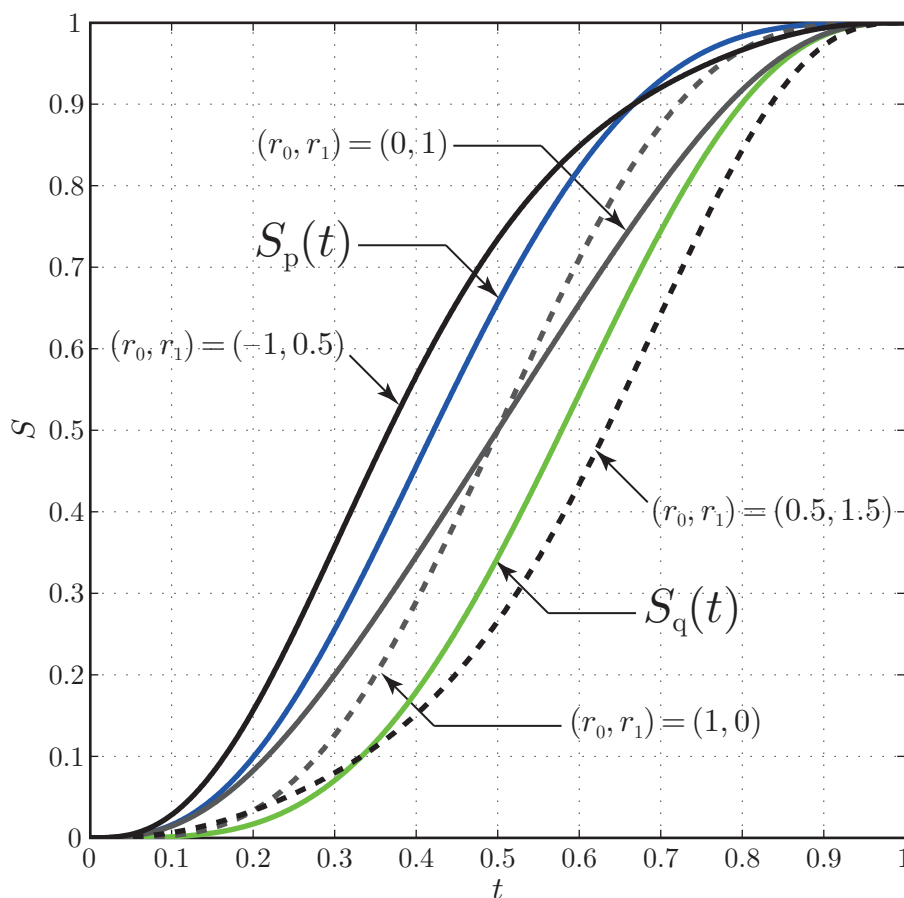


Fig. 7.1 Example of curves generated by using Crossover Method I

交叉法 1 の性質 2 (端点接線角度の保存) 親曲線 $S_p(t)$ および $S_q(t)$ の始点および終点の位置がそれぞれ同一であり、さらにそれらの端点における接線角度もそれぞれ同一であれば、生成される子曲線 $S_c(t)$ の始点および終点の接線角度もそれぞれ親個体のそれらと同一である。

Proof. 式 (7.5) の両辺をそれぞれ t で微分すると、

$$\begin{aligned}\dot{S}_c(t) &= -(-r_0 + r_1)S_p(t) + (-r_0 + r_1)S_q(t) + (1 - F(t))\dot{S}_p(t) + F(t)\dot{S}_q(t) \\ &= (r_1 - r_0)(S_q(t) - S_p(t)) + (1 - F(t))\dot{S}_p(t) + F(t)\dot{S}_q(t)\end{aligned}\quad (7.6)$$

となる。ここで上式と、 $S_p(0) = S_q(0)$ および $S_p(1) = S_q(1)$ となる関係を用いることで、次式が成り立つ。

$$\begin{cases} \dot{S}_c(0) = (1 - F(0))\dot{S}_p(0) + F(0)\dot{S}_q(0) \\ \dot{S}_c(1) = (1 - F(1))\dot{S}_p(1) + F(1)\dot{S}_q(1) \end{cases}\quad (7.7)$$

あとは、性質 1 における証明と同様の議論によって、本性質が導かれる。□

7.3.3 平面曲線の交叉

平面曲線の交叉も、一価曲線の場合と同様に次のように定義される。

交叉法 2 (平面曲線の基本交叉法)

二つの親個体である平面曲線を $S_p(t)$ および $S_q(t)$ とすると、交叉によって生成される曲線 $S_c(t)$ は、交叉関数 $F(t)$ を用いて、

$$S_c(t) = (1 - F(t))S_p(t) + F(t)S_q(t) \quad (7.8)$$

と定義される。

平面曲線についても、一価曲線の場合と同様に、端点位置の保存性質が成り立つ。また、二つの親曲線の端点がそれぞれ異なる場合は、Fig. 7.2 に示すような子曲線が生成される。ここで、 $S_{c1}(t)$ および $S_{c2}(t)$ は、交叉パラメータをそれぞれ $(r_0, r_1) = (0.1, 0.9)$, $(r_0, r_1) = (0.9, 0.1)$ として生成された曲線である。

交叉法 2 の性質 (端点位置の配置) 子曲線 $S_c(t)$ の始点および終点は、親曲線 $S_p(t)$ および $S_q(t)$ の始点同士および終点同士を結ぶ直線上にそれぞれ配置される。

Proof. まず始点については、式 (7.8) に $t = 0$ を代入することで、

$$S_c(0) = (1 - r_0)S_p(0) + r_0S_q(0) \quad (7.9)$$

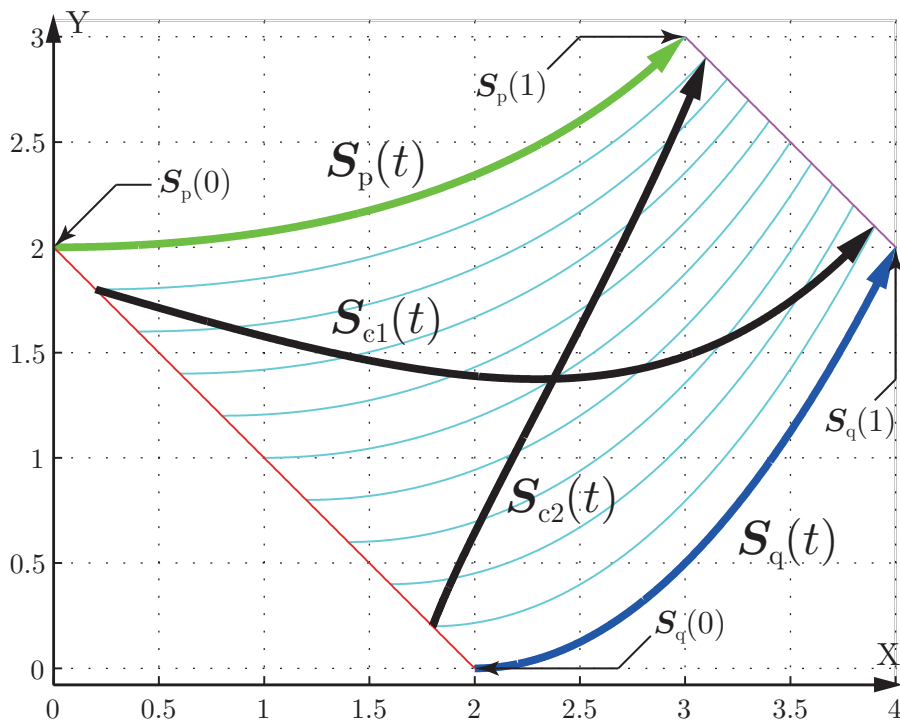


Fig. 7.2 Example results of Crossover Method II

が得られ、 r_0 をパラメータと見なせば、上式は両親曲線の始点同士を結ぶ直線を表し、子曲線の始点はこの直線上に生成される。また、終点についても同様に、 $t = 1$ を式 (7.8) に代入することで、

$$\mathbf{S}_c(1) = (1 - r_1)\mathbf{S}_p(1) + r_1\mathbf{S}_q(1) \quad (7.10)$$

が得られ、子曲線の終点が、両親曲線の終点同士を結ぶ直線上に生成されることが導かれる。□

ところで、Fig. 7.2 の子曲線は一見、親曲線の形状を良好に受け継いだ形状を持つように思えるが、端点における接線角度については、親曲線のそれらとはまったく関連性のないものになってしまっていることがわかる。したがって次に、交叉法 2 を拡張し、端点における接線角度も考慮した交叉法を定義する。

交叉法 3 (平面曲線の端点における接線角度を考慮した交叉法)

二つの親個体である平面曲線を $\mathbf{S}_p(t)$ および $\mathbf{S}_q(t)$ とすると、交叉によって生成される曲線 $\mathbf{S}_c(t)$ は、交叉関数 $F(t)$ を用いて、

$$\mathbf{S}_c(t) = (1 - F(t))\mathbf{S}_p(t) + F(t)\mathbf{S}_q(t) + \mathbf{A}(t) \quad (7.11a)$$

$$\mathbf{A}(t) = (r_1 - r_0)t(1 - t) \left\{ (\mathbf{S}_q(1) - \mathbf{S}_p(1))t - (\mathbf{S}_q(0) - \mathbf{S}_p(0))(1 - t) \right\} \quad (7.11b)$$

と定義される。

Fig. 7.3 に、Fig. 7.2 と同じ親個体に対し、交叉法 3 を適用した結果を示す。子個体 $\mathbf{S}_{c1}(t)$ および $\mathbf{S}_{c2}(t)$ についても、交叉パラメータ r_0 および r_1 は、Fig. 7.2 の場合とそれぞれ同じ値である。このときの $\mathbf{S}_{c1}(t)$ および $\mathbf{S}_{c2}(t)$ は、各端点の接線角度が親曲線のそれらをうまく合成したものとなっていることがわかる。

交叉法 3 の導出 端点における接線角度、すなわち傾きについて考えるために、式 (7.8) を t で微分すると、

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{S}}_c(t) &= -\dot{F}(t)\mathbf{S}_p(t) + (1 - F(t))\dot{\mathbf{S}}_p(t) + \dot{F}(t)\mathbf{S}_q(t) + F(t)\dot{\mathbf{S}}_q(t) \\ &= (1 - F(t))\dot{\mathbf{S}}_p(t) + F(t)\dot{\mathbf{S}}_q(t) + (r_1 - r_0)(\mathbf{S}_q(t) - \mathbf{S}_p(t)) \end{aligned} \quad (7.12)$$

が得られる。ここで、最終的に実現したい形は、 $t = 0$ および $t = 1$ において、式 (7.8) の各曲線がそれぞれの導関数に置き換わった場合でも、同式が成り立つこととする。すなわち、

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{S}}_c(0) = (1 - F(0))\dot{\mathbf{S}}_p(0) + F(0)\dot{\mathbf{S}}_q(0) \\ \dot{\mathbf{S}}_c(1) = (1 - F(1))\dot{\mathbf{S}}_p(1) + F(1)\dot{\mathbf{S}}_q(1) \end{cases} \quad (7.13)$$

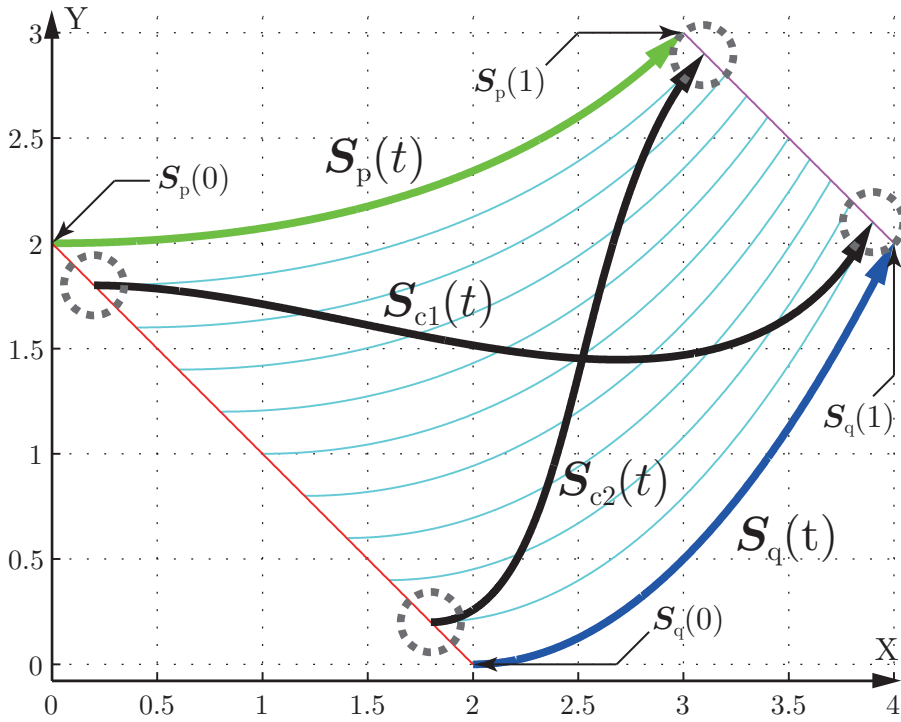


Fig. 7.3 Example results of Crossover Method III

である. 上式と式 (7.12) を比較すると, 式 (7.12) の右辺第3項が, $t = 0$ および $t = 1$ の場合に消去されれば良いことがわかる. したがって, ある関数 $\mathbf{A}(t)$ の導関数 $\dot{\mathbf{A}}(t)$ がそのような効果を持つとし, これを式 (7.12) の右辺に加えた次式を考える.

$$\dot{\mathbf{S}}_c(t) = (1 - F(t))\dot{\mathbf{S}}_p(t) + F(t)\dot{\mathbf{S}}_q(t) + (r_1 - r_0)(\mathbf{S}_q(t) - \mathbf{S}_p(t)) + \dot{\mathbf{A}}(t) \quad (7.14)$$

式 (7.13) が成り立つことは, 式 (7.14) より,

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{A}}(0) = -(r_1 - r_0)(\mathbf{S}_q(0) - \mathbf{S}_p(0)) \\ \dot{\mathbf{A}}(1) = -(r_1 - r_0)(\mathbf{S}_q(1) - \mathbf{S}_p(1)) \end{cases} \quad (7.15)$$

が成り立つことと同値である. ところで, 最終的に求められる交叉の式は, 式 (7.14) を積分したものであり, すなわち,

$$\mathbf{S}_c(t) = (1 - F(t))\mathbf{S}_p(t) + F(t)\mathbf{S}_q(t) + \mathbf{A}(t) \quad (7.16)$$

である. これは式 (7.8) と比較して右辺に項 $\mathbf{A}(t)$ が追加された形となっている. ここで, 式 (7.16) の交叉法によって生成される $\mathbf{S}_c(t)$ の始点および終点は, 式 (7.8) の交叉法によるものと相違ないものとする. このとき,

$$\begin{cases} \mathbf{A}(0) = \mathbf{0} \\ \mathbf{A}(1) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (7.17)$$

が成り立つ必要がある。以上より、関数 $\mathbf{A}(t)$ は、式 (7.15) および式 (7.17) の 4 条件を満たすものであれば良い。ここで $\mathbf{A}(t)$ を多項式とし、さらに 4 条件を満たすために最小の 4 係数を持つ 3 次多項式とする。式 (7.17) が成り立つとき、関数 $\mathbf{A}(t)$ は、

$$\begin{aligned}\mathbf{A}(t) &= t(1-t)(\mathbf{a}_1 t + \mathbf{a}_0) \\ &= -\mathbf{a}_1 t^3 + (\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_0)t^2 + \mathbf{a}_0 t\end{aligned}\quad (7.18)$$

として表すことができ、残りの未知係数は \mathbf{a}_0 および \mathbf{a}_1 の二つである。上式を微分すると、

$$\dot{\mathbf{A}}(t) = -3\mathbf{a}_1 t^2 + 2(\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_0)t + \mathbf{a}_0 \quad (7.19)$$

となり、これと式 (7.15) を比較することにより、

$$\begin{cases} \mathbf{a}_0 = -(r_1 - r_0)(\mathbf{S}_q(0) - \mathbf{S}_p(0)) \\ -\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_0 = -(r_1 - r_0)(\mathbf{S}_q(1) - \mathbf{S}_p(1)) \end{cases} \quad (7.20)$$

が得られる。よって、最終的に $\mathbf{A}(t)$ は、

$$\begin{aligned}\mathbf{A}(t) &= t(1-t)\{-(-\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_0)t + \mathbf{a}_0(1-t)\} \\ &= (r_1 - r_0)t(1-t)\left\{(\mathbf{S}_q(1) - \mathbf{S}_p(1))t - (\mathbf{S}_q(0) - \mathbf{S}_p(0))(1-t)\right\}\end{aligned}\quad (7.21)$$

となり、式 (7.16) と合わせて、交叉法 3 が導かれる。

交叉法 3 の性質 (交叉法 2 との関係) 親曲線 $\mathbf{S}_p(t)$ および $\mathbf{S}_q(t)$ の始点および終点それぞれ同一であれば、交叉法 3 は交叉法 2 と同一となる。

Proof. 親曲線の始点が同一であることより $\mathbf{S}_p(0) = \mathbf{S}_q(0)$ が、また終点が同一であることより $\mathbf{S}_p(1) = \mathbf{S}_q(1)$ が成り立つことから、 $\mathbf{A}(t) = 0$ となり、この性質がいえる。□

交叉法 3 では、交叉法 2 の性質と同じく、子曲線の始点および終点が両親曲線の始点同士および終点同士をそれぞれ結ぶ直線上に配置される。しかしながら実際の設計問題では、直線上ではなく任意の曲線上に始点あるいは終点が位置するように子曲線の生成を行いたい場合もある。したがって以下に、これを実現する交叉法を定義する。

交叉法4 (平面曲線の端点が任意の曲線上に配置される交叉法)

二つの親個体である平面曲線を $\mathbf{S}_p(t)$ および $\mathbf{S}_q(t)$ とすると、交叉によって生成される曲線 $\mathbf{S}_c(t)$ は、交叉関数 $F(t)$ を用いて、

$$\mathbf{S}_c(t) = (1 - F(t))\mathbf{S}_p(t) + F(t)\mathbf{S}_q(t) + \mathbf{A}'(t) + (1 - t)\mathbf{B}_0(t) + t\mathbf{B}_1(t) \quad (7.22a)$$

$$\mathbf{A}'(t) = (r_1 - r_0)t(1 - t) \left\{ \dot{\mathbf{P}}_1(r_1)t - \dot{\mathbf{P}}_0(r_0)(1 - t) \right\} \quad (7.22b)$$

$$\mathbf{B}_i(t) = \mathbf{P}_i(F(t)) - (1 - F(t))\mathbf{P}_i(0) - F(t)\mathbf{P}_i(1) \quad (i = 0, 1) \quad (7.22c)$$

と定義される。ここで、 $\mathbf{P}_i(t)$ ($i = 0, 1$) は、

$$\mathbf{P}_i(t) = \tilde{\mathbf{P}}_i(t_{pi}(1 - t) + t_{qi}t) \quad (7.23)$$

によって定義される平面曲線であり、さらに $\tilde{\mathbf{P}}_i(t)$ ($i = 0, 1$) は、平面曲線 $\mathbf{S}(t)$ における始点および終点の定義域を表す平面曲線である。また、 t_{pi} および t_{qi} は、

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{P}}_i(t_{pi}) = \mathbf{P}_i(0) = \mathbf{S}_p(i) \\ \tilde{\mathbf{P}}_i(t_{qi}) = \mathbf{P}_i(1) = \mathbf{S}_q(i) \end{cases} \quad (7.24)$$

を満たすときのパラメータ t の値である。

$\tilde{\mathbf{P}}_0(t)$ は、 $\mathbf{S}(t)$ の始点が存在可能な位置の軌跡を表す平面曲線であり、また $\tilde{\mathbf{P}}_1(t)$ は、 $\mathbf{S}(t)$ の終点について同様の軌跡を表す平面曲線である。これらの $\tilde{\mathbf{P}}_0(t)$ および $\tilde{\mathbf{P}}_1(t)$ は、 $\mathbf{S}(t)$ の制約条件として、最適化の前にあらかじめ定義しておくものであり、最適化の途中で変化することはない。一方で、 $\mathbf{P}_0(t)$ は、 $t = 0$ のとき親曲線 $\mathbf{S}_p(t)$ の始点と、また $t = 1$ のとき親曲線 $\mathbf{S}_q(t)$ の始点と一致する、 $\tilde{\mathbf{P}}_0(t)$ の一部を表す平面曲線である。また $\mathbf{P}_1(t)$ についても、 $t = 0$ および $t = 1$ のときに各親曲線の終点と一致するような $\tilde{\mathbf{P}}_1(t)$ の一部となる平面曲線である。したがって、これらの $\mathbf{P}_0(t)$ および $\mathbf{P}_1(t)$ は、二つの親曲線に合わせて交叉の度に変化するものである。

Fig. 7.4 に、Fig. 7.2 および Fig. 7.3 と同じ要領で、交叉法4を適用した結果を示す。Fig. 7.3 と異なり、 $\mathbf{P}_0(t)$ および $\mathbf{P}_1(t)$ は曲線となっているが、問題なく子曲線 $\mathbf{S}_{c1}(t)$ および $\mathbf{S}_{c2}(t)$ が生成されていることがわかる。

交叉法4の導出 Fig. 7.4 において、4曲線 $\mathbf{S}_p(t)$ 、 $\mathbf{S}_q(t)$ 、 $\mathbf{P}_0(t)$ 、 $\mathbf{P}_1(t)$ に囲まれた閉領域内に位置する点を二つのパラメータ t および r を用いて表現することを考える。ここで、そのような点を $\mathbf{S}_c(t, r)$ とし、下記の関係が成り立つものとする。

$$\begin{cases} \mathbf{S}_c(0, 0) = \mathbf{S}_p(0) = \mathbf{P}_0(0) \\ \mathbf{S}_c(0, 1) = \mathbf{S}_q(0) = \mathbf{P}_0(1) \\ \mathbf{S}_c(1, 0) = \mathbf{S}_p(1) = \mathbf{P}_1(0) \\ \mathbf{S}_c(1, 1) = \mathbf{S}_q(1) = \mathbf{P}_1(1) \end{cases} \quad (7.25)$$

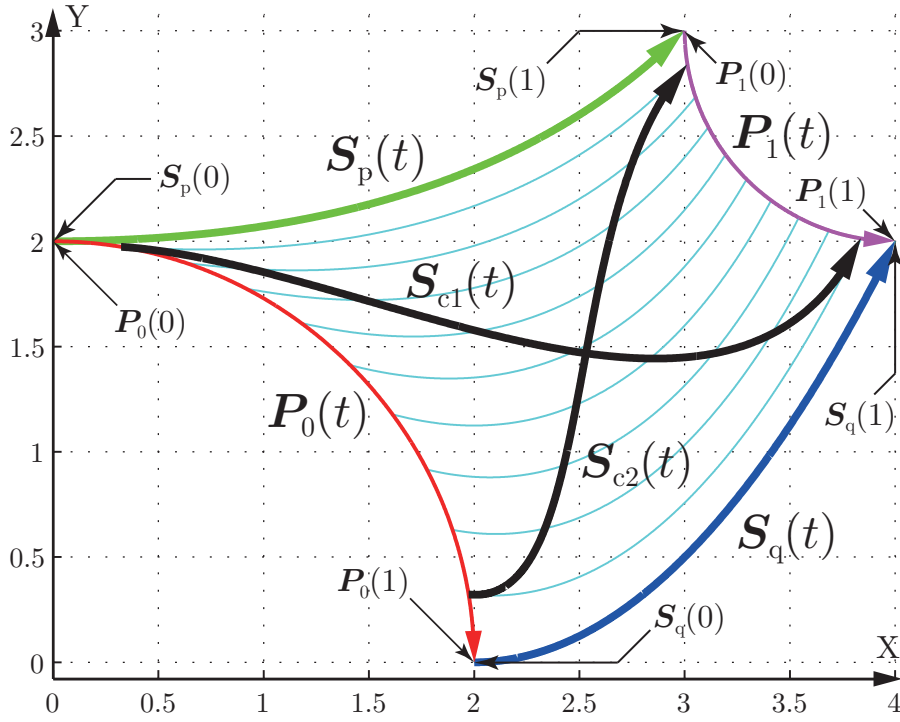


Fig. 7.4 Example results of Crossover Method IV

さらに、 t および r がともに区間 $[0, 1]$ の値をとるならば、点 $S_c(t, r)$ は常にこの閉領域内に位置するとし、また逆に、点 $S_c(t, r)$ はこの閉領域内に位置するならば、 t および r はともに区間 $[0, 1]$ の値をとるものとする。すなわちこれは、 t および r の値がとる区間 $[0, 1]^2$ とこの閉領域が過不足なく完全に対応することを意味する。このとき、点 $S_c(t, r)$ は次式として表すことが最も妥当であると考えられる。

$$\begin{aligned} S_c(t, r) = & (1-r)S_p(t) + rS_q(t) + (1-t)P_0(r) + tP_1(r) \\ & - (1-t)(1-r)P_0(0) - (1-t)rP_0(1) - t(1-r)P_1(0) - trP_1(1) \end{aligned} \quad (7.26)$$

ここで、パラメータ r を交叉関数 $F(t)$ に置き換えることで、点 $S_c(t, r)$ は平面曲線 $S_c(t)$ となる。すなわち、

$$\begin{aligned} S_c(t) = & (1-F(t))S_p(t) + F(t)S_q(t) + (1-t)P_0(F(t)) + tP_1(F(t)) \\ & - (1-t)(1-F(t))P_0(0) - (1-t)F(t)P_0(1) \\ & - t(1-F(t))P_1(0) - tF(t)P_1(1) \\ = & (1-F(t))S_p(t) + F(t)S_q(t) \\ & + (1-t)\left\{P_0(F(t)) - (1-F(t))P_0(0) - F(t)P_0(1)\right\} \\ & + t\left\{P_1(F(t)) - (1-F(t))P_1(0) - F(t)P_1(1)\right\} \end{aligned} \quad (7.27)$$

である。この時点では、まだ交叉法2の場合と同様に、端点における接線角度が考慮されていない交叉法となっている。したがって、交叉法3と同様に、式(7.27)に項 $\mathbf{A}'(t)$ を加え、これを求めることで、最終的に式(7.22)の交叉法が得られる。

交叉法4の性質（交叉法3との関係） 平面曲線 $\mathbf{P}_0(t)$ および $\mathbf{P}_1(t)$ がともに直線であるとき、交叉法4は交叉法3と同一となる。

Proof. 平面曲線 $\mathbf{P}_0(t)$ および $\mathbf{P}_1(t)$ はともに直線であるため、

$$\begin{cases} \mathbf{P}_0(t) = (1-t)\mathbf{P}_0(0) + t\mathbf{P}_0(1) \\ \mathbf{P}_1(t) = (1-t)\mathbf{P}_1(0) + t\mathbf{P}_1(1) \end{cases} \quad (7.28)$$

すなわち、

$$\mathbf{P}_i(t) = (1-t)\mathbf{P}_i(0) + t\mathbf{P}_i(1) \quad (i = 0, 1) \quad (7.29)$$

と表される。これを用いることで、式(7.22c)は、

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_i(t) &= \left\{ (1-F(t))\mathbf{P}_i(0) + F(t)\mathbf{P}_i(1) \right\} - (1-F(t))\mathbf{P}_i(0) - F(t)\mathbf{P}_i(1) \\ &= 0 \quad (i = 0, 1) \end{aligned} \quad (7.30)$$

となる。また、式(7.28)は、

$$\begin{cases} \mathbf{P}_0(t) = (1-t)\mathbf{S}_p(0) + t\mathbf{S}_q(0) \\ \mathbf{P}_1(t) = (1-t)\mathbf{S}_p(1) + t\mathbf{S}_q(1) \end{cases} \quad (7.31)$$

とも表され、さらにこれらの両辺を t で微分することで、

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{P}}_0(t) = \mathbf{S}_q(0) - \mathbf{S}_p(0) \\ \dot{\mathbf{P}}_1(t) = \mathbf{S}_q(1) - \mathbf{S}_p(1) \end{cases} \quad (7.32)$$

が得られる。上式を用いることで、式(7.22b)は、

$$\mathbf{A}'(t) = (r_1 - r_0)t(1-t) \left\{ (\mathbf{S}_q(1) - \mathbf{S}_p(1))t - (\mathbf{S}_q(0) - \mathbf{S}_p(0))(1-t) \right\} \quad (7.33)$$

となり、式(7.11b)と一致する。よって、この性質が成り立つ。 \square

7.3.4 複雑形状および3次元形状の交叉

複数の平面曲線の組として表現される形状 $\sigma(t)$ の交叉は、基本的にはそれぞれ対応する平面曲線同士を上記の交叉法2~4のいずれかを用いて個別に交叉させることで実現される。つまり、二つの親個体 $\sigma_p(t) = (\mathbf{S}_p^1(t), \dots, \mathbf{S}_p^m(t))$ および $\sigma_q(t) = (\mathbf{S}_q^1(t), \dots, \mathbf{S}_q^m(t))$ を交叉させる場合、 $\mathbf{S}_p^1(t)$ および $\mathbf{S}_q^1(t)$ の組から $\mathbf{S}_p^m(t)$ および $\mathbf{S}_q^m(t)$

の組まで m 回の交叉を順次行い、得られた子曲線を合わせることで、子個体 $\sigma_c(t) = (\mathbf{S}_c^1(t), \dots, \mathbf{S}_c^m(t))$ を生成する。

ただし、実際の設計問題においては、一つの形状において、ある平面曲線の端点位置が別の平面曲線の形状に依存するといったような制約条件があるために、曲線ごとに独立した交叉を行えない場合がある。例えば、Fig. 7.5 に示すような、二つの平面曲線によって一つの3次元形状が定義される場合を考える。ここで、平面曲線 $\mathbf{S}^1(t)$ および $\mathbf{S}^2(t)$ は、それぞれ X_1Y_1 座標系および X_2Y_2 座標系の平面上に定義される曲線であり、 $\mathbf{S}^2(t)$ の始点が $\mathbf{S}^1(t)$ 上になければならないという制約があるとする。すなわち、 $\mathbf{S}^2(t)$ は $\mathbf{S}^1(t)$ に対して一部従動的な変形となる。このような場合においても、 $\mathbf{S}^2(t)$ の交叉は、基本的には上述の交叉法のいずれかを用いて行われるが、従動となる始点側の交叉パラメータ r_0 については、乱数によってではなく、次式に従って決定される。

$$r_i = \frac{|\mathbf{S}_c^m(t_{\perp c}) - \mathbf{S}_p^m(t_{\perp p})|}{|\mathbf{S}_q^m(t_{\perp q}) - \mathbf{S}_p^m(t_{\perp p})|} \quad (7.34)$$

ここで上式は、一般的な表現となっているが、 r_i は、従動となる平面曲線の端点側の交叉パラメータであり、始点側であれば r_0 を、終点側であれば r_1 を意味する。また $\mathbf{S}^m(t)$ は、主動（被従動）となる平面曲線を表し、Fig. 7.5 の例においては $\mathbf{S}^1(t)$ に相当する。さらに $t_{\perp*}$ は、ある個体における主動となる平面曲線 $\mathbf{S}_*^m(t)$ が、従動となる平面曲線の座標系平面と交差するときのパラメータ t の値である。したがって、Fig. 7.5 の例においては、 $\mathbf{S}_p^1(t)$ 、 $\mathbf{S}_q^1(t)$ 、 $\mathbf{S}_c^1(t)$ の3曲線上の各点であり、同時に $\mathbf{S}^2(t)$ の存在する X_2Y_2

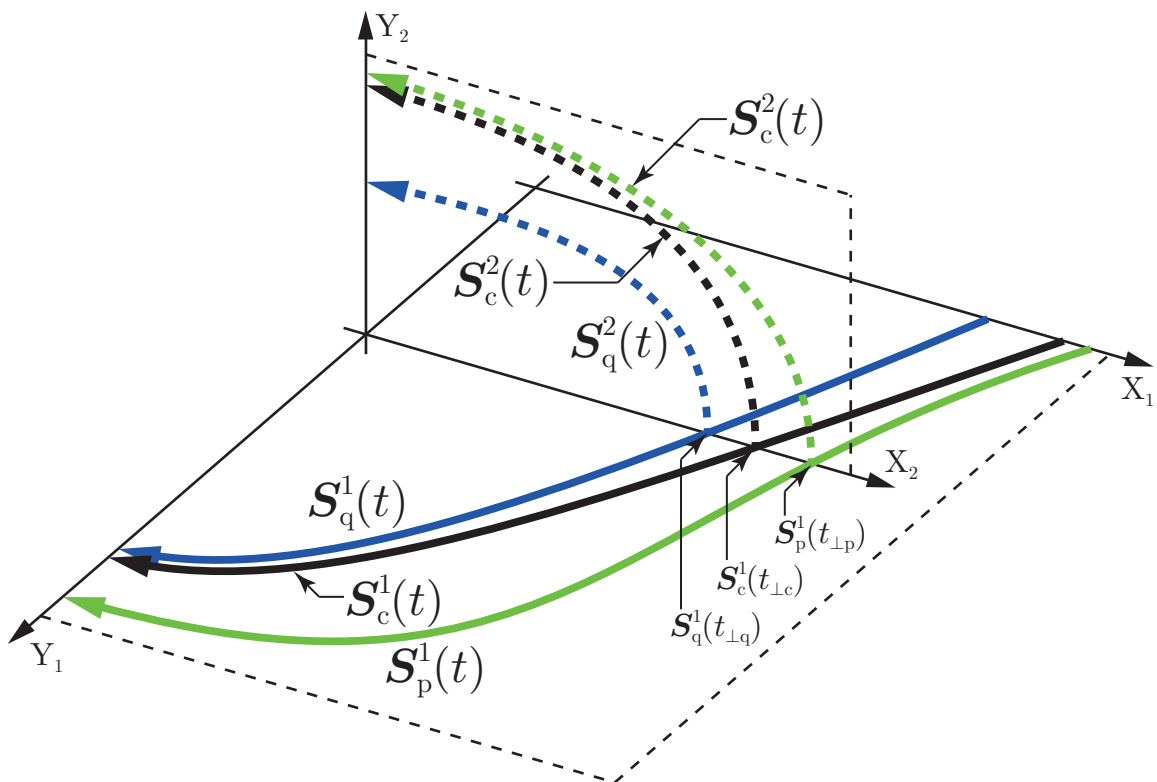


Fig. 7.5 Example result of a crossover for 3D shapes

座標系の平面上にも位置する点が、それぞれ $S_p^1(t_{\perp p})$, $S_q^1(t_{\perp q})$, $S_c^1(t_{\perp c})$ となる. なお, これらの点または $t_{\perp*}$ は通常, 数値的に求められる.

7.4 初期個体

本提案手法では, 初期個体となる曲線に何らかの幾何学的性質を設け, 上記で述べたような交叉法の性質を利用することで, 最適化においてその後に生成されるすべての曲線に対し, 同様の幾何学的性質を与えることができる. 例えば初期曲線における始点の位置をすべて同一とすることで, その後に生成されるすべての個体の始点位置もそれらと同一となる.

また, 幾何学的性質だけでなく数学的性質として, 初期曲線をすべて多項式関数とすれば, その後のすべての曲線も多項式関数となる. これは交叉関数が1次多項式であるためであり, このときの子曲線の次数は, 基本的には, 二つの親曲線の次数のうち最大のものにさらに1を加えた値となる. これらの曲線が多項式関数でかつ平面曲線である場合は, いわゆるベジェ曲線となる.

7.5 プログラミングにおける表現

連続的な関数である一価曲線 $S(t)$ あるいは平面曲線 $S(t)$ をプログラミング上で記述する方法 (すなわち, GA としての遺伝子型の表現方法) として, 以下のような手法が考えられる.

1. 曲線の関数式そのものを文字列として記述する方法
2. 曲線を多項式関数に制限し, その係数を実数値配列として記述する方法
3. 曲線を有限個の点の集合として表現し, それらの点の座標値を実数値配列として記述する方法

手法1は, 曲線を厳密に表現可能な方法であるが, 交叉を行うたびに数式が長く複雑になり, 扱いに難があるため実用的ではない. 手法2は, 前述した, 親が多項式関数であれば子も多項式関数となる性質により実現可能な方法であり, 実数値配列 (ベクトルまたは行列) として記述可能なためプログラミング上, 非常に扱いやすい. ただし, 扱える曲線が多項式関数として表現可能なものに制限されてしまうが, 次数が高ければ実用上十分な自由度は確保される. 手法3は, 曲線の離散的表現となり, 厳密性には欠けるが, 任意の曲線を扱うことができる. 本論文では, 手法2を**多項式係数表現** (polynomial coefficient representation), 手法3を**点列表現** (point sequence representation) と呼称する.

7.5.1 曲線の多項式係数表現

一価曲線の多項式係数表現

一価曲線 $S(t)$ が N 次の多項式関数として,

$$S(t) = a_0 + a_1 t + \cdots + a_N t^N = \sum_{i=0}^N a_i t^i \quad (7.35)$$

と表される場合, $S(t)$ の多項式係数表現は, 実数値ベクトルとして,

$$\mathbf{a} = (a_0, \cdots, a_N) \quad (7.36)$$

となる.

平面曲線の多項式係数表現

一価曲線の場合とほぼ同様に, 平面曲線 $\mathbf{S}(t)$ が N 次の多項式ベクトル関数として,

$$\mathbf{S}(t) = \begin{pmatrix} a_{x0} \\ a_{y0} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{x1} \\ a_{y1} \end{pmatrix} t + \cdots + \begin{pmatrix} a_{xN} \\ a_{yN} \end{pmatrix} t^N = \sum_{i=0}^N \begin{pmatrix} a_{xi} \\ a_{yi} \end{pmatrix} t^i \quad (7.37)$$

と表されるとする. このとき, $\mathbf{S}(t)$ の多項式係数表現は, 実数値行列として,

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{x0} & \cdots & a_{xN} \\ a_{y0} & \cdots & a_{yN} \end{pmatrix} \quad (7.38)$$

となる.

ベジェ曲線による円軌道近似

平面曲線を多項式とする場合, 交叉法 4 においては, 端点の定義域である $\mathbf{P}_0(t)$ や $\mathbf{P}_1(t)$ も同じく多項式として表現できなければならない. しかしながら, 実際の設計問題では, この $\mathbf{P}_0(t)$ や $\mathbf{P}_1(t)$ を, 本来は多項式として表現できない円などとして定義したい場合も多い. そこで本節では, 円の関数を多項式によって近似することを考え, そのような近似平面曲線, すなわち近似ベジェ曲線の導出を行う.

原点を中心とする単位円で, 第 1 象限のみの $1/4$ 円は, パラメータ t ($t \in [0, 1]$) を用いて,

$$\mathbf{P}_{\text{circ}}(t) = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) \\ \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) \end{pmatrix} \quad (7.39)$$

と表現できる. この $1/4$ 円 $\mathbf{P}_{\text{circ}}(t)$ を最もよく近似する 3 次ベジェ曲線 $\mathbf{P}_{\text{aprx}}(t)$ を導出する. この $\mathbf{P}_{\text{aprx}}(t)$ は, 始点および終点の位置が $\mathbf{P}_{\text{circ}}(t)$ と同じくそれぞれ $(1, 0)^T$, $(0, 1)^T$ であり, 各端点における接線角度がそれぞれ X 軸および Y 軸に対して垂直であると仮

定し, さらに始点・終点の対称性を考慮することで, 未知数 a ($a \geq 0$) を用いて次式のように表現される.

$$\mathbf{P}_{\text{aprx}}(t) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a & 0 \\ 0 & a & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (1-t)^3 \\ 3t(1-t)^2 \\ 3t^2(1-t) \\ t^3 \end{pmatrix} \quad (7.40)$$

ここで, $\mathbf{P}_{\text{aprx}}(t)$ と $\mathbf{P}_{\text{circ}}(t)$ の偏差 $L(t)$ を次式のように定める.

$$\begin{aligned} L(t) &= |\mathbf{P}_{\text{aprx}}(t)|^2 - |\mathbf{P}_{\text{circ}}(t)|^2 \\ &= \left(P_{\text{aprx},x}(t)^2 + P_{\text{aprx},y}(t)^2 \right) - 1 \\ &= t^2(1-t)^2 \{ 2(3a-2)^2 t^2 - 2(3a-2)^2 t + (9a^2 + 6a - 6) \} \\ &= t^2(1-t)^2 l(t) \end{aligned} \quad (7.41)$$

ここで, t の定義域 $[0, 1]$ において, $t = 0$ および $t = 1$ のとき $l(t)$ は最大値,

$$l_{\text{max}}(a) = 9a^2 + 6a - 6 \quad (7.42)$$

をとり, また $t = 1/2$ のとき最小値,

$$l_{\text{min}}(a) = \frac{9}{2}a^2 + 12a - 8 \quad (7.43)$$

をとる.

ここでさらに, $\mathbf{P}_{\text{aprx}}(t)$ が完全に円 $\mathbf{P}_{\text{circ}}(t)$ の内部となる場合, および外部となる場合の二通りを考える.

$\mathbf{P}_{\text{aprx}}(t)$ が円の内部となる場合 これはつまり $L(t) \leq 0$, さらに $l(t) \leq 0$ となる場合である. したがって, この条件で最も円 $\mathbf{P}_{\text{circ}}(t)$ を近似する $\mathbf{P}_{\text{aprx}}(t)$ は, $l(t)$ の最大値 $l_{\text{max}}(a)$ が 0 となるときである. よって, 最良近似を与える $\mathbf{P}_{\text{aprx}}(t)$ は $a = (\sqrt{7}-1)/3 \approx 0.5485$ の場合である.

$\mathbf{P}_{\text{aprx}}(t)$ が円の外部となる場合 これはつまり $L(t) \geq 0$, さらに $l(t) \geq 0$ となる場合である. したがって, この条件で最も円 $\mathbf{P}_{\text{circ}}(t)$ を近似する $\mathbf{P}_{\text{aprx}}(t)$ は, $l(t)$ の最小値 $l_{\text{min}}(a)$ が 0 となるときである. よって, 最良近似を与える $\mathbf{P}_{\text{aprx}}(t)$ は $a = (4\sqrt{2}-4)/3 \approx 0.5523$ の場合である.

7.5.2 曲線の点列表現

一価曲線の点列表現

一価曲線 $S(t)$ の点列は, パラメータ t を M 等分割した場合にできる $M+1$ 個の値の配列であると定義する. すなわち, このときの各値は,

$$s_i = S\left(\frac{i}{M}\right) \quad (i = 0, \dots, M) \quad (7.44)$$

となり、 $S(t)$ の点列表現は、実数値ベクトルとして、

$$\mathbf{s} = (s_0, \dots, s_M) \quad (7.45)$$

となる。

平面曲線の点列表現

一価曲線の場合と同様に、平面曲線 $\mathbf{S}(t)$ の点列は、パラメータ t を M 等分割した場合にできる $M + 1$ 個の点の配列であると定義する。すなわち、このときの各点は、

$$\mathbf{s}_i = \mathbf{S} \left(\frac{i}{M} \right) = \begin{pmatrix} S_x(i/M) \\ S_y(i/M) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{xi} \\ s_{yi} \end{pmatrix} \quad (i = 0, \dots, M) \quad (7.46)$$

となり、 $\mathbf{S}(t)$ の点列表現は、実数値行列として、

$$\mathbf{S} = (\mathbf{s}_0, \dots, \mathbf{s}_M) = \begin{pmatrix} s_{x0} & \cdots & s_{xM} \\ s_{y0} & \cdots & s_{yM} \end{pmatrix} \quad (7.47)$$

となる。

7.6 まとめ

本章では、単一の曲線、あるいは複数の曲線により構成される形状をノンパラメトリックに最適化可能な GA に基づく新しい手法の提案を行った。本手法は、実数値 GA などとは異なり、個体を曲線そのものとして表現する手法であり、また交叉法も曲線同士を直接的に合成可能なものである。

本手法の有効性は、次の第 8 章にて検証する。また、同じく第 8 章およびその次の第 9 章、第 10 章にて、それぞれ第 I 部のパラメトリック最適化法によって設計したボトル搬送用運動曲線およびダイカスト鑄造方案に対し、再度このノンパラメトリック最適化法を適用し最適設計を行う。

第8章 搬送用運動曲線のノンパラメトリック最適設計

8.1 はじめに

第6章におけるボトル搬送用運動曲線の最適化では、運動曲線をスプライン曲線によって定義し、従来の実数値 GA によるパラメトリックな手法を用いることで最適化を行った。結果として、搬送後の残留振動を良好に抑制することができたが、一方で搬送時の液面振動が大きくなってしまい、十分に最適な運動曲線が得られたとは言い難い結果となった。また、6.3節において定義した、スプライン曲線による運動曲線のパラメトリックな表現方法も、最適化の観点から十分に効果的なものとはいえない。そこで本章では、第6章の運動曲線最適化問題に対し、前章で提案したノンパラメトリック形状最適化法を用いることで、再度最適化を行う。また、このとき、搬送後の残留振動に対する評価に加え、搬送時の液面振動も同等に評価するために、多目的最適化を導入する。

本章では、まず、提案するノンパラメトリック形状最適化法の有効性を、ボトル搬送を模擬したテスト最適化問題を用いることにより検証する。そして、実際に本提案手法を用いることで、ボトリング装置における搬送用運動曲線の最適設計を行う。

8.2 振子モデルを用いたテスト最適化問題による数値実験

提案するノンパラメトリック形状最適化法の有効性を検証するために、テスト最適化問題に対して、本手法と比較対象の最適設計手法を適用し、それぞれの最適化結果によって両手法の探索性能の比較を行う。テスト最適化問題には、ボトル搬送用運動曲線の最適化問題を模擬した、振子の振動最小化問題を用いる。また比較対象となる最適設計手法には、運動曲線表現にユニバーサルカム曲線（付録B.4.1参照）を、最適化手法に実数値 GA を適用したパラメトリックな手法を用いる。

8.2.1 双対振子の振動最小化問題

テスト最適化問題として、以下に定義する双対振子モデル^[81]の振動最小化問題を用いる。双対振子は、Fig. 8.1に示すような二つの独立した単振子を合成することで近似的に3次元空間上の振子を表したものであり、これを簡易的に、ボトル内の液面振動モデルとして扱う。

Fig. 8.1の振子モデルにおいて、 ϕ はz軸からの振子の角度、 ϕ_x および ϕ_y はそれぞれ振子をxz平面、yz平面へ写像した際のz軸からの角度である。これらを時間 t に対

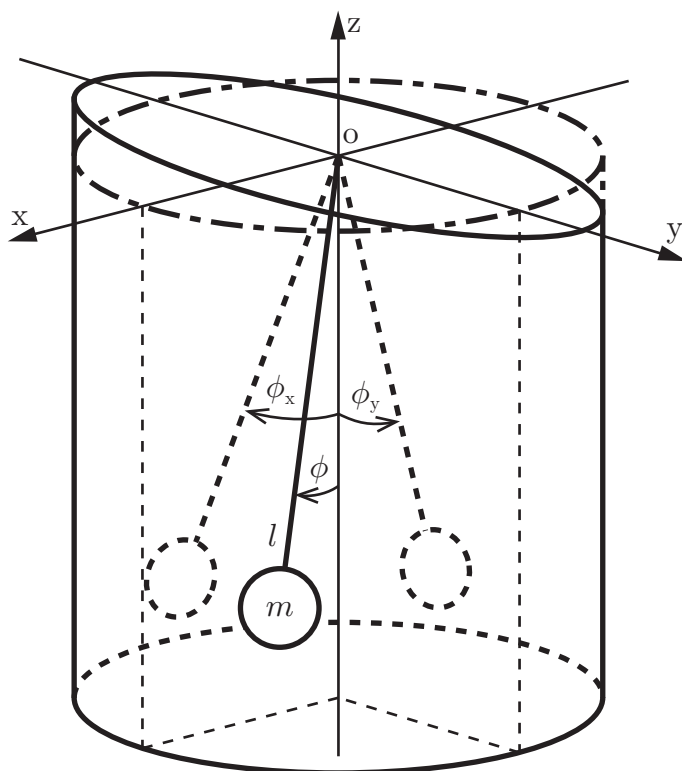


Fig. 8.1 Dual pendulum model

する関数として、それぞれ $\phi(t)$, $\phi_x(t)$, $\phi_y(t)$ と表現する. $\phi(t)$ は, $\phi_x(t)$ および $\phi_y(t)$ を用いることで,

$$\phi(t) = \arctan \sqrt{\tan^2 \phi_x(t) + \tan^2 \phi_y(t)} \quad (8.1)$$

と計算される. また, $\phi_x(t)$ および $\phi_y(t)$ は次の微分方程式を解くことで求められる.

$$\begin{cases} \ddot{\phi}_x(t) = -\frac{R_w}{l} \ddot{\theta}(t) \cos \phi_x(t) - \frac{g}{l} \sin \phi_x(t) - \frac{c}{m} \dot{\phi}_x(t) \\ \ddot{\phi}_y(t) = -\frac{R_w}{l} \dot{\theta}(t)^2 \cos \phi_y(t) - \frac{g}{l} \sin \phi_y(t) - \frac{c}{m} \dot{\phi}_y(t) \end{cases} \quad (8.2)$$

ここで, l は等価振子長, m は容器内液体質量, c は液面振動の等価粘性抵抗係数, g は重力加速度である. 容器は, Fig. 8.2 に示す半径 R_w の円軌道に沿って搬送が行われ, $\theta(t)$ は角度変位で表される容器の運動曲線である. 双対振子モデルは, 第6章における間欠搬送式ボトリング装置の運転速度 40 bpm でのボトル搬送と等価であるとす, 各パラメータを Table 8.1 のように設定する. なお, 微分方程式 (8.2) は, 4 次の Runge-Kutta 法によって数値的に計算することで救済する.

最終的に, 双対振子モデルに対して, 式 (8.2) および式 (8.1) から求められる $\phi(t)$ から, 次式のように目的関数 J を定める.

$$J = \max_{0 \leq t \leq t_c} |\phi(t)| \quad (8.3)$$

すなわち, これは振子の振幅の時間に関する最大値を意味し, これを最小化することが本最適化問題の目的となる.

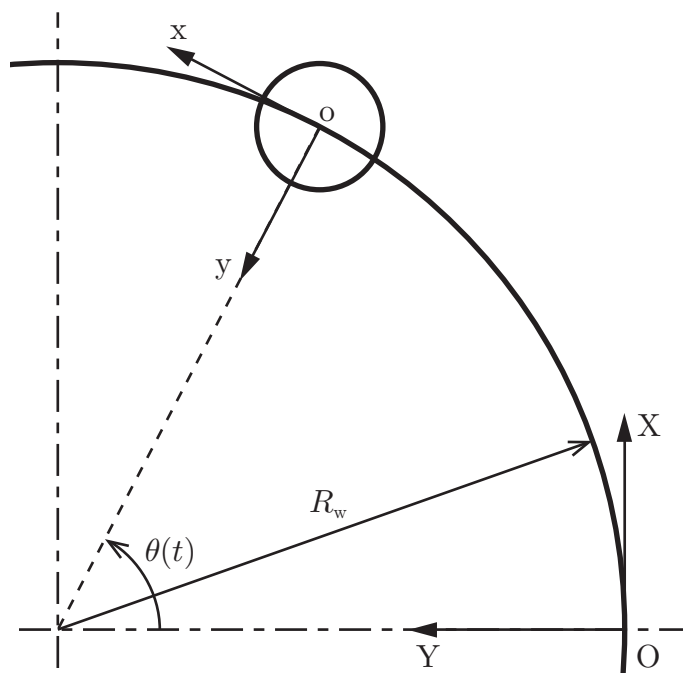


Fig. 8.2 Conveyance trajectory of the dual pendulum model

Table 8.1 Parameters of the dual pendulum model

Length of pendulum l	0.0082 m
Gravitational acceleration g	9.81 m/s ²
Viscosity resistance per mass c/m	0.05 s ⁻¹
Radius of circular trajectory R_w	0.45 m
Finish time of intermittent cycle t_f	0.45 s
Finish time of idling stage t_c	1.5 s
Final value of cam curve θ_f	0.35 rad

8.2.2 実験条件

本数値実験において、最適化手法には、提案するノンパラメトリック形状最適化法（本節では以下、提案手法）、および運動曲線をユニバーサルカム曲線で表現し実数値GAを適用する手法（以下、従来手法）を用いる。これらの手法をそれぞれ複数回、テスト最適化問題へと適用し、それらの最適化結果を比較することで総合的にアルゴリズムの性能評価を行う。提案手法および従来手法のアルゴリズムにおけるパラメータ等について、アルゴリズムとしての性質を同等にするために以下のような条件を設定する。

初期個体集団は、各手法それぞれ対応する一回の最適化において同一の集団を用いる。具体的には、まず従来手法の一回の最適化に対して、初期個体集団をランダムな設計変数によって決定し、これらとまったく同じ曲線を、提案手法による一回の最適化での初期個体集団として設定する。

次に交叉は，提案手法では，二つの親個体を S_p および S_q ，生成される曲線を S_c とし，交叉法1，すなわち式(7.5)および式(7.4)より，

$$S_c(T) = (1 - F(T))S_p(T) + F(T)S_q(T) \quad (8.4a)$$

$$F(T) = r_0(1 - T) + r_1T \quad (8.4b)$$

と定義する．また突然変異を，交叉によって生成された曲線 S_c に対し，ランダムに選んだ一つの初期個体 S_i を用いて，

$$S'_c(T) = (1 - r_m)S_c(T) + r_mS_i(T) \quad (8.5)$$

と定義する．ここで， r_0 ， r_1 および r_m は，平均0.5，標準偏差 σ の正規乱数とし， r_0 および r_1 の場合を $\sigma = 1$ ， r_m の場合を $\sigma = 0.1$ とする．

また，従来手法における交叉および突然変異を提案手法におけるそれらとほぼ同等となるよう次のように定める．従来手法における設計変数のベクトルを $\mathbf{T} = (T_1, \dots, T_6)$ とし，2個の親個体を \mathbf{T}_p および \mathbf{T}_q ，ランダムな初期個体を \mathbf{T}_i ，生成される子個体を \mathbf{T}'_c としたとき，交叉を，

$$\mathbf{T}_c = (\mathbf{I}_6 - \mathbf{R}_c)\mathbf{T}_p + \mathbf{R}_c\mathbf{T}_q \quad (8.6)$$

突然変位を，

$$\mathbf{T}'_c = (\mathbf{I}_6 - \mathbf{R}_m)\mathbf{T}_c + \mathbf{R}_m\mathbf{T}_i \quad (8.7)$$

とする．なお， \mathbf{R}_c および \mathbf{R}_m は，各要素がともに平均0，標準偏差がそれぞれ1および0.1の正規乱数である6次対角行列であり，また \mathbf{I}_6 は6次単位行列である．なお，式(8.6)の交叉の方法は，実数値GAの交叉法であるBLX- α の一様乱数を正規乱数に置き換えたものと同様である．

提案手法および従来手法に共通する上記以外のパラメータをTable 8.2に示す．最終的に，従来手法および提案手法における最適化問題は，それぞれ式(8.8)および式(8.9)として定式化される．

$$\text{minimize } J(S(\mathbf{T}, T)) = J(\mathbf{T}) \quad (8.8a)$$

$$\text{subject to } \min_{0 \leq T \leq 1} \dot{S}(\mathbf{T}, T) \geq 0 \quad (8.8b)$$

$$\text{minimize } J(S(T)) \quad (8.9a)$$

$$\text{subject to } \min_{0 \leq T \leq 1} \dot{S}(T) \geq 0 \quad (8.9b)$$

Table 8.2 Common parameters for the conventional and proposed methods

Number of generations	20
Population size	20
Number of elite individuals	10
Selection method	Tournament selection (size: 2)

本数値実験では、従来手法および提案手法を用いて、それぞれ最適化問題である式 (8.8) および式 (8.9) の最適化を各 1000 回行い、得られた最適値をもとに、同一の初期個体集団を持つ各手法同士の勝敗および各手法の最適値の代表値を比較することで評価を行う。

8.2.3 実験結果

各 1000 回の最適化において、従来手法に対する提案手法の勝敗は 149:851 となり、提案手法の方が確率的に良い曲線を導出可能であることがわかる。また各手法 1000 個の最適値の代表値である、最小値、平均値、最大値を Table 8.3 に示す。さらに、Fig. 8.3 に、カーネル密度推定^[82]によって求めた両手法の最適値の確率分布を示す。

本最適化問題における、最適化手法に依らない本来の理論最適値は、提案手法の最小最適値である 0.366 付近あるいはそれよりも小さな値であるはずである。しかしながら、従来手法で求められた最適値は最小でも 0.448 と提案手法の値よりも大きく劣っている。これは、従来手法はユニバーサルカム曲線という限られた枠組み内でしか曲線を生成できず、理論最適解に十分近い解を表現できないためである。一方で提案手法は、その遺伝的操作法により複雑な曲線であっても生成可能であるため、十分に理論

Table 8.3 Representative values of the conventional and optimized methods for each 1000 optimized values

Method	Minimum	Mean	Maximum
Conventional	0.448	0.487	0.560
Proposed	0.366	0.435	0.532

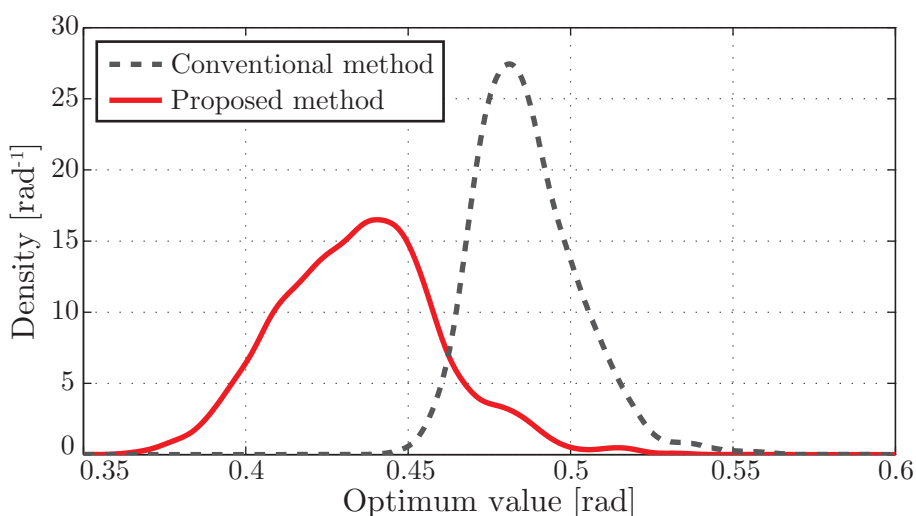


Fig. 8.3 Probability distributions of the optimum values for the conventional and proposed methods

最適解に近い解を導出できたのだと考えられる。また、Fig. 8.3 の確率密度や平均最適値を単純に比較しても、提案手法の方が従来手法よりもより優れた解を発見できる可能性が高く、優位性があるといえる。

本節での検証では等価な条件を用いて比較を行うために、提案手法の初期個体集団を従来手法と同一の集団で設定したが、本来は任意の初期個体を割り当てることが可能であるため、既知の良好な曲線を初期個体に割り当ててことでより効果的に最適化を行えることが期待できる。

8.3 CFD シミュレータを用いた最適設計

提案するノンパラメトリック最適化法を用いて、第6章と同様に、間欠搬送式ボトリリング装置の搬送用運動曲線の最適化を行う。

8.3.1 最適化問題の定式化

まず CFD シミュレータの設定については、基本的には 6.4.1 節での設定と同じであるが、Table. 6.2 における液体の表面張力の接触角 (Contact angle) を、対象が水と PET 素材の接触であることからより正確な値である 65 deg へと変更した。

液面振動に対する評価値は、式 (6.14) の $h_{\max}(t)$ を用いて、式 (8.10) の 1 間欠サイクルにおける最大液位 J_1 および式 (8.11) の搬送後の残留振動における最大液位 J_2 とする。

$$J_1 = \max_{0 \leq t \leq t_c} h_{\max}(t) \quad (8.10)$$

$$J_2 = \max_{t_f + t_{\text{ext}} \leq t \leq t_c} h_{\max}(t) \quad (8.11)$$

これらの評価値を用いることで、多目的最適化問題として次式のように定式化される。

$$\text{minimize } J_1(S(T)) \text{ and } J_2(S(T)) \quad (8.12a)$$

$$\text{subject to } \min_{0 \leq T \leq 1} \dot{S}(T) \geq 0 \quad (8.12b)$$

最適化手法には、多目的 GA の一つである NSGA-II (2.5.4 節参照) に、提案するノンパラメトリック形状最適化法を組み合わせた手法を使用する。このときのアルゴリズムのパラメータを Table 8.4 に示す。このとき、初期個体集団には、既存のカム曲線

Table 8.4 Optimization parameters for the NSGA-II

Number of generations	49
Population size	36
Selection method	Crowded Tournament Selection
Crossover method	Proposed method

を用いることとし、具体的には、付録B.4に示す16個の標準カム曲線を使用する。また、世代あたりの個体数は36であるが、第1世代を除いて、そのうち世代ごとに新たに生成される個体が18、前世代から持ち越されるいわゆるエリート個体と見なせる個体が18である。したがって本最適化において解析される総個体数は900である。

8.3.2 最適化結果

最適化に要した時間は、Intel Core i7-2600K プロセッサ搭載パソコンを使用し、さらにシミュレータを3個並列で解析を行ったところ、約60時間であった。

Fig. 8.4に最適化の過程で解析を行った900個の個体における、二つの評価値 J_1 , J_2 についての散布図を示す。図中、矢印で示したパレート最適解を本最適化における最適運動曲線として採用する。また同じく矢印で示した初期個体である合成正弦曲線 F-3, および変形正弦曲線を最適運動曲線との比較のために用いる。合成正弦曲線 F-3 は本最適化において、初期個体のなかでは最も良好な個体であると考えられるが、数値上は最適運動曲線の方がさらに良好な個体であることがわかる。

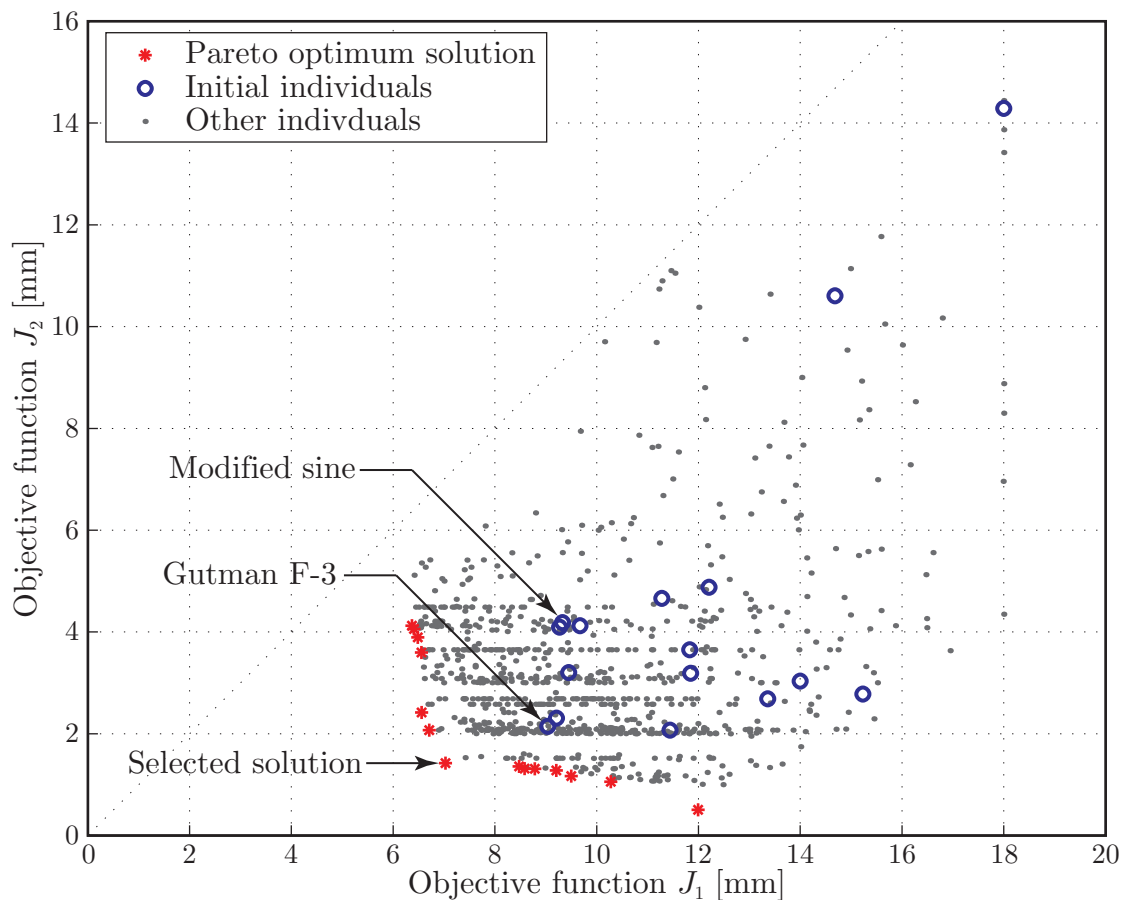


Fig. 8.4 Scatter diagram of the evaluation values of all the analyzed individuals

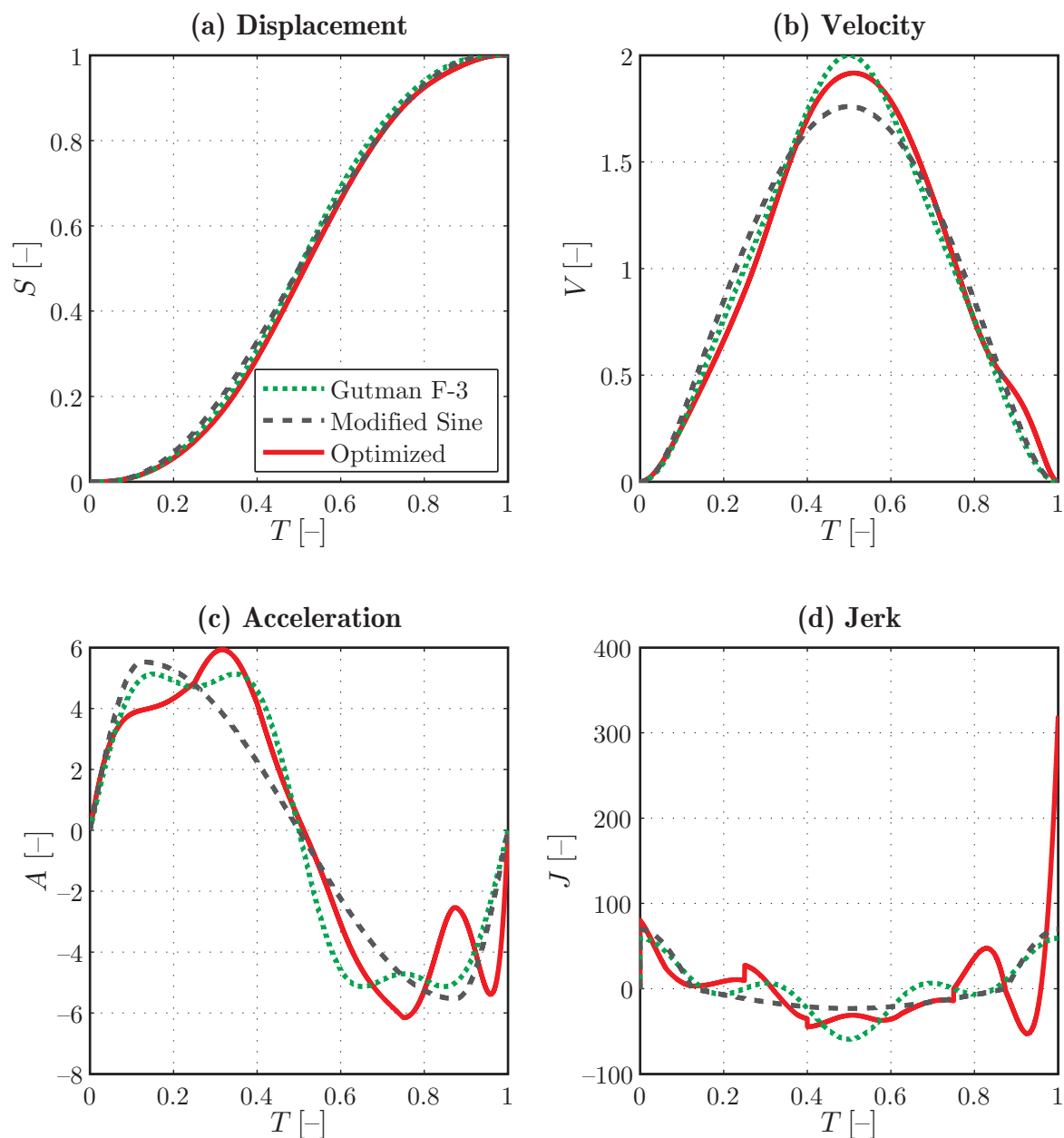


Fig. 8.5 Broadly-defined cam curves of the Gutman F-3, the modified sine and the optimized motion curve

最適運動曲線と比較対象の合成正弦曲線 F-3 および変形正弦曲線を Fig. 8.5 に示す。また式 (6.14) によって計算される各曲線の時間ごとの最大液位の波形を Fig. 8.6 に示す。Fig. 8.5 より、最適運動曲線は速度および加速度において各最大値が合成正弦曲線 F-3 および変形正弦曲線とほぼ同等な値になったのに対し、躍度については最終値がかなり大きな値となっている。しかしながら Fig. 8.6 に示されるように、最適運動曲線の方が、 $t = 0.45$ s までの搬送が行われている間は液面振動の振幅も小さく、また残留振動も良好に低減できている。

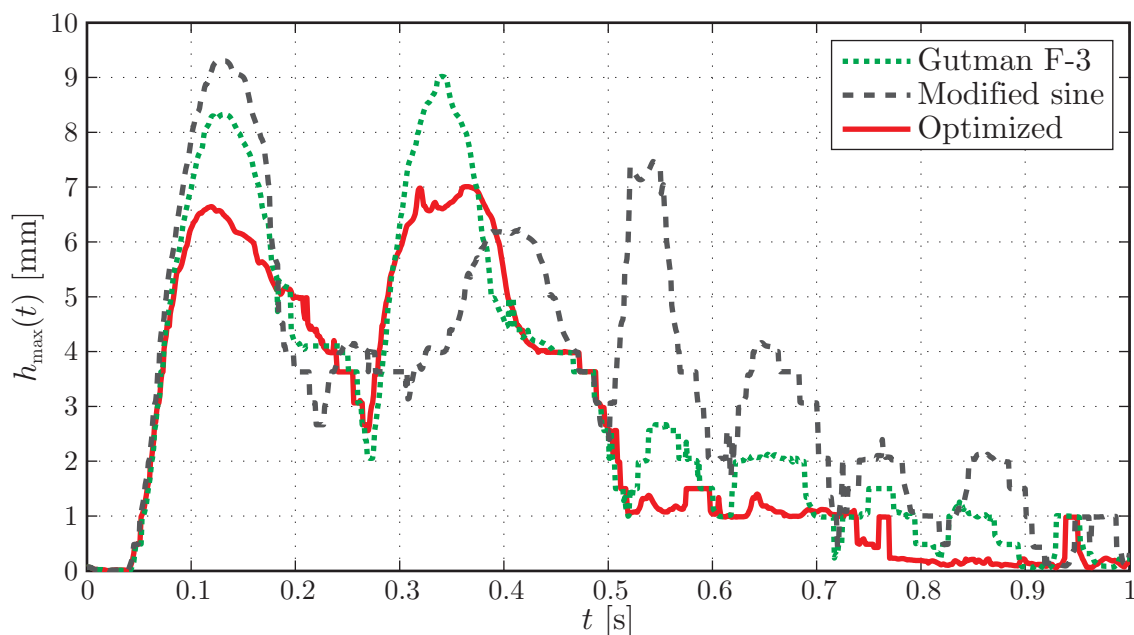


Fig. 8.6 Maximum liquid level waveforms for the Gutman F-3, the modified sine and the optimized motion curve

8.3.3 搬送実験

導出された最適運動曲線と比較対象である合成正弦曲線 F-3 および変形正弦曲線を間欠搬送式ボトリング装置に適用し搬送実験を行った。これらの運動曲線による搬送結果の比較を Fig. 8.7 に示す。

実験結果より、(c) の最適運動曲線は、(a) の合成正弦曲線 F-3 および (b) の変形正弦曲線と比較して、シミュレーションでの結果と同様に、搬送時の液体振動の最大振幅および搬送後の残留振動が良好に低減できていることがわかる。したがって、間欠搬送式ボトリング装置に本最適運動曲線を用いることで、ボトルからの液体の溢流が起らない安全なボトル搬送を実現することが可能である。

8.4 まとめ

本章では、まず、前章にて提案したノンパラメトリック形状最適化法の有効性を、テスト最適化問題により検証した。このときのテスト最適化問題として、ボトル内の液体振動を振子モデルで模擬した振動最小化問題を用いた。また提案手法の比較対象として、運動曲線をユニバーサルカム曲線により定義し、最適化手法に実数値 GA を適用した、パラメトリックな設計手法を用いた。結果として、提案手法は従来手法よりも優れた解を発見することができ、本手法の設計自由度の高さが示された。また、第 6 章でも扱った、ボトル搬送用運動曲線の設計問題に対し、本提案手法に多目的 GA である NSGA-II を組み合わせて最適化を行うことで、搬送時および搬送後の液体振動を低減可能な優れた運動曲線を導出することができた。

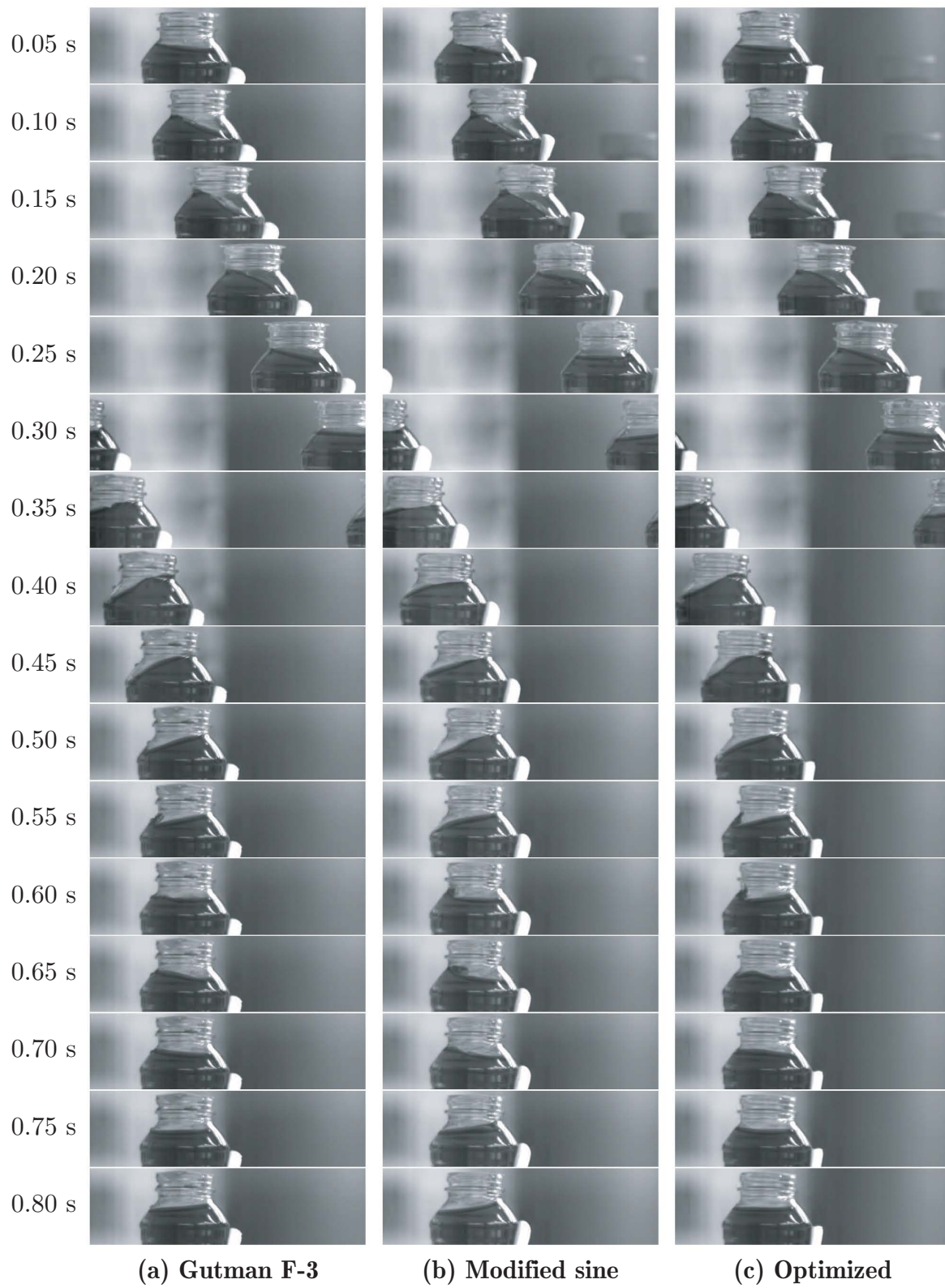


Fig. 8.7 Results of conveyance using the Gutman F-3, the modified sine and the optimized motion curve

第9章 ダイカストにおけるランナー形状のノンパラメトリック最適設計

9.1 はじめに

本章では、提案するノンパラメトリック形状最適化法を用いて、ダイカストにおけるランナー形状の最適設計を行う。鑄造方案の一つであるランナーは、スプルーからゲートまでを繋ぐ溶湯の経路であり、製品形状や製品の個取り数に応じて、複数の分岐や屈曲・湾曲を持つ複雑な形状となる。ランナーの形状として一般的に要求されることは、ランナー内で空気の巻き込みや乱流を起こさないこと、溶湯を整流すること、容積が小さいことなどがあげられる^[83]。

本章では、Fig. 9.1に示す(a)および(b)の2種類の形状について、おもに空気巻き込みの最小化を目的に、提案手法を用いてそれぞれ最適設計を行う。Fig. 9.1の(a)は、流路が左右直角方向に分岐する対称形状であり、「T字路」と呼ぶこととする。また(b)は、1本の流路が直角に屈曲する形状であり、「L字路」と呼ぶ。これらの流路形状を最適化する手順として、まず、最適化時間短縮のために、2次元的なCFD解析によって、良好な個体を最適形状の候補として複数導出する。次に、これらの流路に均一な厚みを加えることで3次元形状とし、より実現象に近い3次元解析を行うことで、T字路およびL字路のそれぞれ唯一の最適形状を決定する。そして求めたT字路およびL字路を連結させることで、最終的なランナーの最適形状とする。この最適ランナー形状は、水モデル可視化実験によって有効性の検証を行う。なお、Fig. 9.1に示す寸法どおりの、外形部分が直線で構成され、角部に半径4 mmの面取りが施されたT字路およびL字路を、「標準形状」とし、最適形状に対する比較対象として用いる。

ここで、T字路の対称軸に対する片側形状およびL字路において、流入部および流出部の幅はそれぞれ15 mmと等しい値として定義されている。一般的に、ランナー内部で空気の閉じ込めを発生させないためには、流路の断面積がゲートに近づくと連れて、徐々に小さくなるように設計を行えば、比較的容易にそれを達成することができる。一方でゲート断面積を基準に考えた場合、必要なゲート断面積を得るためには、スプルー側のランナー断面積を大きくしなければならず、結果としてランナーの容積を増大させてしまう。したがって本章では、流入部と流出部の幅（または断面積）が同じであっても、空気の閉じ込めが発生しない分岐や屈曲を持つ流路形状の導出を目的とする。

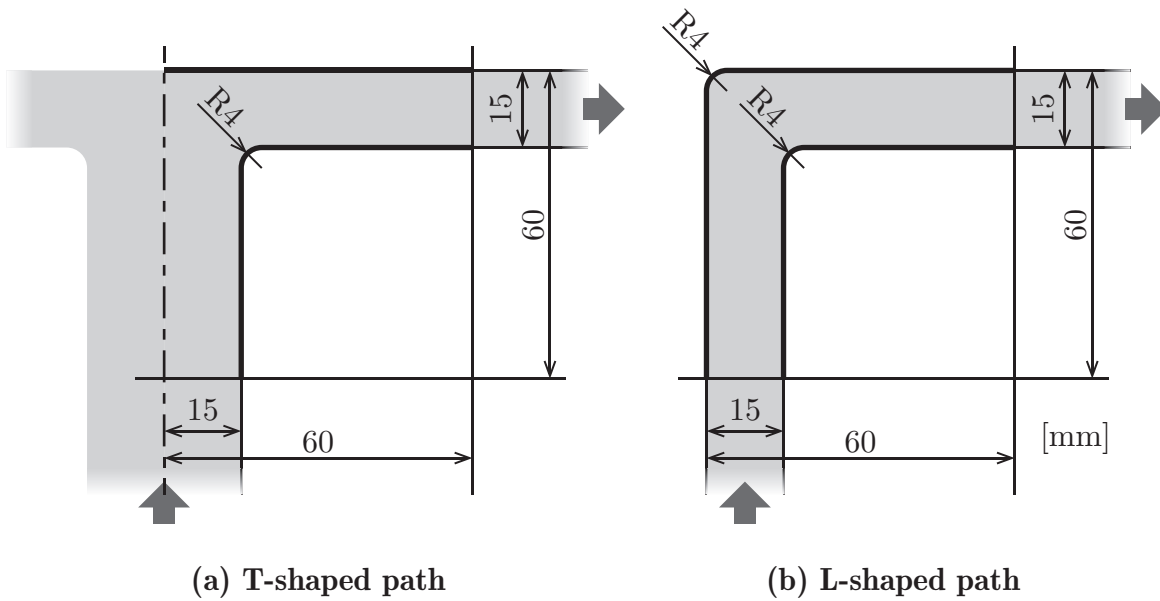


Fig. 9.1 Definition of the standard path shapes

9.2 ランナー形状の最適設計

9.2.1 設計モデルの定義

Fig. 9.2にT字路の設計モデルを示す. これは基本的に, Fig. 9.1の基本形状と同じ寸法の流路であるが, 破線で表される二つの曲線 $\mathbf{S}^{T1}(t)$ および $\mathbf{S}^{T2}(t)$ が形状変更可能な外形部分となる. この二つの曲線を合わせて最適化における一つの個体とし, σ^T と表現する. 2曲線 $\mathbf{S}^{T1}(t)$ および $\mathbf{S}^{T2}(t)$ の幾何学的制約条件としては, まず各端点の位置について, $\mathbf{S}^{T1}(0)$, $\mathbf{S}^{T1}(1)$ および $\mathbf{S}^{T2}(1)$ は完全に固定とし, $\mathbf{S}^{T2}(0)$ のみY軸方向に関して自由度を持つ. また各曲線の形状全体としては, 下記のすべての条件を満たすものとする.

1. 各曲線は, それ自体で交差や接触する部分がない.
2. 他方の曲線と交差や接触する部分がない.
3. 定義領域 D (図中, 外枠の内部) にすべての部分が含まれる.
4. 固定領域 D_F (図中, ハッチング部分) に, 端点を除くすべての部分が含まれない.

これらの条件を満たすすべての個体 σ^T の集合, すなわち実行可能領域を Σ^T と定義する.

L字路についても, Fig. 9.3に示すように設計モデルを定義する. 二つの曲線 $\mathbf{S}^{L1}(t)$ および $\mathbf{S}^{L2}(t)$ が形状変更可能な外形部分であり, 個体は σ^L と表現される. 各曲線の幾何学的制約条件としては, すべての端点の位置が完全に固定であり, またT字路と同様に上記の条件1~4をすべて満たすものとする. これらの制約条件を満たす実行可

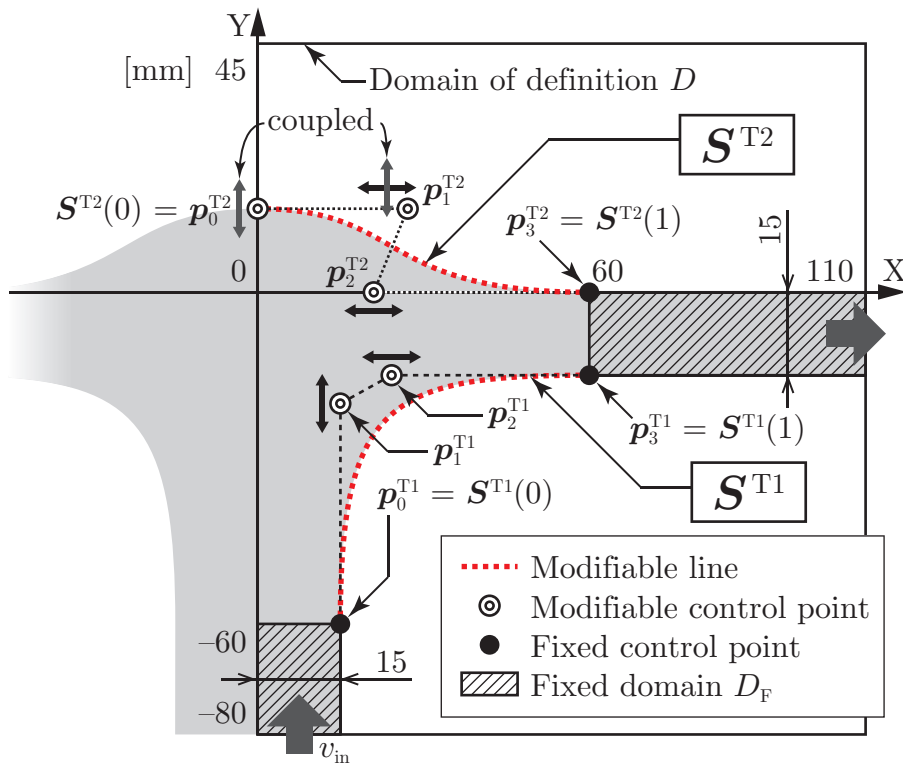


Fig. 9.2 Design model of T-shaped path

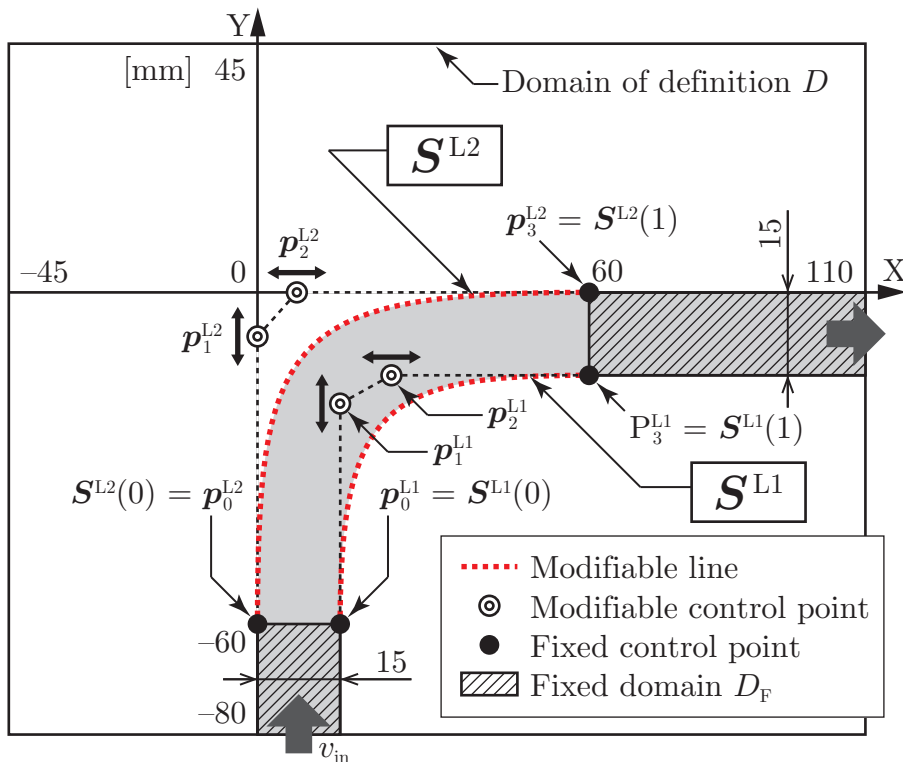


Fig. 9.3 Design model of L-shaped path

能領域を Σ^L とする. なお, T字路およびL字路の区別なく個体やその実行可能領域を表現する場合は, 以後, それぞれ σ^* , Σ^* と表記する.

9.2.2 初期個体の生成

最適化における T字路の初期個体は, $S^{T1}(t)$ および $S^{T2}(t)$ をランダムな3次ベジェ曲線とすることで生成する. 3次ベジェ曲線は4個の制御点を持つ曲線で, 各制御点は Fig. 9.2 に示すように, 完全に固定とする点, または1次元あるいは2次元に自由度持つ点としてそれぞれ定義する. 具体的には, 各制御点 $p_i^{Tj} = (p_{xi}^{Tj}, p_{yi}^{Tj})^T$ ($i = 0, 1, 2, 3, j = 1, 2$) を Table 9.1 によって決定する. ここで, $R_U(a, b)$ は, 区間 $[a, b]$ 上の一様分布に従う一様乱数を与える関数である.

L字路の初期個体についても同様に, 各曲線を Fig. 9.3 に示される3次ベジェ曲線とし, それらの制御点 $p_i^{Lj} = (p_{xi}^{Lj}, p_{yi}^{Lj})^T$ ($i = 0, 1, 2, 3, j = 1, 2$) を Table 9.2 に従ってランダムに決定する.

なお, 一度生成された個体 σ^* が前述の制約条件を満たさない (すなわち $\sigma^* \notin \Sigma^*$ である) 場合は, これを棄却し, 新たに個体を生成し直す. 初期個体集団として, 最適化の設定パラメータである「1世代あたりの個体数」分だけ制約条件を満たす個体が用意されるまで, 個体生成を繰り返し行う. これは, 交叉による次世代個体集団の生成の際も同様とする.

Table 9.1 Coordinates of the control points of S^{T1} and S^{T2} as initial curves

i	0	1	2	3
p_{xi}^{T1}	15	15	$R_U(-45, 60)$	60
p_{yi}^{T1}	-60	$R_U(-60, 45)$	-15	-15
p_{xi}^{T2}	0	$R_U(0, 90)$	$R_U(-30, 60)$	60
p_{yi}^{T2}	$R_U(-60, 45)$	p_{y0}^{T2}	0	0

Table 9.2 Coordinates of the control points of S^{L1} and S^{L2} as initial curves

i	0	1	2	3
p_{xi}^{L1}	15	15	$R_U(-45, 60)$	60
p_{yi}^{L1}	-60	$R_U(-60, 45)$	-15	-15
p_{xi}^{L2}	0	0	$R_U(-45, 60)$	60
p_{yi}^{L2}	-60	$R_U(-60, 45)$	0	0

9.2.3 CFD シミュレータの構築

流路内部における流体挙動を解析するために、3次元汎用 CFD ソフトウェアを用いて CFD シミュレータを構築する。なお前述のとおり、現段階では、まずは2次元的な CFD 解析を扱う。T字路およびL字路の各シミュレータにおけるメッシュブロックは、それぞれ Fig. 9.2 および Fig. 9.3 の定義領域 D と同一の範囲として設定する。また、メッシュブロックのセルサイズおよびセル数を Table 9.3 に示す。ここで Z 軸は、Fig. 9.2 および Fig. 9.3 において、X 軸および Y 軸に垂直で紙面手前を正方向とする軸を表す。

T字路は、形状が Y 軸に対して左右対称であるため、メッシュブロック左側面 ($-X$ 面) の境界条件を面対称境界として設定する。また、T字路、L字路ともに、下面 ($-Y$ 面) および右側面 ($+X$ 面) の境界条件をそれぞれ流入境界、流出境界とする。流入境界では、Y 軸正方向に一定速度 $v_{in} = 5.0$ m/s の流体を流入させる。なお、後述の3次元 CFD 解析では、流入速度 1.25 m/s および 2.5 m/s でのシミュレーションも行うため、以後、流入速度 v_{in} が変数である前提でパラメータや関数の定義を行う。

シミュレーションにおける流体は、自由表面を持つ一流体モデルとして計算する。流体の物性値は、20°C の水を想定し、Table 9.4 の値として設定する。流れの計算として重要となる自由表面の移流計算法には、TruVOF 法^[84]の一種である Split Lagrangian method を用いる。一方、シミュレーションにおける空気は、断熱気泡モデル (adiabatic bubble model)^[85]によって表現し、初期気圧および流出境界における気圧を 1.013×10^5 Pa とする。このモデルを用いることで、一流体解析であっても気泡を考慮した流動計算を行うことができる。その他、重力は、流速が比較的速いこと、また形状の重力方向に対する普遍性を考慮し、0 とする。また、シミュレーション終了時間 t_f は、流

Table 9.3 Mesh parameters for the simulation of runners

Direction	Cell size [mm]	Number of cells	
		T-shaped	L-shaped
X	0.5	220	310
Y	0.5	250	250
Z	0.5	1	1
Total	–	55,000	77,500

Table 9.4 Fluid properties of water at 20°C for simulation

Density	1000 kg/m ³
Viscosity	0.001 P · s
Surface tension coefficient	0.073 N/m
Contact angle	60 deg

路の体積に依存するものとし、次式で定義する。

$$t_f = \min \left\{ \frac{V_{\text{path}}(\sigma^*)}{A_{\text{in}} v_{\text{in}}} + t_{\text{ext}}, t_{\text{max}} \right\} \quad (9.1)$$

ここで、 $V_{\text{path}}(\sigma^*)$ は流路 σ^* のメッシュブロック内の体積、 A_{in} は流路流入部の断面積である。したがって、この V_{path} を含む項は、流路からの流体流出がなかった場合における、流路が流体によって完全に満たされるまでの時間を表す。式(9.1)では、この項にさらに追加時間 t_{ext} を加える。また、 t_{max} は t_f の最大設定値である。これらのパラメータは、流入速度 v_{in} に反比例する値とし、それぞれ $t_{\text{ext}} = 0.1d/v_{\text{in}}$ 、 $t_{\text{max}} = d/v_{\text{in}}$ と定義する。ここで、 d は便宜上設定する基準長さであり、 $d = 0.5 \text{ m}$ とする。さらにシミュレーションにおけるデータ取得間隔を $\Delta t = 0.01d/v_{\text{in}}$ と定義する。

9.2.4 目的関数および最適化問題の定式化

本最適化では、流路形状の評価値として三つの目的関数を定義する。一つ目の目的関数 J_1 は、シミュレーションの最終時刻 t_f における空気の残留量（あるいはボイド体積）を評価するもので、次式で定義される。

$$J_1 = \sum_{i \in \Omega} V_{\text{cell}i} F_{\text{space}i} (1 - F_{\text{fluid}i}(t_f)) \quad (9.2)$$

ここで、 Ω はメッシュブロックに含まれるすべてのセルの集合を表す。また、 $V_{\text{cell}i}$ はセル i の体積、 $F_{\text{space}i}$ はセル i の空間体積率（セル体積に対する流体またはボイドが存在する空間体積の割合）、 $F_{\text{fluid}i}(t)$ は時刻 t におけるセル i の流体体積率（セルの空間体積に対する流体体積の割合）を表す。なお $V_{\text{cell}i}$ は、ここではすべてのセル i について、 $V_{\text{cell}i} = 0.5^3 = 0.125 \text{ mm}^3$ と一定である。関数値 J_1 は、最終時刻 t_f において流路内のすべての空間が流体で満たされれば、 $J_1 = 0$ の最小値をとる。この目的関数は、空気閉じ込め量を直接評価するものであり、三つの関数のなかでは最も重要であるといえる。

二つ目の目的関数 J_2 は、流出部における流体到達の均一性を評価するものであり、次式で定義される。

$$J_2 = \min_{\tau \in [0, t_{\text{max}}]} \left\{ \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{j=0}^{k-1} (F_{\text{out}}(j\Delta t) - F_{\text{ref}}(j\Delta t, \tau))^2} \right\} \quad (9.3)$$

ここで、 k は時系列データのサンプリング数を表し、 $k = t_{\text{max}}/\Delta t + 1$ である。また、 $F_{\text{out}}(t)$ は時刻 t における流出部に接するセル全体の流体体積率を、 $F_{\text{ref}}(t, \tau)$ は目標と

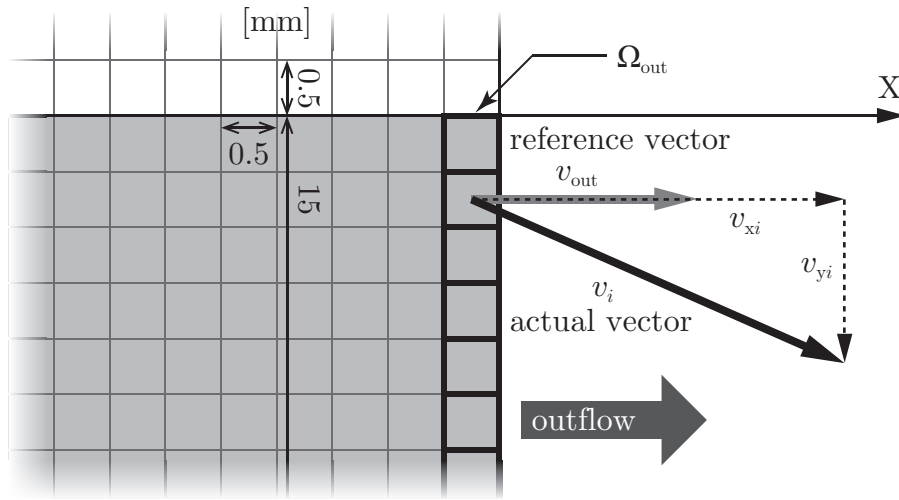


Fig. 9.4 Reference and actual flow velocity vectors of a cell on the outflow boundary

なる理想的な $F_{\text{out}}(t)$ を表し、それぞれ次式によって定義される。

$$F_{\text{out}}(t) = \begin{cases} \frac{\sum_{i \in \Omega_{\text{out}}} V_{\text{cell } i} F_{\text{space } i} F_{\text{fluid } i}(t)}{\sum_{i \in \Omega_{\text{out}}} V_{\text{cell } i}} & (t \leq t_f) \\ F_{\text{out}}(t_f) & (t > t_f) \end{cases} \quad (9.4)$$

$$F_{\text{ref}}(t, \tau) = \begin{cases} 0 & (t < \tau) \\ 1 & (t \geq \tau) \end{cases} \quad (9.5)$$

式(9.4)において、 Ω_{out} は Fig. 9.4 に示す流出部に接するセルの集合である。また $F_{\text{space } i}$ は前述のとおりセル i の空間体積率を表すが、セル $i \in \Omega_{\text{out}}$ に関してはすべて $F_{\text{space } i} = 1$ である。式(9.5)の $F_{\text{ref}}(t, \tau)$ は、立ち上がり時刻が τ である単位ステップ関数を表す。したがって、式(9.3)の評価値 J_2 は、時間に対する流出部の充填率 $F_{\text{out}}(t)$ と、これに対し最小二乗的に最もよく一致する $F_{\text{ref}}(t, \tau)$ との、残差の二乗平均平方根を表す。この値が0であるとき、 $F_{\text{out}}(t)$ は単位ステップ関数となり、流体が流出部へ完全に均一に到達したことを意味する。

三つ目の目的関数 J_3 は、流出部から流出する流速ベクトル分布の均一性を評価するもので、次式で定義される。

$$J_3 = \frac{\sum_{i \in \Omega_{\text{out}}} \sqrt{(v_{xi}(t_f) - v_{\text{out}})^2 + (v_{yi}(t_f))^2}}{|\Omega_{\text{out}}| v_{\text{out}}} \quad (9.6)$$

ここで v_{out} は、Fig. 9.4 に示すような目標となる理想的な流出流速であり、 A_{out} を流出部の断面積とすれば、 $v_{\text{out}} = v_{\text{in}} \cdot A_{\text{in}} / A_{\text{out}}$ の関係が成り立つ。なお本章で対象とする流路は、 $A_{\text{in}} = A_{\text{out}}$ であるため、 v_{out} は v_{in} と等しい。また、 $v_{xi}(t)$ および $v_{yi}(t)$ は時刻 t およびセル i における流速ベクトル $v_i(t)$ の X 軸方向成分および Y 軸方向成分を表す。

Table 9.5 Optimization parameters for the NSGA-II

Number of generations	15
Population size	200
Selection method	Crowded tournament selection (size: 20)
Crossover method	Proposed method

さらに $|\Omega_{\text{out}}|$ は、集合 Ω_{out} の要素数を表し、ここでは $|\Omega_{\text{out}}| = 30$ である。したがって、評価値 J_3 は流出部における実際の流速ベクトルと目標流速ベクトルの相対誤差の平均を表している。これらの実際の流速ベクトルがすべて目標流速ベクトルと完全に一致すれば、この評価値は0となる。

目的関数 J_2 および J_3 は、上記の定義から、空気閉じ込めの評価とは直接は関係がない。しかしながら、複数の T 字路および L 字路を連続的に結合させたランナーを考えた場合に、 $J_2 = J_3 = 0$ となる理想的な流路を用いれば、そのようなランナーの最終部においても流体の到達性および流速ベクトル分布が完全に均一となるため、本章ではこれらの目的関数を設定している。

最終的に、本最適化問題は次式のように定式化される。

$$\text{minimize } J_1(\boldsymbol{\sigma}^*), J_2(\boldsymbol{\sigma}^*) \text{ and } J_3(\boldsymbol{\sigma}^*) \quad (9.7a)$$

$$\text{subject to } \boldsymbol{\sigma}^* \in \Sigma^* \quad (9.7b)$$

これは、多目的最適化問題であり、本論文では、多目的 GA である NSGA-II を基本に、提案するノンパラメトリック手法を組み合わせることで本最適化問題を解く。このときの最適化の設定パラメータを Table 9.5 に示す。

9.2.5 最適化結果

CFD 解析を含む最適化計算には、Intel Core i7-4770K プロセッサ搭載コンピュータを使用した。1 個体あたりの計算時間が約 30 秒、解析個体数が T 字路および L 字路について各 3000 であるため、最適化にはそれぞれ延べ約 25 時間を要した。

Fig. 9.5 に、T 字路の最適化において導出した個体の、各目的関数に対する散布図を示す。またあわせて、Fig. 9.1 の標準形状 $\boldsymbol{\sigma}_{\text{std}}^T$ も図示する。図中の一点が一つの個体を表し、各点のグラフ上の座標が目的関数 J_2 および J_3 を、点の色が J_1 をそれぞれ表している。また、点の大きさが二通りあり、大きいものが非劣個体（非劣解）を、小さいものがそれ以外の劣個体を表す。一般的には、これらの非劣個体のなかから、最終的に唯一の最適個体（最適解）を選択することとなる。T 字路の最適化では 54 個の非劣個体が得られており、そのうち代表的な 3 個体 $\boldsymbol{\sigma}_A^T$ 、 $\boldsymbol{\sigma}_B^T$ および $\boldsymbol{\sigma}_C^T$ を図中に示す。いずれの個体も、曲線 $\boldsymbol{S}^{T1}(t)$ は滑らかな弧状の形状となり、曲線 $\boldsymbol{S}^{T2}(t)$ は二つの屈曲部を持つ形状となった。また、 J_2 が大きく、 J_3 が小さくなるにつれて、流路の中間部分の幅が広がっていきることがわかる。

続いて Fig. 9.6 に、L 字路の最適化において導出した個体および標準形状 $\sigma_{\text{std}}^{\text{L}}$ の、各目的関数に対する散布図を示す。本最適化では 70 個の非劣個体が得られ、代表的な 3 個の非劣個体 $\sigma_{\text{A}}^{\text{L}}$, $\sigma_{\text{B}}^{\text{L}}$ および $\sigma_{\text{C}}^{\text{L}}$ を図中に示す。Fig. 9.5 と同様に、 J_2 が大きく、 J_3 が小さくなるにつれて、流路の中間部分の幅が広がっていき結果となった。

さらに標準形状については、 $\sigma_{\text{std}}^{\text{T}}$, $\sigma_{\text{std}}^{\text{L}}$ とともに、他の個体と比べて悪い評価となった。

9.2.6 3次元解析による最適形状の選定

T 字路および L 字路の最適化によって導出されたそれぞれ 54 個と 70 個の非劣個体について、3次元 CFD 解析を行い、その結果をもとにそれぞれ一つの最適個体を決定する。

まず流路の形状については、Fig. 9.2 および Fig. 9.3 で表される 2次元形状に対し、Z 軸方向（奥行方向）に 8 mm の均一な厚みを加えることで 3次元形状とする。CFD シミュレータについては、基本的には 2次元解析のものと同じであるが、メッシュブロック、流入速度、および移流計算法について変更を加える。メッシュブロックについては、厚さ 8 mm の流路に対して、中間の 4 mm に位置する平面が対称面であると見なせるため、その片側厚さ 4 mm の流路を完全に包含するために、Z 軸方向のセル数を 9 とする。流入速度 v_{in} は、2次元解析では 5.0 m/s の一通りのみであったが、3次元解析では流速に対するより高い汎用性を考慮し、1.25 m/s, 2.5 m/s, 5.0 m/s の 3通りでの解析を行う。また、自由表面の移流計算法は、2次元解析では TruVOF 法を使用した。3次元解析ではこれに加え、通常の VOF 法での解析も行う。したがって 3次元解析では、一つの個体に対し計 6通りの解析を行うこととなる。

最終的な最適解は、すべての解析結果が平均的に優れた個体を採用する。これにより、CFD 解析における不確実性を補償し、より確実に、実現象においても良好な結果が得られる形状を選定することができる。具体的には、各個体の目的関数を、2次元解析と同じ三つの目的関数 J_1 , J_2 および J_3 の、それぞれ 6通りの解析による平均値として、次式のように定義する。

$$\bar{J}_i(\sigma^*) = \frac{1}{6} \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^2 J_i^{j,k}(\sigma^*) \quad (i = 1, 2, 3) \quad (9.8)$$

ここで、 j は 3通りの流速を、 k は二通りの移流計算法を表す。なお、3次元解析では、個体数が T 字路、L 字路合わせて 124 個であり、それぞれ 6通りの解析を行うため、合計の解析数は 744 回となる。

一連の 3次元解析における計算には、最適化の際に用いたものと同じコンピュータを使用した。1回の解析に要した計算時間はおよそ 20~ 30 分ほどであり、総解析数が 744 であるため、全体の計算時間としては延べ約 300 時間であった。

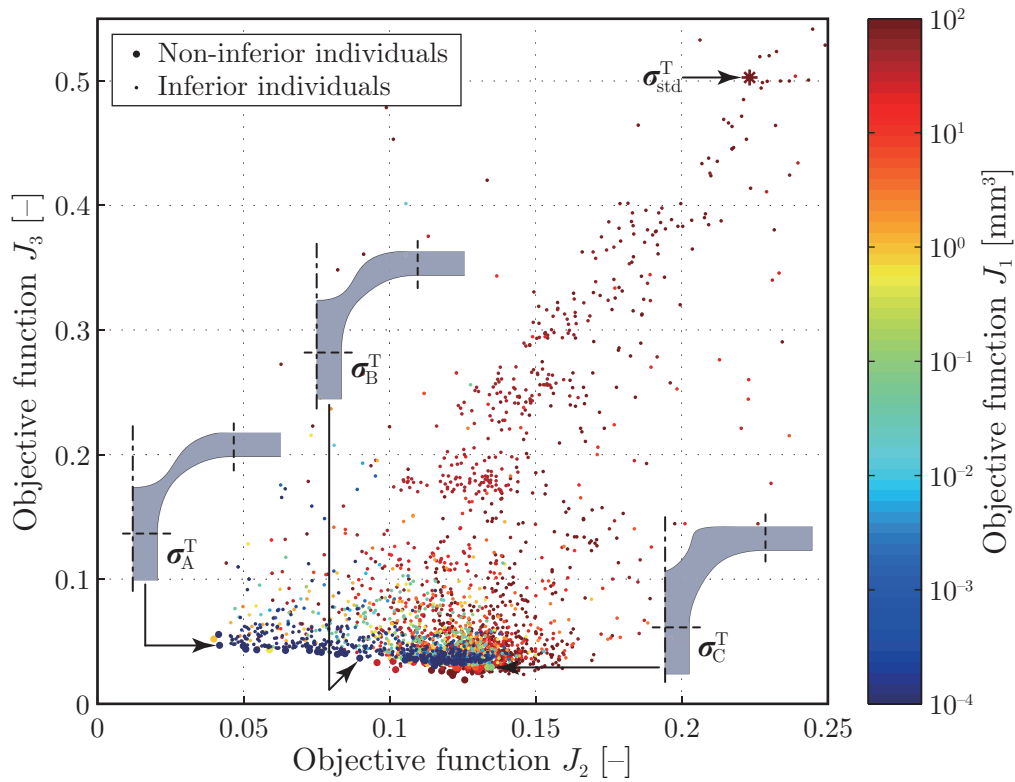


Fig. 9.5 Scatter diagram of the evaluation values of individuals derived in the optimization of T-shaped path

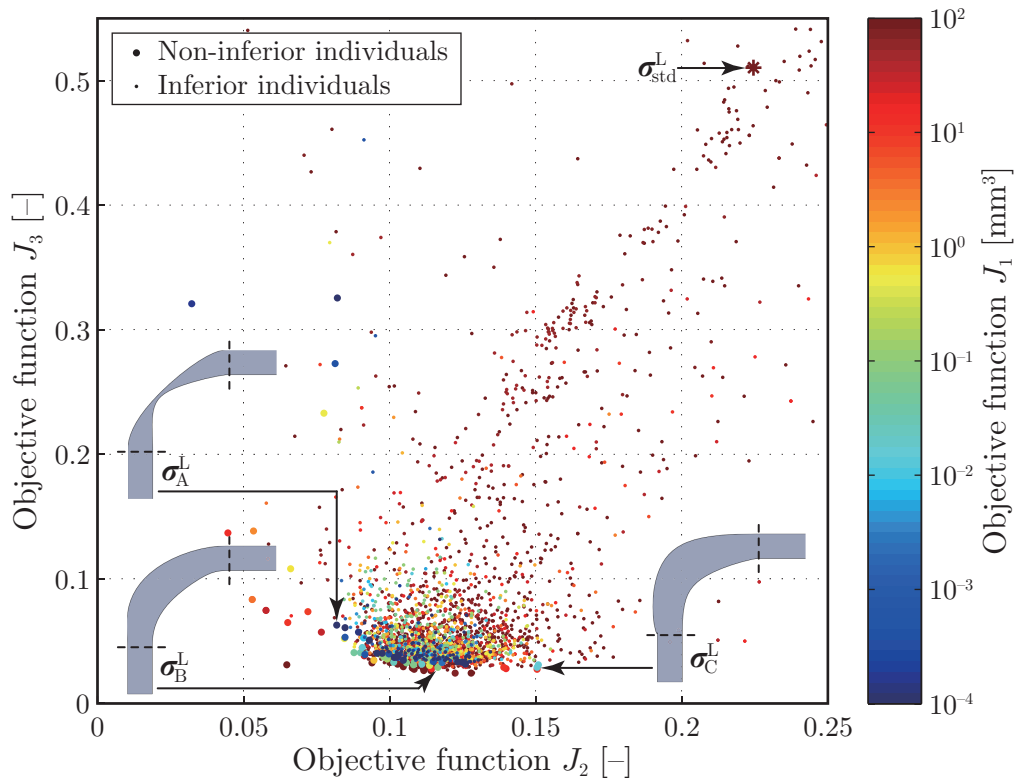


Fig. 9.6 Scatter diagram of the evaluation values of individuals derived in the optimization of L-shaped path

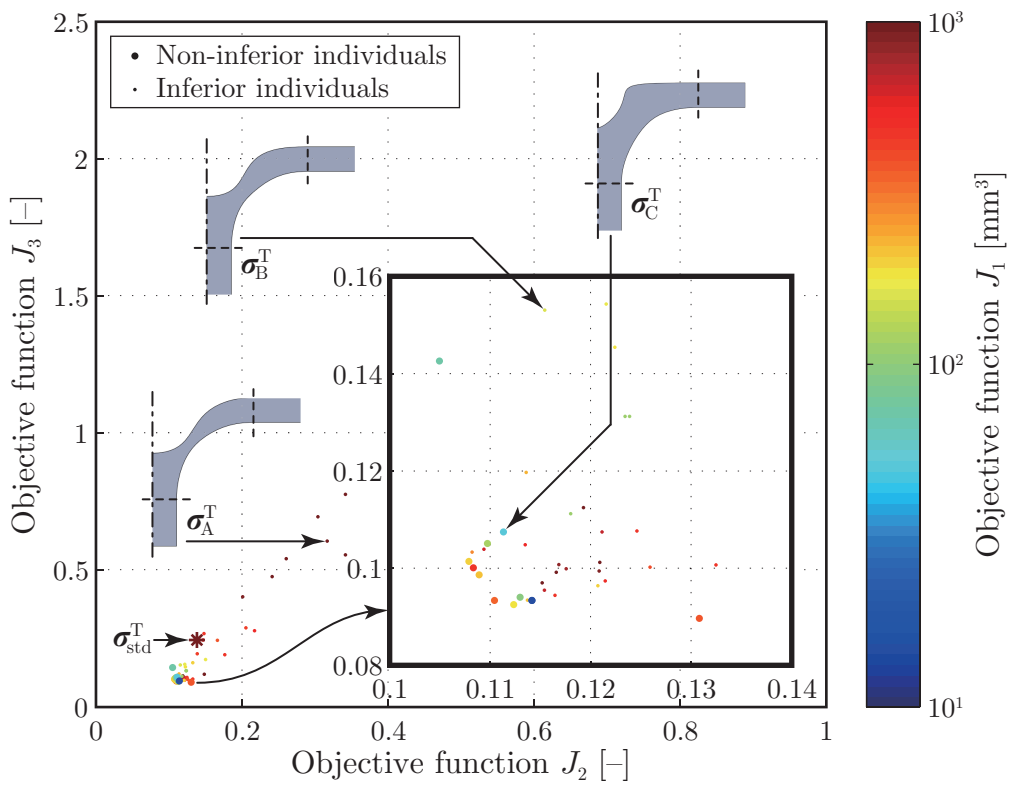


Fig. 9.7 Scatter diagram of the evaluation values of individuals for the 3D CFD analyses of T-shaped path

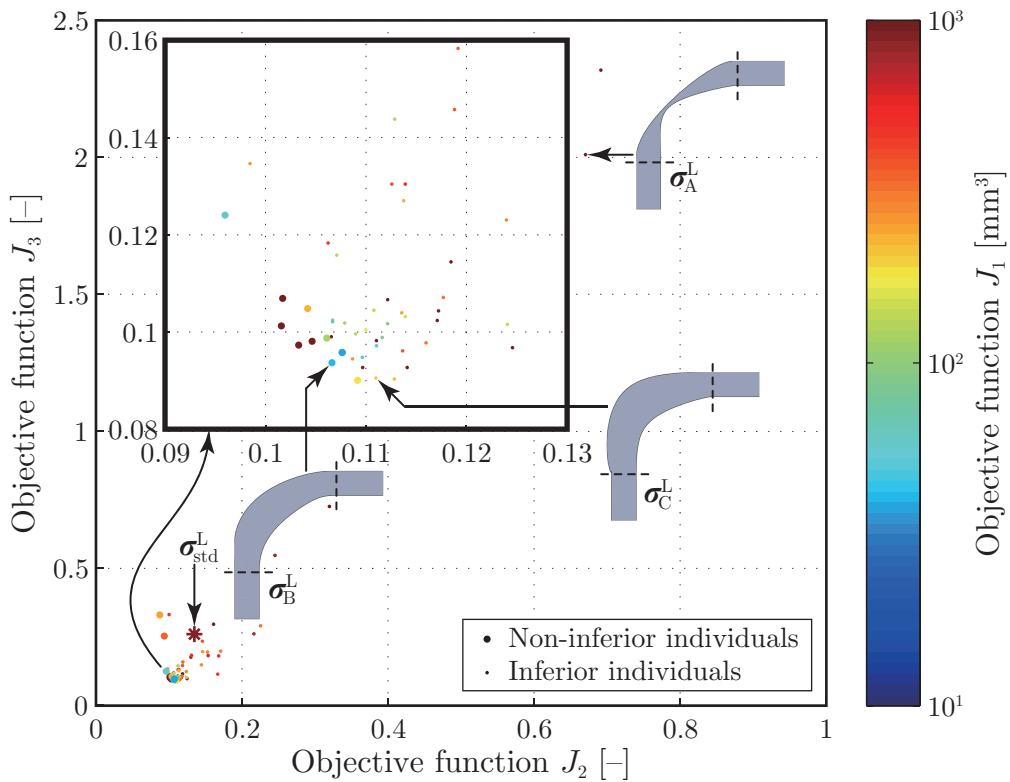


Fig. 9.8 Scatter diagram of the evaluation values of individuals for the 3D CFD analyses of L-shaped path

3次元解析の結果を Fig. 9.7 および Fig. 9.8 に示す. Fig. 9.7 は, T字路の非劣個体 54 個および標準形状 σ_{std}^T を目的関数についてプロットした散布図であり, Fig. 9.5 で示した三つの個体 σ_A^T , σ_B^T および σ_C^T の位置を図示してある. これらの個体について, 流路の中間部分が細くなる個体ほど, 三つの目的関数値すべてが悪くなる傾向となった. これは, 流路の狭窄した部分において流速が増加することで, それ以降流体で満たされない空間が発生するためである. Fig. 9.8 は, L字路の非劣個体 70 個および標準形状 σ_{std}^L の散布図であり, やはり流路中間部分が狭窄した個体 σ_A^L は劣悪な評価結果となった. また, 流路の中間部分がやや膨らんだ形状である個体 σ_C^L は, J_1 のみが悪い値となっており, これは, 膨張した部分において空気の閉じ込めが起こるためである.

最終的に, 3次元解析においても非劣個体となり, かつ J_1 の値が良好であった, 個体 σ_C^T および σ_B^L をそれぞれ T字路および L字路の最適個体 (最適形状) として決定した.

9.3 水モデル可視化実験

前節にて導出した最適流路形状の有効性を実験的に評価するために, ダイカストの水モデル可視化実験を行う. これは, 金属製であるスリーブから金型までをアクリルなどの透明材料に, 溶湯を水にそれぞれ置き換えて行うダイカストの模擬実験である. これによって, 本来は見ることでできない溶湯の湯流れを可視化することができ, 空気巻き込み欠陥などの予測やメカニズムの解明などに利用することができる.

9.3.1 実験装置および方法

Fig. 9.9 に, T字路および L字路のそれぞれの標準形状および最適形状を用いて最終的に設計した型形状を示す. 以後, (a) の型を標準型, (b) の型を最適型と呼称する. 図に示すとおり標準型および最適型はともに, ランナーが, T字路の先に L字路を接続した形状となっており, さらにその先に, 薄肉の製品部 (キャビティ), 左右共通のオーバフロー, エアイベントが配置された構造となっている. これらの型の容積は, 標準型が 150.8 cm^3 , 最適型が 150.1 cm^3 と両者ほぼ同じである.

実験で用いる実際の標準型および最適型は, 透明樹脂を材料とし, 光造形法により作成した. 型への水の射出には, 水モデル用ダイカスト装置を用いる. 本装置はコールドチャンバーダイカストマシンを模擬しており, プランジャおよびスリーブを有し, スリーブ先端に型が取り付けられる. プランジャはサーボモータおよびボールねじによって駆動する. またスリーブは, 内径 48 mm の透明アクリル製である.

本実験では, 射出の際に, プランジャを通常のダイカストの場合よりも前進させた位置で静止させ, スリーブが水でほぼ満たされている状態から射出を開始させる. これによって, スリーブ内での空気の巻き込みがほぼゼロとなり, シミュレーションと同様に, 型への一定速で連続的な水の注入が可能となる. 型への水の流入速度としては, 3次元解析でも使用した 1.25 m/s および 2.5 m/s の二通りとし, このときプランジャ射出速度はそれぞれ 0.166 m/s , 0.332 m/s である. なお, 流入速度 5.0 m/s (射

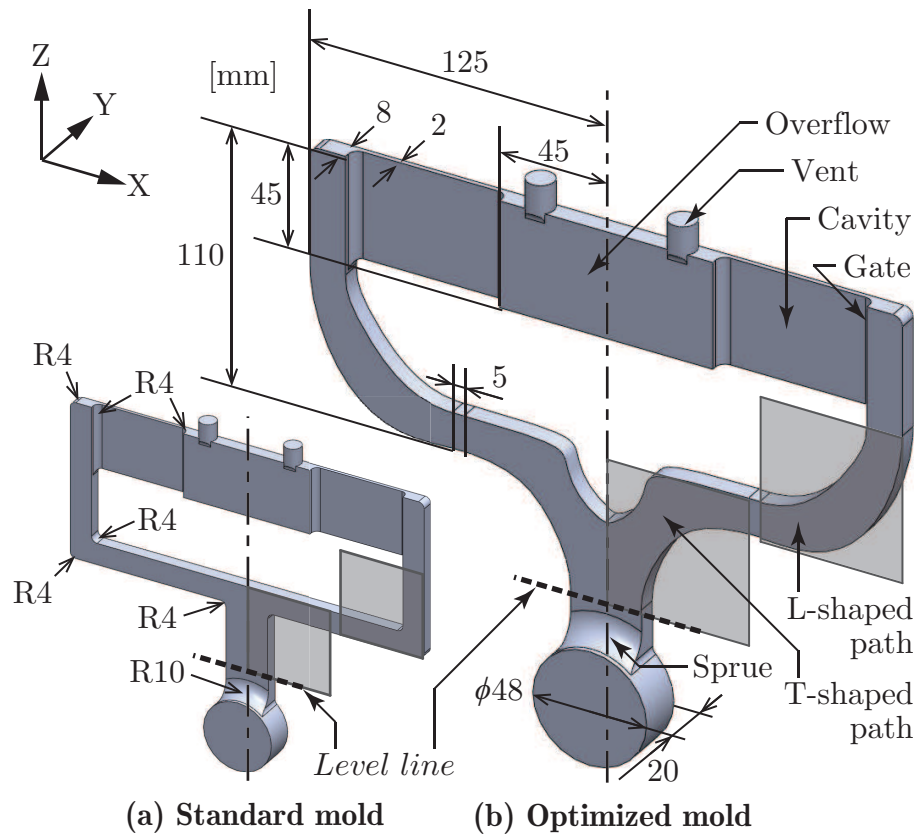


Fig. 9.9 Standard and optimized mold shapes

出速度 0.664 m/s) の場合は、装置の都合上、安定した一定速度での実験が行えなかったため除外した。型内部における水の挙動および空気の巻き込みは、高速度ビデオカメラを用いて撮影する。

9.3.2 実験結果

Fig. 9.10 および Fig. 9.11 に、それぞれ流入速度 1.25 m/s および 2.5 m/s の場合の標準型および最適型による実験結果を示す。両図における各フレーム画像において、右下に表記されている時間は、型内部に流入した水が水準線 (Fig. 9.9 の破線部分) に到達した時刻を 0 s とした場合の経過時間を表す。また Fig. 9.12 には、それらの実験において実測されたプランジャの射出速度波形を示しており、各グラフの時間軸は、Fig. 9.10 および Fig. 9.11 に表記されている経過時間に同期した値となっている。いずれの波形も、速度が 0 から指令値付近に立ち上がるまでに多少の時間差はあるものの、時刻 0 s 以降ではほぼ一定の値に保たれていることが確認できる。これらの実測した射出速度の平均値 ($v_{in} = 1.25$ m/s の場合は 0 s から 0.3 s までを、 $v_{in} = 2.5$ m/s の場合は 0 s から 0.15 s までを時間で平均した値) およびこの値から換算した流入速度を Table 9.6 に示す。これらの流入速度の平均値は、それぞれの指令値である 1.25 m/s および 2.5 m/s よりもやや大きい値となっているが、本実験においては、これらの値の厳密性は重要ではないため、大きな問題とはならない。

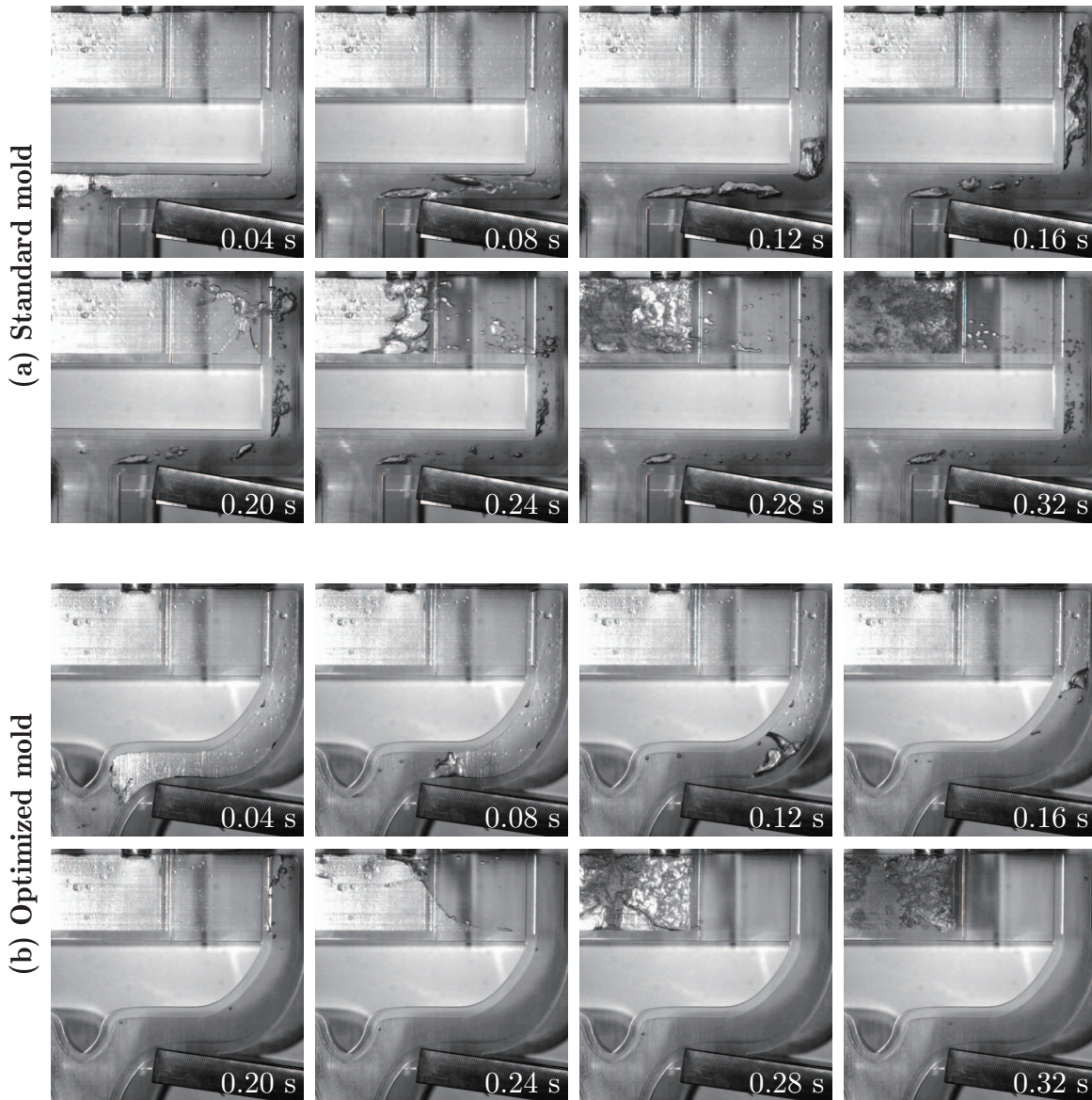


Fig. 9.10 Experimental results using the standard and optimized molds with inflow velocity $v_{in} = 1.25$ m/s

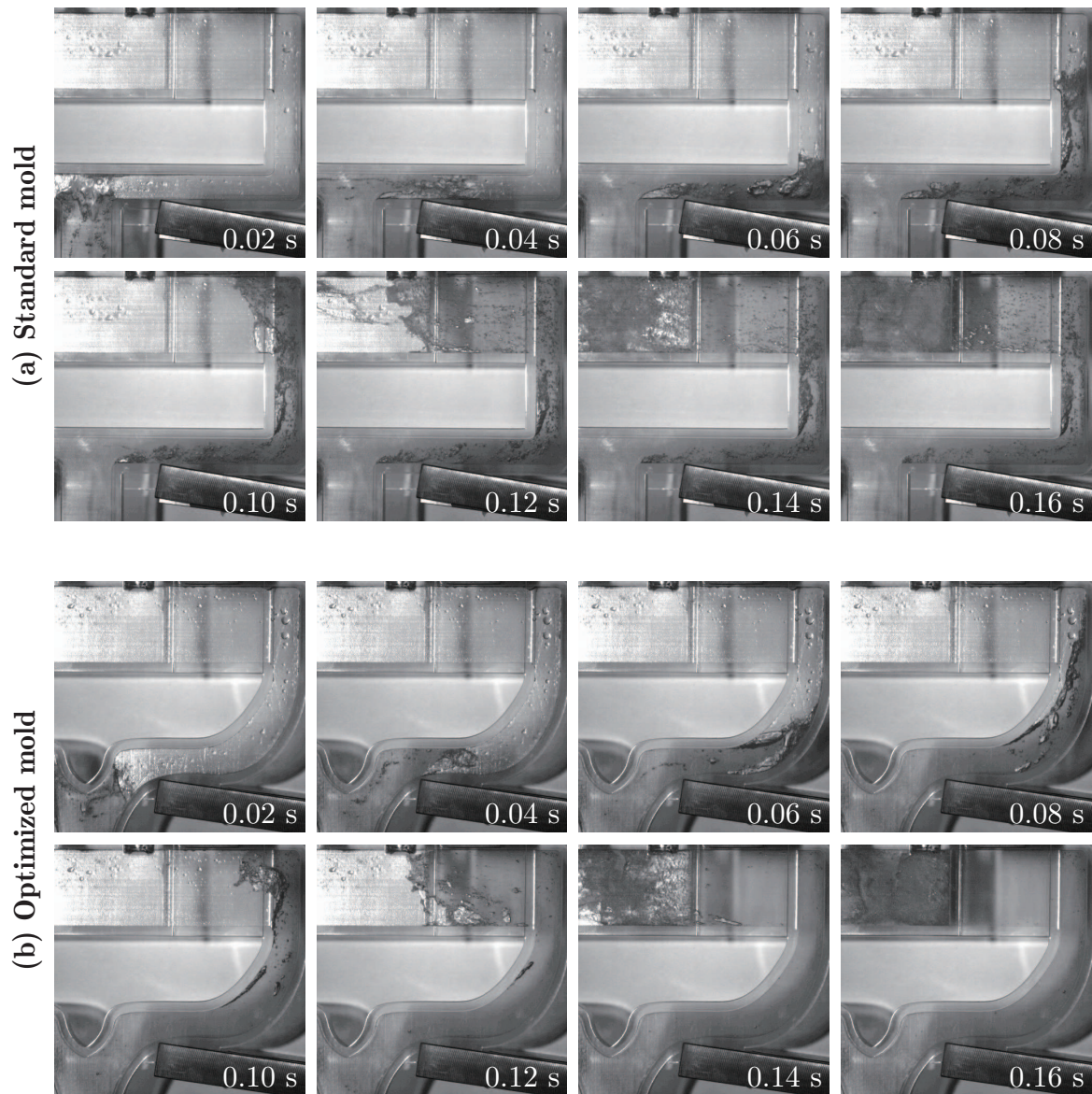


Fig. 9.11 Experimental results using the standard and optimized molds with inflow velocity $v_{in} = 2.5$ m/s

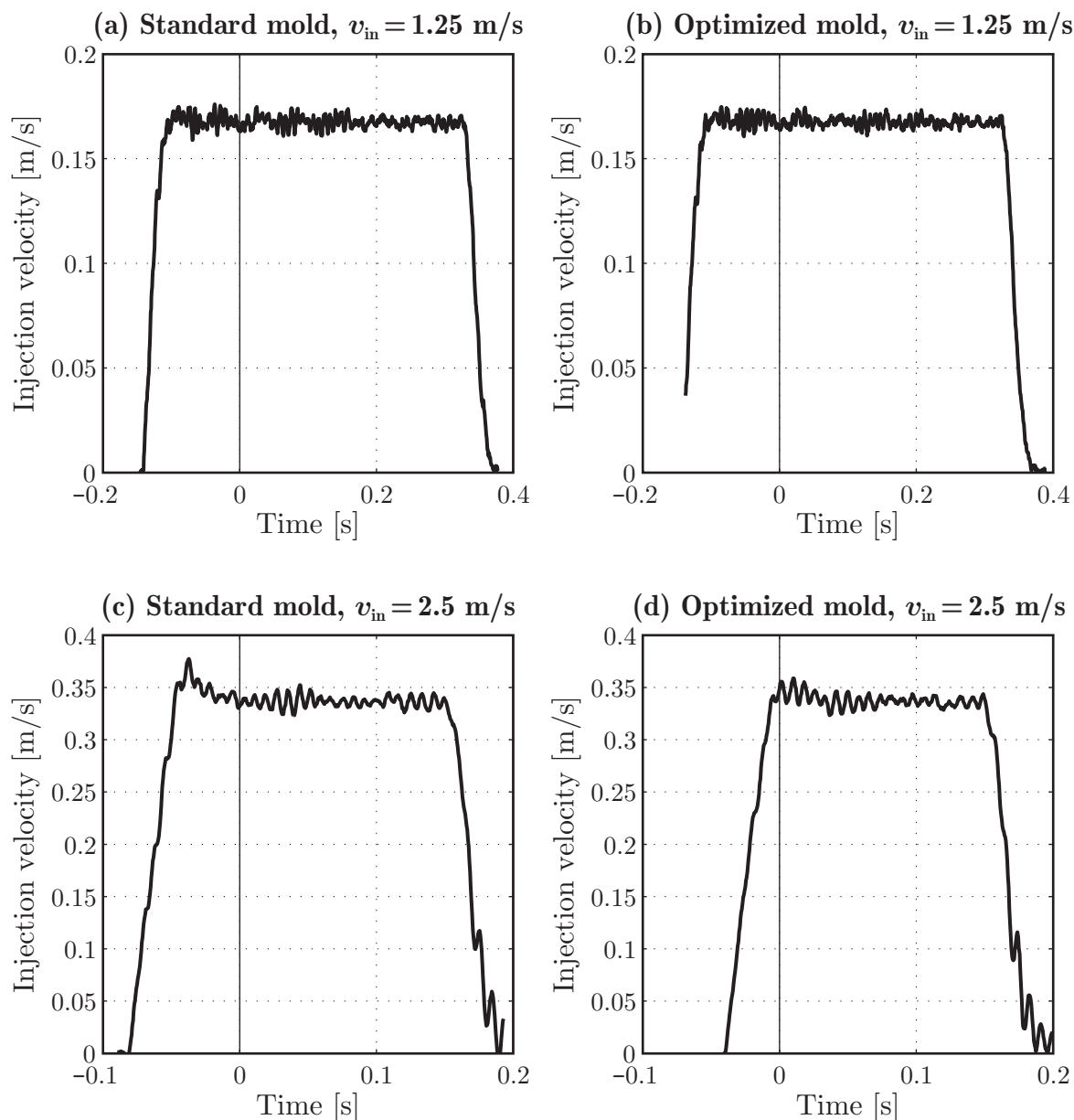


Fig. 9.12 Injection velocity waveforms measured in the experiments

続いて、実験で得られた鋳型内の実際の水の挙動について観察する。まず、Fig. 9.10の流入速度 1.25 m/s の場合について、(a) の標準型では、0.08 s から 0.16 s にかけて、T字路およびL字路のそれぞれの角部に多量の空気閉じ込めが発生していることがわかる。これらの閉じ込められた空気は、水の流動によって徐々に細かい気泡へと分裂しながら製品部へと流入している。その結果、充填がほぼ完了する 0.32 s でランナーから製品部全体にかけて多くの気泡が残留しており、これが空気巻き込み巣の原因になると考えられる。一方で (b) の最適型は、ランナー内部において一貫して空気を閉じ込めることなく水が流れており、充填完了の 0.32 s でのランナーおよび製品部における気泡はほぼゼロである。

Table 9.6 Mean injection velocities and their converted inflow velocities

Refence inflow velocity Mold shape	$v_{in} = 1.25 \text{ m/s}$		$v_{in} = 2.5 \text{ m/s}$	
	Standard	Optimized	Standard	Optimized
Injection velocity [m/s]	0.1675	0.1676	0.3364	0.3377
Inflow velocity [m/s]	1.263	1.264	2.536	2.546

次に、Fig. 9.11 の流入速度 2.5 m/s の場合において、(a) の標準型は、Fig. 9.10 の場合と同様に、0.08 s において T 字路および L 字路の角部に空気閉じ込めが発生し、さらに Fig. 9.10 の場合よりも流速が速いため、より微細な気泡がランナーから製品部全体にかけて残ってしまっている。一方で (b) の最適型は、0.08 s でわずかに空気を閉じ込めてしまっているものの、すぐにそれらの気泡が水の流動に従ってランナー壁から離れ、充填完了の 0.16 s では、ほぼすべての気泡がオーバフロー部まで達し、Fig. 9.10 の場合と同様にランナーおよび製品部には気泡がまったく残留していない。

これらの結果より、最適型では、水がランナー内を滞留することなくほぼ均一な流速で流れるため、空気の閉じ込めをほとんど発生させることなく水を製品部まで到達させることができる優れた形状であるといえる。

9.3.3 シミュレーションによる検証

シミュレーションにおいても実験と同等な結果が得られるかを検証するために、水モデル実験と同じ鑄型形状および条件にて CFD シミュレーションを行った。

シミュレータの設定としては、メッシュブロックは Table 9.7 に示すものを使用し、鑄型形状の対称性から、対称面の片側のみを解析領域とする。なお、Table 9.7 における X 軸、Y 軸および Z 軸は、Fig. 9.9 に示す座標軸と同じである。流体は、Table 9.4 と同じく、物性値を 20°C の水として設定し、スリーブ先端部（ビスケツト）より Y 軸正方向へ一定速度で流入させる。このときの流速は、実験での実測値と同じ、Table 9.6 の値を用いる。さらに重力加速度として、Z 軸方向に -9.81 m/s^2 を設定する。

Fig. 9.13 および Fig. 9.14 に、それぞれ流入速度 1.25 m/s および 2.5 m/s の場合の標準型および最適型によるシミュレーション結果を示す。これらは、実験結果である Fig. 9.10 および Fig. 9.11 にそれぞれ対応したものである。また流体の色は流速を表す。

Fig. 9.13 および Fig. 9.14 より、(a) の標準型では、実験においてランナーの角部に空気閉じ込めが発生していた現象が、シミュレーションでも概ね良好に再現できていることがわかる。また (b) の最適型についても、シミュレーションは、実験と同様に空気を閉じ込めることなく、滑らかに水を流すことができていることが確認できる。さらに流速分布についても、最適型の方が標準型よりもより均一であり、このことから最適方案が空気閉じ込めを発生させにくい理想的な形状をしていることが理解できる。

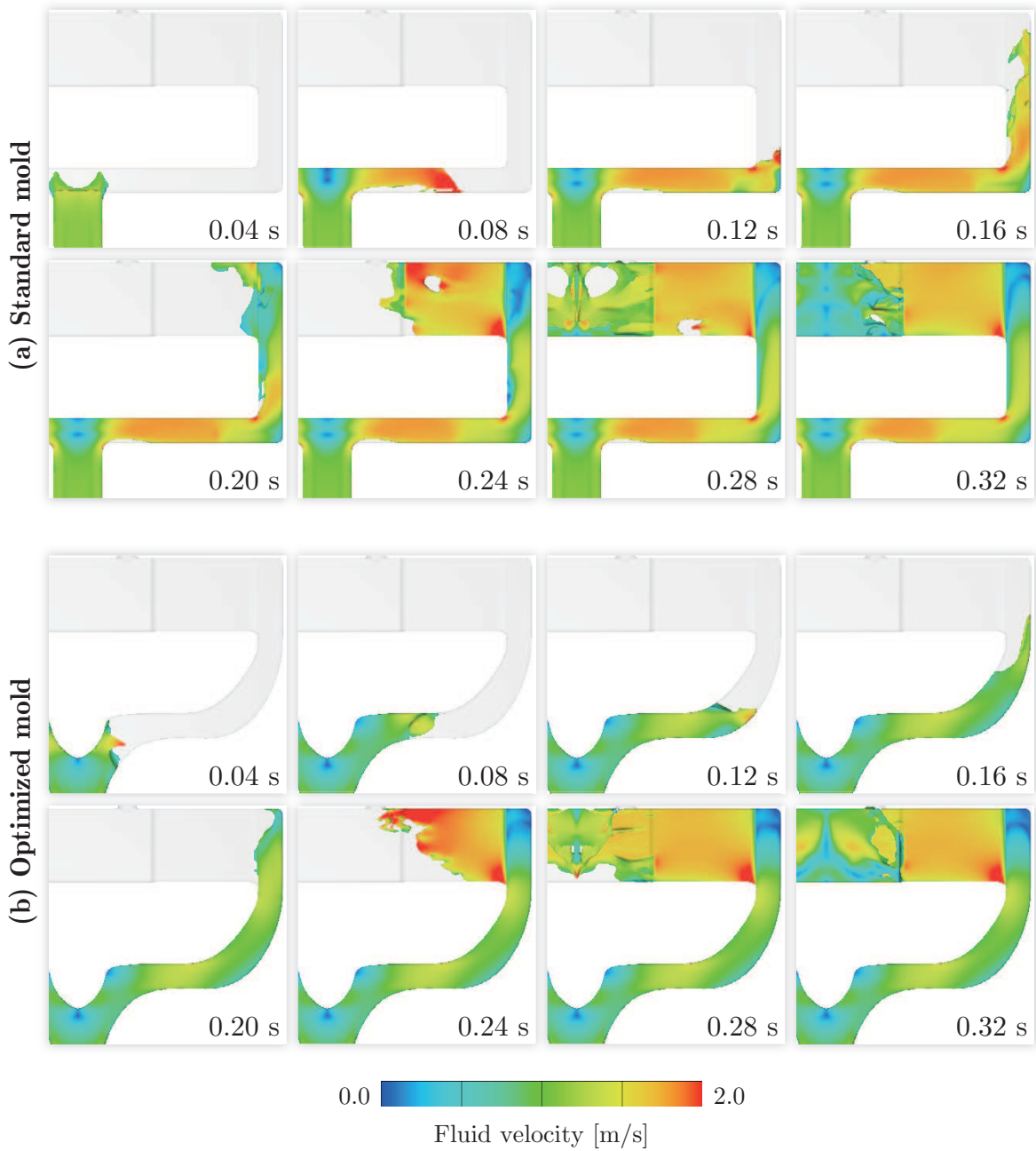


Fig. 9.13 Simulation results using the standard and optimized molds with inflow velocity $v_{in} = 1.25$ m/s

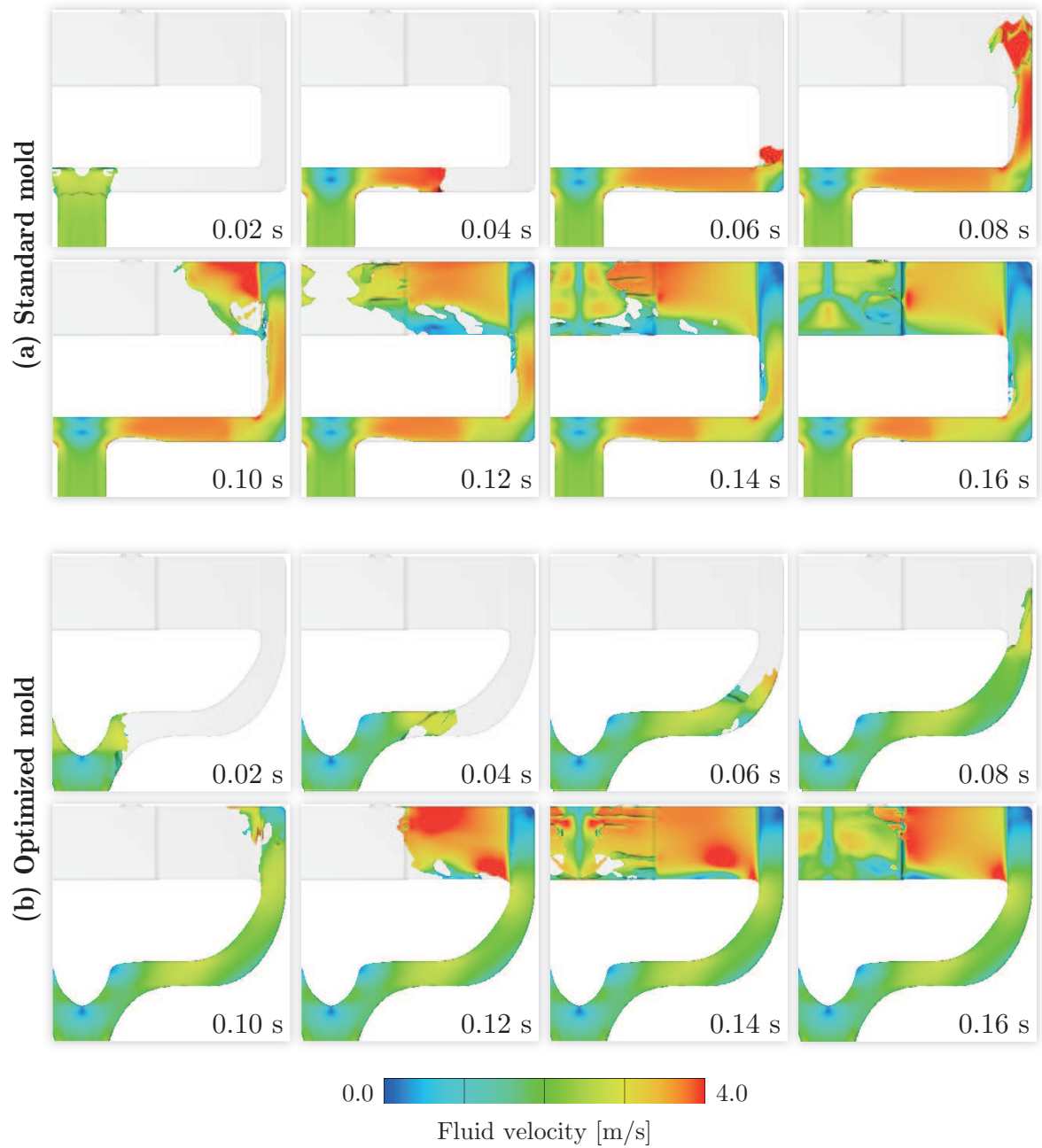


Fig. 9.14 Simulation results using the standard and optimized molds with inflow velocity $v_{in} = 2.5$ m/s

Table 9.7 Mesh parameters for the verification simulation

Direction	Cell size [mm]	Number of cells
X	1	130
Y	1	22
Z	1	224
Total	–	640,640

以上より、シミュレーションでも、型内部の液体の大局的な流れは比較的精度よく再現することが可能であるといえる。しかしながら、閉じ込められた空気が微細な気泡として徐々に液体中に取り込まれる、いわゆる空気巻き込みとなる現象は、シミュレーションでは表現することは難しく、このような微視的な現象は、やはり水モデルなどの実際の実験によって検証する必要があるといえる。

9.4 まとめ

本章では、ダイカスト鑄造方案の一つであるランナー形状を対象に、内部での空気巻き込みを最小化する形状の最適設計を行った。最適化手法には、提案するノンパラメトリック形状最適化法を使用した。最適化したランナー形状および比較用の標準的なランナー形状について、それぞれ透明樹脂製の型を作成し、ダイカストの水モデル可視化実験によって、各ランナー形状の実験的評価を行った。結果として、標準形状の型はランナーの屈曲部において多量の空気巻き込みが発生したのに対し、最適形状による型ではランナーにおいて空気巻き込みをほぼ発生させることがなく、良好な方案であることが示された。したがって、実際のアルミニウム合金ダイカストにおいても、提案する形状最適化法を用いることで、空気巻き込みを低減可能な方案設計を行えることが期待できる。

第10章 ダイカスト鑄造方案のノンパラメトリック最適設計

10.1 はじめに

前章では，提案するノンパラメトリック形状最適化法を用いて，ダイカストのランナー形状，とりわけ二つに分岐するタイプの最適設計を行った．また，その最適形状の有効性は，実際の鑄造実験ではなく，水モデル装置を用いた可視化実験により示した．そこで本章では，実際のアルミニウム合金ダイカストを対象とした，より実用的な方案の最適設計を行う．また，設計した最適形状は，実際の金型として製作し，ダイカストマシンを用いた鑄造実験によってその有効性を検証する．

10.2 方案の最適設計

本章において扱うスリーブから製品部までの全容を Fig. 10.1 に示す．本最適設計では，スプルーからゲートまでの湯口方案全体を対象とする．なお，Fig. 10.1 に示すところの方案を標準形状と称し，最適設計した方案との比較対象として用いる．最適設計の方針として，湯口方案を，スプルー，分岐ランナー，扇形ランナーの三つに分割し，個別に最適化したのちに，再度結合することで最終的な最適方案とする．なお，このときの各分割断面の形状は，標準形状のものと同一であるとする．

10.2.1 設計モデルの定義

スプルー Fig. 10.2 にスプルーの設計モデルを示す．図中に示す4個の曲線 S^{Si} ($i = 1, \dots, 4$) によってスプルー形状 σ^S を定義する．幾何学的制約条件としては， S^{S1} は始点がY軸方向について可変，終点が固定である．また S^{S2} および S^{S3} は，始点が円軌道上で可変であり，終点が S^{S1} に従動である．さらに S^{S4} は，始点が固定，終点が同じく S^{S1} に従動である．これらの幾何学的制約条件を満たし，形状として成立するスプルーの集合を Σ^S として表現する．

分岐ランナー Fig. 10.3 に分岐ランナーの設計モデルを示す．図中に示す2個の曲線 S^{B1} および S^{B2} によって分岐ランナーの形状 σ^B を定義する．幾何学的制約条件としては， S^{B1} ， S^{B2} とも，始点および終点の位置が固定であり，また接線角度もZ軸方向に固定であるとする．スプルーと同様に，これらの幾何学的制約条件を満たす分岐ランナーの集合を Σ^B として表現する．

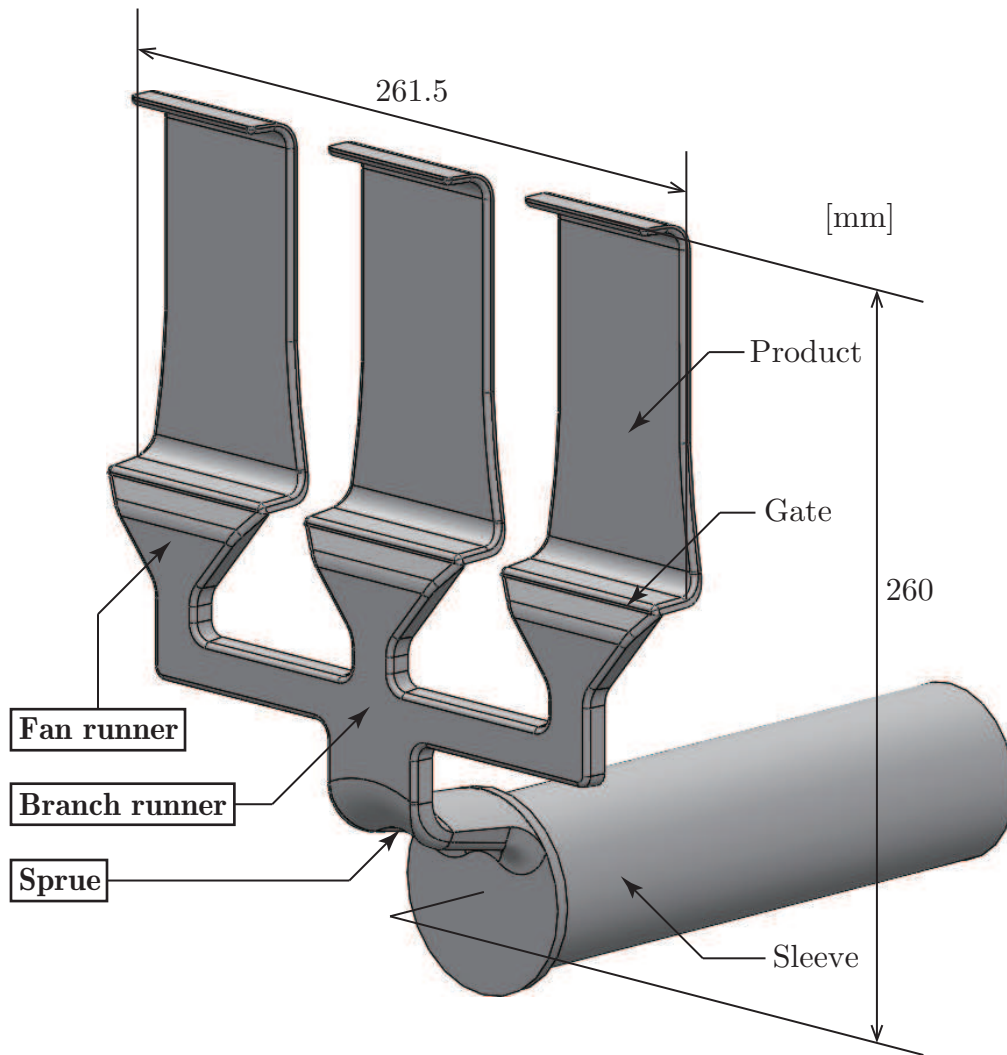


Fig. 10.1 Outline drawing of the target shapes of products and casting design

扇形ランナー Fig. 10.4 に扇形ランナーの設計モデルを示す. 図中に示す5個の曲線 S^{F_i} ($i = 1, \dots, 5$) によって扇形ランナーの形状 σ^F を定義する. 幾何学的制約条件としては, S^{F1} および S^{F2} は始点および終点が固定である. また S^{F3} , S^{F4} , S^{F5} は, 始点および終点の位置がそれぞれ S^{F1} および S^{F2} に従動であり, さらに始点および終点の接線角度がそれぞれ Y 軸方向, X 軸方向に固定である. これらの幾何学的制約条件を満たす扇形ランナーの集合を Σ^F として表現する.

10.2.2 CFD シミュレータの構築

方案内部における流体挙動を解析するために, 3次元汎用 CFD ソフトウェアを用いて CFD シミュレータを構築する.

スプルー スプルーのシミュレータにおけるメッシュブロックのセルサイズおよびセル数を Table 10.1 に示す. メッシュブロックの境界条件は, $-X$ 面が流入境界であり,

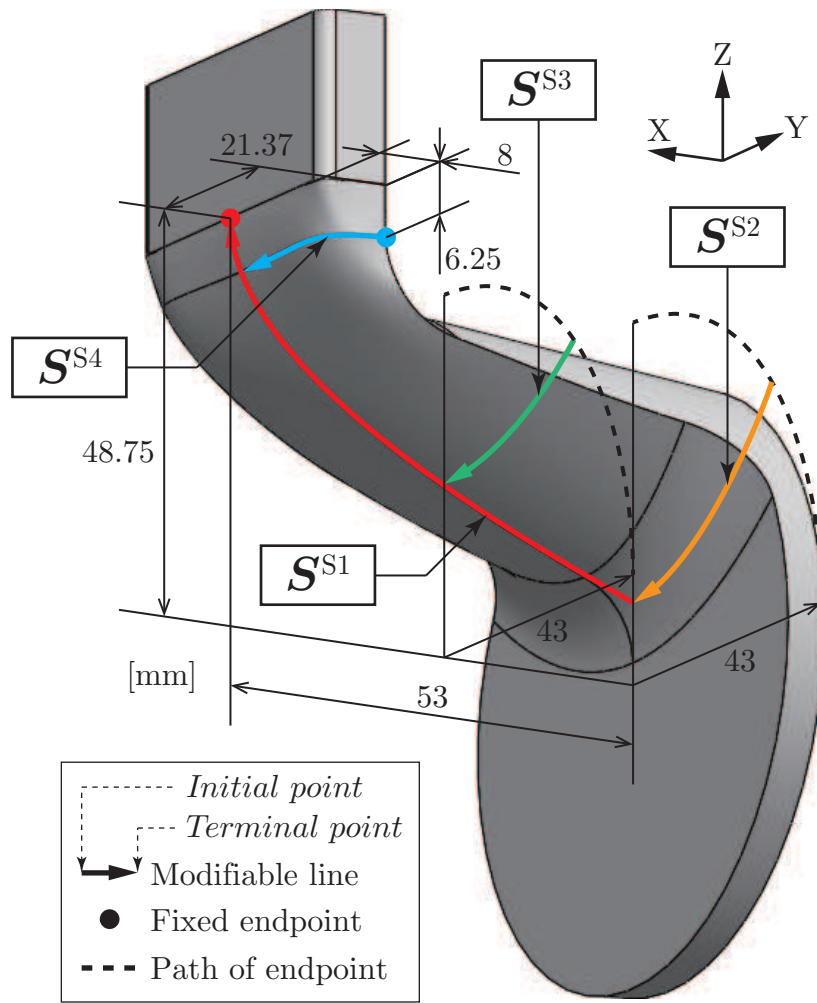


Fig. 10.2 Design model of sprue

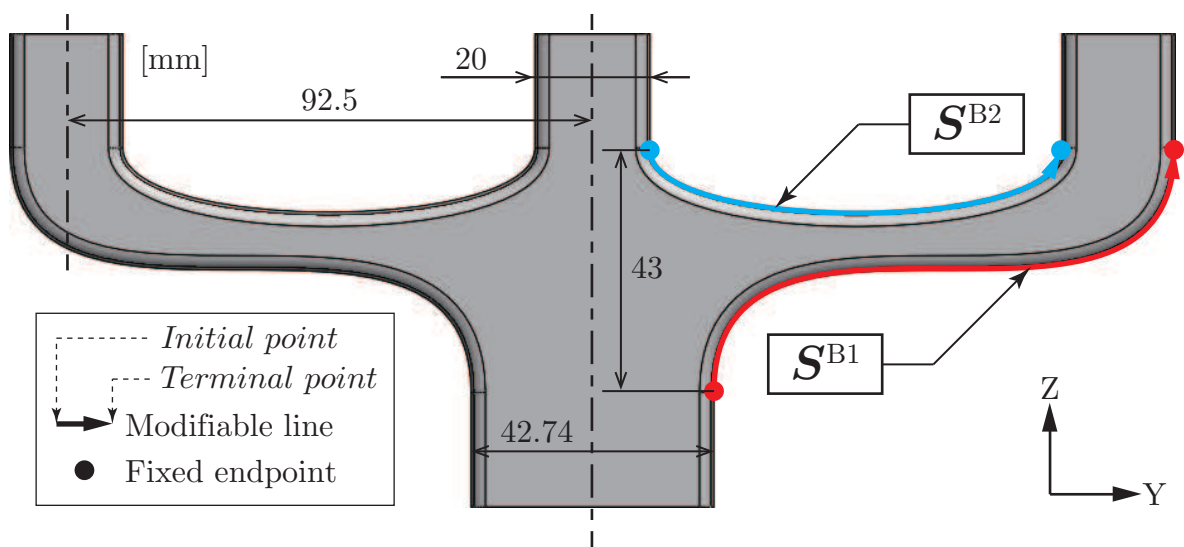


Fig. 10.3 Design model of branch runner

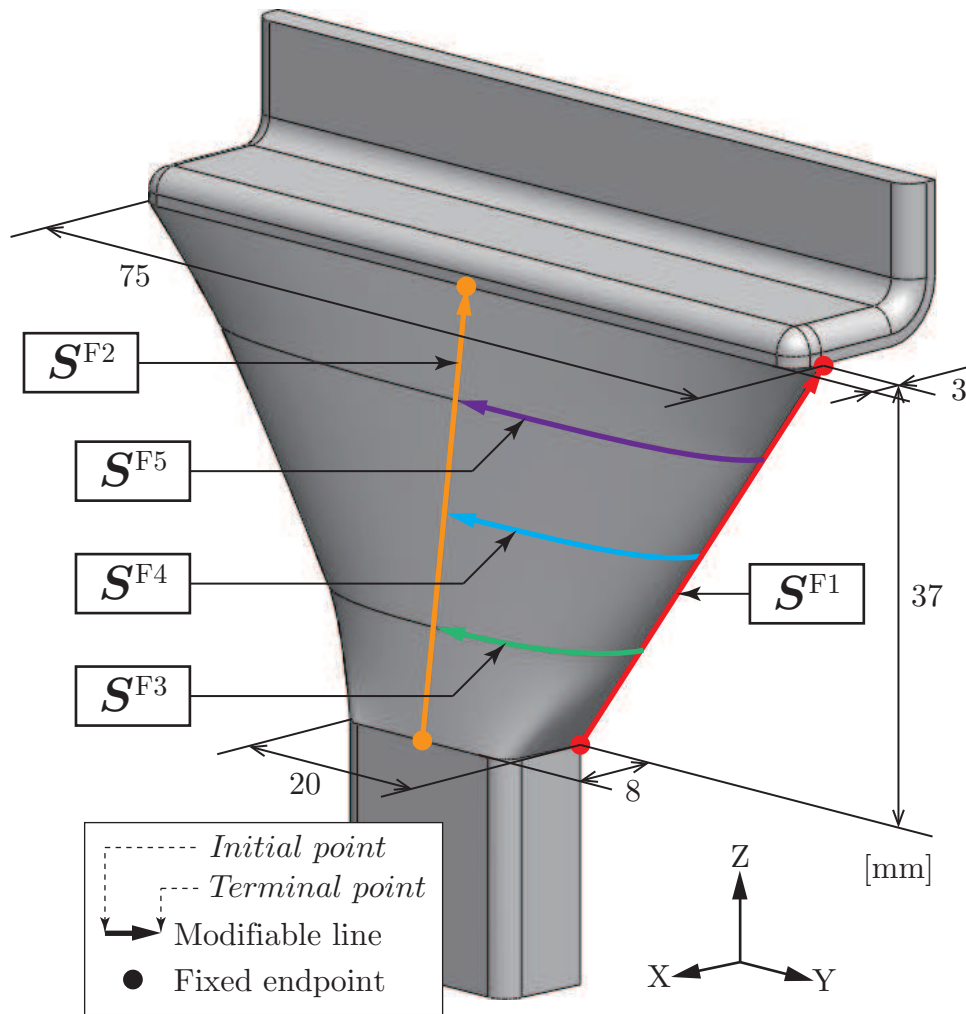


Fig. 10.4 Design model of fan runner

一定速度 0.2 m/s の流体を流入させる．なお，これは射出速度が同じく 0.2 m/s であることを意味している．また $+Z$ 面が流出境界であり，残りの4面は面对称境界である．使用する流体は，自由表面を持つ一流体モデルとして計算する．流体の物性値は，アルミニウム合金 ADC12 を想定し，Table 5.3 の値として設定する．流体の初期状態として，スリーブ中心軸から上方へ 20 mm の高さを液位として流体を配置する．流体自由表面の移流計算法には，TruVOF 法の一つである Split Lagrangian method を用いる．また空気は，断熱気泡モデルによって表現し，初期気圧および流出境界における気圧を $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ とする．さらに Z 軸方向に重力加速度 -9.81 m/s^2 を加える．シミュレーションの終了は，流体が定常状態であるかの判定によって行い，全流体質量の変動が過去 0.1 秒間の平均値の 1% を下回った場合に終了する．

分岐ランナー 分岐ランナーのシミュレータにおけるメッシュブロックのセルサイズおよびセル数を Table 10.2 に示す．メッシュブロックの境界条件は， $-Z$ 面が流入境界であり，スプルーの場合の2倍である，射出速度として一定速度 0.4 m/s 相当の流体を

Table 10.1 Mesh parameters for the simulation of sprue

Direction	Cell size [mm]	Number of cells
X	1	60
Y	1	37
Z	1	69
Total	–	153,180

Table 10.2 Mesh parameters for the simulation of branch runner

Direction	Cell size [mm]	Number of cells
X	1	10
Y	1	110
Z	1	63
Total	–	69,300

Table 10.3 Mesh parameters for the simulation of fan runner

Direction	Cell size [mm]	Number of cells
X	0.5	48
Y	0.5	77
Z	0.5	110
Total	–	406,560

流入させる。これは、中央部分の製品部が先に充填された場合に、側方部分の製品部への流入速度が1.5倍となることから、流速の変化に対するロバスト性を考慮するためである。また+Z面を流出境界とする。なお、スプルーの場合とは異なり、初期の流体は配置しない。その他の設定はスプルーのシミュレータと同様である。

扇形ランナー 扇形ランナーのシミュレータにおけるメッシュブロックのセルサイズおよびセル数を Table 10.3 に示す。セルサイズは、薄肉部があることから、スプルーや扇形ランナーの場合の1/2として設定している。メッシュブロックの境界条件は、-Z面が流入境界であり、分岐ランナーの場合と同様に射出速度として一定速度0.4 m/s相当の流体を流入させる。また+Z面を流出境界とする。なお、対象とする扇形ランナーの先端の構造、すなわちゲートが、製品部に対し直角に接続されているため、本シミュレータでも、ゲートを流出境界とせず、製品部の下部に類似した形状を接続し、その先を流出境界としている。また、分岐ランナーの場合と同じく、初期の流体は配置しない。その他の設定はスプルーおよび分岐ランナーのシミュレータと同様である。

Table 10.4 Optimization parameters for the NSGA-II

Number of generations	39
Population size	100 (elite: 50)
Selection method	Crowded tournament selection (size: 5)
Crossover method	Proposed method

10.2.3 目的関数および最適化問題の定式化

本最適化における各方案の目的関数には、前章の9.2.4節で定義したものと同一の三つの目的関数 J_1 , J_2 および J_3 を用いる。すなわち、 J_1 は定常的に残留する空気量を、 J_2 は流出部における流体の到達均一性を、そして J_3 は流出部における流速ベクトルの均一性をそれぞれ評価するものである。これらの目的関数を最小化する問題として、最終的に次式のように最適化問題を定義する。

$$\text{minimize } J_1(\boldsymbol{\sigma}^*), J_2(\boldsymbol{\sigma}^*) \text{ and } J_3(\boldsymbol{\sigma}^*) \quad (10.1a)$$

$$\text{subject to } \boldsymbol{\sigma}^* \in \Sigma^* \quad (10.1b)$$

本最適化問題は、多目的GAであるNSGA-IIに提案するノンパラメトリック法を組み合わせて解く。このときの最適化の設定パラメータをTable 10.4に示す。

10.2.4 最適化結果

CFD解析を含む最適化計算には、Intel Core i7-4770K プロセッサ搭載コンピュータを使用した。1個体あたりの計算時間が、スプルーおよび分岐ランナーで約1分、扇形ランナーで約5分であり、解析個体数がそれぞれ2000であるため、最適化計算全体では、スプルーおよび分岐ランナーでそれぞれ延べ約30時間余り、扇形ランナーで延べ約160時間余りを要した。

Fig. 10.5, Fig. 10.6 および Fig. 10.7 に、スプルー、分岐ランナーおよび扇形ランナーの最適化においてそれぞれ導出した個体の、各目的関数に対する散布図を示す。図中の1点が一つの個体を表し、各点のグラフ上の座標が目的関数 J_2 および J_3 を、点の色が J_1 を表している。これらの結果から、それぞれ $\boldsymbol{\sigma}_{\text{opt}}^S$, $\boldsymbol{\sigma}_{\text{opt}}^B$, $\boldsymbol{\sigma}_{\text{opt}}^F$ で図示する個体を最適解として選出した。これらの最適形状および対応する標準形状における各評価値をTable 10.5に示す。この表より、スプルーおよび分岐ランナーに関しては最適形状が標準形状を大幅に優越していることがわかる。また扇形ランナーは、 J_3 に関しては標準形状が最適形状よりもわずかに優れた値となっているが、残り二つの評価値、とりわけ J_1 に関しては最適形状の方が優れた値となった。さらに目的関数別では、特に空気量を評価する J_1 に関して、分岐ランナーにおいて最適形状に大きな有意差があることがわかる。したがって実際の鑄造においても最適方案は、この分岐ランナーにおいて、空気巻き込みの大きな抑制効果が期待できる。最終的にこれらの最適形状を組み合わせた最適方案をFig. 10.8に示す。

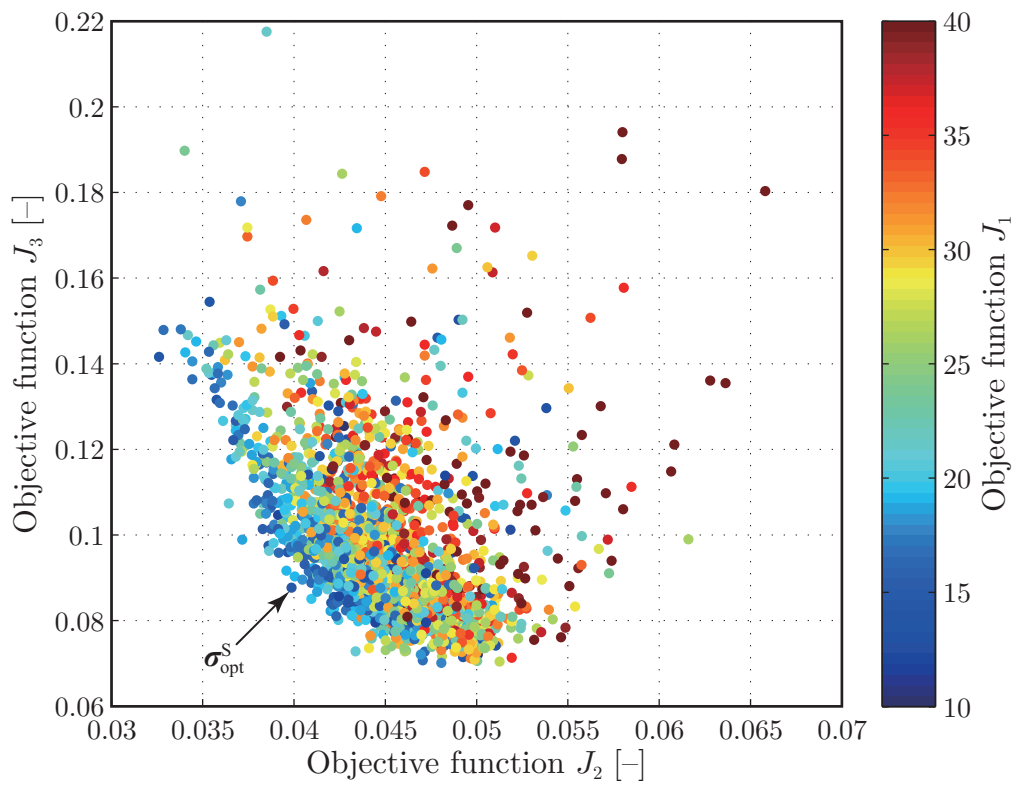


Fig. 10.5 Scatter diagram of individuals derived in the optimization of sprue

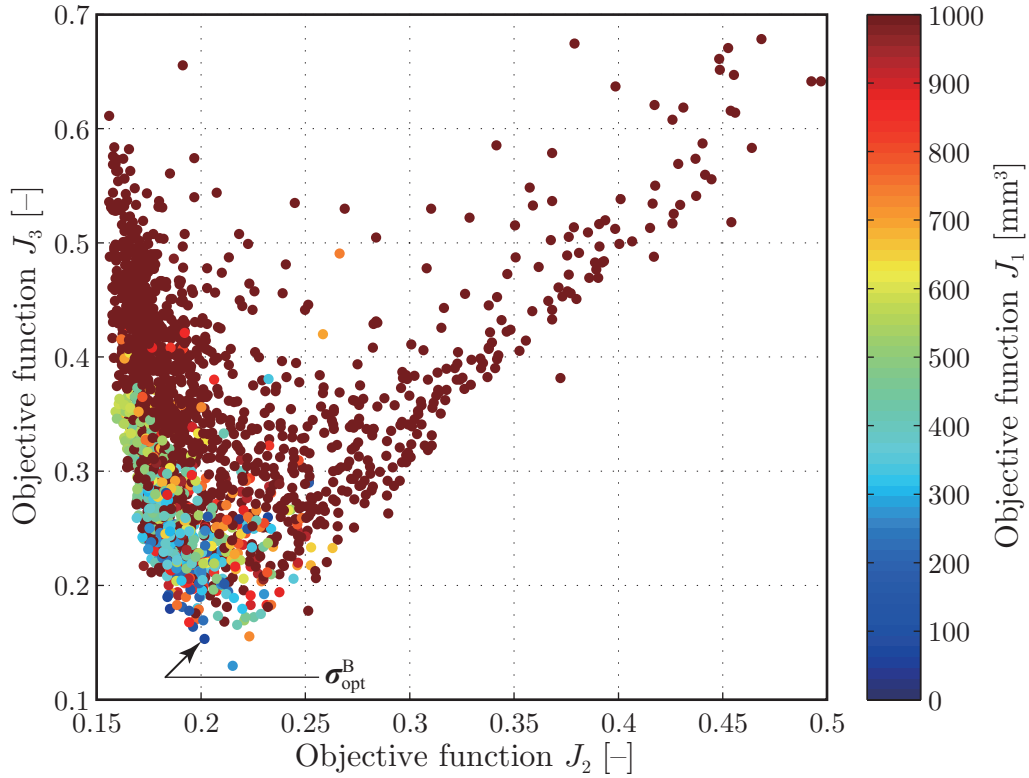


Fig. 10.6 Scatter diagram of individuals derived in the optimization of branch runner

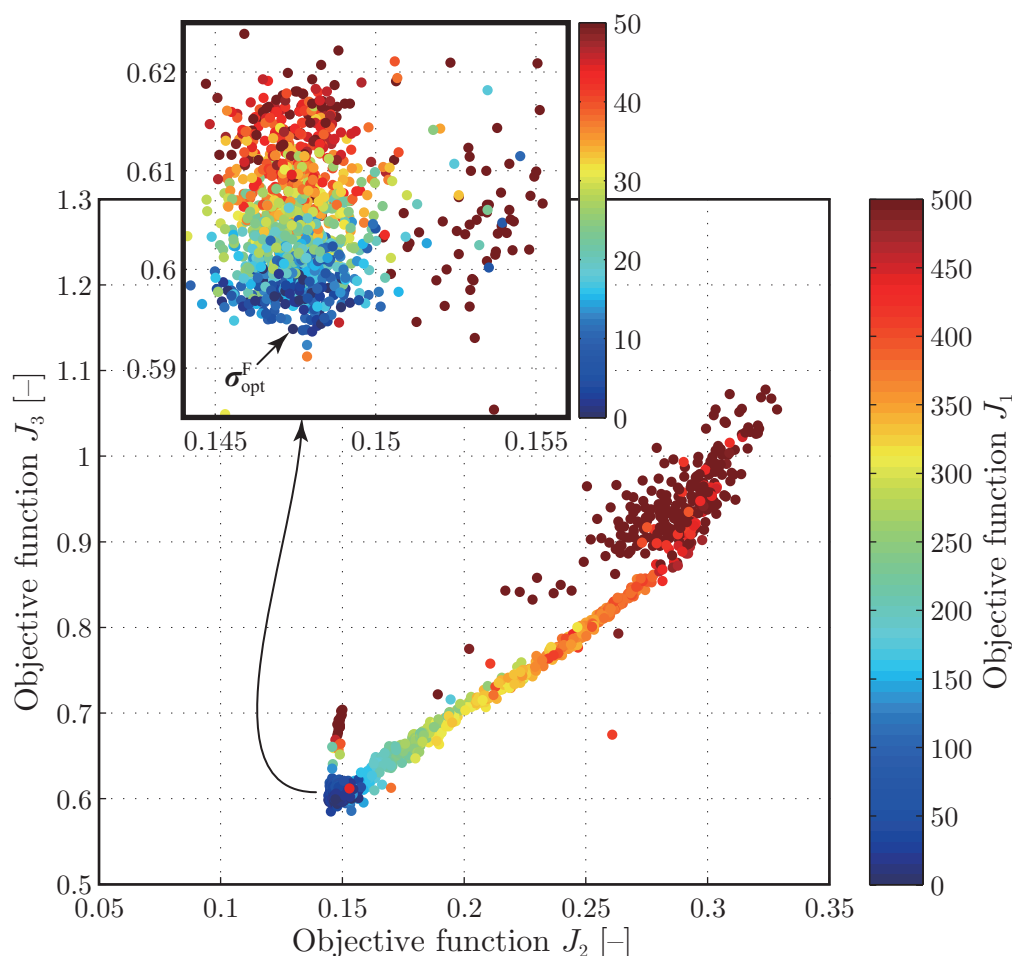


Fig. 10.7 Scatter diagram of individuals derived in the optimization of fan runner

Table 10.5 Evaluation values of the standard and optimized shapes of sprue, branch runner and fan runner

Objective function	Sprue		Branch runner		Fan runner	
	Standard	Optimized	Standard	Optimized	Standard	Optimized
J_1	24.37	14.62	5070	66.71	2.174	0.3397
J_2	0.05680	0.03987	0.3138	0.2018	0.1541	0.1474
J_3	0.1682	0.08768	0.3759	0.1529	0.5599	0.5939

10.3 シミュレーションによる最適方案の検証

導出した最適方案の有効性を検証するために、最適方案および比較のための標準方案について、製品部を含めたシミュレーションを行い、両者の結果を比較する。シミュレータの設定としては、基本的には最適化の際に用いたシミュレータとほぼ同様であるが、セルサイズが、スプルーおよび分岐ランナーまでを1 mm、扇形ランナーおよび製品部を0.5 mmとする。また流体の流入速度は0.2 m/sである。

Fig. 10.9にシミュレーション結果を示す。(a)の標準方案では、0.124 sおよび0.220 s

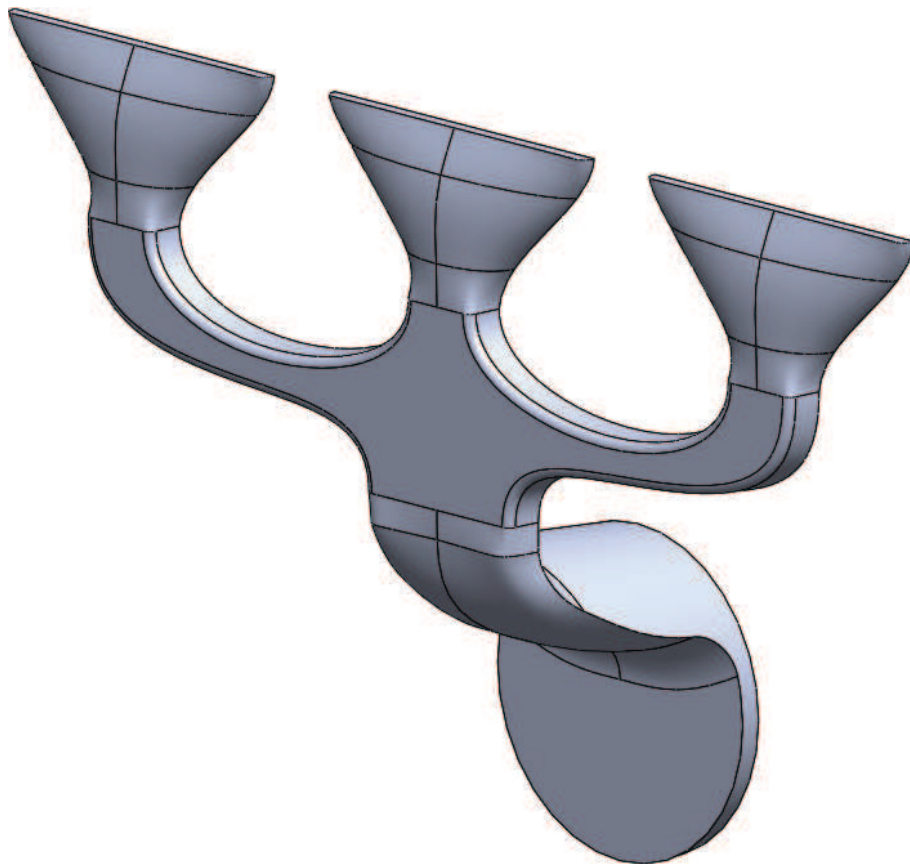


Fig. 10.8 Optimized shape of gating design

で、それぞれ中央部分および側方部分のゲートに流体が完全に到達しているが、その際、分岐ランナーおよび扇形ランナーの内部に比較的大きな空気閉じ込めが発生してしまっている。シミュレーションでは、その後 0.260 s で中央部分の製品部がほぼ充填され、これによって側方部分へ向かう流体の流速が増加し、分岐ランナーで閉じ込められた空気が一気に側方部分の製品部へと流れ込んでいる。そして最終的に、充填がほぼ完了する 0.322 s において、側方部分の製品部に多量の気泡が残留してしまっている。一方で (b) の最適方案では、方案部分でほとんど空気を閉じ込めることなく流体が製品部へと流れ込み、充填がほぼ完了する 0.322 s においても目立った気泡の残留は見られない。したがって、本シミュレーション結果より、最適方案は標準方案と比較して、方案部分における気泡の発生を極力抑制することが可能な良好な形状を持つことが示された。

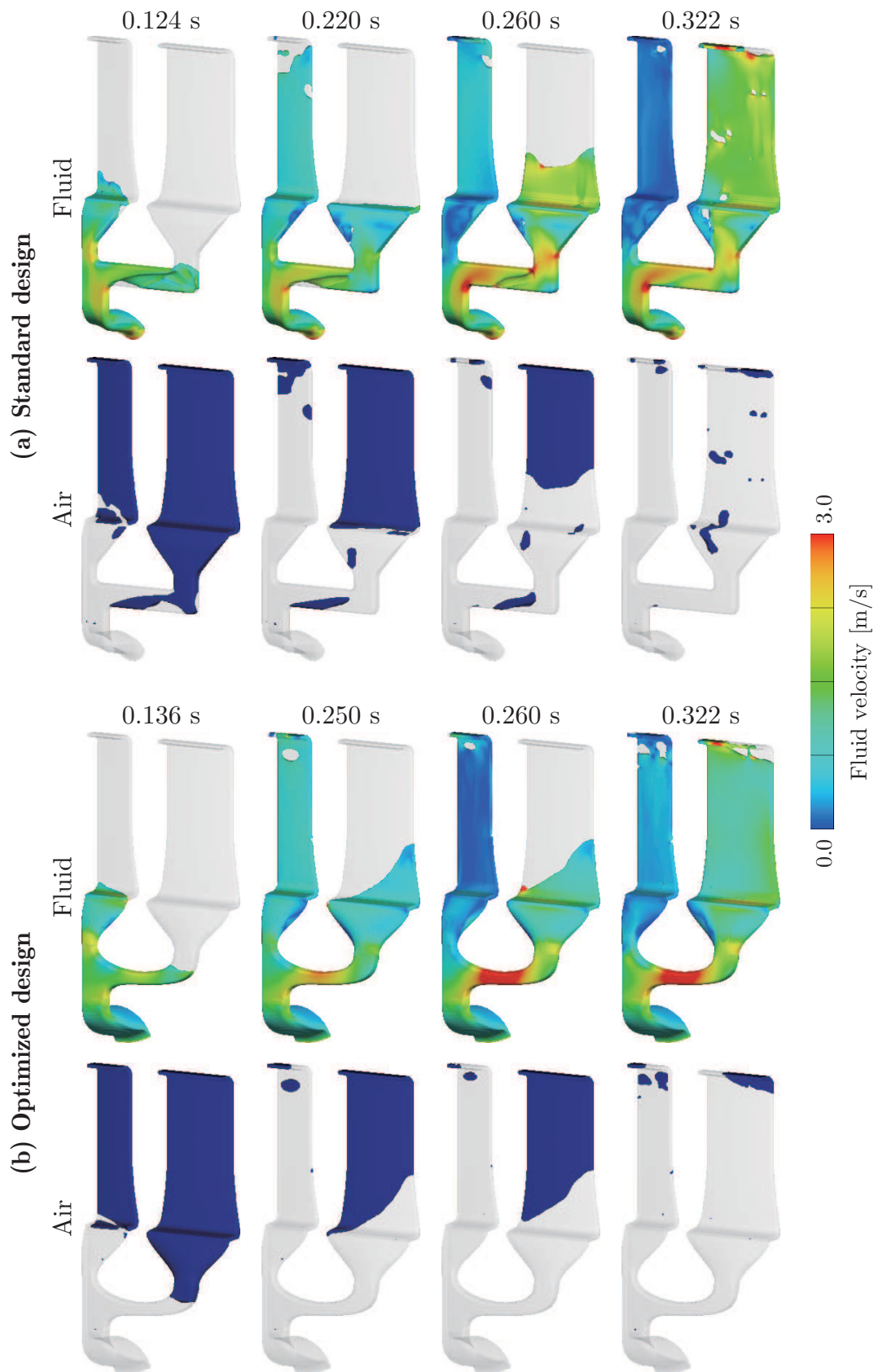


Fig. 10.9 Simulation results using the standard and optimized gating designs

10.4 鑄造実験

導出した最適方案の有効性を検証するために、実際のダイカストマシンを用いて鑄造実験を行う。

10.4.1 実験装置および条件

実験装置

実験で使用するダイカストマシンは、東芝機械製コールドチャンバダイカストマシン DC135-JT である。本装置は、型締力が 1350 kN (138 t) と、ダイカストマシンとしては小型のものである。また、プランジャの射出速度は 0.05~ 6.0 m/s、最大射出力は 193 kN である。本装置における射出は、ダイカストにおいて一般的に使用されている 2 段階速度切替方式を適用可能であるが、本実験では 1 段階目の低速射出のみで行うものとし、このときの射出速度を v_{plunger} とおく。さらに本装置では、ショットタイムラグと呼ばれる射出開始までの待ち時間を設定することが可能である。本論文においては、このショットタイムラグを、ラドルの傾動完了からプランジャの射出開始までの時間として定義し、 t_{stl} によって表す。

ダイカストマシンに設置するスリーブは、内径が 60 mm であり、長さは、プランジャチップ先端からスプルーコア壁面までを 220 mm とする。また金型は、製品部および方案部がそれぞれ独立した入子となっており、方案部は標準形状および最適形状で交換可能となっている。なお、製品部の先にエアレント等は設置されていないため、金型内部の空気は、固定型および可動型の合わせ面や押出ピン用の穴より排出される。

スリーブへの注湯には、東芝機械製給湯装置 DAL-SVSH および同社製のラドル (N1.0 サイズ) を使用する。本給湯装置は、溶湯を含んだラドルを水平状態から 90 deg 傾動させることでスリーブへの注湯を行うが、その際、傾動速度を二つのパラメータにより指定することができる。具体的には、第 1 パラメータにより、傾動開始時および完了時付近の共通かつ一定の傾動速度を、また第 2 パラメータにより、それ以外の中間部分の一定の傾動速度を指定できる。ただし本実験では、傾動速度の切り替えは行わず、一定速度での傾動により注湯を行うこととする。したがって、これらの二つのパラメータは同じ値として設定する。この値は、具体的には、ラドルの傾動用アクチュエータにおけるインバータの最大周波数に対する百分率として設定されるものである。この設定値を $\omega_{\text{ladle}} [\%]$ と定義し、また実際のラドルの傾動速度を $\omega [\text{deg/s}]$ とすれば、これらの関係は、予備実験により、

$$\omega = 1.24\omega_{\text{ladle}} + 0.20 \quad (10.2)$$

によって近似的に求められることがわかっている。

実験条件

鑄造条件としては、溶湯にはアルミニウム合金ADC12を使用し、鑄込み重量は0.72 kgとする。離型剤には、MORESCO製NS-500を、プランジャ潤滑剤には、同じくMORESCO製の粉体潤滑剤であるアストロルブRCP-1を用いる。粉体潤滑剤は、一般的な油性潤滑剤などと比べてガスの発生量が少ないため、本実験のように純粋な空気巻き込み量を評価したい場合に有効である。また、上記で述べたプランジャ射出速度 v_{plunger} 、ショットタイムラグ t_{stl} 、およびラドル傾動速度 ω_{ladle} についてはパラメータとし、次節にて適当な組合せを選定する。

10.4.2 注湯および射出条件の選定

本実験では、溶湯が湯口方案を通過する際に巻き込まれる空気量を評価したいため、それより前に起こるスリーブ内での空気巻き込みあるいは空気閉じ込めを極力低減させた状態で鑄造を行う必要がある。一方で、このようなスリーブ内の空気閉じ込めは、注湯条件や射出条件を変更し、スリーブ内の溶湯挙動を制御することにより、抑制することができる。したがって本節では、CFDシミュレータを用いることで、注湯およびスリーブ内における射出の際の湯流れ解析を行い、鑄造実験で用いる注湯および射出に関する条件の選定を行う。

CFDシミュレータ

CFDソフトウェアを用いて、注湯からスリーブ内の射出までの湯流れシミュレータを構築する。Fig. 10.10に、シミュレータにおけるオブジェクトおよびメッシュブロックの配置を示す。本シミュレータでは、ラドルからスリーブおよびスプルーまでの範囲を解析の対象としており、二つのメッシュブロックによってこの解析領域を定義している。両メッシュブロックにおけるセルサイズは、XYZ方向共通でともに2.5 mmとする。スプルーの形状は、標準形状、最適形状の双方を使用するが、ともに先端を実際よりも狭窄させ、三角形状の形としており、これによって空気の閉じ込め判定を厳密化し、評価の確実性を高めることができる。

シミュレーションで用いる流体は、物性値をTable 5.3のアルミニウム合金ADC12として設定する。また流体の体積は 297 cm^3 とし、初期状態として、ラドル内部に静止状態で配置する。ただし、本シミュレーションでは、ラドル傾動の際に計算誤差によって流体体積がわずかに減少するため、実際の注湯終了後の体積は、 $291 \sim 292 \text{ cm}^3$ 程度となる。実際の鑄造では、上記のとおり鑄込み重量が0.72 kgであり、液体時の密度を 2471 kg/m^3 とすれば、体積は 290 cm^3 程度となるため、このシミュレーションにおける流体体積は妥当であるといえる。その他の数値計算等に関する設定は、10.2.2節のシミュレータと同様である。

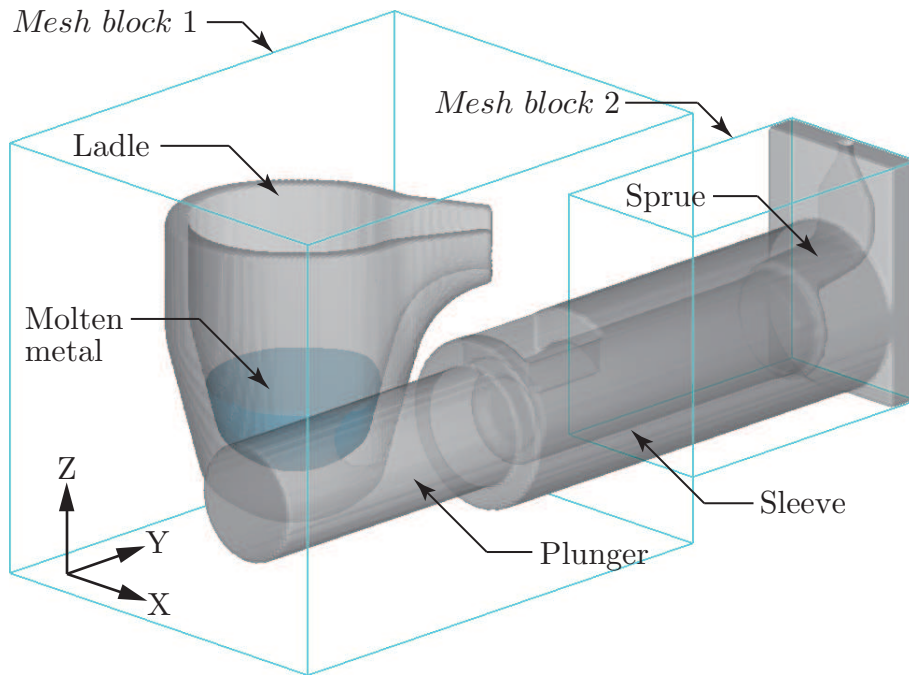


Fig. 10.10 Layout of die casting equipment and mesh blocks for CFD simulation

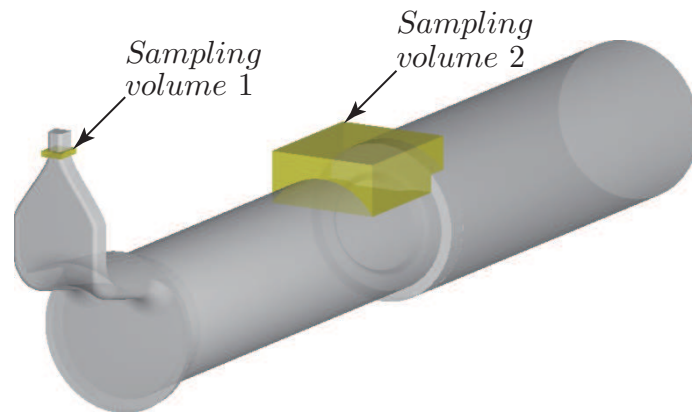


Fig. 10.11 Layout of sampling volumes for CFD simulation

シミュレーションの流れとしては、基本的には実際のダイカストを模擬したものであり、まず、シミュレーション開始と同時にラドルを傾動速度 ω_{ladle} で 90 deg 回転させる。傾動終了後、ショットタイムラグとして t_{stl} の時間待機したのち、射出速度 v_{plunger} でプランジャを前進させる。その後、プランジャが初期位置より 170 mm 前進した時点でシミュレーションを終了する。

評価指標

注湯および射出条件を選定するために、シミュレーション結果より計算される以下の二つの評価指標を定義する。

一つ目の評価指標は、スリーブおよびスプルー内部における空気の閉じ込め量 V_{air} で

あり、次式によって定義される。

$$V_{\text{air}} = \frac{\sum_{i=1}^{N-1} \frac{i}{N} V_{\text{void}}(t_i)}{\sum_{i=1}^{N-1} \frac{i}{N}} \quad (10.3)$$

ここで、 $V_{\text{void}}(t)$ は、時刻 t での解析領域内におけるスリーブおよびスプルー内部のボイド体積である。また N は適当な整数であり、本論文では $N = 100$ とする。さらに t_i は、Fig. 10.11 に示す検査体積1に存在する流体体積 $V_{\text{sv1}}(t)$ がその最大値に対し、初めて i/N 以上となった時刻であり、次式で表現される。

$$t_i = \min \left\{ t \mid \frac{V_{\text{sv1}}(t)}{V_{\text{sv1max}}} \geq \frac{i}{N} \right\} \quad (10.4)$$

ここで、 V_{sv1max} は $V_{\text{sv1}}(t)$ がとりうる最大値であり、すなわち、検査体積1およびスプルーが重複する部分の体積である。結局、 V_{air} は、スプルー先端部が i/N 閉塞した時点でのスリーブおよびスプルー内部の空気量を、 i/N で加重平均したものである。この指標が0に近づくほどスリーブ内における空気閉じ込め、さらには巻き込みが抑制され、良好な射出が行えることを意味する。

次に二つ目の評価指標として、射出初期におけるスリーブ給湯口からの溶湯の溢流抑制を考慮し、次式の給湯口閉塞率 R_{hole} を定義する。

$$R_{\text{hole}} = \max_t \frac{V_{\text{sv2}}(t)}{V_{\text{sv2max}}} \quad (10.5)$$

ここで、 $V_{\text{sv2}}(t)$ は、 $V_{\text{sv1}}(t)$ と同様に、Fig. 10.11 に示す検査体積2に存在する流体体積であり、また V_{sv2max} は、 $V_{\text{sv2}}(t)$ がとりうる最大値であって、検査体積2およびスリーブが重複する部分の体積である。この指標は、最大値が1であり、また0に近づくほど給湯口から溶湯が溢れ出る危険性が低いことを意味する。

選定方法

構築したCFDシミュレータを用いて、諸条件に関し、ある一定の区間および間隔について全数解析を行い、上記の二つの評価指標をもとに、実験で使用する条件の選定を行う。具体的には、スプルー形状を標準形状および最適形状の二通り、ラドル傾動速度 ω_{ladle} を30%および25%の二通り、ショットタイムラグ t_{stl} を0.8 sから2.2 sまで0.1 s刻みで15通り、プランジャ射出速度 v_{plunger} を0.20 m/sから0.36 m/sまで0.02 m/s刻みで9通りとし、全540通りの組合せについてシミュレーションを行う。

選定結果

Fig. 10.12 および Fig. 10.13 に、全540通りのシミュレーション結果に対し、それぞれ評価指標である空気閉じ込め量 V_{air} および給湯口閉塞率 R_{hole} の値を算出した結果を

示す. この図において, t_{sleeve} は, ラドル傾動完了からプランジャが 190 mm 前進し, 金型内への溶湯の充填がほぼ完了するまでの時間である. また t_{sleeve} は, 溶湯がスリーブ内におよそ存在する時間であるともいえる.

これらの結果をもとに, V_{air} および R_{hole} が基本的には小さい値をとる 4 条件, A, B, C, D を選定した. また, これらの 4 条件におけるパラメータや評価指標の値を Table 10.6 にまとめて示す. なお, この表において, Std. および Opt. は, 標準形状および最適形状をそれぞれ意味する. これらの 4 条件の特徴として, 条件 A および D は, 射出速度が $v_{\text{plunger}} = 0.20 \text{ m/s}$ と互いに等しく, またこの値は最適化において想定していた射出速度とも等しい. また条件 B および C についても, 射出速度が $v_{\text{plunger}} = 0.32 \text{ m/s}$ で等しい条件となる. さらに条件 C および D は, 射出速度およびショットタイムラグは異なるものの, 射出完了時間 t_{sleeve} がほぼ等しい関係にある.

10.4.3 実験方法および結果

実験方法

前節で選定した注湯および射出に関する 4 通りの条件, ならびに金型の方案形状として標準形状および従来形状の 2 通りの, 合計 8 通りの組合せについて, 実際にダイカスト鑄造を行う. これらの 8 通りの条件について, 正常に鑄造が行えた鑄物からそれぞれ 10 個, 合計 80 個をサンプルとして取得する. サンプルとなった各鑄物は, ゲート部分で方案部と 3 個の製品部に切断し, 各製品部の空気巻き込み量を測定することで, 方案形状の有意差を検証する.

取得した 240 個の製品部は, まず, ブリスタ試験によって内部の空気を膨張させる. このときブリスタ試験は, 鑄物を 530°C 程度の炉内に 4 時間以上置き, 溶体化させたのち, 人工時効硬化処理をするという, いわゆる T6 熱処理によって行う. その後, それらの各製品部の重量および体積を測定することで, 内部の空気量を推定する. 製品部の体積測定には, Fig. 10.14 に示すアルファミラージュ製電子比重計 MDS-3000 を用いる. 本装置は, アルキメデスの原理に基づいて, 対象物の重量を空气中 (図中 (a)) および水中 (図中 (b)) でそれぞれ測定することで, その体積あるいは密度を計算する装置である. ここで, ある熱処理後の製品部について, 空气中での重量を M , 水中での重量を M' , そのときの水の密度を ρ_{water} とすれば, その製品部の体積 V は,

$$V = \frac{M - M'}{\rho_{\text{water}}} \quad (10.6)$$

によって求めることができる. さらに, すべてのサンプルで共通となる, その鑄物材料としての純粋な密度を ρ とすれば, 鑄物重量あたりの内部空気量は,

$$v = \frac{V - M/\rho}{M} = \frac{V}{M} - \frac{1}{\rho} \quad (10.7)$$

と計算される. この v を比空気量と呼ぶこととし, 本実験における評価に用いる.

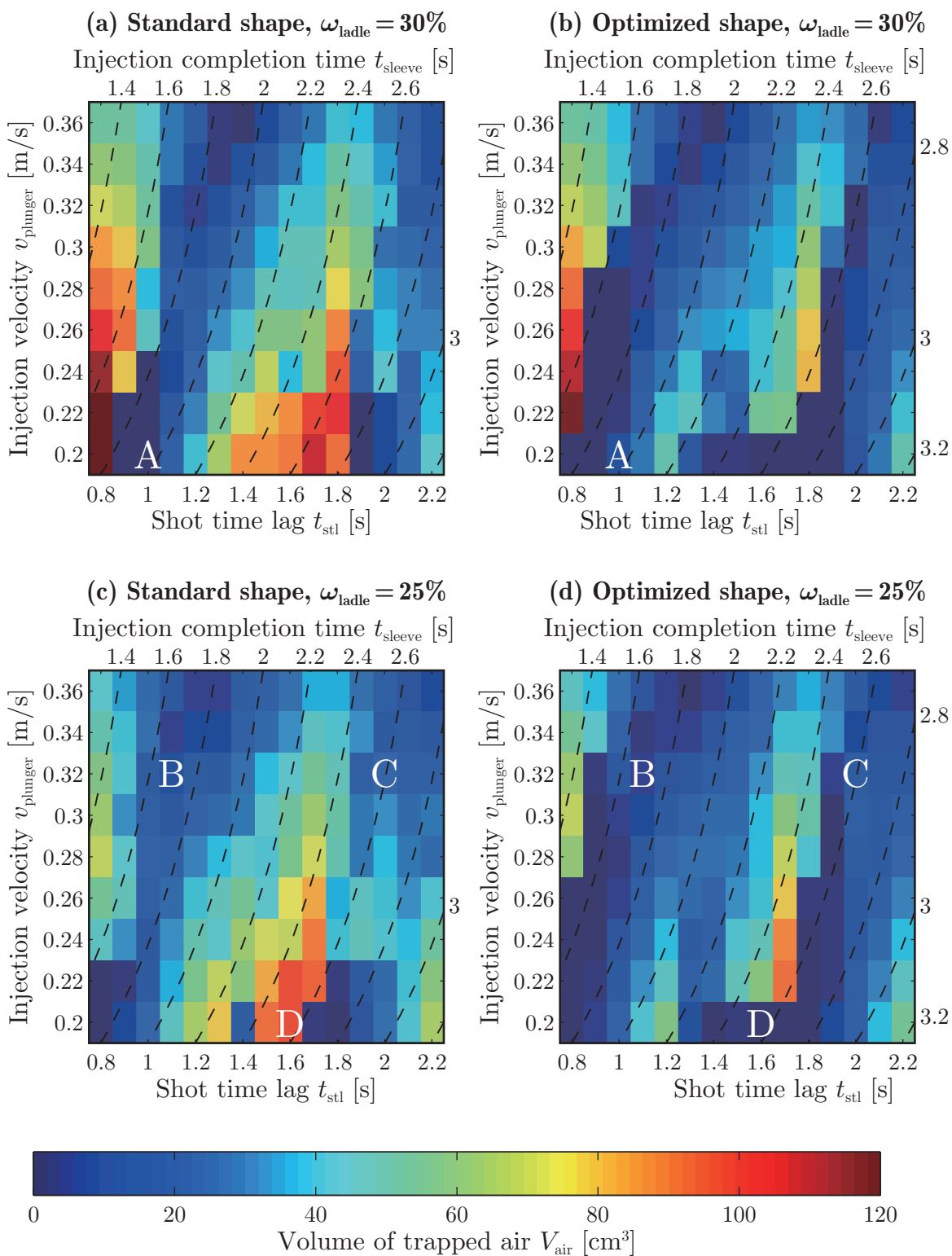


Fig. 10.12 Volume of trapped air in the sleeve and sprue for each condition and sprue shape

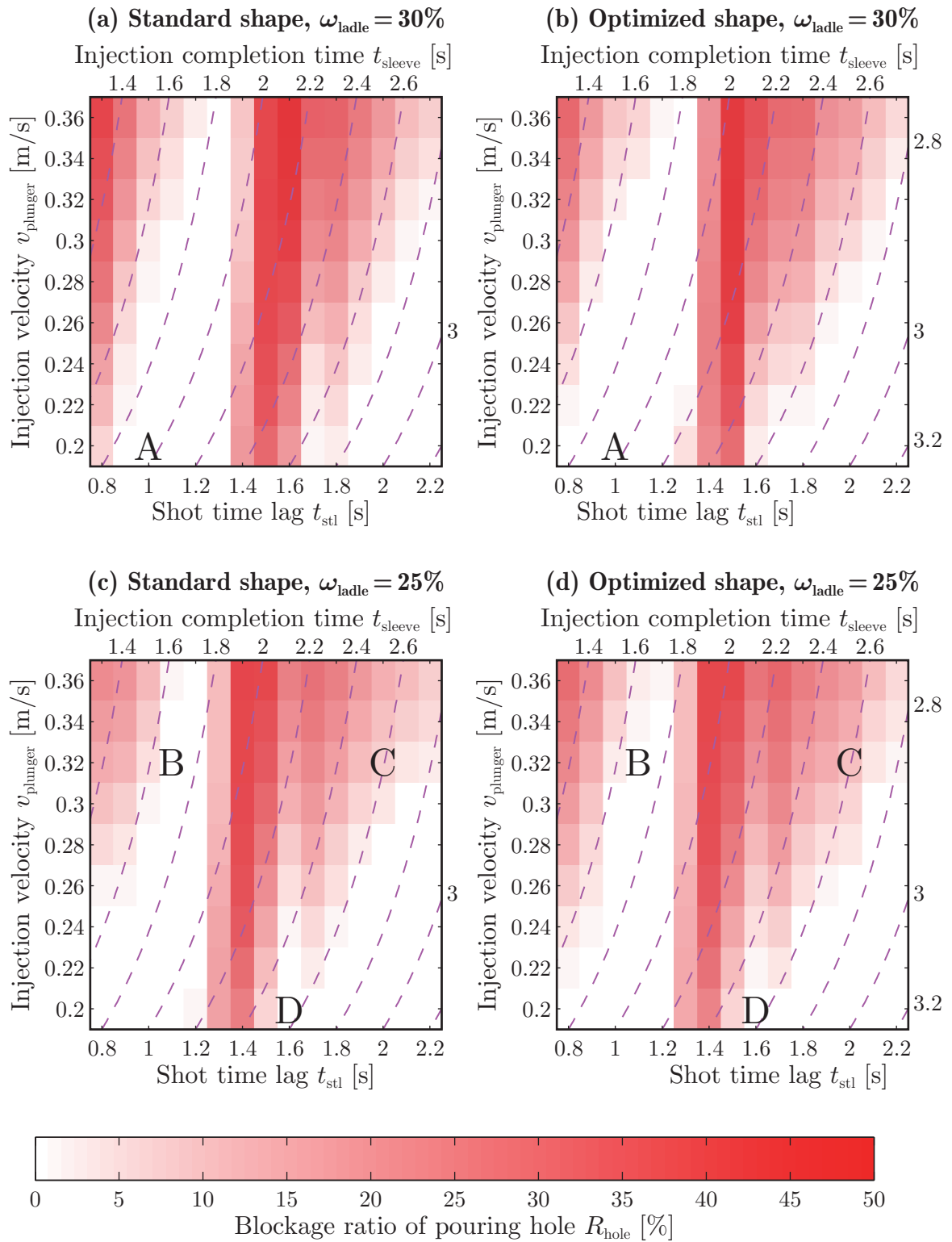


Fig. 10.13 Blockage ratio of the pouring hole of the sleeve for each condition and sprue shape

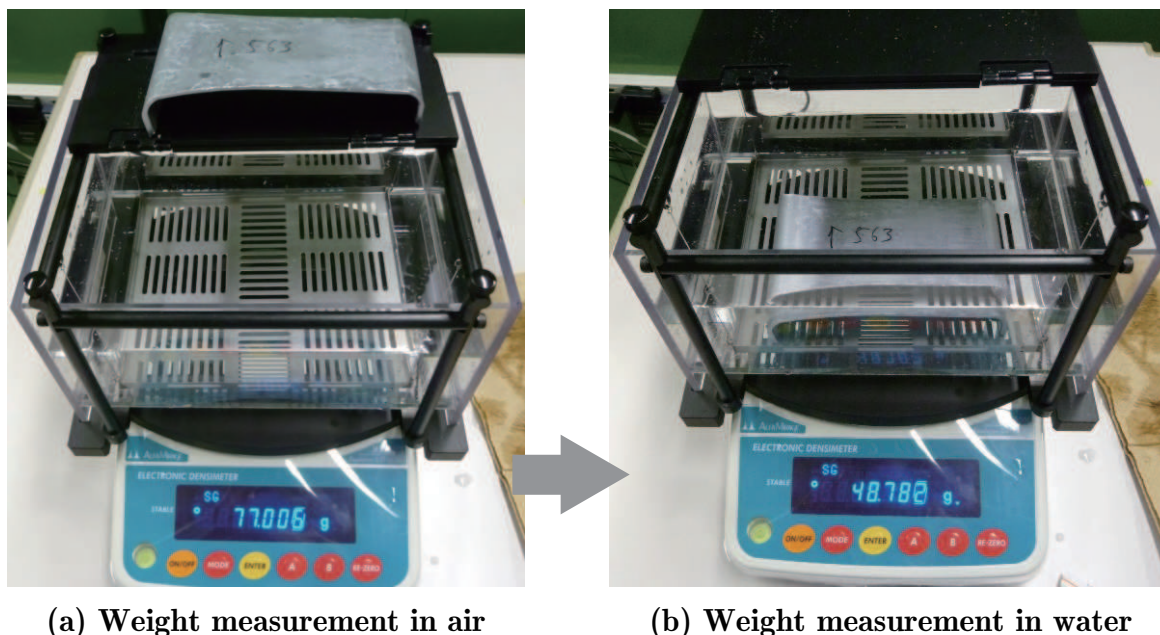


Fig. 10.14 Digital densimeter based on Archimedes' principle

Table 10.6 Parameters and evaluation values of Condition A, B, C and D

Condition	ω_{ladle}	t_{stl}	v_{plunger}	t_{sleeve}	V_{air} [cm ³]		R_{hole} [%]	
	[%]	[s]	[m/s]	[s]	Std.	Opt.	Std.	Opt.
A	30	1.0	0.20	1.950	1.199	8.508	0.04408	0.06009
B	25	1.1	0.32	1.694	8.238	4.604	0.09863	0.1315
C	25	2.0	0.32	2.594	23.78	13.18	5.514	8.215
D	25	1.6	0.20	2.550	95.96	1.258	0.1138	0.2262

実験結果

Fig. 10.15 に、注湯・射出条件および方案形状に関する全 8 通りの実験条件ごとの、製品部における比空気量の平均値および標準偏差を示す。ここで、図上部の (a) は、1 回の鑄造で成形される 3 個の製品部のうちの中央の製品部に対する平均値および標準偏差であり、また (b) は、残りの左右側方の製品部に対する結果である。なお、比空気量を計算する際の式 (10.7) において、密度 ρ は 2.74 g/cm³ とした。

まず (a) の中央製品部については、標準形状と最適形状の間で有意な差は見られない。一方で、注湯・射出条件間での差は大きく、プランジャ射出速度 $v_{\text{plunger}} = 0.32$ m/s の条件 B および C に対し、より低速な $v_{\text{plunger}} = 0.20$ m/s である条件 A および D は、空気量が著しく多く、劣悪な結果となっている。この原因としては、中央製品部でかつ射出速度が遅い場合に、金型からの空気の抜けが悪くなり、空気が閉塞したためであるという可能性が考えられる。

次に (b) の側方製品部については、いずれの注湯・射出条件に対しても、最適形状の

場合が標準形状の場合よりも空気量が少なく、良好な結果となっていることがわかる。これは、最適化結果である Table 10.5 においても示したとおり、分岐ランナーにおいて空気の閉じ込めを大幅に抑制できたためであり、これにより、側方製品部において、最適形状と標準形状の場合に有意差が現れたと考えられる。また形状とは無関係に、射出速度の遅い条件 A および D の方が、射出速度の早い条件 B および C よりも、空気量の少ない傾向が見られ、これもやはり分岐ランナーにおいて、流速が小さくなるほど空気の巻き込みも小さくなることが要因であると推測される。

以上より、本実験では、おもに分岐ランナーの形状最適化による効果によって、側方製品部の空気量が良好に低減されることが示され、これは最適化におけるシミュレーションの結果とも一致することが確認された。

10.5 まとめ

本章では、ダイカストの湯口方案について、第9章で扱ったものよりもより実用的かつ広範囲の方案を対象に、提案するノンパラメトリック形状最適化法を用いて最適設計を行った。さらに、この最適化した方案および比較のための標準的な方案をもとに金型を製作し、実際のアルミニウム合金ダイカストによる鑄造実験を行った。結果として、得られた最適方案は、人の設計による標準的な方案と比較して、空気巻き込みの発生を良好に抑制可能なことが示された。したがって、提案する形状最適化法は、ダイカストにおける実際の方案設計においても有効かつ実用的であるといえる。

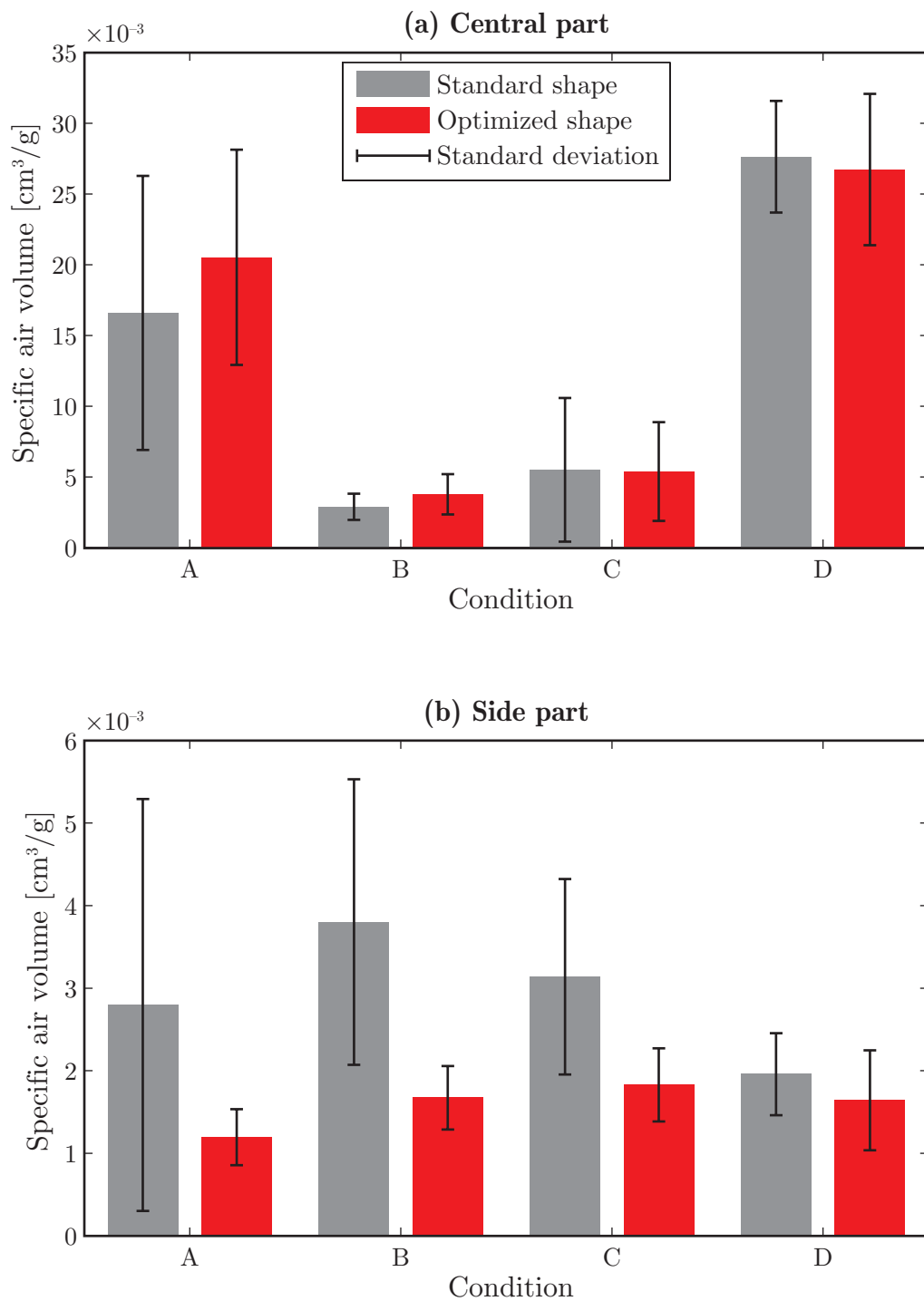


Fig. 10.15 Mean values and standard deviations of specific air volume of product parts for each condition and mold shape

第11章 EGOを用いたノンパラメトリック法の高効率化

11.1 はじめに

第II部ではこれまでに、第7章にて新しいノンパラメトリック形状最適法を提案し、第8章、第9章および第10章にて実際の設計問題に適用することで、その実用性や有効性を示してきた。ここまでの、この提案するノンパラメトリック法は従来のパラメトリック法よりも無条件で優れた手法のように感じるが、実際には前者は後者よりも探索する解空間が広大である分、最適化への到達に多数の個体の評価が必要となる場合がある。これは従来のパラメトリック法であれば、設計変数の次元を増やし、解空間を拡大したとしても、応答曲面法を援用することでかなりの効率化を図ることが可能である。一方で、提案するノンパラメトリック法では、応答曲面法のような解空間予測の適用手法が確立されておらず、この場合パラメトリック法に劣る可能性もある。

そこで本章では、提案するノンパラメトリック形状最適化法に対し、応答曲面法を適用可能な理論の確立を行い、従来にない高効率かつ高自由度な形状最適化法を構築する。最適化のアルゴリズムはEGO (efficient global optimization) をベースとし、応答曲面にはKrigingモデルを、個体追加指標（データサンプリング指標）には期待改善量を用いる。Krigingモデルでは、各個体間の距離（非相似度）を定量的に表現できさえすれば応答曲面を生成できるため、本章では、本手法で扱う曲線形状間の距離を新たに定義する。構築した最適化手法の有効性は、テスト最適化問題を用いて、応答曲面を使用しない通常のノンパラメトリック法との探索性能を比較することで検証する。

11.2 EGOに基づくノンパラメトリック形状最適化法

11.2.1 アルゴリズムの概要

提案するノンパラメトリック形状最適化法に応答曲面法を適用し、最適化における本手法の探索性能向上を図る。本手法全体のアルゴリズムをFig. 11.1に示す。このアルゴリズムは基本的には、大域的最適化手法である **Efficient Global Optimization** (EGO) に基づくものであり、尹らの手法^[86]を参考に行っている。

アルゴリズムの流れとしては、まず初期個体集団の生成およびシミュレーション等を用いた各個体の評価を行い、集団の更新を行う。次にこの集団をもとに一度、応答曲面の生成を行う。ここで応答曲面としてKrigingモデルを採用する。その後、親個体の選択、提案する交叉手法を用いた個体生成を必要回数繰り返し、子個体の候補集団を

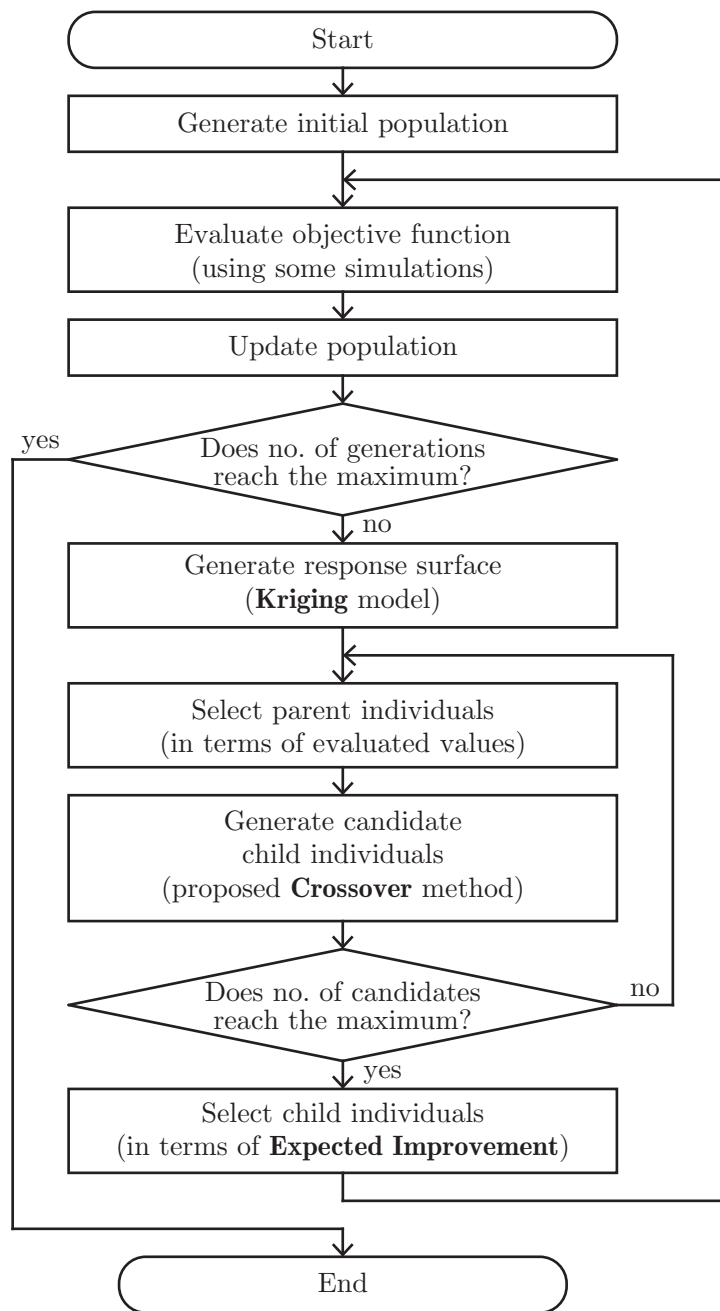


Fig. 11.1 Flowchart of the entire optimization algorithm

作成する。この候補集団から、先に作成した応答曲面によって算出される期待改善量によって、良好であると推定される個体を少数選定し、もとの個体集団に加える。その後、必要な世代数に達するまで個体評価以降の処理を繰り返し行う。

以下に、Kriging モデルや期待改善量などのアルゴリズムにおける主要要素について説明を行う。

11.2.2 Kriging

Kriging モデル^[87,88] はもともと地球統計学の分野において考案された手法であり、既知の測定点（サンプル点）のデータをもとに未知の点のデータを推測するために使われてきた。今日では、最適化における応答曲面の一モデルとしてもよく使われる手法となっている。Kriging モデルの特徴としては、すべてのサンプル点が、それらをもとに生成された応答曲面上に位置すること、また、応答曲面を生成するために各サンプル点間の距離が既知であればよく、全サンプル点の空間的な位置関係の情報は必ずしも必要ではないことなどがあげられる。これらの特徴は、応答曲面のなかでも最もシンプルなものである多項式関数モデルにはないもので、特に後者の特徴によって、本ノンパラメトリック最適化法で扱う曲線、ないしはそれらの集合によって形成される幾何学形状に対しても、応答曲面を生成することが可能になる。これは言い換えれば、多項式モデルは、通常のパラメトリック最適化法で扱うような、有限なユークリッド空間で表現可能な実数値ベクトルの形式の解しか対象とすることができないが、一方でKriging モデルでは、既知の点（解）の距離さえ定義できれば、基本的にはどのような形式の解でも扱うことができる。

個体の決定変数（解）を \mathbf{x} 、個体の目的関数値（評価値）を y とし、既知の N 個のデータ $(\mathbf{x}_1, y_1), \dots, (\mathbf{x}_N, y_N)$ が与えられているとする。これらから、Kriging モデルの応答曲面を用いて、任意の点 \mathbf{x} に対する目的関数値の予測値 $\hat{y}(\mathbf{x})$ およびその平均2乗誤差 $\hat{s}^2(\mathbf{x})$ は次式で与えられる。

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \hat{\mu} + \mathbf{r}^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mu} \mathbf{1}) \quad (11.1)$$

$$\hat{s}^2(\mathbf{x}) = \hat{\sigma}^2 \left(1 - \mathbf{r}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r} + \frac{(1 - \mathbf{1}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r})^2}{\mathbf{1}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{1}} \right) \quad (11.2)$$

ここで、 $\hat{\mu}$ および $\hat{\sigma}^2$ は、

$$\hat{\mu} = \frac{\mathbf{1}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{y}}{\mathbf{1}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{1}} \quad (11.3)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N} (\mathbf{y} - \hat{\mu} \mathbf{1})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mu} \mathbf{1}) \quad (11.4)$$

で定義される。また、 \mathbf{R} は $N \times N$ 正方行列であり、 (i, j) 成分が後述する相関 $r_{\text{corr}}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ となる。 \mathbf{r} 、 \mathbf{y} および $\mathbf{1}$ は、すべて要素数 N の列ベクトルであり、

$$\mathbf{r} = (r_{\text{corr}}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_1), \dots, r_{\text{corr}}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_N))^T \quad (11.5a)$$

$$\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_N)^T \quad (11.5b)$$

$$\mathbf{1} = (1, \dots, 1)^T \quad (11.5c)$$

である。さらに、 \mathbf{x}_i および \mathbf{x}_j の相関 $r_{\text{corr}}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ は次式で定義される。

$$r_{\text{corr}}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \exp(-d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)) \quad (11.6)$$

ここで $d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ は、 \mathbf{x}_i および \mathbf{x}_j の距離（非相似度）である。 $d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ は、 \mathbf{x}_i および \mathbf{x}_j の類似性が低くなるほど大きな値をとるように、また \mathbf{x}_i および \mathbf{x}_j が同一であれば 0 となるように定義される。

\mathbf{x} が要素数 n の実数値ベクトルで、 $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, \dots, x_{in})$ と表される場合は、 $d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ はパラメータ r_k ($k = 1, \dots, n$) を用いて、

$$d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \sum_{k=1}^n \frac{(x_{ik} - x_{jk})^2}{r_k^2} \quad (11.7)$$

と定義される。一方で、 \mathbf{x} が本論文のノンパラメトリック最適化法で扱う形状 σ である場合の距離 $d(\sigma_i, \sigma_j)$ については、のちの 11.2.4 節において定義する。

11.2.3 期待改善量

期待改善量 (expected improvement, EI) は、EGOにおけるデータサンプリング（個体追加）の指標として提案されたものである。これは各点における、応答曲面を用いて推定される、最適解を取りうる可能性の指標、すなわち期待値であり、さらに応答曲面の精度不足に起因する不確実性も考慮することができる。

期待改善量は次式で定義される。

$$E(\mathbf{x}) = \hat{s}(\mathbf{x})U(\mathbf{x})\Phi(U(\mathbf{x})) + \hat{s}(\mathbf{x})\phi(U(\mathbf{x})) \quad (11.8)$$

ここで、 $\phi(x)$ および $\Phi(x)$ は、標準正規分布の確率密度関数（ガウス密度関数）および累積分布関数であり、次式で定義される。

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \quad (11.9)$$

$$\Phi(x) = \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)\right) \quad (11.10)$$

また、 $U(\mathbf{x})$ は、

$$U(\mathbf{x}) = \frac{y_{\min} - \hat{y}(\mathbf{x})}{\hat{s}(\mathbf{x})} \quad (11.11)$$

であり、さらに y_{\min} は現在の y の最良値で、

$$y_{\min} = \min\{y_1, \dots, y_N\} \quad (11.12)$$

である。なお、 $\hat{s}(\mathbf{x}) = 0$ の場合は $E(\mathbf{x}) = 0$ とする。

本論文では、通常の期待改善量をさらに拡張した一般化期待改善量 (generalized EI) を使用し、これは次式で定義される。

$$E_g(\mathbf{x}) = \hat{s}(\mathbf{x})^g \sum_{i=0}^g \frac{(-1)^i g!}{i!(g-i)!} U(\mathbf{x})^{g-i} T_i(\mathbf{x}) \quad (11.13)$$

ここで,

$$T_0(\mathbf{x}) = \Phi(U(\mathbf{x})) \quad (11.14a)$$

$$T_1(\mathbf{x}) = -\phi(U(\mathbf{x})) \quad (11.14b)$$

$$T_i(\mathbf{x}) = -\phi(U(\mathbf{x}))U(\mathbf{x})^{i-1} + (i-1)T_{i-2}(\mathbf{x}) \quad (11.14c)$$

である. 一般化期待改善量は, g が小さいときは, 目的関数の最小値をとる可能性の高い部分で E_g の値が大きくなり, 逆に g が大きい場合には, 設計空間におけるサンプル点の密度が低く, 応答曲面の精度を最も向上させる可能性の高い部分で E_g の値がより大きくなる.

11.2.4 ノンパラメトリック形状の個体間距離

ノンパラメトリック最適化法において Kriging モデルの応答曲面を生成する際に必要となる形状間の距離を定義する.

まず, 形状 σ_i および σ_j の距離を考える前に, それぞれの形状を構成するある曲線 $\mathbf{S}_i^k(t)$ および $\mathbf{S}_j^k(t)$ の距離について定義を行う. 基本的な考え方としては, 二つの曲線上の対応する複数の点ごとにそれぞれユークリッド距離を算出し, それらの平均を曲線間の距離とする方法である. そして, 曲線上の複数の点は, その曲線の経路長に対して等間隔となる点とする.

曲線 $\mathbf{S}(t)$ において, 始点 $\mathbf{S}(0)$ から点 $\mathbf{S}(t)$ までこの曲線に沿った経路長 $l(t)$ は, 次式で求められる.

$$l(t) = \int_0^t |\dot{\mathbf{S}}(\tau)| d\tau \quad (11.15)$$

曲線 $\mathbf{S}(t)$ の全体の経路長は $l(1)$ であり, これを用いることで正規化した経路長 $s(t)$ を次式として定義する.

$$s(t) = \frac{l(t)}{l(1)} \quad (11.16)$$

$s(t)$ は t に関して単調増加関数であるため逆関数 $t(s)$ が定義できる. このときの s を弧長パラメータと呼ぶ. 結局, 曲線 $\mathbf{S}(t)$ に $t(s)$ を代入することで, t から s への変数変換を施した曲線 $\mathbf{S}(s)$ が得られる. この $\mathbf{S}(s)$ について s を一定の値で増加させていけば, 曲線上の経路長に対する等間隔の点が得られる.

弧長パラメータ s を用いることで, 曲線 $\mathbf{S}_i^k(s)$ および $\mathbf{S}_j^k(s)$ の距離を次式のように定義する.

$$d_{\text{curve}}(\mathbf{S}_i^k(s), \mathbf{S}_j^k(s)) = \frac{1}{h+1} \sum_{g=0}^h \left| \mathbf{S}_i^k\left(\frac{g}{h}\right) - \mathbf{S}_j^k\left(\frac{g}{h}\right) \right|$$

ここで, h は s の分割数であり, 本論文では $h = 100$ とする.

最終的に, 形状 σ_i および σ_j の距離は,

$$d_{\text{shape}}(\sigma_i, \sigma_j) = \sum_{k=1}^m d_{\text{curve}}(\mathbf{S}_i^k(s), \mathbf{S}_j^k(s)) \quad (11.17)$$

と定義する. これを式(11.6)に適用することで, 形状 σ に対しても応答曲面を作成することができる.

11.3 テスト最適化問題による数値実験

11.3.1 テスト最適化問題

本実験におけるテスト問題として, 曲線フィッティング問題を定義する. これは, ある目標曲線に対する設計曲線の幾何学的な差(すなわち距離)を目的関数とする最適化問題であり, 目的関数が最小の0をとるとき, 設計曲線は目標曲線を完全にフィッティングできたことになる.

目標曲線を $\mathbf{S}_{\text{ref}}(t)$, 設計曲線を $\mathbf{S}(t)$ とし, これらの距離, すなわち目的関数を次式で定義する.

$$J(\mathbf{S}(t)) = \frac{1}{h+1} \sum_{g=0}^h \left| \mathbf{S}_{\text{ref}}\left(\frac{g}{h}\right) - \mathbf{S}\left(\frac{g}{h}\right) \right| \quad (11.18)$$

この式は基本的には式(11.17)と同じ形式であるが, 曲線のパラメータが, 式(11.17)は弧長パラメータ s であるのに対し, 式(11.18)は通常のパラメータ t であるという違いがある. 仮に目的関数を式(11.17)の形式で定義した場合は, ある曲線 $\mathbf{S}(s)$ に対して同一の形状を持つ $\mathbf{S}(t)$ は無数に存在するため, 最適解も無数に存在することとなり, 問題として扱いにくくなってしまう. 一方で, 式(11.18)のように t による曲線表現であれば, 最適解は唯一のものとして定めることができ, 扱いやすい問題とすることができる. なお, 式(11.18)における h は, 式(11.17)の場合と同じく $h=100$ とする. また本テスト問題は単目的問題であるため, 前節における目的関数値 y との関係は, 直接 $y=J$ とおくことができる.

本テスト問題では, 目標曲線 $\mathbf{S}_{\text{ref}}(t)$ を変えることで, 性質の異なるさまざまな問題を作ることができる. 本論文では, この $\mathbf{S}_{\text{ref}}(t)$ を, シンプルでありながら, 多項式曲線では高い次数が必要となる, Fig 11.2に示す直角形状を採用する. これは数式としては,

$$\mathbf{S}_{\text{ref}}(t) = \begin{cases} (0, 2t)^{\text{T}} & (0 \leq t < 0.5) \\ (2t - 1, 1)^{\text{T}} & (0.5 \leq t \leq 1) \end{cases} \quad (11.19)$$

と表される. また設計曲線 $\mathbf{S}(t)$ は, 各端点を目標曲線のそれらと同じ位置で固定とし, すなわち $\mathbf{S}(0) = (0, 0)^{\text{T}}$, $\mathbf{S}(1) = (1, 1)^{\text{T}}$ とする.

設計曲線 $\mathbf{S}(t)$ の初期個体は, 2次ベジェ曲線として生成することとし, 各制御点の座標は次式に従って決定する.

$$\begin{cases} \mathbf{p}_0 = (p_{x0}, p_{y0})^{\text{T}} = (0, 0)^{\text{T}} \\ \mathbf{p}_1 = (p_{x1}, p_{y1})^{\text{T}} = (R_U(0, 1), R_U(0, 1))^{\text{T}} \\ \mathbf{p}_2 = (p_{x2}, p_{y2})^{\text{T}} = (1, 1)^{\text{T}} \end{cases} \quad (11.20)$$

ここで, $R_U(a, b)$ は, 区間 $[a, b]$ 上の一様分布に従う一様乱数を与える関数である.

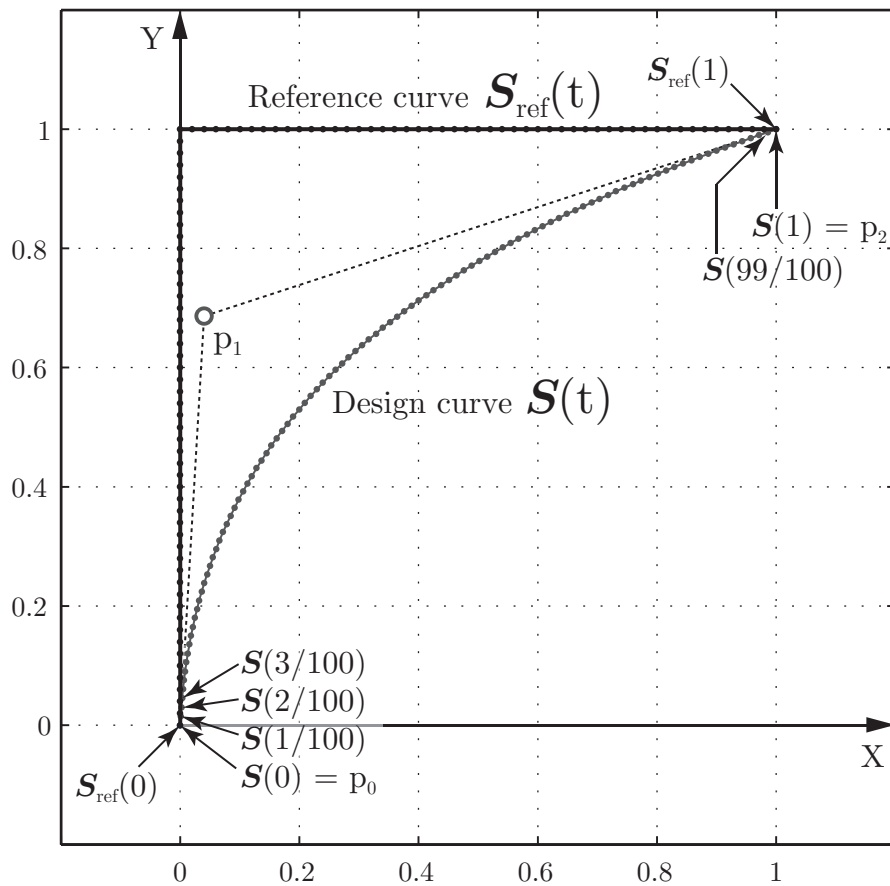


Fig. 11.2 Reference and design curves for the test optimization problem

11.3.2 実験条件

本数値実験では Table 11.1 に示す，4 種類の条件のアルゴリズムを使用する．with-RSM は前節で述べた Kriging モデルによる応答曲面法を適用したものである．世代交代モデルは，各世代 100 個体中，2 個体を新たに生成し，エリートとなる良好個体 98 個体は保存される．生成される 2 個体は，一方は，候補子個体のなかで一般化期待改善量 E_g が $g = 1$ について第 1 位となる個体を，もう一方は $g = 10$ について第 1 位となる個体を選択する．ただし， $g = 1$ および $g = 10$ について第 1 位の個体が同一のものである場合には， $g = 10$ について第 2 位の個体を代わりに選択する．残りの 3 種類のアルゴリズムはいずれも応答曲面法を適用していない従来のアルゴリズムであり，それぞれ個体数や世代数が異なる．w/o-RSM-1 は with-RSM と同じ個体数・世代数の設定値となっており，世代あたりのエリート率は 98 % である．また，w/o-RSM-2 はエリート率が 50 %，w/o-RSM-3 はエリート率が 25 % として設定されている．4 条件とも 1 回の最適化における合計評価個体数は 300 ないしは 300 強である．

これらの 4 条件について，それぞれ 20 回の最適化を行い，各条件の解探索性能を比較する．

Table 11.1 Optimization parameters of each of the conditions

Condition	with-RSM	w/o-RSM-1	w/o-RSM-2	w/o-RSM-3
No. of gener.	101	101	14	20
No. of individuals per gener.	100	100	40	20
No. of elites per gener.	98	98	20	5
Response surface method	Kriging	N/A	N/A	N/A
Selection method	Tournament selection (size: 5)			
Crossover method	Proposed method			

11.3.3 実験結果

本数値実験にて得られた各条件の解探索性能の比較結果を Fig. 11.3 に示す。グラフは、横軸が最適化開始からの評価値（目的関数値）を算出した個体数を、縦軸がその評価した個体中での最小の評価値を表す。さらにこれらのグラフは、4個の条件ごとにそれぞれ20回の最適化に対する結果の平均をとっている。

評価個体数が100までの最小評価値は、4条件のいずれについても大差は見られないうが、これは with-RSM および w/o-RSM-1 については、初期個体における評価値であるためこれらがほぼ等しいことは当然であり、また他2条件についても有意差は見られなかった。一方で評価個体数が100以降の結果については、応答曲面法を適用した with-RSM が、応答曲面法を適用していない3条件に比べて評価値が格段に良好となる個体を得ることができており、優れた探索性能を持つことが示された。なお、他3条件の探索性能については、顕著な有意差は見られなかった。

次に Fig. 11.4 に、4条件の最小評価値に対する標準偏差の推移を示す。応答曲面法を適用した with-RSM は、Fig. 11.3 の結果と同じく、最小評価値の標準偏差、すなわちばらつきも小さく、安定的に優れた解探索が行えていることがわかる。なお、応答曲面法を適用していない3条件については、Fig. 11.3 の結果とは異なり、比較的大きな有意差が発生しており、個体集団におけるエリート率が高いほどばらつきが小さく、安定した結果を出せることがわかった。それでも、このなかで最もエリート率の高い w/o-RSM-1 よりも、応答曲面法を適用した with-RSM の方が2倍程度標準偏差が小さくなっており、提案手法の優れた安定性が証明されている。

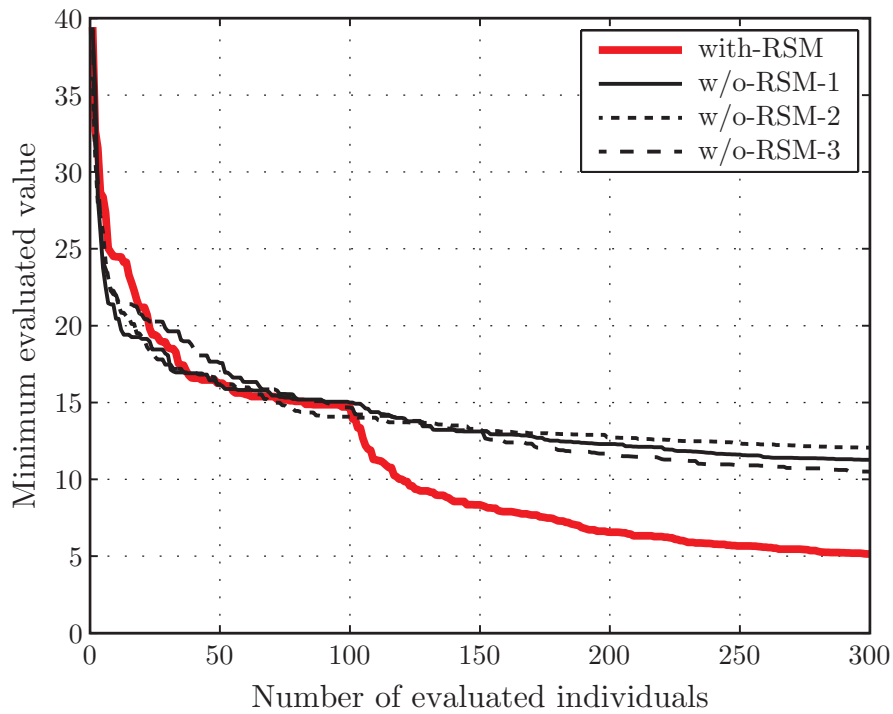


Fig. 11.3 Comparison result for the searching capabilities of the four conditions

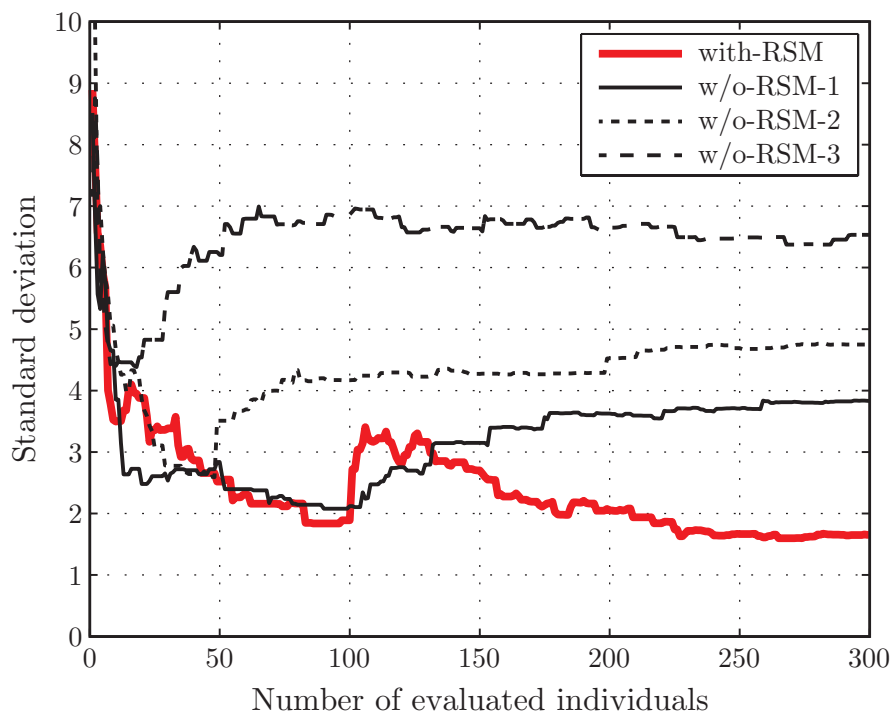


Fig. 11.4 Comparison of the standard deviations for the four conditions

11.4 まとめ

本章では、第II部において提案してきたノンパラメトリック最適化法に、応答曲面による解空間予測法を導入することで、探索性能に優れるより高効率な最適化手法の構築を行った。全体の最適化アルゴリズムにはEGOを、応答曲面にはKrigingモデルを採用した。Krigingモデルにおける個体間の距離として、新たに曲線間における距離を定義した。また、EGOにおける個体追加（データサンプリング）指標として、一般化期待改善量を採用した。本改良手法の有効性は、簡易的なテスト問題を用いた数値実験によって検証を行い、従来の応答曲面法を適用していない手法に対して、探索性能の大幅な向上が認められた。

第12章 結言と今後の展望

12.1 結言

本論文では、一貫して、単数の曲線、あるいは複数の曲線によって構成される形状の最適設計に関する理論と応用について述べてきた。論文の前半では、従来より確立され、現在も標準となっているパラメトリック最適化法を、また論文の後半では、新たに提案したノンパラメトリック最適化法をテーマにそれぞれの理論および具体的手法を解説し、実際の設計問題への適用を行った。提案したノンパラメトリック法は、GA（遺伝的アルゴリズム）に基づく形状最適化法であるが、従来のパラメトリックなGA、いわゆる実数値GAと比較して、次のような新規性あるいは特徴があった。

- 形状を表す個体が、有限個かつ一定個数のパラメータとしてではなく、連続的な関数の形で表現される。
- 新たな個体を生成する操作である交叉が、連続的な関数同士の数学的な合成によって定義される。より具体的には、交叉は、二つの親個体のあるランダムな1次関数による荷重和として定義され、生成される子個体は、親個体よりも関数としての次数が1相当増加される。

これらのパラメトリック法およびノンパラメトリック法は、双方に長所・短所はあり、パラメトリック法であれば、扱う探索空間を本来の設計空間の一部に制限しなければならず、それによって本来の最適解に到達することがほとんど不可能なこと、またその際の探索空間の定義方法やその選定に難しさがあることが短所である。一方で長所は、有限個のパラメータ、すなわち有限次元の実数値ベクトルによって解を表現可能なことからその扱いやすさ、また従来確立されている有限次元に関する応用理論、例えば応答曲面法などが利用でき、解探索の効率性を高めることが可能なことがあげられる。逆にノンパラメトリック法は、設計空間をほぼそのまま探索空間とすることができ、理論上、厳密最適解を導出可能であることが長所といえる。一方で、連続的な曲線の集合は、無限次元の空間と等価であり、パラメトリック法と比べ、複雑で扱いにくく、応用理論の確立も十分にはなされていない。しかしながら、それでも本論文では、このようなノンパラメトリック法にKrigingによる応答曲面を用いることで、パラメトリック法における場合と同様の効率化が図れる可能性を示すことができた。

本論文では最適設計としての応用研究として、ボトリング装置における液体振動最小化を目的とした搬送用運動曲線の最適設計、およびダイカストにおける空気巻き込み欠陥の最小化を目的とした鋳造方案の最適設計を行った。前者は、時間に対する一種の信号を対象としており、本論文でいうところの一価曲線の最適化問題にあたり、一

方で後者は、2次元平面あるいは3次元空間における幾何学的形状を扱う問題であり、平面曲線の最適化問題であった。これらの異なる対象に対し、論文の前半では従来のパラメトリック法によるアプローチで最適化を行い、一応の実用的な最適解は得られたが、これらの手法や結果の課題となる部分が見られ、これを解決するために、このノンパラメトリック形状最適化法を考案するに至った。そして本ノンパラメトリック法を、ボトリング装置およびダイカストの実際の設計問題へと適用し、さらに得られた解の実験結果が良好であったことから、本手法が有用かつ実用的なものであることを示すことができた。また、両設計問題では、解として扱う曲線やそのプロセスがまったく別のものであるが、液体を扱う問題であることは双方に共通している。ゆえに、各設計問題における評価には、CAEの一つであるCFDシミュレーション技術を活用し、これによって、コンピュータ内のみで完結した自動設計を実現することができた。

12.2 今後の展望

今後ますますコンピュータの高性能化が進み、それに伴い、CAE解析における計算速度も高速化される。これにより、CAEを利用した最適設計において、1条件あたりの解析に要する時間が短縮され、これにより、最適化全体での計算時間も大幅に短縮される、あるいは、より多く条件の解析が行えることとなり、より優れた最適解を導き出すことができる、そのように一見思われるが現実はなかなかそうは行かないであろう。実際には、今まで解析時間を短縮するために、やむを得ず解析メッシュを粗く設定したり、何らかのモデルの簡略化を行ってきたりした部分に対し、計算性能向上により確保できた時間は、解析メッシュをより高精度化することや、より実際に近い全体を含んだモデルとすることに用いられることになる。したがって、解析の精度や結果の信頼性は高くなるものの、1条件あたりの解析時間は以前と変わらず、結局、従来と同じ条件数を同じ時間かけて最適化が行われることとなる。逆をいえばこれは、今後コンピュータの高速化がさらに進んでも、最適化手法もまだまだ高効率化、高性能化させていく必要があるということである。

本論文で新たに提案したパラメトリック曲線を用いたノンパラメトリック形状最適化法も、多分に改善の余地がある。論文の最後に示した、応答曲面を利用した高効率化の方法も、まだほんの導入に過ぎない。また近年では、単に最適化を行うのみならず、最適化の過程で得られた複数の解について、それぞれの独立変数と目的関数の値の関係性などを分析する、いわゆるデータマイニングを行うことも重要視されてきている^[89-92]。このようなデータマイニングも、従来は専らパラメトリック法に対し適用がなされてきたが、ノンパラメトリック法に対しても多次元尺度構成法^[93,94]などの空間の次元に依存しない手法を用いることで、従来と同様のデータマイニングが実現される可能性もある。今後、本提案手法のさらなる理論の確立、高効率化、汎用化、多様な設計問題への適用がなされることが望まれる。

謝辞

本論文は、平成24年4月から平成27年1月までに遂行された研究を中心にまとめたものであり、多くの先生方の御指導と多くの方々のご協力の賜物であります。ここに感謝の意を表します。

指導教官である三重大学大学院工学研究科機械工学専攻 教授 矢野賢一先生には、学部4年生から現在に至るまでの6年間、大変お世話になりました。4年前に矢野先生が岐阜大学から異動された際にも本学へ一緒に引き連れて下さり、以後も変わらずご指導いただけたこと、まずは深く感謝申し上げます。研究テーマとしては、大手企業との共同研究という形で、本当に世の中で必要とされている理論や技術を開発するという非常に高度でやりがいのあるテーマを用意して下さい、また、それを遂行するに十分な計算機やソフトウェア等の素晴らしい研究設備、研究環境を与えて下さいました。本研究を遂行するにあたって、常に適切にご指導を下さり、また、7度の海外での国際会議をはじめ多数の学会発表、3度の国内・海外インターンシップ、幾度の企業とのプロジェクト会議など多くの社交や議論の機会を与えて下さいましたことを心より感謝申し上げます。このような多くの貴重な経験をさせていただけたことで、自身の適性に気づき、最終的に進路として起業という道を選択をすることができました。このような大きな決断ができたのも、矢野先生のこれまでのご指導により、リーダーシップ性、コミュニケーション能力、そして博士としての論理的思考力が身につく、起業に対する自信がついたこと、またイノベーションを起こそうという気概を持てるようになったことに他なりません。今後とも引き続きご指導のほど何卒よろしくお願い申し上げます。

大変ご多用であるにも関わらず、本論文の審査委員を務めていただき、有益なご助言を下さいました三重大学大学院工学研究科機械工学専攻 教授 池浦良淳先生、教授 辻本公一先生に厚くお礼申し上げます。

当研究室の教官であり、同じく本論文の審査委員を務めていただきました准教授 加藤典彦先生、また助教 松井博和先生には、研究会等を通じて多くの有益なご助言をいただき、また普段の研究活動においてもご指導、ご支援を賜りました。ここに深くお礼申し上げます。

ダイカスト鑄造の研究に関しまして、研究遂行に関する打ち合わせから実験の実施まで多くのご支援をいただきましたヤマハ発動機株式会社 生産技術部 プロセス技術グループ 室谷禎一様、小倉純一様、小林清伸様、川谷龍勢様、また生産技術部長 木村嘉浩様に厚く感謝申し上げます。また平成25年8月から平成26年3月まで計3ヶ月間、同社プロセス技術グループにおきましてインターンシップ研修を受け入れていただき、

同グループの皆様には大変お世話になりました。重ねてお礼申し上げます。

CFD ソフトウェア FLOW-3D に関しまして、さまざまなアドバイス、サポートをしていただき、またユーザカンファレンス等でもお世話になりました株式会社フローサイエンスジャパン 丸湾ラエド様、根本泰則様はじめ同社の皆様に深く感謝申し上げます。また、米国親会社でありソフトウェア開発元である Flow Science, Inc. におきまして、平成 24 年 7 月から 9 月までの 3 ヶ月間、海外インターンシップ研修を受け入れていただき、大変貴重な経験をさせていただきました。お世話になりました Thomas S. Jensen 様、David Souders 様はじめ同社の皆様には心より感謝申し上げます。

平成 25 年 4 月から平成 26 年 3 月まで、ポストドクターキャリア開発事業「イノベータ養成のためのサンドイッチ教育」に参加させていただき、その際さまざまなご指導、ご支援を賜りました三重大学社会連携研究センター地域イノベータ養成室 特任助教 大村佳之先生、丸山篤芳様、吉田好江様に厚く感謝申し上げます。

本論文の執筆および研究の遂行にあたり、三重大学大学院工学研究科機械工学専攻メカトロニクス研究室ならびに岐阜大学大学院工学研究科人間情報システム工学専攻(旧)矢野研究室の修了生、卒業生および現役生の皆様には大変多くのご支援とご協力をいただきました。特に同じ研究グループとして大変親身にご指導下さいました栗山嘉文先生(現岐阜工業高等専門学校 講師)、鈴木優介氏、武馬英介氏、月岡佑介氏はじめ諸先輩方、また、ともに協力し合い研究を進めてきた高木優斗氏、山田尚史氏、佐藤洋一氏、宮下浩二氏、水谷直人氏、樋口慶二氏、南貴濟氏、生田奈緒氏、河内僚氏、稲垣雅宏氏、高辻智也氏、田中栄人氏、山田恵里氏に感謝の意を表します。

最後に、これまでの 27 年間、特に 9 年もの長い高等教育の間、勉学の機会を与えてくれ、温かく見守ってくれた両親、家族に深く感謝申し上げます。そして、これまでの研究活動、学生生活を送る上でご支援、ご協力いただきましたすべての皆様に感謝の意を表するとともに、これまで培ってきた知識、経験、技術をもとに博士として社会に貢献していくことを決意して、謝辞とさせていただきます。

参考文献

- [1] 山川宏. 最適設計ハンドブック—基礎・戦略・応用—. 朝倉書店, 2003.
- [2] 西脇眞二. 機械構造物の構想設計支援のための最適設計法. 日本機械学会誌, Vol. 109, No. 1050, pp. 386–388, 2006.
- [3] T. E. Morthland, P. E. Byrne, D. A. Tortorelli, and J. A. Dantzig. Optimal riser design for metal castings. *Metallurgical and Materials Transactions B*, Vol. 26, No. 4, pp. 871–885, 1994.
- [4] 高橋勇, 内田敏夫, 安斎浩一. ひけ巣量予測手法を用いた押湯形状の自動最適設計. 鑄造工学, Vol. 78, No. 12, pp. 661–667, 2006.
- [5] 朝山正輝, 長谷川浩志, 川面恵司. GA を利用した応力制約下におけるトラス構造の寸法最適化に関する一数值実験: 主として全応力設計と GA を組合せたハイブリット法の検討. 日本機械学会論文集 (A 編), Vol. 62, No. 597, pp. 1234–1241, 1996.
- [6] A. Kaveh and S. Talatahari. Size optimization of space trusses using Big Bang-Big Crunch algorithm. *Computers & Structures*, Vol. 87, No. 17-18, pp. 1129–1140, 2009.
- [7] 増淵正美, 嘉納秀明. 変分法と最適制御理論. 計測と制御, Vol. 9, No. 10, pp. 750–762, 1970.
- [8] 福島直人. 変分法をベースとした最適制御問題の近似解法: 第1報, 時間関数形の準最適制限則を求める方法. 日本機械学会論文集 (C 編), Vol. 70, No. 700, pp. 3434–3439, 2004.
- [9] R. Poli, W. B. Langdon, and N. F. McPhee. *A Field Guide to Genetic Programming*. Lulu, 2008.
- [10] 白川真一, 矢田紀子, 長尾智晴. 遺伝的プログラミングによる実数値 GA の性能差を強調する探索空間の生成. 進化計算学会論文誌, Vol. 1, No. 1, pp. 54–64, 2010.
- [11] 三浦憲二郎. 精密工学における曲線・曲面—CAGD の基礎—. 精密工学会誌, Vol. 79, No. 12, pp. 1208–1215, 2013.

- [12] 山崎渉, 松島紀佐, 大林茂, 中橋和博. 超音速機の音速域での空力最適化. 日本航空宇宙学会論文集, Vol. 51, No. 597, pp. 577–581, 2003.
- [13] M. Nemeć and D. W. Zingg. Multipoint and multi-objective aerodynamic shape optimization. *AIAA Journal*, Vol. 42, No. 6, pp. 1057–1065, 2004.
- [14] 木村俊明, 大森博司. 形状と厚さの同時最適化法の定式化とその応用: 自由曲面シェル構造の構造形態創生手法の提案 (その 1). 日本建築学会構造系論文集, Vol. 74, No. 640, pp. 1091–1098, 2009.
- [15] 沖田裕介, 本間俊雄. 優良解探索遺伝的アルゴリズム系解法による自由曲面グリッドシェルの構造形態創生—構造形態と曲面を記述する NURBS の階数の関係—. 日本建築学会構造系論文集, Vol. 78, No. 687, pp. 949–958, 2013.
- [16] A. Gasparetto, A. Lanzutti, R. Vidoni, and V. Zanotto. Experimental validation and comparative analysis of optimal time-jerk algorithms for trajectory planning. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 28, pp. 164–181, 2012.
- [17] 高井飛鳥, 中川智皓, 新谷篤彦, 伊藤智博. 遺伝的アルゴリズムを用いた身体負荷を最小とする椅子からの立ち上がり動作の生成. 日本機械学会論文集, Vol. 80, No. 812, TRANS0064, 2014.
- [18] 松森唯益, 山崎光悦. プラスチック射出成形金型の冷却管最適配置設計法の研究. 日本機械学会論文集 (C 編), Vol. 74, No. 739, pp. 661–667, 2008.
- [19] 鈴木克幸, 市川幸太, 稲田二郎, 栗原康行. き裂進展を考慮した構造最適設計. 応用力学論文集, Vol. 11, pp. 167–176, 2008.
- [20] 勝井辰博, 田原裕介, 古水就也, 姫野洋司. 随伴変数法による翼周り流場の感度解析. 関西造船協会講演概要集, No. 240, pp. 47–53, 2003.
- [21] 雷忠, 牧野好和, 岩宮敏幸. Adjoint 感度解析を用いた勾配法による空力形状最適設計. 宇宙航空研究開発機構研究開発報告, JAXA-RR-07-049, 2008.
- [22] 森本賢一, 鈴木雄二, 笠木伸英. 熱流動の随伴解析に基づいたコンパクト熱交換器の形状最適設計. 日本機械学会論文集 (B 編), Vol. 73, No. 732, pp. 1670–1677, 2007.
- [23] 松本敏郎, 高橋徹, 柴田健士朗. 境界要素法を用いた弾性体感度解析における随伴変数法の適用. 計算数理工学論文集, Vol. 9, pp. 37–42, 2009.
- [24] M. P. Bendsoe and O. Sigmund. *Topology Optimization: Theory, Methods and Applications*. Springer, 2002.

- [25] B. Xu, J. P. Oub, and J. S. Jiang. Integrated optimization of structural topology and control for piezo electric smart plate based on genetic algorithm. *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 64, pp. 1–12, 2013.
- [26] 申鉉眞, 平野義鎮, 轟章. エリート初期集団 GA を用いる多目的トポロジー最適化の効率化. 日本計算工学会論文集, p. 20130006, 2013.
- [27] M. Y. Wang, X. Wang, and D. Guo. A level set method for structural topology optimization. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 192, No. 1-2, pp. 227–246, 2003.
- [28] 矢地謙太郎, 山田崇恭, 吉野正人, 松本敏郎, 泉井一浩, 西脇眞二. 格子ボルツマン法を用いたレベルセット法に基づくトポロジー最適化. 日本機械学会論文集 (C編), Vol. 79, No. 802, pp. 2152–2163, 2013.
- [29] 井原久, 下田昌利, 畔上秀幸, 桜井俊明. 位相最適化と形状最適化の統合による多目的構造物の形状設計: 均質化法と力法によるアプローチ. 日本機械学会論文集 (A編), Vol. 62, No. 596, pp. 1091–1097, 1996.
- [30] 藤井大地, 真鍋匡利. CA-ESO 法による構造物の位相最適化. 日本建築学会構造系論文集, Vol. 78, No. 691, pp. 1569–1574, 2013.
- [31] 山本崇史, 山田崇恭, 泉井一浩, 西脇眞二. トポロジー最適化による薄板上の非拘束制振材の配置最適化. 日本機械学会論文集, Vol. 80, No. 809, DR0016, 2014.
- [32] 久保世志, 矢地謙太郎, 山田崇恭, 泉井一浩, 西脇眞二. 内部流れを対象とした流出流量比を考慮可能なレベルセット法に基づくトポロジー最適化. 日本機械学会論文集, Vol. 80, No. 815, DSM0213, 2014.
- [33] 岡本吉史, 高橋則雄. 密度法を用いた磁気回路の位相最適化手法に関する基礎的検討. 電気学会論文誌 D, Vol. 124, No. 12, pp. 1228–1236, 2004.
- [34] 中山弘隆, 岡部達哉, 荒川雅生, 尹禮分. 多目的最適化と工学設計—しなやかなシステム工学アプローチ—. 現代図書, 2007.
- [35] 茨木俊秀, 福島雅夫. 最適化の手法. 情報数学講座. 共立出版, 1993.
- [36] 長尾智晴. 最適化アルゴリズム, p. 2. 昭晃堂, 2000.
- [37] 川面恵司, 横山正明, 長谷川浩志. 最適化理論の基礎と応用—GA および MDO を中心にして—. コロナ社, 2000.
- [38] 柳浦睦憲, 茨木俊秀. 組合せ最適化—メタ戦略を中心として—. 経営科学のニューフロンティア. 朝倉書店, 2001.

- [39] 塚本実孝, 能島裕介, 石淵久生. 多数目的最適化問題における進化型多目的最適化アルゴリズムの問題点とその改良手法に関する考察. システム制御情報学会論文誌, Vol. 22, No. 6, pp. 220–228, 2009.
- [40] 三宮信夫, 玉置久, 喜多一, 岩本貴司. 遺伝アルゴリズムと最適化. システム制御情報ライブラリー. 朝倉書店, 1998.
- [41] 棟朝雅晴. 遺伝的アルゴリズム—その理論と先端的手法—. 森北出版, 2008.
- [42] 佐藤浩, 小野功, 小林重信. 遺伝的アルゴリズムにおける世代交代モデルの提案と評価. 人工知能学会誌, Vol. 12, No. 5, pp. 734–744, 1997.
- [43] D. E. Goldberg. *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison-Wesley, 1989.
- [44] L. J. Eshelman and J. D. Schaffer. Real-coded genetic algorithms and interval-schemata. In *Foundations of Genetic Algorithms 2*, pp. 187–202. Morgan Kaufmann Publishers, 1993.
- [45] 小野功, 佐藤浩, 小林重信. 単峰性正規分布交叉 UNDX を用いた実数値 GA による関数最適化. 人工知能学会誌, Vol. 14, No. 6, pp. 1146–1155, 1999.
- [46] 樋口隆英, 筒井茂義, 山村雅幸. 実数値 GA におけるシンプレクス交叉の提案. 人工知能学会論文誌, Vol. 16, No. 1, pp. 147–155, 2001.
- [47] A. H. Wright. Genetic algorithms for real parameter optimization. In *Foundations of Genetic Algorithms*, pp. 205–218. Morgan Kaufmann Publishers, 1991.
- [48] J. D. Schaffer. Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms. In *Proceedings of the 1st International Conference on Genetic Algorithms*, pp. 93–100, 1985.
- [49] C. M. Fonseca and P. J. Fleming. Genetic algorithms for multiobjective optimization: Formulation, discussion and generalization. In *Proceedings of the 5th International Conference on Genetic Algorithms*, pp. 416–423, 1993.
- [50] K. Deb, A. Pratap, S. Agrawal, and T. Meyarivan. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 6, No. 2, pp. 182–196, 2002.
- [51] E. Zitzler, M. Laumanns, and L. Thiele. SPEA2: Improving the strength pareto evolutionary algorithm. *TIK-Report, Swiss Federal Institute of Technology (ETH) Zurich*, 103, 2001.

- [52] 廣川敬康. 応答曲面法による最適設計と適応的累積関数近似法の紹介. 溶接学会誌, Vol. 73, No. 3, pp. 147–154, 2004.
- [53] 梅原雅顕, 山田光太郎. 曲線と曲面—微分幾何的アプローチ—. 裳華房, 2002.
- [54] H. Prautzsch, W. Boehm, and M. Paluszny. *Bézier and B-Spline Techniques. Mathematics and Visualization*. Springer, 2002.
- [55] D. Kincaid and W. Cheney. *Numerical Analysis: Mathematics of Scientific Computing*, pp. 349–354. The Sally Series, Pure and Applied Undergraduate Texts. AMS, 3rd edition, 2002.
- [56] A. Greenbaum and T. P. Chartier. *Numerical Methods: Design, Analysis, and Computer Implementation of Algorithms*, pp. 201–204. Princeton University Press, 2012.
- [57] 平野博之. 流れの数値計算と可視化—Tecplot で見る流体力学—. 丸善, 第2版, 2004.
- [58] 荒川忠一. 数値流体力学. 東京大学出版会, 1994.
- [59] 島崎克教, 姫野洋司, 馬場信弘. CFDにおける数値誤差解析の試み. 関西造船協会誌, No. 219, pp. 1–10, 1993.
- [60] 最上義夫, 馬場則夫, 古澤伸介. 観測ノイズを考慮した多峰性未知関数最適化問題への可変階層構造学習オートマトンの適用. 計測自動制御学会論文集, Vol. 34, No. 8, pp. 1097–1103, 1998.
- [61] 玉置久, 荒井俊彦, 阿部重夫. 遺伝アルゴリズムによる不確実な最適化問題の解法. システム制御情報学会論文誌, Vol. 12, No. 5, pp. 297–303, 1999.
- [62] L. Haws and T. Kiser. Exploring the brachistochrone problem. *The American Mathematical Monthly*, Vol. 102, No. 4, pp. 328–336, 1995.
- [63] 菅野友信, 植原寅蔵. ダイカスト技術入門. 日刊工業新聞社, 第2版, 1997.
- [64] 桜木卓也, 中山一陽. ダイカストにおける湯境低減のための射出速度の最適化. 鑄造工学, Vol. 79, No. 10, pp. 592–600, 2007.
- [65] 矢野賢一, 平光広太郎, 福井貴宏, 山本茂, 西戸誠志, 渡邊守, 根本泰則. 空気巻き込み量を考慮したダイカストプランジャの最適速度制御. 鑄造工学, Vol. 80, No. 7, pp. 418–423, 2008.

- [66] 栗山嘉文, 林脩一朗, 矢野賢一, 渡邊守, 西戸誠志. CFD 最適化問題のための極値近傍探索アルゴリズムの構築とダイカストプロセスへの適用. *鑄造工学*, Vol. 83, No. 5, pp. 253–258, 2011.
- [67] C. C. Tai and J. C. Lin. A runner-optimization design study of a die-casting die. *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 84, No. 1-3, pp. 1–12, 1998.
- [68] C. C. Tai and J. C. Lin. The optimal position for the injection gate of a die-casting die. *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 86, No. 1-3, pp. 87–100, 1999.
- [69] B. D. Lee, U. H. Baek, and J. W. Han. Optimization of gating system design for die casting of thin magnesium alloy-based multi-cavity LCD housings. *Journal of Materials Engineering and Performance*, Vol. 21, No. 9, pp. 1893–1903, 2012.
- [70] Y. Wang, K. Kabiri-Bamoradian, and R. A. Miller. Runner design optimization based on CFD simulation for a die with multiple cavities. In *Proceedings of the 2011 Die Casting Congress & Tabletop*, 2011.
- [71] R. Tavakoli and P. Davami. Optimal riser design in sand casting process by topology optimization with SIMP method I: Poisson approximation of nonlinear heat transfer equation. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 36, No. 2, pp. 193–202, 2008.
- [72] 牧野洋. ユニバーサルカム曲線とその応用. 山梨大学工学部研究報告, No. 28, pp. 48–58, 1977.
- [73] 林長軍, 丘華, 尾崎弘明, 下川哲司. B スプラインによるカム曲線の最適生成. 日本機械学会論文集 (C 編), Vol. 68, No. 666, pp. 708–711, 2002.
- [74] 丘華, 林長軍, 黎子椰, 尾崎弘明, 久保明雄. カム式位置決め装置の残留振動の抑制を考慮したカム曲線の最適化. 日本機械学会論文集 (C 編), Vol. 69, No. 682, pp. 1684–1690, 2003.
- [75] J. Kim, K. Ahn, and S. Kim. Optimal synthesis of a spring-actuated cam mechanism using a cubic spline. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 216, No. 9, pp. 875–883, 2002.
- [76] K. Yano and K. Terashima. Robust liquid container transfer control for complete sloshing suppression. *IEEE Transaction on Control System Technology*, Vol. 9, No. 3, pp. 483–493, 2001.

- [77] K. Yano and K. Terashima. Sloshing suppression control of liquid transfer systems considering a 3-D transfer path. *IEEE/ASME Transaction on Mechatronics*, Vol. 10, No. 1, pp. 8–16, 2005.
- [78] 浜口雅史, 谷口隆雄. 曲線軌道設計と台車速度制御による円筒タンク内液体の制御搬送. 日本機械学会論文集 (C編), Vol. 69, No. 684, pp. 2134–2141, 2003.
- [79] Y. Yoshida, M. Hamaguchi, and T. Taniguchi. Damping path design for liquid container transferred with wheeled mobile robot along multiple turn sections. In *Proceedings of the 17th World Congress the International Federation of Automatic Control*, pp. 12667–12672, 2008.
- [80] Y. Kuriyama, K. Yano, and M. Hamaguchi. Trajectory planning for meal assist robot considering spilling avoidance. In *Proceedings of the 17th IEEE International Conference on Control Applications, Part of 2008 IEEE Multi-conference on Systems and Control*, pp. 1220–1225, 2008.
- [81] 浜口雅史, 山本正樹, 寺嶋一彦. 曲線軌道における円筒容器内液体搬送のモデリングと制御. 日本機械学会論文集 (C編), Vol. 62, No. 601, pp. 3492–3499, 1996.
- [82] W. Härdle. *Smoothing Techniques: With Implementation in S*, pp. 43–84. Springer Series in Statistics. Springer, 1990.
- [83] 軽合金の生産技術教本編集委員会. 軽合金鋳物・ダイカストの生産技術, p. 368. 鋳造技術シリーズ. 素形材センター, 改訂版, 2000.
- [84] M. R. Barkhudarov. Lagrangian VOF advection method for FLOW-3D. *Flow Science Technical Note*, FSI-03-TN63-R, 2004.
- [85] C. W. Hirt. Modeling phase change and homogeneous bubbles. *Flow Science Technical Note*, FSI-01-TN57, 2001.
- [86] 尹禮分, 中山弘隆. 期待改善量と一般化包絡分析法を用いたパレート最適解の生成法. システム制御情報学会論文誌, Vol. 25, No. 8, pp. 189–195, 2012.
- [87] 吉岡克平. 地球統計学. 石油技術協会誌, Vol. 67, No. 4, pp. 394–399, 2002.
- [88] 下山幸治, 鄭信圭, 大林茂. 多目的最適化における Kriging 応答曲面法のためのサンプル追加指標の比較. 進化計算学会論文誌, Vol. 3, No. 3, pp. 173–184, 2012.
- [89] D. W. van der Merwe and A. P. Engelbrecht. Data clustering using particle swarm optimization. In *Proceedings of the 2003 Congress on Evolutionary Computation*, Vol. 1, pp. 215–220, 2003.

- [90] A. A. Freitas. A critical review of multi-objective optimization in data mining: A position paper. *ACM SIGKDD Explorations Newsletter*, Vol. 6, No. 2, pp. 77–86, 2004.
- [91] 下山幸治, 鄭信圭, 大林茂. 応答曲面近似・可視化データマイニングを利用したロボバスト設計最適化の実問題応用. *人工知能学会論文誌*, Vol. 24, No. 1, pp. 13–24, 2009.
- [92] C. Lin, K. Choy, G. Pang, and M. T. W. Ng. A data mining and optimization-based real-time mobile intelligent routing system for city logistics. In *Proceedings of the 2013 IEEE 8th International Conference on Industrial and Information Systems*, pp. 156–161, 2013.
- [93] 倉林武. 多次元尺度構成法 (MDS) の紹介. *人間工学*, Vol. 13, No. 4, pp. 137–142, 1977.
- [94] I. Borg and P. J. F. Groenen. *Modern Multidimensional Scaling: Theory and Applications*. Springer Series in Statistics. Springer, 2nd edition, 2005.
- [95] Flow Science, Inc. FLOW-3D. <http://www.flow3d.com/>.
- [96] C. W. Hirt and J. M. Sicilian. A porosity technique for the definition of obstacles in rectangular cell meshes. In *Proceedings of the 4th International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics*, 1985.
- [97] C. W. Hirt. Modeling turbulent entrainment of air at a free surface. *Flow Science Technical Note*, FSI-03-TN61-R, 2012.
- [98] 牧野洋. 自動機械機構学. 日刊工業新聞社, 1976.
- [99] R. Norton. *Cam Design and Manufacturing Handbook*. Industrial Press, 2nd edition, 2009.
- [100] 牧野洋. 両端停止用非対称カム曲線. 山梨大学工学部研究報告, No. 20, pp. 41–50, 1969.
- [101] W. Cheng. Synthesis of universal motion curves in generalized model. *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 124, No. 2, pp. 284–193, 2002.
- [102] K. Borovkov. *Elements of Stochastic Modeling*, pp. 281–288. World Scientific, 2003.
- [103] Y. Fujikoshi, V. V. Ulyanov, and R. Shimizu. *Multivariate Statistics: High-dimensional and Large-sample Approximations*, pp. 1–6. Wiley Series in Probability and Statistics. Wiley, 2010.

研究業績

学術論文

1. 金澤賢一, 矢野賢一. CFDシミュレータを用いたダイカストスプルー形状最適化. システム制御情報学会論文誌, Vol. 24, No. 9, pp. 223–230, 2011.
2. 金澤賢一, 矢野賢一, 中田竜弘. 遺伝的アルゴリズムに基づく運動曲線最適化法の提案とボトリング装置への適用. 計測自動制御学会論文集, Vol. 49, No. 1, pp. 158–165, 2013.
3. 金澤賢一, 矢野賢一, 小倉純一. 流路内空気巻き込みの低減を目的としたダイカストランナー形状最適化. 鑄造工学, Vol. 87, No. 1, pp. 29–38, 2015.

査読付き国際会議論文

1. K. Kanazawa and K. Yano. Computational fluid dynamics optimization of shape of sprue for die casting considering product quality. *Proceedings of the 49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC2010)*, pp. 3908–3913, Atlanta, USA, December 15–17, 2010.
2. K. Kanazawa, K. Yasuya, N. Kato, K. Yano and T. Nakada. Motion curve optimization of intermittent conveyance bottling machine for reducing liquid vibration. *Proceedings of the 2012 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM2012)*, pp. 677–682, Kaohsiung, Taiwan, July 11–14, 2012.
3. K. Miyashita, K. Kanazawa, K. Yano and M. Kakuda. New method for liquid-medication filling systems. *Proceedings of the 34th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC2012)*, pp. 6483–6486, San Diego, USA, August 28 – September 1, 2012.
4. K. Kanazawa, K. Yano and T. Nakada. Motion curve optimization algorithm using genetic operations and its application to bottling machine. *Proceedings of the 51st IEEE Conference on Decision and Control (CDC2012)*, pp. 5122–5127, Maui, USA, December 10–13, 2012.

5. K. Kanazawa, K. Yano, J. Ogura and S. Baba. New curve optimization method and its application to shape design for die casting using a CFD simulation. *Proceedings of the ASME 2013 International Mechanical Engineering Congress and Exposition (IMECE2013)*, IMECE2013-62541, San Diego, USA, November 15–21, 2013.
6. K. Kanazawa, K. Yano and J. Ogura. Nonparametric optimum design method for die casting using computational fluid dynamics simulations. *Proceedings of the 71st World Foundry Congress*, Bilbao, Spain, May 19–21, 2014.
7. K. Kanazawa, K. Yano, J. Ogura and Y. Nemoto. Optimum runner design for die casting using CFD simulations and verification with water-model experiments. *Proceedings of the ASME 2014 International Mechanical Engineering Congress and Exposition (IMECE2014)*, IMECE-2014-37419, Montreal, Canada, November 14–20, 2014.
8. K. Kanazawa, K. Yano and P. Minyong. Nonparametric shape optimization for die casting using CFD simulation. *Proceedings of the 5th TSME International Conference on Mechanical Engineering (TSME-ICoME2014)*, AMM031, Chiang Mai, Thailand, December 17–19, 2014.

国際学術講演会における発表

1. K. Kanazawa, K. Yano and Y. Nemoto. Shape optimization of sprue for die casting using computational fluid dynamics simulator. *Proceedings of the 4th Korea-Japan Conference for Young Foundry Engineers*, pp. 158–161, Gyeongju, Korea, November 10–11, 2011.
2. K. Kanazawa and K. Yano. Shape optimization of sprue for die casting using computational fluid dynamics simulator. *Proceedings of the 1st International Symposium for Sustainability by Engineering at MIU (IS²EMU2011)*, pp. 38–40, Tsu, Japan, December 1–2, 2011.
3. K. Kanazawa and K. Yano. Motion curve optimization for bottle conveyance using computational fluid dynamics simulation. *Proceedings of the 2nd International Symposium for Sustainability by Engineering at MIU (IS²EMU2012)*, pp. 18–21, Tsu, Japan, November 1–2, 2012.
4. K. Miyashita, K. Kanazawa and K. Yano. New method for liquid-medication filling systems. *Proceedings of the 2nd International Symposium for Sustainability by Engineering at MIU (IS²EMU2012)*, pp. 42–45, Tsu, Japan, November 1–2, 2012.

5. K. Kanazawa, K. Yano, J. Ogura and Y. Nemoto. Nonparametric optimum shape design of sprue for die casting using CFD simulation. *Proceedings of the 5th Japan-Korea Workshop for Young Foundry Engineers*, pp. 136–137, Muroran, Japan, September 6–8, 2013.
6. R. Kawauchi, Y. Kuriyama, K. Kanazawa, K. Yano and Y. Michioka. Control input optimization for molten metal pouring process. *Proceedings of the 5th Japan-Korea Workshop for Young Foundry Engineers*, p. 164, Muroran, Japan, September 6–8, 2013.

国内学術講演会における発表

1. 金澤賢一, 栗山嘉文, 矢野賢一, 根本泰則, 西戸誠志. CFD解析に基づくダイカストスプルー形状の最適化. 日本鑄造工学会第157回全国講演大会講演概要集, p. 45, 札幌, 2010年10月1–4日.
2. 佐藤洋一, 金澤賢一, 坂本良太, 矢野賢一. マスタースレーブ装置による液面崩れを考慮した揺動攪拌制御. 日本機械学会第22回バイオフロンティア講演会講演論文集, pp. 45–46, 津, 2011年10月7–8日.
3. 金澤賢一, 矢野賢一. CFDシミュレータを用いたダイカストスプルーの最適設計. 第54回自動制御連合講演会講演論文集, pp. 1712–1713, 豊橋, 2011年11月19–20日.
4. 金澤賢一, 矢野賢一, 谷口浩一. 液面振動低減を目的とした間欠搬送式ボトリング装置のカム曲線最適化. 第12回計測自動制御学会システムインテグレーション部門講演会 (SI2011) 論文集, pp. 1899–1900, 京都, 2011年12月23–25日.
5. 佐藤洋一, 金澤賢一, 坂本良太, 矢野賢一. マスタースレーブ制御を用いた揺動攪拌支援システムの開発. 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会2012, 1A2-S06, 浜松, 2012年5月27–29日.
6. 金澤賢一, 矢野賢一. 遺伝的操作を用いた運動曲線最適化法とボトル搬送への適用. 第13回計測自動制御学会システムインテグレーション部門講演会 (SI2012) 論文集, pp. 1498–1499, 福岡, 2012年12月18–20日.
7. 宮下浩二, 金澤賢一, 矢野賢一, 角田匡謙. 医薬品充填プロセスにおける重量計測システムの開発. 第13回計測自動制御学会システムインテグレーション部門講演会 (SI2012) 論文集, pp. 2581–2582, 福岡, 2012年12月18–20日.
8. 金澤賢一, 矢野賢一, 小倉純一, 室谷禎一, 根本泰則. 遺伝的操作を用いたノンパラメトリック曲線最適化法の提案. 第57回システム制御情報学会研究発表講演会講演論文集, 神戸, 2013年5月15–17日.

9. 金澤賢一, 矢野賢一, 小倉純一, 根本泰則. CFD解析を用いたダイカスト鋳造方案のノンパラメトリック形状最適化. 日本鋳造工学会第163回全国講演大会講演概要集, p. 89, 高岡, 2013年10月25-28日.
10. 河内僚, 金澤賢一, 栗山嘉文, 矢野賢一, 道岡裕也. 傾動式円筒形取鍋における注湯制御入力 of 導出. 日本鋳造工学会第163回全国講演大会講演概要集, p. 121, 高岡, 2013年10月25-28日.
11. 金澤賢一, 矢野賢一, 川谷龍勢, 小倉純一, 根本泰則. 最適流路形状の組合せによるダイカストランナー方案設計法. 日本鋳造工学会第165回全国講演大会講演概要集, p. 75, 北九州, 2014年10月17-20日.
12. 高辻智也, 金澤賢一, 矢野賢一, 川谷龍勢, 小倉純一, 根本泰則. ダイカスト鋳造法における熔融金属の流入を考慮したプランジャ射出速度制御. 日本鋳造工学会第165回全国講演大会講演概要集, p. 116, 北九州, 2014年10月17-20日.

その他講演

1. 金澤賢一, 矢野賢一. CFD解析に基づくダイカストスプルー形状の最適化. *FLOW-3D Users Conference 2010 in Japan*, 東京, 2010年10月22日.
2. 金澤賢一, 矢野賢一. CFD解析に基づくダイカストスプルー形状の最適化. 日本鋳造工学会東海支部 YFE フォーラム'10 (ポスターセッション), 名古屋, 2010年11月19日.
3. 金澤賢一, 矢野賢一. 液面振動低減を目的とした間欠搬送式ボトリング装置のカム曲線最適化. *FLOW-3D Users Conference 2011 in Japan*, 東京, 2011年10月28日.
4. K. Kanazawa and K. Yano. Motion curve optimization of intermittent conveyance bottling machine for reducing liquid vibration. *2012 FLOW-3D World Users Conference (Poster Session)*, San Francisco, USA, September 13-14, 2012.
5. 金澤賢一, 生田奈緒, 矢野賢一, 谷口浩一. 液面振動低減を目的としたカム曲線最適化. 日本鋳造工学会東海支部 YFE フォーラム 2012 (ポスターセッション), 名古屋, 2012年12月7日.
6. K. Kanazawa, K. Yano, J. Ogura and S. Baba. New curve optimization method and its application to shape design for die casting using FLOW-3D. *2013 FLOW-3D World Users Conference (Poster Session)*, Chicago, USA, September 18-20, 2013.

7. 金澤賢一, 矢野賢一. CFD解析を用いたダイカスト鑄造方案のノンパラメトリック形状最適化. *FLOW-3D Japan Users Conference 2013*, 東京, 2013年10月25日.
8. 金澤賢一, 矢野賢一. ダイカスト鑄造におけるスプルー形状のノンパラメトリック最適設計. 日本鑄造工学会東海支部 YFE フォーラム 2013 (ポスターセッション), 名古屋, 2013年11月15日.
9. K. Kanazawa and K. Yano. New curve optimization method and its application to shape design for die casting using a CFD simulation. *International Symposium on Engineering 2013 (Research Area: A)*, Tsu, Japan, December 5, 2013.
10. 金澤賢一, 矢野賢一. CFD解析を用いたダイカスト鑄造方案の最適設計技術. 日本鑄造工学会東海支部第110回非鉄鑄物研究部会, 名古屋, 2013年12月6日.
11. K. Kanazawa and K. Yano. Optimum runner design for die casting using CFD simulations and verification with water-model experiments. *International Symposium on Engineering 2014 (Research Area: A)*, Tsu, Japan, December 4, 2014.
12. 金澤賢一, 矢野賢一, 川谷龍勢, 小倉純一. ダイカストにおけるランナー形状最適化と水モデル実験による検証. 日本鑄造工学会東海支部 YFE フォーラム 2014 (ポスターセッション), 名古屋, 2014年12月5日.
13. 高辻智也, 金澤賢一, 矢野賢一, 川谷龍勢, 小倉純一. ダイカストにおける溶融金属の流入を考慮したプランジャ射出速度の最適化. 日本鑄造工学会東海支部 YFE フォーラム 2014 (ポスターセッション), 名古屋, 2014年12月5日.

解説記事

1. 金澤賢一, 矢野賢一, 小倉純一. 湯流れシミュレーション援用によるダイカスト鑄造方案の最適化と水モデル可視化実験. 型技術, Vol. 30, No. 3, pp. 46–49, 日刊工業新聞社, 2015.

付録A CFDシミュレータ

本論文で使用する3次元汎用CFDソフトウェアはFlow Science社製のFLOW-3D^[95]である。本シミュレータは非圧縮流れから自由曲面を伴う流れまで広範囲な流れを扱うことが可能な差分法を用いた3次元流体計算プログラムである。SOLA, SOLA-VOF, SOLA-ICEの3次元への拡張版であるTruVOF (volume of fluid) 法^[84]は自由曲面部分の境界条件を正確に扱うため、流体領域の流れに影響を及ぼさないガス流れの計算を行う必要がなく、計算時間を大幅に短縮可能となる。この方法は、比重の急激な変動点を自由曲面ポイントとして扱うアプローチに比べて、はるかに正確に自由曲面を扱うことができる。また障害物に対する幾何学形状は、FAVOR (fractional area volume obstacle representation) 法^[96]と呼ばれる自由格子生成手法を用いて認識され、複雑形状も忠実に再現可能となる。幾何学形状の入力は、FLOW-3D内蔵のソリッドモデラーやSTLファイル等を利用することが可能である。

A.1 基礎式

基礎式は、連続の式 (A.1), 運動量保存式 (Navier-Stokes 方程式) (A.2)~ (A.4), 流体界面の式 (A.5) およびエネルギー保存式 (A.6) により構成される。ここで, u, v, w は流速, V_F は開口体積率, A_x, A_y, A_z は開口面積率, ρ は流体密度, R_{DIF} は乱流拡散項, R_{SOR} は質量湧出項である。また, p は圧力, G_x, G_y, G_z は物体加速度項, f_x, f_y, f_z は粘性加速度項, b_x, b_y, b_z は流動圧損項, K は抗力係数である。さらに, F は流体体積 (VOF) 関数, I はマクロ的な混合内部エネルギー, T_{DIF} は熱伝導項であり, F_{DIF}, I_{DIF} , および F_{SOR}, I_{SOR} はそれぞれ式 (A.1) における R_{DIF} および R_{SOR} に相当する。なお, 差分法はコントロール・ボリューム法 (有限差分法) のオイラーメッシュに基づく。

$$V_F \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u A_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v A_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w A_z) = R_{DIF} + R_{SOR} \quad (A.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left(u A_x \frac{\partial u}{\partial x} + v A_y \frac{\partial u}{\partial y} + w A_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + G_x + f_x - b_x - \frac{R_{SOR}}{\rho V_F} u - K u \quad (A.2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left(u A_x \frac{\partial v}{\partial x} + v A_y \frac{\partial v}{\partial y} + w A_z \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + G_y + f_y - b_y - \frac{R_{SOR}}{\rho V_F} v - K v \quad (A.3)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left(u A_x \frac{\partial w}{\partial x} + v A_y \frac{\partial w}{\partial y} + w A_z \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + G_z + f_z - b_z - \frac{R_{SOR}}{\rho V_F} w - K w \quad (A.4)$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left\{ \frac{\partial}{\partial x}(F A_x u) + \frac{\partial}{\partial y}(F A_y v) + \frac{\partial}{\partial z}(F A_z w) \right\} = F_{DIF} + F_{SOR} \quad (A.5)$$

$$\begin{aligned}
V_F \frac{\partial}{\partial t}(\rho I) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho I u A_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho I v A_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho I w A_z) \\
= -p \left(\frac{\partial u A_x}{\partial x} + \frac{\partial v A_y}{\partial y} + \frac{\partial w A_z}{\partial z} \right) + I_{\text{DIF}} + T_{\text{DIF}} + I_{\text{SOR}} \quad (\text{A.6})
\end{aligned}$$

A.2 VOF法

VOF法は計算格子に存在する液体率をVOF関数 F で管理する。このVOF関数は、液体で満たされた計算セルを1、存在しない計算セルを0、液体が部分的に存在する計算セルをその体積占有率に応じて $(0, 1)$ の間で表現する。なお、気液二相流の場合、各接点における平均密度および平均粘性係数はVOF関数を用いて次式のように表すことができる。

$$\bar{\rho} = F\rho_1 + (1 - F)\rho_2 \quad (\text{A.7})$$

$$\bar{\mu} = F\mu_1 + (1 - F)\mu_2 \quad (\text{A.8})$$

ここで、添字の1は液相を、2は気相を表す。

A.3 メッシュ生成法

FLOW-3Dは、生成が容易な直交格子に強力な形状表現能力を合体させた、自由度の高い格子生成手法であるFAVOR法を採用しており、有限要素法などのように物理形状に表面メッシュを作成する必要がなく、空間格子と物体表面形状は完全に独立して定義することができる。

FAVOR法は直交格子をベースに、セルの一部をカットして滑らかな形状を表現することが可能である。直交格子と障害物形状が定義されるとプリプロセッサが障害物で塞がれた計算セル壁面の開口率と体積率をすべての計算セルに割り振り、空間格子状に形状が精度よく再現される。

A.4 空気連行モデル

FLOW-3Dの空気連行モデル^[97]は、液体表面において乱流渦が自由表面のわずかな液体要素を持ち上げるという考えに基づいている。液体要素が自由表面上で持ち上げられる範囲は、乱れの強さが重力と表面張力の安定力を超えるかどうかによって依存する。乱流輸送モデルでは、乱流を比乱流運動エネルギー Q および散逸関数 D によって特徴付けられる。したがって、乱流渦の特性サイズは次式で与えられる。

$$L = 0.1 \frac{\sqrt{Q^3}}{D} \quad (\text{A.9})$$

このスケールは、表面外乱を特徴付けるために使用される。また、高さ L まで上げられた流体要素、および L の曲率に基づく表面張力エネルギーの二つに関連した単位体積あたりの外乱運動エネルギー（すなわち圧力）は次式となる。

$$P_d = \rho g_n L + \frac{\sigma}{L} \quad (\text{A.10})$$

ここで、 ρ は液体密度、 σ は表面張力係数、 g_n は重力の自由表面に対する法線方向成分である。

単位体積あたりの乱流運動エネルギー $P_t = \rho Q$ が起こす空気連行のために、 P_t は P_d より大きくなければならない。つまり乱流外乱は、表面安定力を超えるために、十分に大きくなければならない。

これらを用いて、単位時間に巻き込まれた液体中の空気体積 δV_a は、

$$\delta V_a = C_{\text{air}} A_s \sqrt{\frac{2(P_t - P_d)}{\rho}} \quad (\text{A.11})$$

である。ここで、 A_s は自由表面面積である。また、 C_{air} は比例係数であり、推奨値は、空気が平均的に自由表面面積の半分で捕らえられると仮定して、0.5 とする。なお、 P_t が P_d 以下であれば、 δV_a はゼロとなる。

付録B 運動曲線概論

B.1 運動曲線

ある軌道上を移動する物体において、時刻 $t = 0$ における物体の位置からの変位 s は時間 t の関数として、

$$s = s(t) \quad (\text{B.1})$$

と表される。このような時間に対する変位の関数を**運動曲線**^[98,99] (motion curve) という。このときの軌道は、直線軌道であっても、また2次元、3次元空間上の曲線軌道であってもかまわない。これを図示すると Fig. B.1 のようになる。なお、基本的に運動曲線は、物体の適当な運動に対して後から運動曲線として表現されるようなものではなく、運動曲線あるいはそれに準ずる機構ありきで物体の運動が行われるものである。運動曲線 $s(t)$ には以下のような性質がある。

1. 一価関数である。(t の値に対して s の値が唯一に決まる)
2. 連続であり、微分可能である。
3. 因果的である。(過去の状態は未来に影響を及ぼすが、未来の状態は過去に影響を及ぼさない)

運動曲線は、広義にはその1階、2階および3階導関数を含めたものもい、次式は

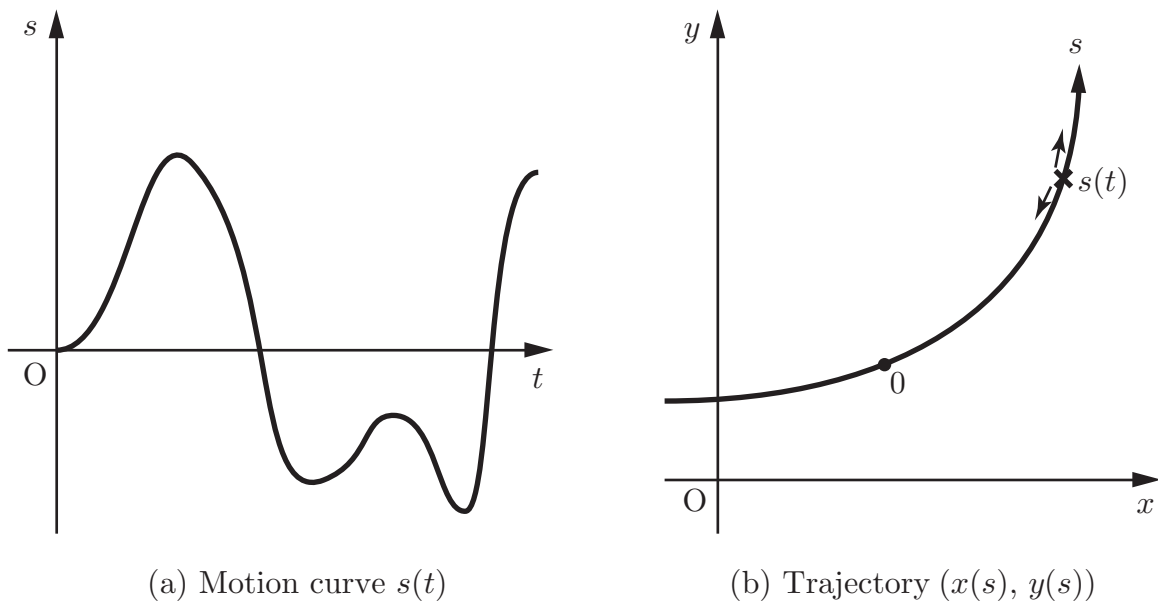


Fig. B.1 Motion curve and its trajectory

広義の運動曲線である.

$$\begin{cases} s = s(t) \\ v = v(t) = \frac{ds}{dt} \\ a = a(t) = \frac{d^2s}{dt^2} \\ j = j(t) = \frac{d^3s}{dt^3} \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

ここで, v は速度, a は加速度, j は躍度 (または躍動, 加加速度, ジャーク) である.

B.2 カム曲線

運動曲線のなかでも特にカム機構によって実現される運動については, **カム曲線** (cam curve) という用語が用いられる. しかしながら現在では, カム機構に限らずサーボ機構等による運動に対してもカム曲線 (または電子カム曲線) という言葉が用いられ, 運動曲線とカム曲線の厳密な違いはほとんどないといえる. 本論文では概ね, 運動曲線を, 時間に対する全体の運動について, カム曲線を, 運動曲線を構成する一部の要素として, それぞれ表現する際に用いることとする.

要素であるカム曲線について, $t = 0$ のとき初期変位 0 を取り, $t = t_f$ において最終変位 s_f に達するとして, カム曲線 $s(t)$ を下記の条件を満たすものとして定義する.

1. $s_f > 0$ である.
2. $s(t)$ は単調増加関数である.

すなわちこれは, $t = 0$ のとき変位 0 から物体は運動を始め, その後変位が単調に増加しながら $t = t_f$ のときに最終変位 (最大変位) s_f に達するものである. したがって任意の運動曲線は, カム曲線および変位の正負を逆にしたカム曲線, さらに停止状態を複数組み合わせることによって表現することができる.

ここで, 時間および変位をそれぞれ無次元化した無次元時間 T および無次元変位 S を考える. すなわち, これらは,

$$T = \frac{t}{t_f} \quad (\text{B.3})$$

$$S = \frac{s}{s_f} \quad (\text{B.4})$$

である. これらを式 (B.1) へ適用することで, 次式の無次元化カム曲線が得られる.

$$S = S(T) \quad (0 \leq T \leq 1, \quad 0 \leq S \leq 1, \quad S(0) = 0, \quad S(1) = 1) \quad (\text{B.5})$$

また、式 (B.2) と同様に、次式は広義の無次元化カム曲線である。

$$\left\{ \begin{array}{l} S = S(T) \\ V = V(T) = \frac{dS}{dT} \\ A = A(T) = \frac{d^2S}{dT^2} \\ J = J(T) = \frac{d^3S}{dT^3} \end{array} \right. \quad (\text{B.6})$$

なお、式 (B.2) と式 (B.6) の関係は次式として表される。

$$\left\{ \begin{array}{l} s(t) = s_f \cdot S\left(\frac{t}{t_f}\right) \\ v(t) = \frac{s_f}{t_f} \cdot V\left(\frac{t}{t_f}\right) \\ a(t) = \frac{s_f}{t_f^2} \cdot A\left(\frac{t}{t_f}\right) \\ j(t) = \frac{s_f}{t_f^3} \cdot J\left(\frac{t}{t_f}\right) \end{array} \right. \quad (\text{B.7})$$

これ以降では、おもにこの無次元化カム曲線について議論を行い、また、これを単にカム曲線とも呼ぶこととする。

カム曲線において重要な特性値となるのが、速度、加速度、躍度のそれぞれの最大値であり、これらを V_m, A_m, J_m とする。速度は、運動する物体の運動量の大きさに直接関係し、もしその運動が急激に妨げられた場合、非常に大きな力が発生する。また加速度は、慣性力の大きさに比例し、加速度が大きいほどかかる力も大きくなる。さらに躍度は、機械的な振動に関係し、その値が大きくなるほど装置あるいはその運動に対して振動的な影響を与えてしまう。したがって、これらの最大値である V_m, A_m, J_m はいずれも小さいことが理想的であるが、これらは互いにトレードオフの関係にあり、すべての値が最小となるカム曲線は存在しない。よって、ある対象の動作に対してカム曲線を選択する場合、その特性に対して最適な V_m, A_m, J_m のバランスを持ったカム曲線を選ぶ必要がある。

B.3 カム曲線の性質

停留性 カム曲線によって表現される物体の運動において、その物体が時間の経過に対し一時的に停止している状態の事を停留と呼ぶ。より厳密には、物体の速度および加速度がともに 0 であるときの状態を指し、次式で表される。

$$V = 0, \quad A = 0 \quad (\text{B.8})$$

カム曲線の始点 $S(0)$ および終点 $S(1)$ における停留の有無を、カム曲線の停留性と呼び、カム曲線は以下の三つに分類される。

1. 両停留曲線 (始点および終点において停留である)
2. 片停留曲線 (始点において停留, 終点において停留でない)
3. 無停留曲線 (始点および終点において停留でない)

本論文ではおもに両停留のカム曲線について扱う. なお, カム曲線が両停留である条件は次式で表される.

$$\begin{cases} S(T) = 0, & V(T) = 0, & A(T) = 0 & (T = 0) \\ S(T) = 1, & V(T) = 0, & A(T) = 0 & (T = 1) \end{cases} \quad (\text{B.9})$$

対称性 カム曲線 $S = S(T)$ において,

$$S(1 - T) = 1 - S(T) \quad (\text{B.10})$$

を満たす曲線を対称曲線, そうでないものを非対称曲線といい, カム曲線が対称であるか否かを対称性と呼ぶ. 対称曲線は式 (B.10) のほかに,

$$\begin{cases} V(1 - T) = V(T) \\ A(1 - T) = -A(T) \\ J(1 - T) = J(T) \end{cases} \quad (\text{B.11})$$

も満たし, 変位 S および加速度 A についてはそれぞれ点 $(T, S) = (0.5, 0.5)$ および点 $(T, A) = (0.5, 0)$ において点対称, 速度 V および躍度 J についてはともに直線 $T = 0.5$ に対して線対称となる.

対称曲線は非対称曲線と比べて, 数式が簡易であり, 速度や加速度の最大値を小さくすることが可能である. 一方で非対称曲線は, 終点付近の減速域における機構的な振動を抑制するために用いられる.

B.4 標準カム曲線

カム曲線のなかには, 固有の名称を持つ標準的なものが複数あり, 牧野の文献^[98]では以下に示す 16 個の両停留曲線があげられている.

1. 等躍動曲線 (cubic)
2. 5次曲線 (5th power polynomial)
3. サイクロイド曲線 (cycloidal)
4. 合成正弦曲線 F-3 (Gutman F-3)
5. 合成正弦曲線 F-5 (Gutman F-5)
6. 変形台形曲線 (modified trapezoid)
7. 変形正弦曲線 (modified sine)

8. 変形等速度曲線 (modified constant velocity)
9. 窪田- 放物正弦曲線 (Kubota parabolic sine)
10. 神保- 指数曲線 (Jimbo exponential)
11. 非対称4次曲線 (unsymmetrical 4th power polynomial)
12. 非対称6次曲線 (unsymmetrical 6th power polynomial)
13. 非対称7次曲線 (unsymmetrical 7th power polynomial)
14. 非対称サイクロイド曲線 (unsymmetrical cycloidal)
15. 非対称変形台形曲線 (Ferguson IV)
16. トラペクロイド曲線 (Makino trapezoid)

これらの曲線うち、1~ 10は対称曲線、11~ 16は非対称曲線^[100]である。また、3, 6, 7, 8, 14, 15, 16は後述する正弦曲線系カム曲線であり、1, 2, 11, 12, 13は多次曲線系カム曲線である。以下にこれらのカム曲線についての詳細を述べる。

B.4.1 正弦曲線系カム曲線

標準的なカム曲線である、サイクロイド曲線や変形台形曲線、変形正弦曲線などの曲線は、その加速度が正弦波と定数をもとに設計されており、正弦曲線系カム曲線として分類される。これらの共通部分を統一的に表現し、自由度を持たせたものが**ユニバーサルカム曲線**^[72,101] (universal cam curve) と呼ばれるもので、これは牧野によって提唱された汎用的なカム曲線である。ユニバーサルカム曲線は6個の設計変数（パラメータ）を持ち、これらに任意の値を入れることで、正弦曲線系カム曲線を表すことが可能となる。

Fig. B.2にユニバーサルカム曲線の概形図を示す。図中の4個の曲線は、上から変位、速度、加速度、躍度の曲線を表し、 A_{mp} および $-A_{mm}$ はそれぞれ加速度の最大値および最小値である。また、 $T_1 \sim T_6$ はユニバーサルカム曲線の設計変数であり、時間軸を区間 I~ VII の7区間に分割する。ユニバーサルカム曲線は加速度の曲線について、区間 I, III, V, VIIにおいて正弦波、区間 II および VIにおいて定数、区間 IVにおいて0で構成される。設計変数である $T_1 \sim T_6$ のとる値は、

$$0 \leq T_1 \leq T_2 \leq T_3 \leq T_4 \leq T_5 \leq T_6 \leq 1 \quad (\text{B.12})$$

の範囲であり、これらの値が決まれば、 A_{mp} および A_{mm} の値も唯一に定まる。

ユニバーサルカム曲線の加速度は次式で表される。

$$A(T) = \begin{cases} A_{\text{mp}} \cdot \sin p_1(T) & (0 \leq T < T_1) \\ A_{\text{mp}} & (T_1 \leq T < T_2) \\ A_{\text{mp}} \cdot \cos p_3(T) & (T_2 \leq T < T_3) \\ 0 & (T_3 \leq T < T_4) \\ -A_{\text{mm}} \cdot \sin p_5(T) & (T_4 \leq T < T_5) \\ -A_{\text{mm}} & (T_5 \leq T < T_6) \\ -A_{\text{mm}} \cdot \cos p_7(T) & (T_6 \leq T \leq 1) \end{cases} \quad (\text{B.13})$$

ここで、

$$p_i(T) = \frac{T - T_{i-1}}{\Delta_i} \quad (i = 1, 3, 5, 7) \quad (\text{B.14})$$

$$\Delta_i = \begin{cases} \frac{2}{\pi}(T_i - T_{i-1}) & (i = 1, 3, 5, 7) \\ T_i - T_{i-1} & (i = 2, 4, 6) \end{cases} \quad (\text{B.15})$$

である。また、 A_{mp} および A_{mm} は次式の連立方程式を解くことで求められる。

$$\begin{cases} A_{\text{mp}} (\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3) = A_{\text{mm}} (\Delta_5 + \Delta_6 + \Delta_7) \\ A_{\text{mp}} \{ \Delta_3^2 + 0.5\Delta_2^2 + \Delta_1^2 + \Delta_3(1 - T_3) + \Delta_2(1 - T_2) + \Delta_1 \} \\ \quad = A_{\text{mm}} \{ \Delta_7^2 + 0.5\Delta_6^2 + \Delta_5^2 + \Delta_6(1 - T_6) + \Delta_5(1 - T_4) \} + 1 \end{cases} \quad (\text{B.16})$$

ユニバーサルカム曲線によって表される代表的な正弦曲線系カム曲線は前述のとおり、サイクロイド曲線、変形台形曲線、変形正弦曲線、変形等速度曲線、非対称サイクロイド曲線、非対称変台形曲線、トラペクロイド曲線の7曲線であり、Table B.1に示すように各設計変数 $T_1 \sim T_6$ を設定することでそれぞれのカム曲線を表すことができる。なお、表中の k および T_a は各カム曲線ごとに一定の範囲で任意の値を設定可能な変数である。また、 T_a^* は T_a に従属し、次式で定義される。

$$T_a^* = \frac{2 - 8T_a}{2 + \pi} \quad (\text{B.17})$$

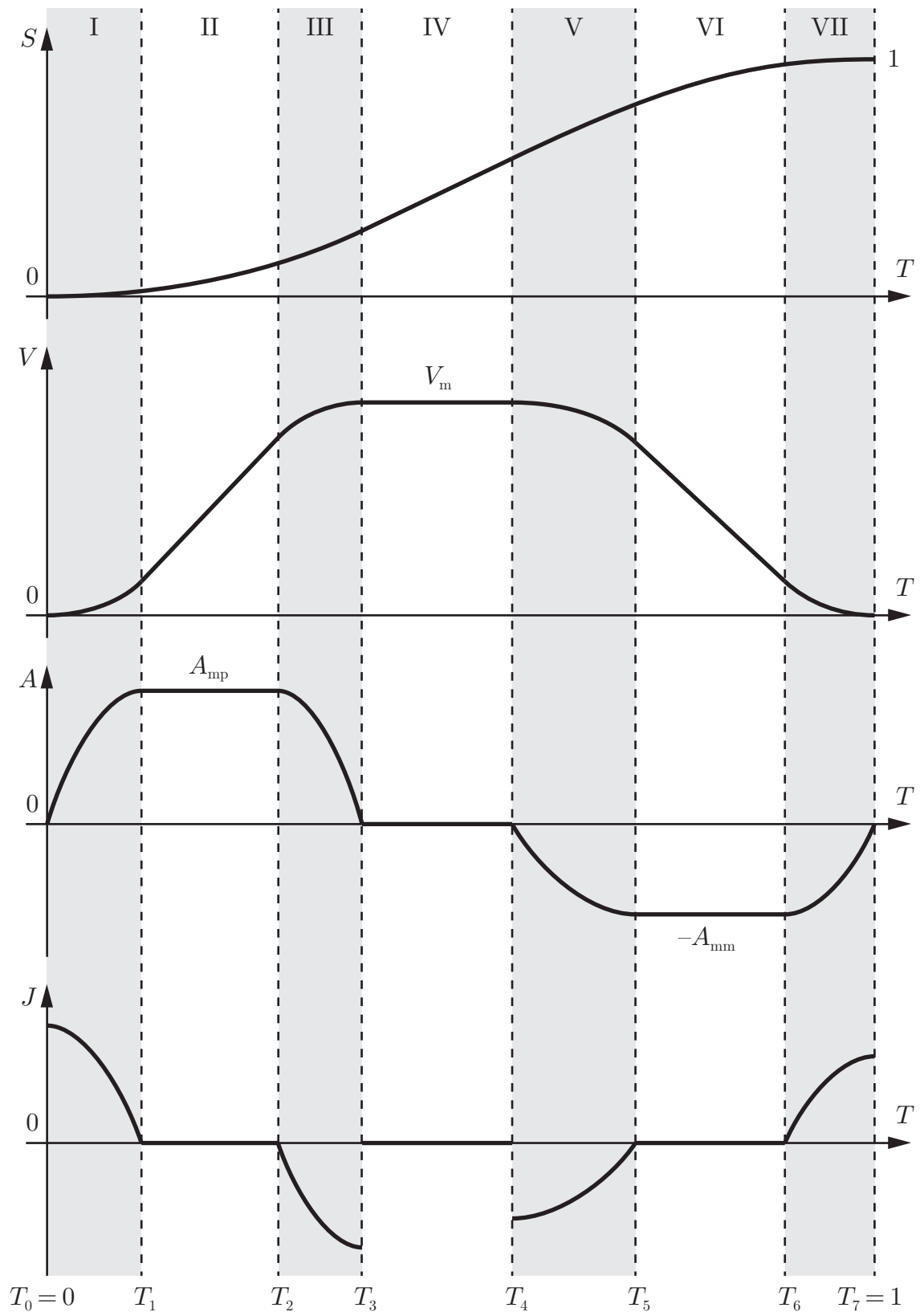


Fig. B.2 Universal cam curve

Table B.1 Design variables for universal cam curves

Cam curves	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6
Cycloidal	$1/4$	$1/4$	$1/2$	$1/2$	$3/4$	$3/4$
Modified trapezoid	$k/2$	$(1-k)/2$	$1/2$	$1/2$	$(1+k)/2$	$1-k/2$
Modified sine	$k/2$	$k/2$	$1/2$	$1/2$	$1-k/2$	$1-k/2$
Modified constant velocity	kT_a	kT_a	T_a	$1-T_a$	$1-kT_a$	$1-kT_a$
Unsymmetrical cycloidal	$T_a/2$	$T_a/2$	T_a	T_a	$(1+T_a)/2$	$(1+T_a)/2$
Ferguson IV	kT_a	$(1-k)T_a$	T_a	T_a	$T_a+k(1-T_a)$	$1-k(1-T_a)$
Trapezoid	T_a	$T_a+T_a^*$	$2T_a+T_a^*$	$2T_a+T_a^*$	$3T_a+T_a^*$	$3T_a+T_a^*$

サイクロイド曲線 (cycloidal) サイクロイド曲線は加速度の曲線が1周期の正弦曲線で表されるカム曲線である。この曲線は J_m が小さく、振動に対し優れた性質を持っているが、 V_m および A_m が大きいという欠点がある。なお、このサイクロイド曲線は、式 (C.9) で表されるようないわゆる一般的なサイクロイド曲線とは別の曲線である。

変形台形曲線 (modified trapezoid) 変形台形曲線は現在、広く一般に用いられているカム曲線であり、 A_m が小さいことが特徴である。変数 k は $0 \leq k \leq 1/2$ の区間で選択でき、 $k = 1/4$ が標準である。なお、 $k = 0$ の場合は等加速度曲線と呼ばれる無停留曲線となり、また $k = 1/2$ の場合はサイクロイド曲線となる。

変形正弦曲線 (modified sine) 変形正弦曲線は、変形台形曲線と同じく広く一般に用いられているカム曲線であり、 V_m が小さく、 A_m も比較的小さい。変数 k は $0 \leq k \leq 1$ の区間で選択でき、 $k = 1/4$ が標準である。なお、 $k = 0$ の場合は単弦曲線と呼ばれる無停留曲線となり、また $k = 1/2$ の場合はサイクロイド曲線となる。

変形等速度曲線 (modified constant velocity) 変形等速度曲線は、速度の曲線において、両端に緩衝曲線を持つ等速度曲線であり、 V_m は非常に小さいが、 A_m および J_m が非常に大きい。変数 T_a および k は $0 \leq T_a \leq 1/2$, $0 \leq k \leq 1$ の区間で選択でき、 $T_a = 1/4$, $k = 1/4$ が標準である。なお、 $T_a = 1/2$ の場合は変形正弦曲線となる。

非対称サイクロイド曲線 (unsymmetrical cycloidal) 非対称サイクロイド曲線は、サイクロイド曲線の加速度の正負の切り替え時間を可変としたカム曲線である。変数 T_a は $0 \leq T_a \leq 1$ の区間で選択でき、 $T_a = 0.4$ 程度が標準的である。 $T_a = 1/2$ の場合にサイクロイド曲線となる。

非対称変形台形曲線 (Ferguson IV) 非対称変形台形曲線は、変形台形曲線の加速度の正負の切り替え時間を可変としたカム曲線である。変数 T_a および k は $0 \leq T_a \leq 1$, $0 \leq k \leq 1$ の区間で選択でき、 $T_a = 0.4$, $k = 1/4$ が標準である。 $T_a = 1/2$ の場合に変形台形曲線となる。

トラペクロイド曲線 (Makino trapezoid) トラペクロイド曲線は、加速度の曲線において、加速域を変形台形曲線、減速域をサイクロイド曲線としたカム曲線である。変数 T_a は $0 \leq T_a \leq \pi/(3\pi - 2)$ の区間で選択でき、 $T_a = 1/8$ が標準である。

B.4.2 多次曲線系カム曲線

等躍動曲線や5次曲線は、単一または複数の多次曲線の組み合わせによって設計されたカム曲線であり、これらを多次曲線系カム曲線と呼ぶ。単一の n 次曲線によって表されるカム曲線は一般に次式となる。

$$\begin{cases} S(T) = C_0 + C_1T + C_2T^2 + \cdots + C_nT^n \\ V(T) = C_1 + 2C_2T + 3C_3T^2 + \cdots + nC_nT^{n-1} \\ A(T) = 2C_2 + 6C_3T + 12C_4T^2 + \cdots + n(n-1)C_nT^{n-2} \end{cases} \quad (\text{B.18})$$

ここで、 C_i 、($i = 0, 1, \dots, n$) は多次曲線の各項の係数である。カム曲線 $S(T)$ が両停留曲線であれば、式 (B.9) を満たすため、係数 C_i は次式の条件を持つ。

$$\begin{cases} S(0) = C_0 = 0 \\ V(0) = C_1 = 0 \\ A(0) = C_2 = 0 \\ S(1) = C_3 + C_4 + \cdots + C_n = 1 \\ V(1) = 3C_3 + 4C_4 + \cdots + nC_n = 0 \\ A(1) = 6C_3 + 12C_4 + \cdots + n(n-1)C_n = 0 \end{cases} \quad (\text{B.19})$$

等躍動曲線 (cubic) 等躍動曲線は3個の3次曲線からなるカム曲線であり、次式で表される。

$$S(T) = \begin{cases} \frac{16}{3}T^3 & \left(0 \leq T < \frac{1}{4}\right) \\ -\frac{16}{3}T^3 + 8T^2 - 2T + \frac{1}{6} & \left(\frac{1}{4} \leq T < \frac{3}{4}\right) \\ \frac{16}{3}T^3 - 16T^2 + 16T - \frac{13}{3} & \left(\frac{3}{4} \leq T \leq 1\right) \end{cases} \quad (\text{B.20})$$

また、これを3階微分した躍度曲線は、

$$J(T) = \begin{cases} 32 & \left(0 \leq T < \frac{1}{4}\right) \\ -32 & \left(\frac{1}{4} \leq T < \frac{3}{4}\right) \\ 32 & \left(\frac{3}{4} \leq T \leq 1\right) \end{cases} \quad (\text{B.21})$$

であり、名前のお通り、躍度の絶対値が一定となっている。この曲線は J_m が理論上、最も小さな曲線であるが、 A_m が大きいいため実用的ではない。

5次曲線 (5th power polynomial) 5次曲線は単一の5次の曲線からなるカム曲線であり、次式で表される。

$$S(T) = 6T^5 - 15T^4 + 10T^3 \quad (\text{B.22})$$

式 (B.19) の条件を満たすのに必要な最小の n は $n = 5$ であり、この条件で式 (B.19) を解いた場合、式 (B.22) の各係数が得られる。なお、5 次曲線の速度曲線および加速度曲線は、

$$\begin{cases} V(T) = 30T^2(1-T)^2 \\ A(T) = 60T(1-T)(1-2T) \end{cases} \quad (\text{B.23})$$

であり、式 (B.9) を満たしていることがわかる。

非対称 4 次曲線 (unsymmetrical 4th power polynomial) 非対称 4 次曲線は 2 個の 4 次曲線からなる非対称なカム曲線であり、次式で表される。

$$S(T) = \begin{cases} -\frac{T^4}{T_a^3} + \frac{2T^3}{T_a^2} & (0 \leq T < T_a) \\ \frac{(T-T_a)^4}{(1-T_a)^3} - \frac{2(T-T_a)^3}{(1-T_a)^2} + 2(T-T_a) + T_a & (T_a \leq T \leq 1) \end{cases} \quad (\text{B.24})$$

ここで、 T_a は加速度曲線における正負の切り替え時間であり、 $0 \leq T_a \leq 1$ の区間で任意の値を選択できる。標準では $T_a = 0.4$ 程度である。なお、非対称 4 次曲線の加速度曲線は、

$$A(T) = \begin{cases} \frac{12T(T_a - T)}{T_a^3} & (0 \leq T < T_a) \\ \frac{12(1-T)(T-T_a)}{(1-T_a)^3} & (T_a \leq T \leq 1) \end{cases} \quad (\text{B.25})$$

であり、 $A(T) = 0$ の根は $T = 0$, $T = T_a$, $T = 1$ であることが確認できる。

非対称 6 次曲線 (unsymmetrical 6th power polynomial) 非対称 6 次曲線は単一の 6 次の曲線からなる非対称なカム曲線であり、式 (B.18) を用いて表現した場合、 $n = 6$ であり、各係数は次式となる。

$$\begin{cases} C_0 = C_1 = C_2 = 0 \\ C_3 = 10(5T_a^2 - 3T_a)T_a^* \\ C_4 = -15(5T_a^2 - T_a - 1)T_a^* \\ C_5 = 6(5T_a^2 + 5T_a - 4)T_a^* \\ C_6 = -10(2T_a - 1)T_a^* \end{cases} \quad (\text{B.26})$$

ここで、 T_a は非対称 4 次曲線の場合と同じく加速度曲線における正負の切り替え時間であり、また T_a^* は次式で表される。

$$T_a^* = \frac{1}{5T_a^2 - 5T_a + 1} \quad (\text{B.27})$$

加速度曲線は、

$$A(T) = -60T(T-1)(T-T_a)\{(10T_a-5)T - (5T_a-3)\} \quad (\text{B.28})$$

と表され、 $A(T) = 0$ の根は $T = 0$, $T = T_a$, $T = 1$, および、

$$T = \frac{5T_a - 3}{10T_a - 5} \quad (\text{B.29})$$

である。式 (B.29) の根が、区間 $0 \leq T \leq 1$ に含まれる場合、 $S(T)$ が単調増加関数である条件を満たさないため、 T_a の値は $0.4 \leq T_a \leq 0.6$ の区間で選択する必要がある。 $T_a = 0.4$ 程度が標準的である。

非対称 7 次曲線 (unsymmetrical 7th power polynomial) 非対称 7 次曲線は単一の 7 次の曲線からなる非対称なカム曲線であり、式 (B.19) の条件に加え、さらに二つの条件を任意に与えることができる。これらの条件として、 $T = 0.2$ および $T = 0.7$ のとき $J(T) = 0$ となるようにすると、非対称 7 次曲線は式 (B.18) を用いて表現した場合、各係数は次式となる。

$$\begin{cases} C_7 = -114/16.515 \\ C_6 = (-18 - 15.915C_7)/4.8 \\ C_5 = 6 - 3C_6 - 6C_7 \\ C_4 = -3 - 2C_5 - 3C_6 - 4C_7 \\ C_3 = 1 - C_4 - C_5 - C_6 - C_7 \\ C_2 = C_1 = C_0 = 0 \end{cases} \quad (\text{B.30})$$

B.4.3 その他の標準カム曲線

合成正弦曲線 F-3 (Gutman F-3) サイクロイド曲線が、その加速度曲線が 1 周期の正弦曲線で表されるカム曲線であるのに対し、合成正弦曲線 F-3 は正弦曲線にさらに 3 倍波を合成させた曲線であり、次式で表される。

$$S(T) = T - \frac{15}{32\pi} \sin(2\pi T) - \frac{1}{96\pi} \sin(6\pi T) \quad (\text{B.31})$$

このカム曲線は、変形台形曲線に近い特性を持っている。

合成正弦曲線 F-5 (Gutman F-5) 合成正弦曲線 F-5 は、正弦曲線に 3 倍波、さらに 5 倍波を合成させた曲線であり、次式で表される。

$$S(T) = T - \frac{135}{256\pi} \sin(2\pi T) + \frac{5}{1536\pi} \sin(6\pi T) + \frac{9}{2560\pi} \sin(10\pi T) \quad (\text{B.32})$$

この曲線は、両端点における躍度 $J(T)$ の値が 0 であり、さらに全区間で $J(T)$ が連続であるという特徴を持つが、 A_m が大きくあまり実用的ではない。

窪田- 放物正弦曲線 (Kubota parabolic sine) 窪田- 放物正弦曲線は、変形台形曲線にきわめて近い曲線であり、速度曲線は次式で表される。

$$A(T) = \begin{cases} A_m \cdot \sin^2 p_1(T) & (0 \leq T < T_1) \\ A_m & (T_1 \leq T < T_2) \\ A_m \cdot \cos p_3(T) & (T_2 \leq T < T_3) \\ 0 & (T_3 \leq T < T_4) \\ -A_m \cdot \sin p_5(T) & (T_4 \leq T < T_5) \\ -A_m & (T_5 \leq T < T_6) \\ -A_m \cdot \cos^2 p_7(T) & (T_6 \leq T \leq 1) \end{cases} \quad (\text{B.33})$$

ここで、 $T_1 \sim T_6$ は変形台形曲線のそれらと同様であり、また、 A_m は次式を数値的に解くことで決定される。

$$\int_0^1 \left\{ \int A(T) dT \right\} dT = 1 \quad (\text{B.34})$$

すなわちこのカム曲線は、変形台形曲線の両端点における躍度が連続となるよう、両端の正弦曲線をその二乗へと置き換えたものである。したがって、振動に対して良い性質を持つことが予想される。

神保- 指数曲線 (Jimbo exponential) 神保- 指数曲線は T で無限階微分可能であり、さらに $T = 0$ および $T = 1$ における 1 階微分係数から無限階微分係数まですべて 0 となる曲線である。このカム曲線は次式で表される。

$$S(T) = \frac{\int_0^T \exp\left(-\frac{1}{\tau(1-\tau)}\right) d\tau}{\int_0^1 \exp\left(-\frac{1}{\tau(1-\tau)}\right) d\tau} \quad (\text{B.35})$$

この曲線は、 V_m や A_m の値が非常に大きく、実用的ではないが、振動に対して極限的な性質を持った曲線であるといえる。

付録C 各種数式の導出

C.1 最速降下曲線

C.1.1 降下時間

4.6節における降下時間の導出を行う。降下曲線 $y = S(x)$ ($x_s \leq x \leq x_e$, $S \leq 0$) の経路に沿った微小要素を ds とすれば、三平方の定理より次式が成り立つ。

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \sqrt{dx^2 + dS^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{d}{dx}S\right)^2} dx \quad (\text{C.1})$$

ここで、曲線上の物体の速度は、この微小要素 ds を時間微分することで、

$$v = \frac{ds}{dt} = \sqrt{1 + \left(\frac{d}{dx}S\right)^2} \frac{dx}{dt} \quad (\text{C.2})$$

と表される。これを変形することで、次式が得られる。

$$\frac{dt}{dx} = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{d}{dx}S\right)^2}}{v} \quad (\text{C.3})$$

降下時間 T は、曲線の微小要素を通過するのに要する時間 dt の積分として次のように表される。

$$T = \int_0^T dt = \int_{x_s}^{x_e} \frac{dt}{dx} dx \quad (\text{C.4})$$

ここに、式 (C.3) を代入すれば、

$$T = \int_{x_s}^{x_e} \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{d}{dx}S\right)^2}}{v} dx \quad (\text{C.5})$$

が得られる。一方で、力学的観点からエネルギー保存則より、 m を物体の質量、 g を重力加速度として、

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgS = 0 \quad (\text{C.6})$$

すなわち、

$$v = \sqrt{-2gS} \quad (\text{C.7})$$

が成り立つ。最終的に、式 (C.7) を式 (C.5) に代入することで、降下時間 T は次式のように求まる。

$$T = \int_{x_s}^{x_e} \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{d}{dx}S\right)^2}{-2gS}} dx \quad (\text{C.8})$$

C.1.2 理論最速降下時間

4.6節における理論最速降下時間の導出を行う。最速降下曲線は、4.6節で述べたとおり、サイクロイド曲線であり、パラメータ θ ($0 \leq \theta \leq \theta_e$) を用いて次式で表される。

$$\begin{cases} x = A(\theta - \sin \theta) & \text{(C.9a)} \\ y = -A(1 - \cos \theta) & \text{(C.9b)} \end{cases}$$

ここで、 y は常に非正であるとし、式 (C.9) は陰関数として $y = S(x)$ と表されるとする。式 (C.9a) の両辺を θ で微分すると、

$$\frac{dx}{d\theta} = A(1 - \cos \theta) = -y \quad \text{(C.10)}$$

すなわち、

$$dx = -y d\theta \quad \text{(C.11)}$$

となる。同様に、式 (C.9b) の両辺を θ で微分して、

$$\frac{dy}{d\theta} = -A \sin \theta \quad \text{(C.12)}$$

となる。ここで、式 (C.10) および式 (C.12) を用いて $\frac{d}{dx}S$ を変形すると、

$$\frac{d}{dx}S = \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}} = \frac{A \sin \theta}{y} \quad \text{(C.13)}$$

となる。式 (C.8) に式 (C.11) および式 (C.13) を代入すると次式が得られる。

$$T = \int_0^{\theta_e} \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{A \sin \theta}{y}\right)^2}{2gS}} (-y d\theta) = \int_0^{\theta_e} \sqrt{\frac{y^2 + A^2 \sin^2 \theta}{2gy}} d\theta \quad \text{(C.14)}$$

ここに式 (C.9b) を代入し、変形を行うと式 (C.15) が得られる。

$$\begin{aligned} T &= \int_0^{\theta_e} \sqrt{\frac{A^2(1 - \cos \theta)^2 + A^2 \sin^2 \theta}{2gA(1 - \cos \theta)}} d\theta \\ &= \int_0^{\theta_e} \sqrt{\frac{A^2(2 - 2 \cos \theta)}{2gA(1 - \cos \theta)}} d\theta \\ &= \int_0^{\theta_e} \sqrt{\frac{A}{g}} d\theta = \sqrt{\frac{A}{g}} \theta_e \end{aligned} \quad \text{(C.15)}$$

ここで、4.6節の最適化問題で使用した条件、重力加速度 $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ 、終点座標 $\mathbf{p}_e = (10, -10)^T \text{ m}$ における理論最速降下時間を求める。式 (C.9) に対し、 $(x, y)^T = (10, -10)^T$ を代入すると、数値計算によって $\theta_e \approx 2.412$ 、 $A \approx 5.729$ と求まる。これらを式 (C.15) に代入することで理論最速降下時間は 1.843 s となる。

C.2 多項式関数近似

C.2.1 多項式の項数

2.6節における式(2.16)の項数 N_p の導出を行う。 n 変数 N 次多項式の項数 N_p は、 n 通りの変数の選択、およびいずれの変数も選択しないという、計 $n+1$ 通りの選択肢から、重複を許して次数と等しい N 個を選ぶ組合せの総数と同じである。したがって N_p は、二項係数 C を用いて、

$$N_p = C_N^{(n+1)+N-1} = C_N^{N+n} \quad (2.16)$$

と計算される。

C.2.2 最小二乗法

2.6節における式(2.20)の導出を行う。式(2.14)、(2.17)、(2.21)より、次式が成り立つ。

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{a} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (C.16)$$

ここで、 $\boldsymbol{\varepsilon}$ は誤差ベクトルであり、

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon} &= (\varepsilon(\mathbf{x}_1), \dots, \varepsilon(\mathbf{x}_m))^T \\ &= (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_m)^T \end{aligned} \quad (C.17)$$

と表される。最小二乗法は、誤差の二乗和 L が最小となるように係数ベクトル \mathbf{a} を決定する手法であり、 L は次式となる。

$$\begin{aligned} L &= \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon} \\ &= (\mathbf{y} - \mathbf{X}\mathbf{a})^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}\mathbf{a}) \\ &= \mathbf{y}^T \mathbf{y} - 2\mathbf{a}^T \mathbf{X}^T \mathbf{y} + \mathbf{a}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{a} \end{aligned} \quad (C.18)$$

この時点で、 L は \mathbf{a} の関数であると思えることができ、最小二乗法としては、 L が最小となる \mathbf{a} を求める問題へと帰着される。したがって、 L の \mathbf{a} に関する停留条件が、

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{a}} = 0 \quad (C.19)$$

となり、これに式(C.18)を代入して、

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{a}} (\mathbf{y}^T \mathbf{y} - 2\mathbf{a}^T \mathbf{X}^T \mathbf{y} + \mathbf{a}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{a}) = 0 \quad (C.20)$$

すなわち、正規方程式、

$$-2\mathbf{X}^T \mathbf{y} + 2\mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{a} = 0 \quad (C.21)$$

が得られる。これより、最終的に、

$$\mathbf{a} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \quad (2.20)$$

が導かれる。

C.3 大小関係を考慮した変数変換式

6.3節における大小関係を考慮した変数変換式の導出を行う。

ある n 個の変数 z_i ($i = 1, \dots, n$) に対して、大小関係を有する以下の制約条件を仮定する。

$$0 < z_1 < \dots < z_n < 1 \quad (\text{C.22})$$

これに対し、同じく n 個の変数 x_i ($i = 1, \dots, n$) が、制約範囲、

$$0 < x_i < 1 \quad (\text{C.23})$$

を持ち、これらの x_i から単純な変数変換によって式 (C.22) を満たす z_i を得ることが可能な変換式を導出する。このとき、各 x_i がそれぞれ一様分布に従う確率変数である場合に、各 z_i も式 (C.22) を満たしながら確率的に一様に分布することを条件とする。

C.3.1 段階的な導出

Step 1. $n = 2$ の場合

式 (C.22) は $0 < z_1 < z_2 < 1$ である。これを幾何学的に表すと Fig. C.1 に示すような、直線 $z_1 = 0$, $z_1 = z_2$, $z_2 = 1$ で囲まれた三角形形状の開領域 D_2 となる。このとき D_2 の面積は $1/2$ である。

z_1 および z_2 が式 (C.22) を満たしながら一様に分布することは、点 (z_1, z_2) が領域 D_2 内に一様に分布することと同義である。 z_2 がある値をとるときの z_1 の範囲を $D_1(z_2)$ とすると、この領域 $D_1(z_2)$ 内に一様分布する z_1 は、 $(0, 1)$ の範囲を持つ変数 z^* を用いて、 $z_1 = z_2 z^*$ とすることで実現される。このとき z_2 の値が小さくなるほど z_1 の範囲も小さくなり、分布も z_2 の値に反比例して密になってしまう。したがって、 z_2 の確率密度関数を z_2 の値に比例するように設定すれば、領域 D_2 全体の分布を一様とすることができる。このような確率密度関数を持つ z_2 の変換式を導出するために逆関数法^[102]を使用する。

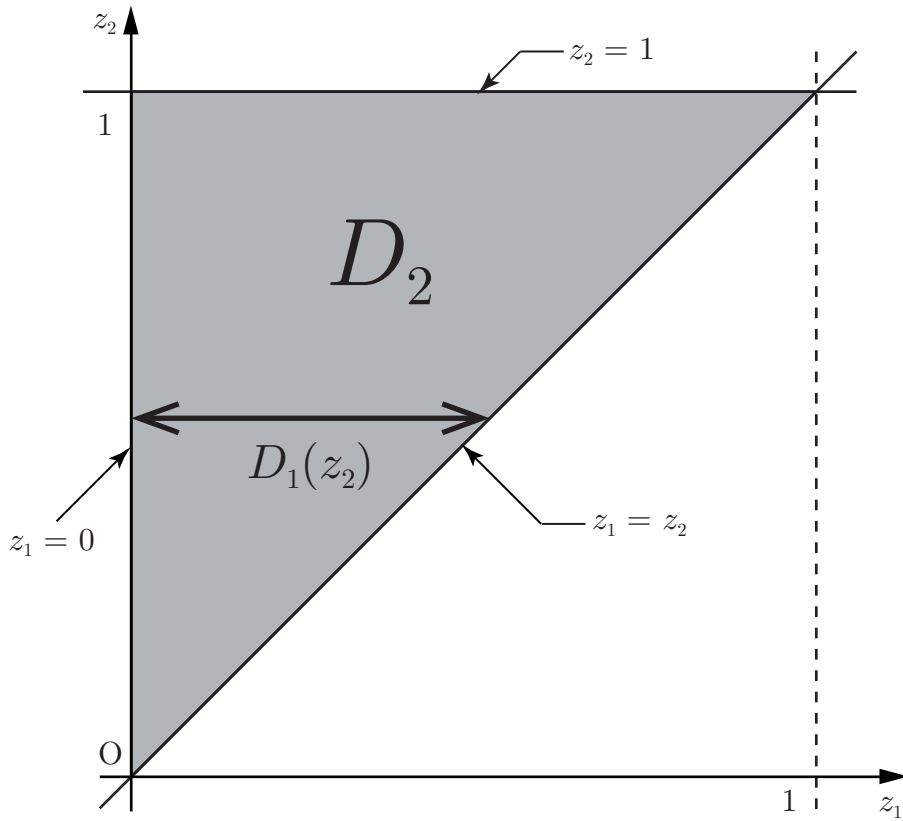
逆関数法とは、任意の確率密度関数 $f(z)$ に従う確率変数 z を一様分布に従う確率変数 x を用いて生成する手法で、次式の関係を利用する。

$$z = F^{-1}(x) \quad (\text{C.24})$$

ここで、 $F(z)$ は $f(z)$ の原始関数である累積分布関数である。

z_2 の確率密度関数 $f_2(z_2)$ は z_2 に比例であり、また $[0, 1]$ の範囲の定積分が 1 である必要があることから、 $f_2(z_2) = 2z_2$ である。よって x_2 を用いて $f_2(z_2)$ に逆関数法を適用すると、 z_1 および z_2 は次式となる。

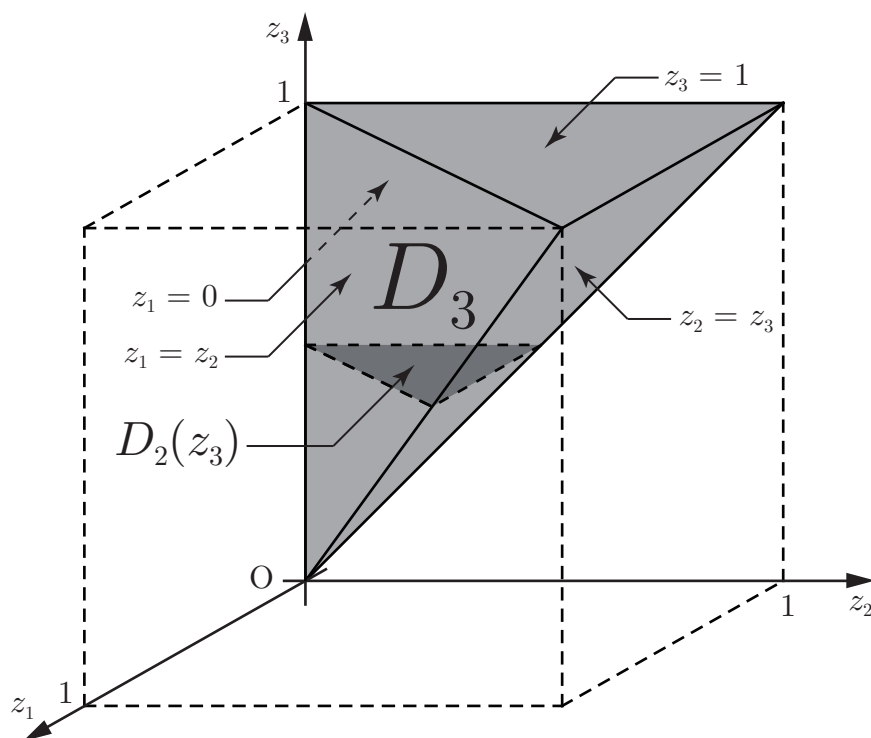
$$\begin{cases} z_1 = x_1 z_2 = x_1 x_2^{\frac{1}{2}} \\ z_2 = x_2^{\frac{1}{2}} \end{cases} \quad (\text{C.25})$$

Fig. C.1 Range of D_2 on a two-dimensional plane**Step 2. $n = 3$ の場合**

式 (C.22) は $0 < z_1 < z_2 < z_3 < 1$ である。これを Step 1 と同様に幾何学的に表すと Fig. C.2 に示すような、平面 $z_1 = 0$, $z_1 = z_2$, $z_2 = z_3$, $z_3 = 1$ で囲まれた四面体状の開領域 D_3 となる。このとき D_3 の体積は $1/6$ である。

z_3 が任意の値をとるとき、組 (z_1, z_2) の取り得る領域を $D_2(z_3)$ とすると、この領域に一様分布する (z_1, z_2) は式 (C.25) の右辺に z_3 を掛けることで実現される。このとき、分布の密度は $D_2(z_3)$ が 2 次元であることから z_3 の 2 乗に反比例する。したがって、 z_3 の確率密度関数 $f_3(z_3)$ を z_3 の 2 乗に比例するよう $f_3(z_3) = 3z_3^2$ (このとき $\int_0^1 f_3(z_3) = 1$) とすれば点 (z_1, z_2, z_3) は領域 D_3 全体に一様に分布する。ここで、 x_3 を用いて $f_3(z_3)$ に逆関数法を適用すると、 z_1, z_2, z_3 は次式となる。

$$\begin{cases} z_1 = x_1 x_2^{\frac{1}{2}} z_3 = x_1 x_2^{\frac{1}{2}} x_3^{\frac{1}{3}} \\ z_2 = x_2^{\frac{1}{2}} z_3 = x_2^{\frac{1}{2}} x_3^{\frac{1}{3}} \\ z_3 = x_3^{\frac{1}{3}} \end{cases} \quad (\text{C.26})$$

Fig. C.2 Range of D_3 in a three-dimensional space**Step 3. $n \in \mathbb{N}$ の場合**

式 (C.22) を Step 1, Step 2 と同様に幾何学的に表すと, n 次元空間上の $n+1$ 個の超平面 $z_1 = 0$, $z_i = z_{i+1}$ ($i = 1, \dots, n-1$), $z_n = 1$ で囲まれた単体状の開領域 D_n となる. このとき D_n の超体積 H_n は,

$$H_n = \frac{1}{n!} \quad (\text{C.27})$$

である.

z_n のとるべき確率密度関数 $f_n(z_n)$ は, Step 1, Step 2 と同様の理論から, $f_n(z_n) = nz_n^{n-1}$ となる. したがって, 一般に z_i を得るための変数変換式は,

$$\begin{aligned} z_i &= \prod_{k=i}^n x_k^{\frac{1}{k}} \\ &= \begin{cases} x_i^{\frac{1}{i}} z_{i+1} & (i = 1, \dots, n-1) \\ x_i^{\frac{1}{i}} & (i = n) \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{C.28})$$

である.

C.3.2 定理化と証明

上記の結果を以下に定理としてまとめ、その証明を与える。

定理 領域 $(0, 1)^n$ 上の一様分布に従う確率変数 $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ が式 (C.28) によって変数変換される時、確率変数 $\mathbf{z} = (z_1, \dots, z_n)$ もまた式 (C.22) の範囲で一様に分布する。

Proof. \mathbf{z} の密度関数 $f_{\mathbf{z}}$ は \mathbf{x} の密度関数 $f_{\mathbf{x}}$ を用いて、密度関数の変数変換公式^[103] より、

$$f_{\mathbf{z}}(\mathbf{z}) = |\mathbf{J}(\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{z})| f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}(\mathbf{z})) \quad (\text{C.29})$$

となる。式 (C.28) より、 \mathbf{x} は、

$$x_i = \begin{cases} \frac{z_i^i}{z_{i+1}^i} & (i = 1, \dots, n-1) \\ z_i^i & (i = n) \end{cases} \quad (\text{C.30})$$

であるから、ヤコビ行列式は、

$$\begin{aligned} |\mathbf{J}(\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{z})| &= \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial z_1} & \frac{\partial x_1}{\partial z_2} & \dots & \frac{\partial x_1}{\partial z_n} \\ \frac{\partial x_2}{\partial z_1} & \frac{\partial x_2}{\partial z_2} & \dots & \frac{\partial x_2}{\partial z_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial x_n}{\partial z_1} & \frac{\partial x_n}{\partial z_2} & \dots & \frac{\partial x_n}{\partial z_n} \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} \frac{1}{z_2} & -\frac{z_1}{z_2^2} & & & 0 \\ & \frac{2z_2}{z_3^2} & -\frac{2z_2^2}{z_3^3} & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ 0 & & & \frac{(n-1)z_{n-1}^{n-2}}{z_n^{n-1}} & -\frac{(n-1)z_{n-1}^{n-1}}{z_n^{n-2}} \\ & & & & nz_n^{n-1} \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{z_2} \times \frac{2z_2}{z_3^2} \times \dots \times \frac{(n-1)z_{n-1}^{n-2}}{z_n^{n-1}} \times nz_n^{n-1} \\ &= n! \end{aligned} \quad (\text{C.31})$$

となる。また、式 (C.28) より明らかに式 (C.22) が成り立つため、 \mathbf{z} の密度関数は式 (C.29), (C.31) より、

$$f_{\mathbf{z}} = \begin{cases} n! & (0 < z_1 < \dots < z_n < 1) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (\text{C.32})$$

である。このとき式 (C.27) より領域 $0 < z_1 < \dots < z_n < 1$ の超体積は $H_n = 1/n!$ であるから、全体の確率は 1 となり、本定理が成り立つ。□

目 次

1.1	Outline of the dissertation	7
2.1	Outline drawing of BLX- α	22
3.1	Example of a single-valued curve	29
3.2	Definition of a cubic spline curve	30
4.1	Evaluated value vs. mesh block position with the mesh setting of Table 4.1	37
4.2	Evaluated value vs. mesh block position with the mesh setting of Table 5.1	37
4.3	Example of $y(x)$ and $\hat{y}(x)$	40
4.4	Example of $\hat{y}(x)$ and $\hat{y}^*(x)$	41
4.5	Example of a cycloid curve	43
4.6	Design model of fall curve	44
4.7	Mean values of 50 optimized values versus σ for the real-coded genetic algorithm and the proposed method	47
5.1	Outline drawing of a die casting device	50
5.2	Design model of sprue and layout of design variables	51
5.3	Layout of die casting equipment and the mesh block for CFD simulation	52
5.4	Standard and optimized shapes of sprue	54
5.5	Product parts after the blister test ($v_1 = 0.26$ m/s)	56
5.6	Product parts after the blister test ($v_1 = 0.50$ m/s)	56
5.7	Areas with air bubbles on the product parts	57
5.8	Simulation results ($v_1 = 0.26$ m/s)	58
5.9	Simulation results ($v_1 = 0.50$ m/s)	58
6.1	Intermittent conveyance bottling machine	60
6.2	Schematic drawing of the intermittent conveyance bottling machine . .	61
6.3	Motion curve for the intermittent conveyance bottling machine	62
6.4	Bottle used in the intermittent conveyance bottling machine	63
6.5	Mesh setting for CFD simulation and a rendering image	66
6.6	Broadly-defined cam curves of the modified sine and the optimized motion curve	68
6.7	Maximum liquid level waveforms for the modified sine and the optimized motion curve	69

6.8	Simulation results of the conveyance using the modified sine and the optimized motion curve	70
6.9	Experimental results of the conveyance using the modified sine and the optimized motion curve	71
7.1	Example of curves generated by using Crossover Method I	79
7.2	Example results of Crossover Method II	80
7.3	Example results of Crossover Method III	82
7.4	Example results of Crossover Method IV	85
7.5	Example result of a crossover for 3D shapes	87
8.1	Dual pendulum model	94
8.2	Conveyance trajectory of the dual pendulum model	95
8.3	Probability distributions of the optimum values for the conventional and proposed methods	97
8.4	Scatter diagram of the evaluation values of all the analyzed individuals	99
8.5	Broadly-defined cam curves of the Gutman F-3, the modified sine and the optimized motion curve	100
8.6	Maximum liquid level waveforms for the Gutman F-3, the modified sine and the optimized motion curve	101
8.7	Results of conveyance using the Gutman F-3, the modified sine and the optimized motion curve	102
9.1	Definition of the standard path shapes	104
9.2	Design model of T-shaped path	105
9.3	Design model of L-shaped path	105
9.4	Reference and actual flow velocity vectors of a cell on the outflow boundary	109
9.5	Scatter diagram of the evaluation values of individuals derived in the optimization of T-shaped path	112
9.6	Scatter diagram of the evaluation values of individuals derived in the optimization of L-shaped path	112
9.7	Scatter diagram of the evaluation values of individuals for the 3D CFD analyses of T-shaped path	113
9.8	Scatter diagram of the evaluation values of individuals for the 3D CFD analyses of L-shaped path	113
9.9	Standard and optimized mold shapes	115
9.10	Experimental results using the standard and optimized molds with inflow velocity $v_{in} = 1.25$ m/s	116

9.11	Experimental results using the standard and optimized molds with inflow velocity $v_{in} = 2.5$ m/s	117
9.12	Injection velocity waveforms measured in the experiments	118
9.13	Simulation results using the standard and optimized molds with inflow velocity $v_{in} = 1.25$ m/s	120
9.14	Simulation results using the standard and optimized molds with inflow velocity $v_{in} = 2.5$ m/s	121
10.1	Outline drawing of the target shapes of products and casting design . .	124
10.2	Design model of sprue	125
10.3	Design model of branch runner	125
10.4	Design model of fan runner	126
10.5	Scatter diagram of individuals derived in the optimization of sprue . . .	129
10.6	Scatter diagram of individuals derived in the optimization of branch runner	129
10.7	Scatter diagram of individuals derived in the optimization of fan runner	130
10.8	Optimized shape of gating design	131
10.9	Simulation results using the standard and optimized gating designs . .	132
10.10	Layout of die casting equipment and mesh blocks for CFD simulation .	135
10.11	Layout of sampling volumes for CFD simulation	135
10.12	Volume of trapped air in the sleeve and sprue for each condition and sprue shape	138
10.13	Blockage ratio of the pouring hole of the sleeve for each condition and sprue shape	139
10.14	Digital densimeter based on Archimedes' principle	140
10.15	Mean values and standard deviations of specific air volume of product parts for each condition and mold shape	142
11.1	Flowchart of the entire optimization algorithm	144
11.2	Reference and design curves for the test optimization problem	149
11.3	Comparison result for the searching capabilities of the four conditions .	151
11.4	Comparison of the standard deviations for the four conditions	151
B.1	Motion curve and its trajectory	175
B.2	Universal cam curve	181
C.1	Range of D_2 on a two-dimensional plane	193
C.2	Range of D_3 in a three-dimensional space	194

表 目 次

4.1	Mesh parameters for the examination of analysis error	36
4.2	Optimization parameters for the real-coded genetic algorithm and the proposed method	45
5.1	Parameters for design variables	51
5.2	Mesh parameters for the simulation	52
5.3	Fluid properties of ADC12	53
6.1	Mesh parameters for the simulation	65
6.2	Fluid properties of water at 20°C	66
6.3	Optimization parameters for the real-coded GA	67
6.4	Optimum solution $\boldsymbol{x}_{\text{opt}}$	68
8.1	Parameters of the dual pendulum model	95
8.2	Common parameters for the conventional and proposed methods	96
8.3	Representative values of the conventional and optimized methods for each 1000 optimized values	97
8.4	Optimization parameters for the NSGA-II	98
9.1	Coordinates of the control points of $\boldsymbol{S}^{\text{T1}}$ and $\boldsymbol{S}^{\text{T2}}$ as initial curves	106
9.2	Coordinates of the control points of $\boldsymbol{S}^{\text{L1}}$ and $\boldsymbol{S}^{\text{L2}}$ as initial curves	106
9.3	Mesh parameters for the simulation of runners	107
9.4	Fluid properties of water at 20°C for simulation	107
9.5	Optimization parameters for the NSGA-II	110
9.6	Mean injection velocities and their converted inflow velocities	119
9.7	Mesh parameters for the verification simulation	122
10.1	Mesh parameters for the simulation of sprue	127
10.2	Mesh parameters for the simulation of branch runner	127
10.3	Mesh parameters for the simulation of fan runner	127
10.4	Optimization parameters for the NSGA-II	128
10.5	Evaluation values of the standard and optimized shapes of sprue, branch runner and fan runner	130
10.6	Parameters and evaluation values of Condition A, B, C and D	140

11.1 Optimization parameters of each of the conditions	150
B.1 Design variables for universal cam curves	182